



Relasi Perulangan

Elsa Elvira Awal, M.Kom

Baris dan Deret

- Baris
 - Sekumpulan bilangan yang disusun secara teratur
 - Setiap bilangan diidentifikasi dengan nomor urut/index
 - Memiliki pola tertentu
 - Contoh 2, 4, 6, 8, 10, ...
- Cara menentukan suku ke- i dari suatu baris
 - Menggunakan indeks
 - Relasi Perulangan (Recurrence Relation)

Indeks Suku ke-i

- Tentukan suku ke-i dari baris berikut:
 - 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 (cari suku ke-4 dan ke-8)
 - 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2, ... (cari suku ke-8)
 - 3, 9, 27, 81, ..., ... (cari suku ke-5 dan suku-6)
 - $\dots, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots, \dots$ (cari suku ke-0, ke-4, dan ke-5)

Relasi Perulangan (Relasi Rekursif)

- Relasi rekursif adalah sebuah rumus yang mendefinisikan suku ke- n dalam sebuah barisan sebagai fungsi dari satu atau lebih suku sebelumnya.
- Ini berarti bahwa untuk menentukan suku ke- n , kita perlu mengetahui satu atau lebih suku sebelumnya.
- Kondisi awal adalah nilai yang diberikan secara eksplisit untuk satu atau beberapa suku pertama dari barisan.
- Kondisi ini digunakan untuk memulai perhitungan menggunakan relasi rekursif.
- Dengan menggunakan relasi rekursif dan kondisi awal, kita bisa menghitung setiap suku dalam barisan berdasarkan suku sebelumnya.

Contoh 1

- Barisan 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19
- Barisan ini memiliki pola penambahan 2 disetiap sukunya. Dengan kata lain, untuk setiap suku ke-n kita dapat menyatakannya sebagai:
- $a_n = a_{n-1} + 2$, dengan kondisi awal $a_1 = 1$
- Jadi, relasi rekursifnya adalah: $a_n = a_{n-1} + 2$, dengan $a_1 = 1$

Contoh 2

- Barisan 20, 17, 14, 11, 8, 5, 2, ...
- Barisan ini memiliki pola pengurangan 3 di setiap sukunya. Dengan kata lain, untuk setiap suku ke- n , kita dapat menyatakannya sebagai:
- $a_n = a_{n-1} - 3$, dengan kondisi awal $a_1 = 20$
- Jadi, relasi rekursifnya adalah: $a_n = a_{n-1} - 3$, dengan $a_1 = 20$

Contoh 3

- Barisan 3, 9, 27, 81, ...
- Barisan ini adalah barisan geometri dengan rasio perkalian 3. Setiap suku adalah 3 kali suku sebelumnya:
- $a_n = 3 \times a_{n-1}$, dengan kondisi awal $a_1 = 3$
- Jadi, relasi rekursifnya adalah: $a_n = 3 \times a_{n-1}$, dengan $a_1 = 3$

Contoh 4

- Barisan $\dots, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots$
- Ini adalah barisan geometri dengan rasio perkalian $\frac{1}{4}$. Setiap suku adalah $\frac{1}{4}$ dari suku sebelumnya:
- $a_n = \frac{1}{4} \times a_{n-1}$, dengan kondisi awal $a_1 = \frac{1}{4}$
- Jadi, relasi rekursifnya adalah: $a_n = \frac{1}{4} \times a_{n-1}$, dengan $a_1 = \frac{1}{4}$

Relasi Rekursif

- Beberapa metode mencari rumus langsung dari relasi perulangan:
 - Forward substitution
 - Backward substitution

Contoh Backward Substitution

- Baris 1, 2, 3, 4, ...
- Diketahui:
 - Relasi rekursif: $U_n = U_{n-1} + 1$
 - Kondisi awal: $U_1 = 1$

Langkah-langkah Backward

- Mulai dari rumus rekursif $U_n = U_{n-1} + 1$
- Substitusikan U_{n-1} menggunakan rumus rekursif:
 - $U_{n-1} = U_{n-2} + 1$
 - Sehingga: $U_n = (U_{n-2} + 1) + 1 = U_{n-2} + 2$
- Lanjutkan dengan substitusi untuk U_{n-2} :
 - $U_{n-2} = U_{n-3} + 1$
 - Maka: $U_n = (U_{n-3} + 1) + 2 = U_{n-3} + 3$
- Ulangi proses ini hingga mencapai U_1



Thank You