

Esame di Meccanica Razionale

Venerdì 25-09-2015

1. Nel piano cartesiano, verticale, bidimensionale di coordinate (x, y) ed origine O , un'asta monodimensionale di lunghezza L e massa trascurabile ha un estremo vincolato a muoversi sulla retta di equazione $y = x$ con accelerazione costante $\vec{a} = g(1, 1)$. All'estremo libero dell'asta è posta una particella puntiforme di massa m . Si stabilisca
 - se il sistema ammette descrizione lagrangiana e quale sia la funzione di Lagrange,
 - le quantità conservative del sistema e la loro interpretazione fisica,
 - la soluzione delle equazioni del moto.
2. Nel piano verticale \mathbb{R}^2 di coordinate (x, y) ed origine O si considerino un disco di massa M e raggio R che rotola senza strisciare lungo l'asse delle ascisse ed un'asta omogenea di massa M e lunghezza L incernierata ad un suo estremo ad una guida circolare di equazione $(x - a)^2 + y^2 = 1$ con $a > 0$. Sul sistema agisce fra l'estremo vincolato dell'asta ed il centro del disco una forza elastica di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla
 - se il sistema ammette descrizione lagrangiana e, nel caso, si costruisca la funzione lagrangiana,
 - se il sistema ammette descrizione hamiltoniana e, nel caso, si costruisca la funzione di Hamilton,
 - se il sistema ammette quantità conservative e la loro interpretazione fisica.
3. Siano date nello spazio delle fasi $\Gamma \simeq \mathbb{R}^3 \times (0, \infty)$ le coordinate (q_1, q_2, p_1, p_2) e la trasformazione di coordinate

$$\begin{cases} Q_1 = -p_1, & Q_2 = \frac{2q_2}{2^{p_2^2} p_2} \\ P_1 = P_1(q_1), & P_2 = P_2(p_2) \end{cases} .$$

Si stabilisca per quali famiglie di funzioni P_1 e P_2 la trasformazione è canonica.

Valutazione:

Esercizio 1) 7 punti

Esercizio 2) 7 punti

Esercizio 3) 4 punti