

MECCANICA RAZIONALE E ANALITICA

Prova scritta del 11-07-2011

ESERCIZIO 1. In un piano verticale due aste AC e BC di uguale massa m e lunghezza ℓ hanno i rispettivi estremi A e B vincolati a una guida liscia orizzontale e sono collegati tra loro da una molla di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla.

(Il vincolo in C è per ipotesi olonomo e a lavoro virtuale nullo).

a) Verificare l'applicabilità del formalismo lagrangiano

b) Scrivere la lagrangiana e individuare le costanti del moto, interpretandole da un punto di vista fisico

c) Scrivere le equazioni di Lagrange e trovarne la soluzione generale nell' ipotesi che l'angolo formato dalle due aste sia piccolo.

ESERCIZIO 2. In un piano verticale un punto materiale P_1 di massa m_1 è vincolato a una circonferenza fissa e liscia di raggio R . Un secondo punto materiale P_2 di massa m_2 si muove senza attrito lungo una guida orizzontale tangente alla circonferenza. I due punti sono collegati da una molla di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla.

a) Determinare le configurazioni di equilibrio per il sistema e discuterne la stabilità.

b) Calcolare le frequenze proprie di oscillazione del sistema rispetto a una posizione di equilibrio stabile.

(c) (facoltativo) Determinare i modi normali.

Per chi ha seguito il corso prima dell' AA 2008–09: svolgere questo esercizio rispondendo alle domande a) e b) dell'ES. 1

ESERCIZIO 3. Data la trasformazione di (sole) coordinate

$$Q(q) = q^2 - \cos q$$

determinare una funzione $P = P(q, p)$ tale che la trasformazione

$$(q, p) \rightarrow (Q, P)$$

sia canonica in un dominio opportuno.