Университет ИТМО

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной техники

Информатика

Лабораторная работа №6

Работа с системой компьютерной вёрстки TEX

Вариант: $last(P3110) * 10 + 9 = \mathbf{9}$

Выполнил: Кошелев Илья Олегович
Группа: P3110
Преподаватели: Елена Авксентьева Юрьевна
Балакшин Павел Валерьевич

Санкт-Петербург
2025г.

дет в окружность. Чтобы не нарушать общности определения эллипса, условимся считать окружность частным случаем эллипса ($b = a$). Больший из отрезков CD, EH называется *большой осью* эллипса, меньший — *малой осью.* Итак, если $k > 1$, то a — малая полуось и b — большая, а если $k < 1$, то наоборот.

В обоих случаях $k = \frac{b}{a}$.

Точка o — центр окружности — перейдёт при деформации в себя ($o \to O$). O называется *центром эллипса*, точки C, D, E и H — его *вершинами.*

Квадрат $pqrs$, описанный вокруг окружности («матери» эллипса), одна сторона которого параллельна, а другая перпендикулярна к оси деформации, преобразуется в прямоугольник $PQRS$ со сторонами $2a$ и $2b$, описанный вокруг эллипса; он называется *характеристическим* для нашего эллипса, так как полностью его определяет. Стороны характеристического прямоугольника касаются эллипса в его вершинах.

Как начертить эллипс?

Если заданы оси эллипса, то

Но интересно начертить эллипс непрерывным движением, то есть не отрывая карандаша от бумаги, подобно тому как мы вычерчиваем окружность циркулем. Это можно сделать специальным прибором — *эллипсографом.* О нём расскажем ниже, когда познакомимся с уравнением эллипса. Но сначала надо выяснить, что такое уравнение линии.

Уравнение линии *)

Одним из замечательных открытий XVII века является *метод координат*, позволяющий переводить геометрические понятия на алгебраический язык. Этот метод даёт возможность установить соответствие между линиями, лежащими в плоскости, на которой установлена система координат, и уравнениями, содержащими две буквы x и y.

Уравнением некоторой линии называется такое уравнение относительно x и y, которое обращается в тождество при подстановке в него значений (x_0, y_0) в том и только в том

*) Подробнее об уравнении линии можно прочесть в любом учебнике аналитической геометрии.

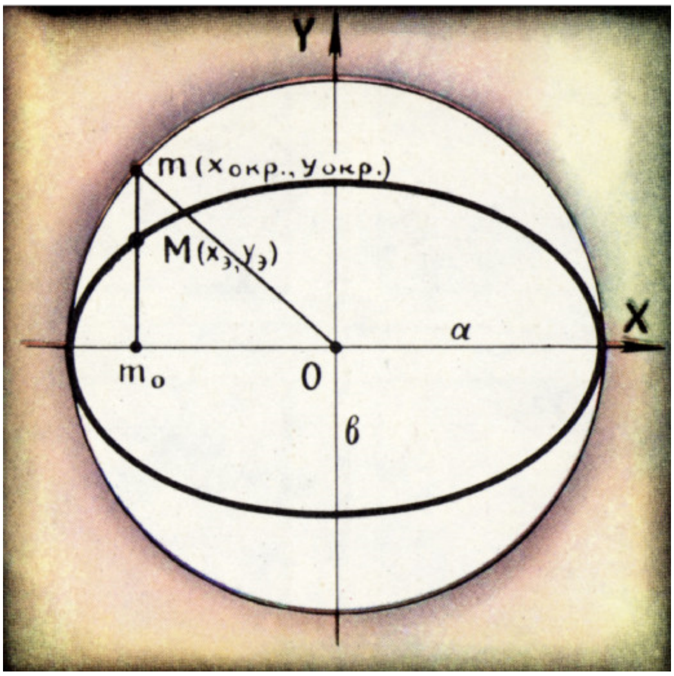

Рис. 7. $m(x_{\text{окр}}, y_{\text{окр}})$ — точка на окружности, $M(x_a, y_a)$ — точка на эллипсе. случае, когда точка с координатами (x_0, y_0) лежит на данной линии.

