

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики
Учебный центр общей физики ФТФ

| | | |
|----------------|-----------|-------------------|
| Группа: | Group | К работе допущен: |
| Студент: | sltKaguya | Работа выполнена: |
| Преподаватель: | Teacher | Отчёт принят: |

Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы:
Исследование распределения случайной величины.
2. Задачи, решаемые при выполнении работы:
 - (a) Провести многократные измерения определённого интервала времени.
 - (b) Построить гистограмму распределения результатов измерения.
 - (c) Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
 - (d) Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.
3. Объект исследования:
Случайная величина.
4. Метод экспериментального исследования:
Прямое измерение (времени).

5. Рабочие формулы и исходные данные:

N – полное количество измерений.

$\langle t \rangle = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех измерений.

ΔN – количество результатов, попавших в интервал $[t; t + \Delta t]$.

$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.

$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$ – функция Гаусса, описывает нормальное распределение.

$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.

$\Delta\langle t \rangle = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – расчёт доверительного интервала.

$\alpha = 0.95$ – доверительная вероятность.

$t_{\alpha,N} = 2.0086$ – коэффициент Стьюдента (табличный).

$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.

$\Delta t = \sqrt{\theta_{\text{приб.}}^2 + \Delta^2 \langle t \rangle}$ – расчёт абсолютной погрешности.

$\delta = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} 100\%$ – расчёт относительной погрешности.

$\left. \begin{array}{l} t \in [\langle t \rangle - \sigma, \langle t \rangle + \sigma], \quad P_\sigma = 0.683 \\ t \in [\langle t \rangle - 2\sigma, \langle t \rangle + 2\sigma], \quad P_\sigma = 0.954 \\ t \in [\langle t \rangle - 3\sigma, \langle t \rangle + 3\sigma], \quad P_\sigma = 0.997 \end{array} \right\}$ – вероятность для нормального распределения в случае стандартных интервалов.

6. Измерительные приборы:

| № п/п | Наименование | Тип прибора | Используемый диапазон | Погрешность прибора |
|-------|--------------|-------------|-----------------------|---------------------|
| 1 | Секундомер | Электронный | От 0 до 6 с | 0.01 с |

7. Схема установки:

8. Результаты прямых измерений и их обработки:

| № | t_i , с | $t_i - \langle t \rangle_N$, с | $(t_i - \langle t \rangle_N)^2$, с ² |
|----|-----------|---------------------------------|--|
| 1 | 5.110 | 0.0112 | 0.00012544 |
| 2 | 5.090 | -0.0088 | 0.00007744 |
| 3 | 5.090 | -0.0088 | 0.00007744 |
| 4 | 5.060 | -0.0388 | 0.00150544 |
| 5 | 5.030 | -0.0688 | 0.00473344 |
| 6 | 5.260 | 0.1612 | 0.02598544 |
| 7 | 5.200 | 0.1012 | 0.01024144 |
| 8 | 5.270 | 0.1712 | 0.02930944 |
| 9 | 4.980 | -0.1188 | 0.01411344 |
| 10 | 5.010 | -0.0888 | 0.00788544 |
| 11 | 5.090 | -0.0088 | 0.00007744 |
| 12 | 5.090 | -0.0088 | 0.00007744 |
| 13 | 5.160 | 0.0612 | 0.00374544 |
| 14 | 5.060 | -0.0388 | 0.00150544 |
| 15 | 5.480 | 0.3812 | 0.14531344 |
| 16 | 5.170 | 0.0712 | 0.00506944 |
| 17 | 5.090 | -0.0088 | 0.00007744 |
| 18 | 5.130 | 0.0312 | 0.00097344 |
| 19 | 5.110 | 0.0112 | 0.00012544 |
| 20 | 5.040 | -0.0588 | 0.00345744 |
| 21 | 5.060 | -0.0388 | 0.00150544 |
| 22 | 5.060 | -0.0388 | 0.00150544 |
| 23 | 4.980 | -0.1188 | 0.01411344 |
| 24 | 5.180 | 0.0812 | 0.00659344 |
| 25 | 5.030 | -0.0688 | 0.00473344 |
| 26 | 5.240 | 0.1412 | 0.01993744 |
| 27 | 5.140 | 0.0412 | 0.00169744 |
| 28 | 5.180 | 0.0812 | 0.00659344 |

| | | | |
|----|----------------------------------|--|--|
| 29 | 5.110 | 0.0112 | 0.00012544 |
| 30 | 5.010 | -0.0888 | 0.00788544 |
| 31 | 5.010 | -0.0888 | 0.00788544 |
| 32 | 5.160 | 0.0612 | 0.00374544 |
| 33 | 5.090 | -0.0088 | 0.00007744 |
| 34 | 4.960 | -0.1388 | 0.01926544 |
| 35 | 5.080 | -0.0188 | 0.00035344 |
| 36 | 5.130 | 0.0312 | 0.00097344 |
| 37 | 5.140 | 0.0412 | 0.00169744 |
| 38 | 4.960 | -0.1388 | 0.01926544 |
| 39 | 5.180 | 0.0812 | 0.00659344 |
| 40 | 5.060 | -0.0388 | 0.00150544 |
| 41 | 5.080 | -0.0188 | 0.00035344 |
| 42 | 4.960 | -0.1388 | 0.01926544 |
| 43 | 5.030 | -0.0688 | 0.00473344 |
| 44 | 5.300 | 0.2012 | 0.04048144 |
| 45 | 5.110 | 0.0112 | 0.00012544 |
| 46 | 4.990 | -0.1088 | 0.01183744 |
| 47 | 5.110 | 0.0112 | 0.00012544 |
| 48 | 4.980 | -0.1188 | 0.01411344 |
| 49 | 5.060 | -0.0388 | 0.00150544 |
| 50 | 5.040 | -0.0588 | 0.00345744 |
| | $\langle t \rangle_N = 5.0988$ с | $\sum_{i=1}^N t_i - \langle t \rangle_N = 0$ с | $\sigma_N \approx 0.09861573$ $\rho_{max} \approx 4.04542237$ |

