

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA (*Laurea in Fisica*)

Prova scritta del 24/07/2018

ESERCIZIO 1. In un piano verticale due aste AC e BC di uguale massa m e lunghezza ℓ hanno i rispettivi estremi A e B vincolati a una guida liscia orizzontale e sono collegati tra loro da una molla di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla. (Il vincolo in C è per ipotesi olonomo e a lavoro virtuale nullo).

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano
- b) Scrivere la lagrangiana e individuare le costanti del moto, interpretandole da un punto di vista fisico
- c) Scrivere le equazioni di Lagrange e trovarne la soluzione generale nell'ipotesi che l'angolo formato dalle due aste sia piccolo.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale due punti materiali (P_1, m_1) e (P_2, m_2) sono vincolati a muoversi rispettivamente su una circonferenza fissa di raggio R e lungo un asse orizzontale (entrambi i vincoli sono lisci e la distanza tra il centro della circonferenza e l'asse orizzontale è $2R$).

Una molla di costante elastica $k > 0$ collega i due punti.

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno alla posizione di equilibrio stabile.
- c) (**Facoltativo**) Determinare i modi normali.

ESERCIZIO 3. Data la trasformazione

$$\begin{aligned}Q &= \ln(1 + \sqrt{q} \cos p) \\P &= 2(1 + \sqrt{q} \cos p)\sqrt{q} \sin p\end{aligned}$$

determinare se è canonica.

(**Facoltativo**) Trovare una funzione generatrice di tipo $F_3 = F_3(Q, p)$