

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA

Prova scritta del 28-01-2010

ESERCIZIO 1

Una lamina a forma di triangolo isoscele, di massa trascurabile, ruota attorno al suo asse di simmetria con velocità angolare $\omega = \text{cost.}$ diretta verso l'alto. Due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m sono vincolati a muoversi senza attrito lungo i lati obliqui del triangolo e sono collegati da una molla di costante elastica $k > 0$. **Scelto un sistema di riferimento** per studiare il moto dei due punti (una terna inerziale con origine nel vertice del triangolo e asse verticale lungo ω **oppure** il sistema solidale con il piano del triangolo che ruota):

- (a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano.
- (b) Scrivere la lagrangiana del sistema.
- (c) L'hamiltoniana si conserva? L'energia totale coincide con l'hamiltoniana? L'energia totale si conserva? **(Motivare le risposte).**

ESERCIZIO 2

In un piano verticale, una circonferenza liscia di raggio R e massa M si muove mantenendo il diametro AB vincolato all'asse verticale. Un punto P di massa m si muove sulla circonferenza soggetto a una forza elastica di richiamo ($k > 0$) che si mantiene parallela alla verticale. Si determinino:

- (a) una configurazione di equilibrio stabile;
- (b) le frequenze proprie di oscillazione del sistema;
- (c) **(FACOLTATIVO)** le coordinate normali.

ESERCIZIO 3.

Mostrare che la trasformazione tra coordinate e momenti

$$q = Q \cos \gamma t + (1/m\omega)P \sin \gamma t$$

$$p = -m\omega Q \sin \gamma t + P \cos \gamma t$$

(γ e ω costanti assegnate; t : tempo) è canonica.