

## MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA

Prova scritta del 11-07-2011

**ESERCIZIO 1.** In un piano verticale due aste  $AC$  e  $BC$  di uguale massa  $m$  e lunghezza  $\ell$  hanno i rispettivi estremi  $A$  e  $B$  vincolati a una guida liscia orizzontale e sono collegati tra loro da una molla di costante elastica  $k > 0$  e lunghezza a riposo nulla. (Il vincolo in  $C$  è per ipotesi olonomo e a lavoro virtuale nullo).

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano
- b) Scrivere la lagrangiana e individuare le costanti del moto, interpretandole da un punto di vista fisico
- c) Scrivere le equazioni di Lagrange e trovarne la soluzione generale nell'ipotesi che l'angolo formato dalle due aste sia piccolo.

**ESERCIZIO 2.** In un piano verticale un punto materiale  $P_1$  di massa  $m_1$  è vincolato a una circonferenza fissa e liscia di raggio  $R$ . Un secondo punto materiale  $P_2$  di massa  $m_2$  si muove senza attrito lungo una guida orizzontale tangente alla circonferenza. I due punti sono collegati da una molla di costante elastica  $k > 0$  e lunghezza a riposo nulla.

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema rispetto a una posizione di equilibrio stabile.
- c) (**facoltativo**) Determinare i modi normali.

**Per chi ha seguito il corso prima dell' AA 2008–09: svolgere questo esercizio rispondendo alle domande a) e b) dell'ES. 1**

**ESERCIZIO 3.** Data la trasformazione di (sole) coordinate

$$Q(q) = q^2 - \cos q$$

determinare una funzione  $P = P(q, p)$  tale che la trasformazione

$$(q, p) \rightarrow (Q, P)$$

sia canonica in un dominio opportuno.