

## Esame di meccanica razionale

### Venerdì 27-06-2014

1. Nel piano cartesiano verticale di coordinate  $(x, y)$  ed origine  $O$ , si considerino due particelle puntiformi rispettivamente di massa  $m$  e  $2m$  vincolate a muoversi lungo un cerchio di raggio  $R$  e massa trascurabile. Sul sistema agisce una forza peso di accelerazione  $g$  diretta verso il basso. Tra le due particelle agisce anche una forza proporzionale al cubo della loro distanza. Si stabilisca
  - se il sistema ammette descrizione lagrangiana e quale sia la funzione di Lagrange,
  - quali sono le configurazioni di equilibrio del sistema ed identificarne una stabile.
  - studiare i modi normali attorno ad una configurazione stabile (FACOLTATIVO)
2. Nel piano orizzontale  $\mathbb{R}^2$  di coordinate  $(x, y)$  ed origine  $O$  si considerino due aste omogenee di lunghezza  $3L$  e massa  $M$  entrambe incernierate all'origine. Detti  $A$  e  $B$  gli estremi liberi della prima asta ed  $A'$ ,  $B'$  quelli della seconda, i segmenti  $\overline{OB}$  ed  $\overline{OB'}$  sono lunghi  $L$ . Sul sistema agisce una forza elastica tra i punti  $B$  e  $B'$  di costante elastica  $k$ .
  - Si stabilisca se il sistema ammette descrizione lagrangiana e, nel caso, si costruisca la funzione lagrangiana,
  - Si trovino tutte le costanti del moto e, nel caso, quale sia la loro interpretazione fisica. Si indichi anche la natura delle coordinate scelte, *i.e.*, di traslazione, di rotazione ...,
  - se il sistema ammette descrizione hamiltoniana e, nel caso, si costruisca la funzione di Hamilton,
3. Siano date nello spazio delle fasi  $\Gamma \simeq \mathbb{R} \times (0, \infty)$  le coordinate  $(q, p)$ .
  - Si stabilisca l'insieme di tutte le funzioni  $f(q)$  lisce per cui è canonica la trasformazione di coordinate

$$\begin{cases} Q = p \left( \frac{df(q)}{dq} + f(q) + 1 \right) \\ P = \ln p - q \end{cases}$$

Valutazione:

*Esercizio 1)* 8 punti

*Esercizio 2)* 6 punti

*Esercizio 3)* 4 punti