

## MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA

Prova scritta del 19-02-2010

### ESERCIZIO 1

In un piano verticale una lamina di massa  $M$  avente la forma di un quadrato con lati di lunghezza  $2R$ , privato dei due semicerchi di raggio  $R$  con centri nei punti  $C$  (punto medio di  $AB$ ) e  $D$  (punto medio di  $EF$ ), si muove senza attrito lungo una guida orizzontale. Un'asta, di massa  $m$  e lunghezza  $R$  ha gli estremi  $P$  e  $Q$  vincolati a muoversi senza attrito nella semicirconferenza superiore.

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano
- b) Scrivere la lagrangiana e individuare le costanti del moto, interpretandole da un punto di vista fisico
- c) Tra tutti i moti possibili del sistema, esiste un moto per cui l'asta si mantenga costantemente a riposo rispetto alla lamina?

### ESERCIZIO 2

In un piano verticale un'asta  $AB$  di lunghezza  $2\ell$  e massa  $m$  ha gli estremi  $A$  e  $B$  collegati tramite due molle di uguale costante elastica  $k > 0$  a due punti  $P$  e  $Q$  fissati e posti a distanza  $a$  su un asse orizzontale. Si determinino:

- (a) una configurazione di equilibrio stabile;
- (b) le frequenze proprie di oscillazione del sistema;
- (c) (FACOLTATIVO) le coordinate normali.

### ESERCIZIO 3.

Mostrare che la trasformazione tra coordinate e momenti

*DAMETTERE*

è canonica.