

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
Учебный центр общей физики ФТФ

Группа:	Group	К работе допущен:
Студент:	sltKaguya	Работа выполнена:
Преподаватель:	Teacher	Отчёт принят:

Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы:
Исследование распределения случайной величины.
2. Задачи, решаемые при выполнении работы:
 - (a) Провести многократные измерения определённого интервала времени.
 - (b) Построить гистограмму распределения результатов измерения.
 - (c) Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
 - (d) Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.
3. Объект исследования:
Случайная величина.
4. Метод экспериментального исследования:
Прямое измерение (времени).

5. Рабочие формулы и исходные данные:

N – полное количество измерений.

$\langle t \rangle = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех измерений.

ΔN – количество результатов, попавших в интервал $[t; t + \Delta t]$.

$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.

$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$ – функция Гаусса, описывает нормальное распределение.

$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.

$\Delta\langle t \rangle = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – расчёт доверительного интервала.

$\alpha = 0.95$ – доверительная вероятность.

$t_{\alpha,N} = 2.0086$ – коэффициент Стьюдента (табличный).

$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.

$\Delta t = \sqrt{\theta_{\text{приб.}}^2 + \Delta^2 \langle t \rangle}$ – расчёт абсолютной погрешности.

$\delta = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} 100\%$ – расчёт относительной погрешности.

$\left. \begin{array}{l} t \in [\langle t \rangle - \sigma, \langle t \rangle + \sigma], \quad P_\sigma = 0.683 \\ t \in [\langle t \rangle - 2\sigma, \langle t \rangle + 2\sigma], \quad P_\sigma = 0.954 \\ t \in [\langle t \rangle - 3\sigma, \langle t \rangle + 3\sigma], \quad P_\sigma = 0.997 \end{array} \right\}$ – вероятность для нормального распределения в случае стандартных интервалов.

6. Измерительные приборы:

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Электронный	От 0 до 6 с	0.01 с

7. Схема установки:

8. Результаты прямых измерений и их обработки:

№	$t_i, \text{с}$	$t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$
1	5.110	0.0112	0.00012544
2	5.090	-0.0088	0.00007744
3	5.090	-0.0088	0.00007744
4	5.060	-0.0388	0.00150544
5	5.030	-0.0688	0.00473344
6	5.260	0.1612	0.02598544
7	5.200	0.1012	0.01024144
8	5.270	0.1712	0.02930944
9	4.980	-0.1188	0.01411344
10	5.010	-0.0888	0.00788544
11	5.090	-0.0088	0.00007744
12	5.090	-0.0088	0.00007744
13	5.160	0.0612	0.00374544
14	5.060	-0.0388	0.00150544
15	5.480	0.3812	0.14531344
16	5.170	0.0712	0.00506944
17	5.090	-0.0088	0.00007744
18	5.130	0.0312	0.00097344
19	5.110	0.0112	0.00012544
20	5.040	-0.0588	0.00345744
21	5.060	-0.0388	0.00150544
22	5.060	-0.0388	0.00150544
23	4.980	-0.1188	0.01411344
24	5.180	0.0812	0.00659344
25	5.030	-0.0688	0.00473344
26	5.240	0.1412	0.01993744
27	5.140	0.0412	0.00169744
28	5.180	0.0812	0.00659344

29	5.110	0.0112	0.00012544
30	5.010	-0.0888	0.00788544
31	5.010	-0.0888	0.00788544
32	5.160	0.0612	0.00374544
33	5.090	-0.0088	0.00007744
34	4.960	-0.1388	0.01926544
35	5.080	-0.0188	0.00035344
36	5.130	0.0312	0.00097344
37	5.140	0.0412	0.00169744
38	4.960	-0.1388	0.01926544
39	5.180	0.0812	0.00659344
40	5.060	-0.0388	0.00150544
41	5.080	-0.0188	0.00035344
42	4.960	-0.1388	0.01926544
43	5.030	-0.0688	0.00473344
44	5.300	0.2012	0.04048144
45	5.110	0.0112	0.00012544
46	4.990	-0.1088	0.01183744
47	5.110	0.0112	0.00012544
48	4.980	-0.1188	0.01411344
49	5.060	-0.0388	0.00150544
50	5.040	-0.0588	0.00345744
	$\langle t \rangle_N = 5.0988$ с	$\sum_{i=1}^N t_i - \langle t \rangle_N = 0$ с	$\sigma_N \approx 0.09861573$ $\rho_{max} \approx 4.04542237$

9. Расчёт результатов косвенных измерений:

$$t_{min} = 4.96, t_{max} = 5.48, \sqrt{N} \approx 7$$

К промежутку $[t_{min}; t_{max}]$ длиной в 0.52 (с) были добавлены по 0.02 (с) с каждой стороны, таким образом промежуток $[4.94; 5.50]$ делится на 7 равных участков, $\Delta t = 0.08$ (с).

