

**MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA** (*Laurea in Fisica*)

**Prova scritta del 20-07-2010**

**ESERCIZIO 1.** In un piano verticale un disco omogeneo di raggio  $R$  e massa  $M$  rotola senza strisciare lungo un asse orizzontale. Un'asta omogenea, di massa  $m$  e lunghezza  $l > 2R$ , ha un estremo vincolato al centro del disco e può oscillare nel piano.

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Determinare eventuali costanti di moto e interpretarle da un punto di vista fisico.
- c) Determinare se, tra tutti i moti possibili del sistema, è ammissibile un moto nel corso del quale l'angolo formato dall'asta con la verticale rimanga costante.

**ESERCIZIO 2.** In un piano verticale un punto materiale  $P_1$  di massa  $m_1$  è vincolato a una circonferenza fissa e liscia di raggio  $R$ . Un secondo punto materiale  $P_2$  di massa  $m_2$  si muove senza attrito lungo una guida orizzontale tangente alla circonferenza. I due punti sono collegati da una molla di costante elastica  $k > 0$ .

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno alla posizione di equilibrio stabile.
- (c) (facoltativo) Determinare i modi normali.

Per chi ha seguito il corso prima dell' AA 2008–09: svolgere questo esercizio rispondendo alle domande (a) e (b) dell'ES. 1

**ESERCIZIO 3.** Data la trasformazione di (sole) coordinate

$$Q(q) = q^2 + \sin q$$

determinare una funzione  $P = P(q, p)$  tale che la trasformazione

$$(q, p) \rightarrow (Q, P)$$

sia canonica.