

**MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA** (*Laurea in Fisica*)

**Prova scritta del 23-07-2010**

**ESERCIZIO 1.** In un piano verticale un' asta omogenea di lunghezza  $2l$  e massa  $M$  ruota intorno al suo centro, fissato ad una retta orizzontale.

L'estremo  $A$  dell' asta è attratto verso l' orizzontale da una forza elastica di costante  $k > 0$  diretta come la verticale. All'estremo  $B$  dell' asta è fissato un pendolo semplice costituito da un filo inestensibile di lunghezza  $l$  e da un punto materiale  $P$  di massa  $m$ .

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Individuare eventuali costanti del moto e interpretarle fisicamente.
- c) (facoltativo) Individuata la coordinata di rotazione (dell' intero sistema) scrivere l' espressione del momento angolare.

**ESERCIZIO 2.** In un piano verticale un punto materiale  $P_1$  di massa  $m_1$  è vincolato a una circonferenza fissa e liscia di raggio  $R$ . Un secondo punto materiale  $P_2$  di massa  $m_2$  si muove senza attrito lungo una guida orizzontale tangente alla circonferenza. I due punti sono collegati da una molla di costante elastica  $k > 0$ .

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema attorno alla posizione di equilibrio stabile.
- (c) (facoltativo) Determinare i modi normali.  
Per chi ha seguito il corso prima dell' AA 2008–09: svolgere questo esercizio rispondendo alle domande (a) e (b) dell'ES. 1

**ESERCIZIO 3.** Data la trasformazione di (sole) coordinate

$$Q(q) = q^2 + \sin q$$

determinare una funzione  $P = P(q, p)$  tale che la trasformazione

$$(q, p) \rightarrow (Q, P)$$

sia canonica.