Границы интервала	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, \text{ c}^{-1}$	$t, \text{ c}$	$\rho, \text{ c}^{-1}$
4.94 5.02	10	2.50	4.98	1.9581
5.02 5.10	19	4.75	5.06	3.7441
5.10 5.18	15	3.75	5.14	3.7073
5.18 5.26	3	0.75	5.22	1.9009
5.26 5.34	2	0.5	5.30	0.5047
5.34 5.42	0	0	5.38	0.0694
5.42 5.50	1	0.25	5.46	0.0049

Стандартные доверительные интервалы:

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle \pm \sigma_N$	5.00	5.20	38	0.76	0.683
$\langle t \rangle \pm 2\sigma_N$	4.90	5.30	49	0.98	0.954
$\langle t \rangle \pm 3\sigma_N$	4.80	5.39	50	1	0.997

10. Расчёт погрешностей измерения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = 0.0139$$

Абсолютная погрешность:

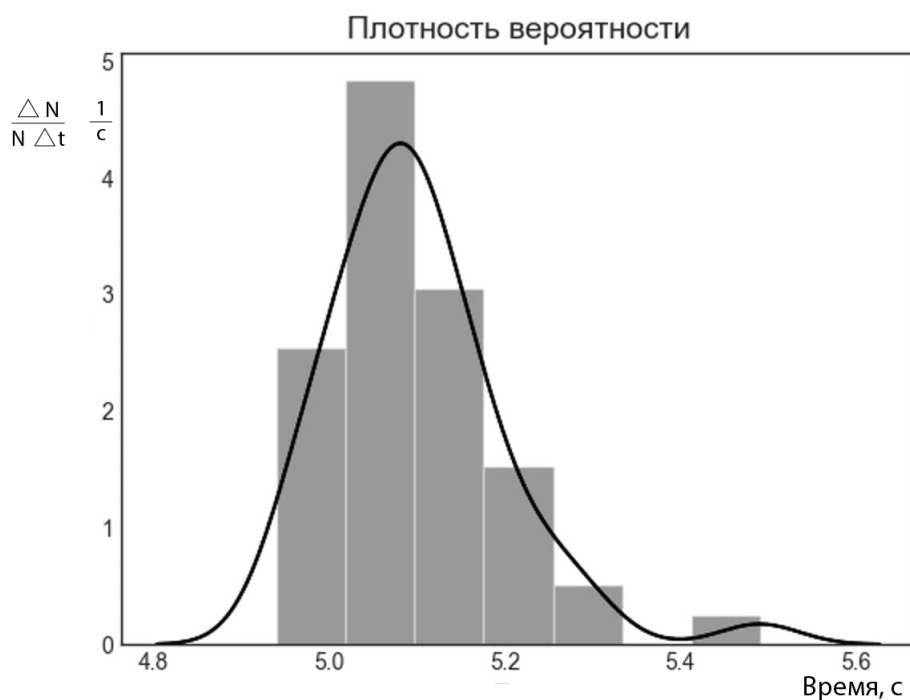
$$\Delta \langle t \rangle = 0.198079555278$$

$$\Delta t = \sqrt{0.01^2 + 0.198079555278^2} \approx 0.1983 \text{ (с)}.$$

Относительная погрешность:

$$\delta_t \approx 3.890\%.$$

11. Графики: гистограмма и график плотности вероятности измеренного значения:



12. Окончательные результаты:

$$t = \langle t \rangle + \Delta t = 5.0988 \pm 0.1981 \text{ с}.$$

На основе 50 прямых измерений и ещё кучи косвенных была построена гистограмма распределения значений и график нормального распределения для данных значений.

13. Выводы и анализы результатов работы:

Был исследован закон распределения случайной величины, построена гистограмма и функция Гаусса для сравнения. Гистограмма вполне соответствует графику

14. Дополнительные задания:

15. Выполнение дополнительных заданий:

16. Замечания преподавателя: