

**MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA** (*Laurea in Fisica*)

**Prova scritta del 23-02-2011**

**ESERCIZIO 1.** In un piano verticale una circonferenza di raggio  $R$  ruota intorno al suo centro  $O$  con velocità angolare  $\omega = \text{cost}$ . Un pendolo semplice di lunghezza  $l$  e massa  $m$  è fissato ad un punto  $Q$  della circonferenza e oscilla nel piano.

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del pendolo in un sistema di riferimento inerziale.
- b) L'hamiltoniana si conserva? Coincide oppure no con l'energia totale?
- c) Assumendo che l'ampiezza di oscillazione intrinseca del pendolo sia piccola, scrivere l'equazione del moto linearizzata.

**ESERCIZIO 2.** In un piano verticale un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $l$  ha un estremo vincolato a scorrere senza attrito lungo una guida orizzontale. L'estremo vincolato dell'asta è sollecitato da una forza elastica di costante  $k > 0$  e con centro in un punto fisso sulla guida (si supponga nulla la lunghezza a riposo della molla).

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno alla posizione di equilibrio stabile.
- (c) (Facoltativo) Determinare i modi normali.

**ESERCIZIO 3.** Data la trasformazione

$$Q = \log\left(\frac{1}{q} \sin p\right)$$

$$P = q \cot g p$$

determinare se è canonica.

(Facoltativo) Qual è il dominio di definizione della trasformazione?