

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA (*Laurea in Fisica*)

Prova scritta del 24-09-2014

ESERCIZIO 1. In un piano verticale una lamina quadrata $ABCD$ di lato L e massa M ha il lato AB vincolato a muoversi lungo una guida orizzontale liscia. Un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi in una scanalatura (liscia) costituita da un quarto di circonferenza di centro C e raggio L .

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Individuare eventuali costanti del moto e interpretarle da un punto di vista fisico.
- c) Scrivere le equazioni di Lagrange e determinare quali sono i possibili movimenti del punto nel caso in cui la lamina si muova di moto inerziale.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale un punto materiale P_1 di massa m_1 è vincolato a una circonferenza fissa e liscia di raggio R . Un secondo punto materiale P_2 di massa m_2 si muove senza attrito lungo una guida orizzontale tangente alla circonferenza. I due punti sono collegati da una molla di costante elastica $k > 0$.

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema rispetto alla posizione di equilibrio stabile.
- (c) (facoltativo) Determinare i modi normali.

ESERCIZIO 3.

Determinare i parametri reali k, l, m, n affinché la trasformazione

$$P = p^k q^l$$

$$Q = p^m q^n$$

sia canonica. Trovare almeno una delle funzioni generatrici.