

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA (*Laurea in Fisica*)

Prova scritta del 25/09/2018

ESERCIZIO 1. In un piano verticale, un'asta omogenea \overline{AB} di lunghezza 2ℓ e massa M ha il baricentro C in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale (e quindi è libera solo di ruotare intorno a C). Due pendoli identici di lunghezza ℓ e massa m sono sospesi agli estremi A e B dell'asta e sono vincolati a oscillare in fase poiché connessi da un filo inestensibile di massa trascurabile ($P_1P_2 = 2\ell$).

- a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano e scrivere la lagrangiana del sistema.
- b) Individuare le costanti del moto e discutere il loro significato fisico.
- c) Risolvere le equazioni del moto linearizzate.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale, un'asta omogenea \overline{AB} di lunghezza 2ℓ e massa M ha il punto C , posto a distanza $\ell/2$ da A , in quiete rispetto a un sistema di riferimento inerziale. Un disco omogeneo, di massa M e raggio R , rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale passante per C . Tra il punto di contatto del disco e il baricentro dell'asta agisce una forza elastica di costante k positiva. Dopo aver scritto la lagrangiana,

- a) Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema nel caso $2Mg \geq k\ell$ e discuterne la stabilità.
- b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema rispetto alla posizione di equilibrio stabile.

ESERCIZIO 3. Data la trasformazione di sole coordinate e dipendente dal tempo

$$Q = \frac{1}{2}(at^2 + bq^2)$$

con a e b costanti non nulle:

- a) Determinare $P = P(q, p, t)$ in modo che la trasformazione risultante sia canonica.
- b) Trovare la funzione generatrice di tipo $F_2 = F_2(q, P, t)$.
- c) Data una qualsiasi hamiltoniana $H(q, p)$, come si determinerebbe la nuova hamiltoniana $K(Q, P, t)$?