

**MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA** (*Laurea in Fisica*)

**Prova scritta del 25/09/2018**

**ESERCIZIO 1.** In un piano verticale, un'asta omogenea  $\overline{AB}$  di lunghezza  $2\ell$  e massa  $M$  ha il baricentro  $C$  in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale (e quindi è libera solo di ruotare intorno a  $C$ ). Due pendoli identici di lunghezza  $\ell$  e massa  $m$  sono sospesi agli estremi  $A$  e  $B$  dell'asta e sono vincolati a oscillare in fase poiché connessi da un filo inestensibile di massa trascurabile ( $\overline{P_1 P_2} = 2\ell$ ).

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Individuare le costanti del moto e discutere il loro significato fisico.
- c) Risolvere le equazioni del moto linearizzate.

**ESERCIZIO 2.** In un piano verticale, un'asta omogenea  $\overline{AB}$  di lunghezza  $2\ell$  e massa  $M$  ha il punto  $C$ , posto a distanza  $\ell/2$  da  $A$ , in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale. Un disco omogeneo, di massa  $M$  e raggio  $R$ , rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale passante per  $C$ . Tra il punto di contatto del disco e il baricentro dell'asta agisce una forza elastica di costante  $k$  positiva. Dopo aver scritto la lagrangiana,

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema nel caso  $2Mg \geq k\ell$  e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema rispetto alla posizione di equilibrio stabile.

**ESERCIZIO 3.** Data la trasformazione di sole coordinate e dipendente dal tempo

$$Q = \frac{1}{2}(at^2 + bq^2)$$

con  $a$  e  $b$  costanti non nulle:

- a) Determinare  $P = P(q, p, t)$  in modo che la trasformazione risultante sia canonica.
- b) Trovare la funzione generatrice di tipo  $F_2 = F_2(q, P, t)$ .
- c) Data una qualsiasi hamiltoniana  $H(q, p)$ , come si determinerebbe la nuova hamiltoniana  $K(Q, P, t)$ ?