9. Расчёт результатов косвенных измерений:

$$t_{min} = 4.96, t_{max} = 5.48, \sqrt{N} \approx 7$$

К промежутку $[t_{min}; t_{max}]$ длиной в 0.52 (с) были добавлены по 0.02 (с) с каждой стороны, таким образом промежуток $[4.94; 5.50]$ делится на 7 равных участков, $\Delta t = 0.08$ (с).

| Границы интервала | ΔN | $\frac{\Delta N}{N \Delta t}, \text{ c}^{-1}$ | $t, \text{ c}$ | $\rho, \text{ c}^{-1}$ |
|-------------------|------------|---|----------------|------------------------|
| 4.94 5.02 | 10 | 2.50 | 4.98 | 1.9581 |
| 5.02 5.10 | 19 | 4.75 | 5.06 | 3.7441 |
| 5.10 5.18 | 15 | 3.75 | 5.14 | 3.7073 |
| 5.18 5.26 | 3 | 0.75 | 5.22 | 1.9009 |
| 5.26 5.34 | 2 | 0.5 | 5.30 | 0.5047 |
| 5.34 5.42 | 0 | 0 | 5.38 | 0.0694 |
| 5.42 5.50 | 1 | 0.25 | 5.46 | 0.0049 |

Стандартные доверительные интервалы:

| | Интервал, с | | ΔN | $\frac{\Delta N}{N}$ | P |
|-----------------------------------|-------------|------|------------|----------------------|-------|
| | от | до | | | |
| $\langle t \rangle \pm \sigma_N$ | 5.00 | 5.20 | 38 | 0.76 | 0.683 |
| $\langle t \rangle \pm 2\sigma_N$ | 4.90 | 5.30 | 49 | 0.98 | 0.954 |
| $\langle t \rangle \pm 3\sigma_N$ | 4.80 | 5.39 | 50 | 1 | 0.997 |

10. Расчёт погрешностей измерения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = 0.0139$$

Абсолютная погрешность:

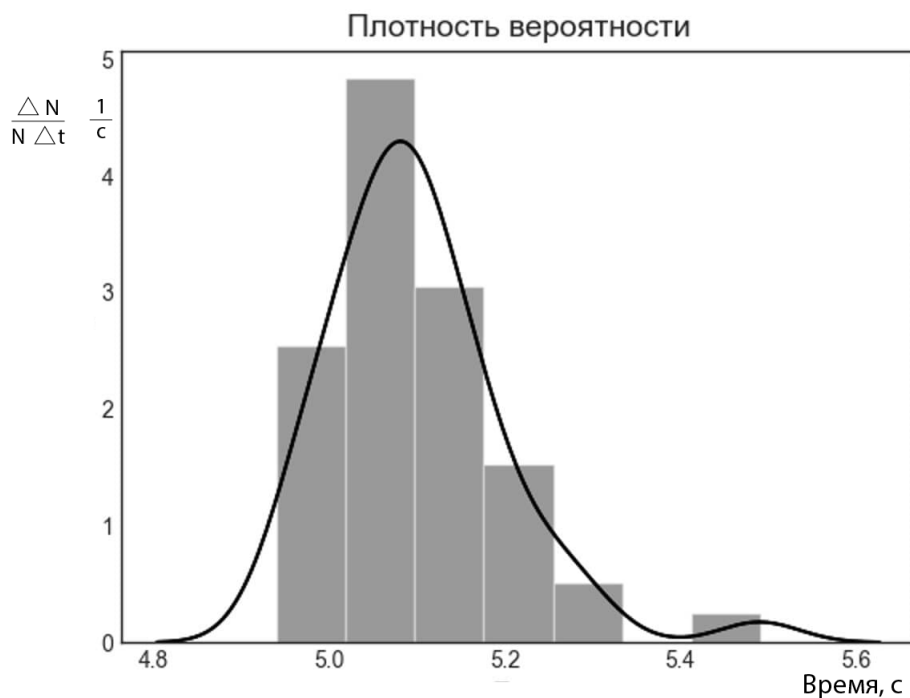
$$\Delta \langle t \rangle = 0.198079555278$$

$$\Delta t = \sqrt{0.01^2 + 0.198079555278^2} \approx 0.1983 \text{ (с)}.$$

Относительная погрешность:

$$\delta_t \approx 3.890\%.$$

11. Графики: гистограмма и график плотности вероятности измеренного значения:



12. Окончательные результаты:

$$t = \langle t \rangle + \Delta t = 5.0988 \pm 0.1981 \text{ с}.$$

На основе 50 прямых измерений и ещё кучи косвенных была построена гистограмма распределения значений и график нормального распределения для данных значений.

13. Выводы и анализы результатов работы:

Был исследован закон распределения случайной величины, построена гистограмма и функция Гаусса для сравнения. Гистограмма вполне соответствует графику

14. Дополнительные задания:

15. Выполнение дополнительных заданий:

16. Замечания преподавателя: