

ESERCIZIO 1. In un piano verticale un' asta omogenea di lunghezza $2l$ e massa M ruota intorno al suo centro, fissato ad una retta orizzontale.

L' estremo A dell' asta è attratto verso l' orizzontale da una forza elastica di costante $k > 0$ diretta come la verticale. All'estremo B dell' asta è fissato un pendolo semplice costituito da un filo inestensibile di lunghezza l e da un punto materiale P di massa m .

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Individuare eventuali costanti del moto e interpretarle fisicamente.
- c) Individuata la coordinata di rotazione (dell' intero sistema), scrivere l' espressione del momento angolare.

ESERCIZIO 2. Un'asta omogenea di massa M e lunghezza l ha un estremo vincolato ad un punto fisso O e può oscillare in un piano verticale. Un punto materiale P di massa m si muove senza attrito sull' asta ed è attratto verso il punto O da una forza elastica di costante $k > 0$.

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno alla posizione di equilibrio stabile.
- c) (**facoltativo**) Determinare i modi normali.

ESERCIZIO 3. Data la trasformazione

$$Q = 2a \log p + \log q$$

$$P = -p^b q \log q ,$$

trovare per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ è canonica.