

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA (*Laurea in Fisica*)

Prova scritta del 01-02-2011

ESERCIZIO 1. Un punto materiale P di massa m si muove senza attrito all' interno di un paraboloid di rivoluzione di equazione $r^2 = az$ (in coordinate cilindriche r, ϕ, z) con $a > 0$). Sul punto agisce anche una forza elastica di costante $k > 0$ diretta come la coordinata r .

- a)** Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b)** Individuare eventuali costanti del moto e interpretarle fisicamente.
- c)** Determinare se il punto P può muoversi in modo tale da mantenersi ad una quota costante sul paraboloid.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale due punti materiali (P_1, m_1) e (P_2, m_2) sono vincolati a muoversi rispettivamente su una circonferenza fissa di raggio R e lungo un asse orizzontale (entrambi i vincoli sono lisci e la distanza tra il centro della circonferenza e l'asse orizzontale è $2R$).

Una molla di costante elastica $k > 0$ collega i due punti.

- a)** Determinare le configurazioni di equilibrio e discuterne la stabilità.
- b)** Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno alla posizione di equilibrio stabile.
- (c) (Facoltativo)** Determinare i modi normali.

ESERCIZIO 3. Data la trasformazione

$$Q = \ln(1 + \sqrt{q} \cos p)$$
$$P = 2(1 + \sqrt{q} \cos p)\sqrt{q} \sin p$$

determinare se è canonica.

(Facoltativo) Trovare una funzione generatrice di tipo $F_3 = F_3(Q, p)$