

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA (*Laurea in Fisica*)

Prova scritta del 06-11-2015 (appello straordinario)

ESERCIZIO 1. In un piano verticale una semicirconferenza di massa $3m$ e raggio R è vincolata a scorrere su una guida liscia orizzontale. Un' asta omogenea AB , di massa $2m$ e lunghezza R , ha l'estremo A vincolato a muoversi senza attrito sulla semicirconferenza, e rimane sempre ortogonale rispetto alla tangente. L'estremo B dell' asta è collegato tramite due molle, entrambe di costante $k > 0$, ai punti O e Q fissi sulla guida e posti a distanza $4R$.

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Verificare se è possibile costruire la funzione di Hamilton e determinarla. Si conserva? Coincide con l'energia totale del sistema?
- c) Individuare, tra le soluzioni ammissibili delle equazioni di Lagrange, i moti per i quali l' asta si mantenga in posizione verticale $\forall t$.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale una lamina rettangolare $ABCD$, di lati ℓ e $\ell/4$ e di massa m , ha il lato AD vincolato a muoversi su una guida verticale liscia. Il vertice A della lamina è collegato tramite una molla di costante elastica $k > 0$ a un punto fisso O sulla guida. Un' asta omogenea, di massa m e lunghezza ℓ , ha un estremo incernierato nel vertice B della lamina mentre l' altro estremo E è collegato al vertice C da una seconda molla di costante elastica k .

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema selezionandone una di equilibrio stabile.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema rispetto a tale posizione di equilibrio stabile.
- c) (**facoltativo**) Determinare i modi normali.

ESERCIZIO 3.

Data la trasformazione di coordinate in \mathbb{R}^2

$$\begin{cases} Q = \alpha^3 \ln(q) - \alpha^2 \ln(p), \\ P = (\alpha - 1)pq \end{cases},$$

con α parametro reale. Si stabilisca se esiste e quale il valore minimo di α affinché la trasformazione sia canonica.

Es. 1) 8 punti;
Es. 2) 7 punti;
Es. 3) 3 punti.
Sufficienza: 9 punti