

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA

Prova scritta del 7-7-2009

ESERCIZIO 1. In un piano verticale un'asta rigida omogenea, di lunghezza l e massa m , si muove con un estremo vincolato a scorrere senza attrito sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo ABC . Il secondo estremo dell'asta è attratto da una forza elastica di costante $k > 0$ diretta ortogonalmente all'asse verticale.

- (a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano.
- (b) Scrivere la lagrangiana del sistema.
- (c) Individuare la natura (traslazione-rotazione) delle coordinate lagrangiane scelte.
- (d) Determinare eventuali costanti di moto e interpretarle da un punto di vista fisico.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale una molla di costante $k > 0$ ha un estremo in un punto fisso O e sostiene, all'altro estremo, un punto materiale P_1 di massa m . Una seconda molla, con la stessa costante elastica k , collega P_1 a un altro punto materiale P_2 di massa m . P_1 e P_2 sono vincolati a muoversi lungo la verticale per O . Si determinino:

- (a) la configurazione di equilibrio stabile;
- (b) le frequenze proprie di oscillazione del sistema;
- (c) (**FACOLTATIVO**) le coordinate normali.

PER CHI HA SEGUITO IL CORSO IN ANNI PRECEDENTI:

svolgere questo esercizio rispondendo alle stesse domande poste nell'esercizio 1.

ESERCIZIO 3. Mostrare che la trasformazione tra coordinate e momenti

$$\begin{aligned} Q &= -p \\ P &= q + Ap^2, \end{aligned}$$

dove A è una costante arbitraria $\neq 0$, è canonica. Trovare inoltre la funzione generatrice di tipo $F_1 = F_1(q, Q)$.