

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA

Prova scritta del 20-06-2017

ESERCIZIO 1 (8 PUNTI)

Una lamina a forma di triangolo isoscele, con semiangolo al vertice O pari a α e di massa trascurabile, ruota attorno al suo asse di simmetria con velocità angolare $\omega = \text{cost}$. Due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m sono vincolati a muoversi senza attrito lungo i lati obliqui del triangolo e sono collegati tra loro da un molla di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla.

Scelto come sistema di riferimento quello solidale con il piano del triangolo che ruota

- (a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano (analizzando tutte le forze apparenti)
- (b) Scrivere la lagrangiana del sistema.
- (c) Il sistema ammette descrizione hamiltoniana?
- (d) La funzione hamiltoniana si conserva? Coincide con l'energia totale?

ESERCIZIO 2 (7 PUNTI)

Due dischi omogenei, entrambi di massa m e raggio R e posti in un piano verticale, rotolano senza strisciare su due guide coincidenti con una coppia di assi cartesiani ortogonali. I centri A e B dei due dischi sono collegati da una molla di costante elastica $k > 0$ (e di lunghezza a riposo nulla). Dato per verificato che il sistema è lagrangiano, si determinino:

- (a) le configurazioni di equilibrio del sistema discutendone la stabilità;
- (b) la soluzione generale delle equazioni del moto.

ESERCIZIO 3 (3 PUNTI)

Si dimostri che la trasformazione ($\omega = \sqrt{k/m} > 0$; $\theta \in [0, 2\pi]$ parametro)

$$Q = q \cos \theta - \frac{p}{m\omega} \sin \theta$$

$$P = p \cos \theta + m\omega q \sin \theta$$

è canonica. Trovare la funzione generatrice di tipo $F_2 = F_2(q, P)$.