HIMPUNAN

DWI SULISTYA K, M.Pd
TEKNIK INFORMATIKA
UBP KARAWANG

DEFINISI

- Himpunan (*set*) adalah kumpulan objek-objek yang *berbeda*.

- Objek didalam himpunan disebut **elemen**, **unsur**, atau **anggota**.
- Jelas definisi disini adalah bias dibedakan satu sama lain.
- HIMATIF adalah contoh sebuah himpunan, didalamnya berisi anggota berupa mahasiswa Teknik Informatika. Tiap mahasiswa berbeda satu sama lain.

- Satu *set* huruf (besar dan kecil)

CARA PENYAJIAN HIMPUNAN

1.Enumerasi

Setiap anggota himpunan didaftarkan secara rinci.

Contoh 1.

- Himpunan empat bilangan asli pertama: $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
-Himpunan lima bilangan genap positif pertama: $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.
-$R = \{ a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\} \}$
-$C = \{a, \{a\}, \{\{a\}\} \}$
-$K = \{ \{\} \}$
-Himpunan 100 buah bilangan asli pertama: $\{1,2,...,100\}$
-Himpunan bilangan bulat ditulis sebagai $\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$.

KEANGGOTAAN

X ∈ A : x merupakan anggota himpunan A → x element A

X ∉ A : x **bukan** merupakan anggota himpunan A → x non element A

A adalah himpunan 5 hewan berkaki empat.

A = {kambing, sapi, kucing, badak, cicak}

Kambing ∈ A → benar

Badak ∈ A → benar

Ular ∈ A → salah

Kelabang ∉ A → benar

Cumi-cumi ∉ A → benar

Contoh 2. Misalkan:

A= {1, 2, 3, 4}, *R*= { *a*, *b*, {*a*, *b*, c}, {*a*, c} }

K= {{}} → himpunan kosong. Tidak punya anggota

Maka

$3 \in A$ → betul

{a, b, c} ∈ R

c ∉ R -- betul

{} ∈ K --betul

{} ∉ R -- betul

SIMBOL-SIMBOL BAKU

P = himpunan bilangan bulat positif = { 1, 2, 3, ... }

N = himpunan bilangan alami (natural) = { 1, 2, ... }

Z = himpunan bilangan bulat= { ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... }

Q = himpunan bilangan rasional

R = himpunan bilangan riil

C = himpunan bilangan kompleks

Himpunan yang universal : **semesta**, disimbolkan dengan U.

Contoh: Misalkan U = {1,2,3,4,5} dan *A* adalah himpunan bagian dari U, dengan *A* = {1,3,5}.

NOTASI PEMBENTUK HIMPUNAN

Notasi: { x | syarat yang harus dipenuhi oleh x }

Dibaca: x sedemikian hingga dimana syarat yang harus dipenuhi oleh x

Contoh .

(i) A adalah himpunan bilangan bulat positif kecil dari 5

A = { x | x bilangan bulat positif lebih kecil dari 5}

A adalah himpunan dimana x sedemikian hingga x adalah bilangan bulat positif lebih kecil dari 5

atau $A = \{ x \mid x \in P, x < 5 \}$ yang ekivalen dengan $A = \{1, 2, 3, 4\}$

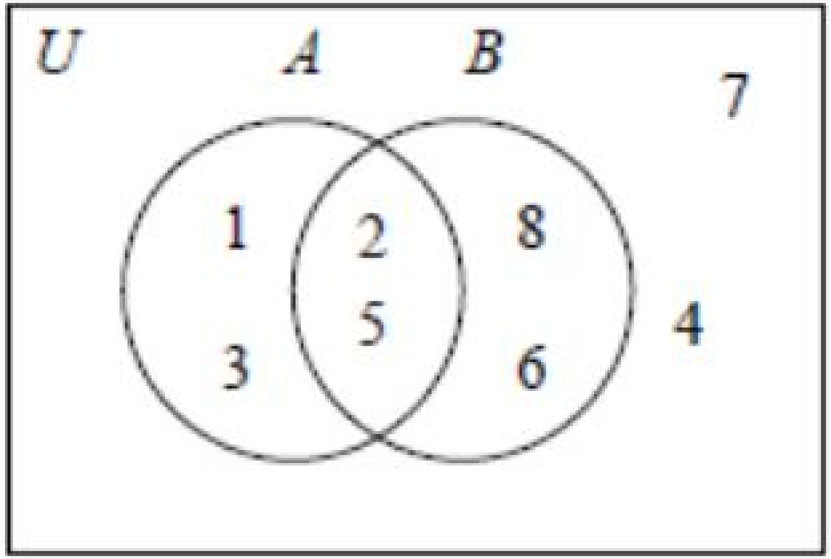
DIAGRAM VENN

Contoh

Misalkan U = {1, 2, …, 7, 8}

A = {1, 2, 3, 5} dan B = {2, 5, 6, 8}

DiagramVenn:



KARDINALITAS

Jumlah elemen didalam *A* disebut **cardinal** dari himpunan *A*.
Notasi: $n(A)$ atau $|A|$

