

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA (*Laurea in Fisica*)

Prova scritta del 09/02/2018

ESERCIZIO 1. In un piano verticale un'asta omogenea di lunghezza $2l$ e massa M ruota intorno al suo centro, fissato ad una retta orizzontale.

L'estremo A dell'asta è attratto verso l'asse orizzontale da una forza elastica di costante $k > 0$ diretta come la verticale. All'estremo B dell'asta è fissato un pendolo semplice costituito da un filo inestensibile di lunghezza l e da un punto materiale P di massa m .

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Individuare eventuali costanti del moto e interpretarle fisicamente.
- c) Individuata la coordinata di rotazione (dell'intero sistema), scrivere l'espressione del momento angolare.

ESERCIZIO 2. Una circonferenza omogenea di massa M e raggio R può ruotare in un piano verticale intorno a un suo punto fisso O . Un punto P di massa m si muove senza attrito sulla circonferenza. Dato per accertato che il sistema è lagrangiano, si determinino:

- (a) le configurazioni di equilibrio del sistema (circonferenza + punto materiale), discutendone la stabilità;
- (b) le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno a una posizione di equilibrio stabile;
- (c) (facoltativo) i modi normali.

ESERCIZIO 3. Data la trasformazione

$$\begin{aligned} Q &= (p/q^3)^\alpha \\ P &= -(p/q^3)^\beta (q^4 + 1) , \end{aligned}$$

- (a) trovare per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ è canonica.
- (b) determinare la funzione generatrice del tipo $F(q, Q)$.