Можно также сказать, что линия, определяемая уравнением, есть геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют этому уравнению.

Например, уравнение $y = x$ есть уравнение биссектрисы I и III координатных углов, а уравнение окружности радиуса a с центром в начале координат запишется так: $x^2 + y^2 = a^2$. Оно легко получается из теоремы Пифагора.

Уравнение эллипса

Эллипс с полуосями a и b получен из окружности радиуса a деформацией с коэффициентом $k = \frac{b}{a}$ (рис. 7). Установим на плоскости, где находятся обе эти линии, оси координат; ось OX направим по оси деформации, а ось OY — через центр окружности (он же — центр эллипса) перпендикулярно к оси OX. Пусть m — любая точка окружности, а M — та точка эллипса, в которую переходит m.

Координаты точки m обозначим через $(x_{\text{окр}}, y_{\text{окр}})$, а точки M — через (x_a, y_a). Очевидно, по определению деформации

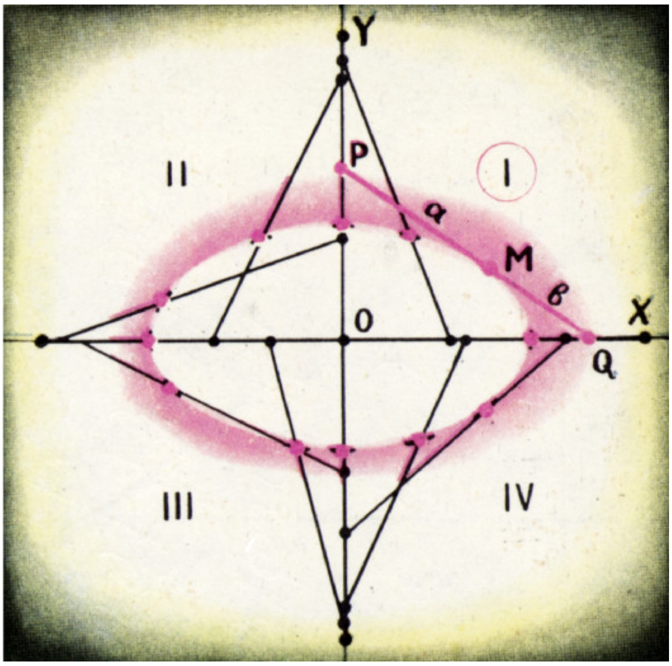

Рис. 8. Точка M описывает эллипс. откуда

$$x_{\text{окр}} = x_a, \quad y_{\text{окр}} = \frac{y_a}{k}.$$

Если подставить в уравнение окружности $x^2 + y^2 = a^2$ координаты любой ее точки $(x_{\text{окр}}, y_{\text{окр}})$, то будет верно равенство

$$x_{\text{окр}}^2 + y_{\text{окр}}^2 = a^2,$$

а значит, заменяя $x_{\text{окр}}$ и $y_{\text{окр}}$ по формуле $(*)$, видим, что верным будет также равенство

$$x_a^2 + \frac{y_a^2}{k^2} = a^2$$

для любой точки $M(x_a, y_a)$.

Если же точка $M'(X, Y)$ не лежит на эллипсе, то точка $m'(x', y')$, попавшая в M' в результате деформации, не лежала на окружности, и уравнение $(x')^2 + (y')^2 = a^2$ неверно; значит, неверно и уравнение $(X)^2 + \frac{(Y)^2}{k^2} = a^2$. Из определения уравнения линии получим такое уравнение эллипса

$$x_a^2 + \frac{y_a^2}{k^2} = a^2.$$

Заметив, что $ka = b$, можно привести это уравнение к виду

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (9)$$

centering Это и есть уравнение эллипса в наиболее удобной (так называемой *канонической*) форме.

31