

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA (*Laurea in Fisica*)

Prova scritta del 24-02-2017

ESERCIZIO 1 (7 punti)

In un piano verticale un disco omogeneo di raggio R e massa M rotola senza strisciare su una guida orizzontale. Un punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi senza attrito lungo un diametro fissato del disco, ed è soggetto ad una forza elastica di costante $k > 0$ diretta verso il centro del disco.

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Determinare la natura delle coordinate lagrangiane scelte (di traslazione, di rotazione). Individuare tutte le costanti del moto e interpretarle da un punto di vista fisico.
- c) Verificare che il sistema ammette descrizione hamiltoniana e costruire esplicitamente la funzione di Hamilton.

ESERCIZIO 2 (7 punti)

In un piano verticale un'asta omogenea OC di massa M e lunghezza $2L$ ruota attorno al suo estremo O fisso, mentre all'altro estremo C è incardinata una seconda asta omogenea AB di massa $2M$ e lunghezza $4L$ oscillante nel piano attorno a C . Il punto di sospensione (supposto che qui il vincolo sia ideale) si trova a distanza L dall'estremo A dell'asta.

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema (le due aste) e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione rispetto alla posizione di equilibrio stabile.
- c) (**facoltativo**) Determinare i modi normali.

ESERCIZIO 3 (4 punti)

Determinare i parametri reali A, α, β affinché la trasformazione

$$Q = \ln(e^{\alpha p/q})$$

$$P = A q e^{\beta p}$$

sia canonica. Trovare la funzione generatrice di tipo $F_1 = F_1(q, Q)$.