Esame di Meccanica Razionale
Venerdì 03-07-2015

1. Nel piano cartesiano, verticale, bidimensionale di coordinate (x, y) ed origine O, si consideri un punto materiale di massa m, vincolato a muoversi su una guida semicircolare posta lungo la diagonale principale. La guida è di massa trascurabile, raggio R ed in moto uniformemente accelerato con accelerazione $\vec{a} = \lambda(1, 1)$, dove λ è una costante strettamente positiva. Si determini

    - se il sistema ammette descrizione lagrangiana e quale sia la funzione di Lagrange,
    - le quantità conservate del sistema e la loro interpretazione fisica,
    - la soluzione delle equazioni del moto.

2. Nel piano orizzontale $\mathbb{R}^2$ di coordinate (x, y) ed origine O si considerino due aste omogenee di massa M. La prima di lunghezza L è incernierata ad un estremo all'origine, la seconda di lunghezza $2L$ è incernierata nel baricentro all'origine. All'estremo libero della prima asta sono collegate due molle di costante elastica k, lunghezza a riposo nulla, connesse rispettivamente ad uno ed all'altro estremo libero della seconda asta. Si stabilisca

    - se il sistema ammette descrizione lagrangiana e, nel caso, si costruisca la funzione lagrangiana,
    - se esistono quantità conservate olre all'energia,
    - la soluzione delle equazioni del moto del sistema.

3. Siano date nello spazio delle fasi $\Gamma \simeq (-2, 2) \times \mathbb{R}$ le coordinate (q, p) e la trasformazione di coordinate

$$\begin{cases} Q = Q(q) \\ P = p(q^2 - 4) \end{cases} .$$

    Si stabilisca

    - mediante le parentesi di Poisson per quali funzioni $Q(q)$ è canonica la trasformazione di coordinate, sapendo che $Q(1) = \frac{\ln(3)}{4}$.
    - la funzione generatrice di questa trasformazione.

Valutazione:

Esercizio 1) 7 punti
Esercizio 2) 7 punti
Esercizio 3) 4 punti