

ESERCIZIO 1. In un piano verticale un' asta omogenea di lunghezza $2l$ e massa M ruota intorno al suo centro, fissato ad una retta orizzontale.

L' estremo A dell' asta è attratto verso l' orizzontale da una forza elastica di costante $k > 0$ diretta come la verticale. All'estremo B dell' asta è fissato un pendolo semplice costituito da un filo inestensibile di lunghezza l e da un punto materiale P di massa m .

a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.

b) Individuare eventuali costanti del moto e interpretarle fisicamente.

c) (**facoltativo**) Individuata la coordinata di rotazione (dell' intero sistema) scrivere l' espressione del momento angolare.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale un punto materiale P_1 di massa m_1 è vincolato a una circonferenza fissa e liscia di raggio R . Un secondo punto materiale P_2 di massa m_2 si muove senza attrito lungo una guida orizzontale tangente alla circonferenza. I due punti sono collegati da una molla di costante elastica $k > 0$.

a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.

b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno alla posizione di equilibrio stabile.

c) (**facoltativo**) Determinare i modi normali.

Per chi ha seguito il corso prima dell' AA 2008–09: svolgere questo esercizio rispondendo alle domande (a) e (b) dell'ES. 1

ESERCIZIO 3. Data la trasformazione di (sole) coordinate

$$Q(q) = q^2 + \sin q$$

determinare una funzione $P = P(q, p)$ tale che la trasformazione

$$(q, p) \rightarrow (Q, P)$$

sia canonica.