Contoh

(i) $B = \{x | x$ merupakan bilangan prima lebih kecil dari 20$\}$,
Atau $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ maka $|B|=8$

(ii) $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$, maka $|A|= 3$

HIMPUNAN KOSONG (NULL SET)

- Himpunan dengan kardinal = 0 disebut himpunan kosong (*null set*).
- Notasi : $\varnothing$ atau $\{\}$

Contoh

(i) $E = \{ x \mid x < x \}$, maka $n(E) = 0$

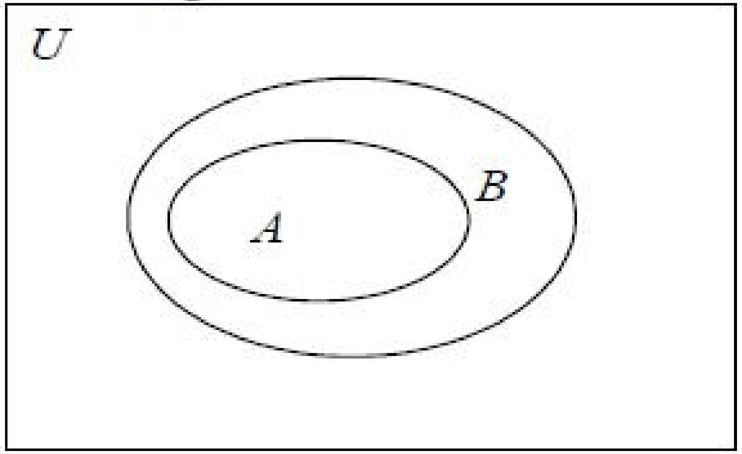
(ii) $P = \{$ orang Indonesia yang pernah ke bulan $\}$, maka $n(P) = 0$

(iii) $A = \{x \mid x$ adalah akar persamaan kuadrat $x^2 + 1 = 0 \}$, $n(A) = 0$

- himpunan $\{\{ \}\}$ dapat juga ditulis sebagai $\{\varnothing\}$
- himpunan $\{\{ \}, \{\{ \}\}\}$ dapat juga ditulis sebagai $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$
- $\{\varnothing\}$ bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu himpunan kosong.

HIMPUNAN BAGIAN (*SUBSET*)

- Himpunan A dikatakan himpunan bagian dari himpunan B jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen dari B.
- Dalam hal ini, B dikatakan *superset* dari A.
- Notasi: $A \subseteq B$
- Diagram Venn:



CONTOH

(i) $\{ 1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$
(ii) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$
(iii) $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{C}$
(iv) Jika $A = \{ (x, y) \mid x + y < 4, x \geq, y \geq 0 \}$ dan
$B = \{ (x, y) \mid 2x + y < 4, x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0 \}$, maka $B \subseteq A$.

TEOREMA 1. Untuk sembarang himpunan A berlaku hal-hal sebagai berikut:
(a) A adalah himpunan bagian dari A itu sendiri (yaitu, $A \subseteq A$).
(b) Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari A
($\varnothing \subseteq A$).
(c) Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

- $\varnothing \subseteq A$ dan $A \subseteq A$, maka $\varnothing$ dan A disebut himpunan bagian tak sebenarnya (*improper subset*) dari himpunan A.

  Contoh: $A = \{1, 2, 3\}$, maka $\{1, 2, 3\}$ dan $\varnothing$ adalah *improper subset* dari A.

- $A \subseteq B$ berbeda dengan $A \subset B$

  (i) $A \subset B$: A adalah himpunan bagian dari B tetapi $A \neq B$.

  A adalah himpunan bagian sebenarnya (*proper subset*) dari B.

  Contoh: $\{1\}$ dan $\{2, 3\}$ adalah *proper subset* dari $\{1, 2, 3\}$

  (ii) $A \subseteq B$: digunakan untuk menyatakan bahwa A adalah himpunan bagian (*subset*) dari B yang memungkinkan $A = B$.

HIMPUNAN YANG SAMA

- $A = B$ jika dan hanya jika setiap elemen A merupakan elemen B dan sebaliknya setiap elemen B merupakan elemen A.

- $A = B$ jika A adalah himpunan bagian dari B dan B adalah himpunan bagian dari A. Jika tidak demikian, maka $A \neq B$.

- Notasi : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$

CONTOH

(i) Jika $A = \{ 0, 1 \}$ dan $B = \{ x \mid x (x - 1) = 0 \}$, maka $A = B$
(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{5, 3, 8 \}$, maka $A = B$
(iii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{3, 8\}$, maka $A \neq B$

Untuk tiga buah himpunan, A, B, dan C berlaku aksioma berikut:

(a) $A = A$, $B = B$, dan $C = C$
(b) jika $A = B$, maka $B = A$
(c) jika $A = B$ dan $B = C$, maka $A = C$

HIMPUNAN YANG EKIVALEN

- Himpunan A dikatakan ekivalen dengan himpunan B jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.

- Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$

Contoh 10.

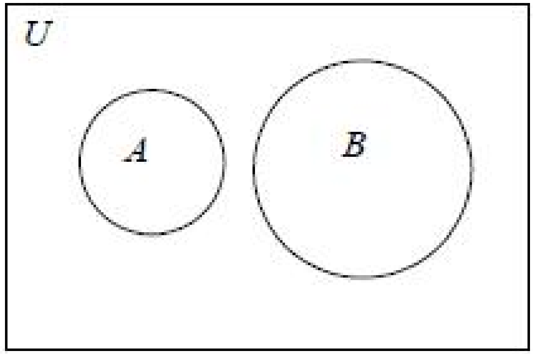
Misalkan $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ a, b, c, d \}$, maka
$A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

HIMPUNAN SALING LEPAS

- Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.

- Notasi : $A \,//\, B$

- Diagram Venn:



Contoh

Jika $A = \{ x \mid x \in P, x < 8 \}$ dan $B = \{ 10, 20, 30, \ldots \}$, maka $A \,//\, B$.

HIMPUNAN KUASA

- Himpunan kuasa (*power set*) dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri.

- Notasi : $P(A)$ atau 2^A

- Jika $|A| = m$, maka $|P(A)| = 2^m$.

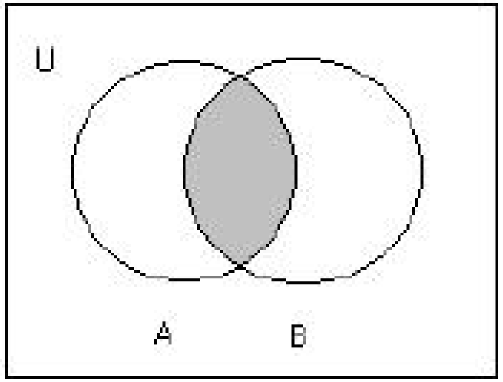
Contoh
Jika $A = \{ 1, 2 \}$, maka $P(A) = \{ \emptyset, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2 \}\}$

Contoh
Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$, dan himpunan kuasa dari himpunan $\{\emptyset\}$ adalah $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

1. Irisan (*intersection*)

- Notasi : $A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$



Contoh

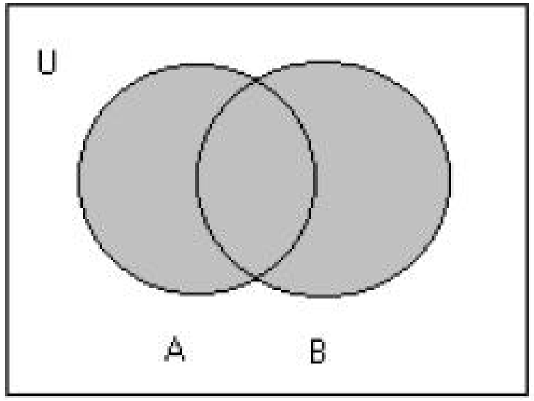
(i) Jika $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ dan $B = \{4, 10, 14, 18\}$, maka $A \cap B = \{4, 10\}$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 9 \}$ dan $B = \{ -2, 6 \}$, maka $A \cap B = \varnothing$. Artinya: $A \,//\, B$

OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

2. Gabungan (*union*)

- Notasi : $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ atau } x \in B \}$



Contoh

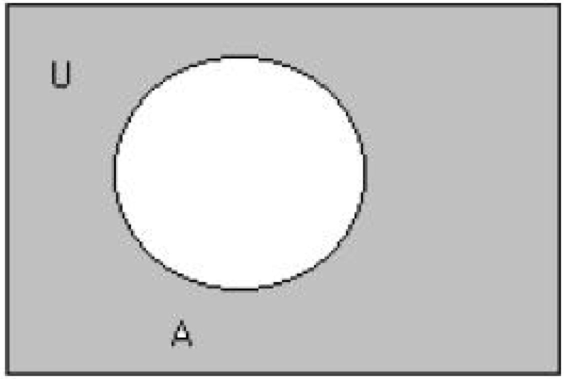
(i) Jika $A = \{ 2, 5, 8 \}$ dan $B = \{ 7, 5, 22 \}$, maka $A \cup B = \{ 2, 5, 7, 8, 22 \}$

(ii) $A \cup \varnothing = A$

OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

3. Komplemen (*complement*)

- Notasi : $\overline{A} = \{ x \mid x \in U, x \notin A \}$



Contoh

Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 9 },

(i) jika $A = \{1, 3, 7, 9\}$, maka $\overline{A} = \{2, 4, 6, 8\}$

(ii) jika $A = \{ x \mid x/2 \in P, x < 9 \}$, maka $\overline{A} = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$

Contoh Misalkan:

A = himpunan semua mobil buatan dalam negeri
B = himpunan semua mobil impor
C = himpunan semua mobil yang dibuat sebelum tahun 1990
D = himpunan semua mobil yang nilai jualnya kurang dari Rp 100 juta
E = himpunan semua mobil milik mahasiswa universitas tertentu

(i) "mobil mahasiswa di universitas ini produksi dalam negeri atau diimpor dari luar negeri" → $(E \cap A) \cup (E \cap B)$ atau $E \cap (A \cup B)$

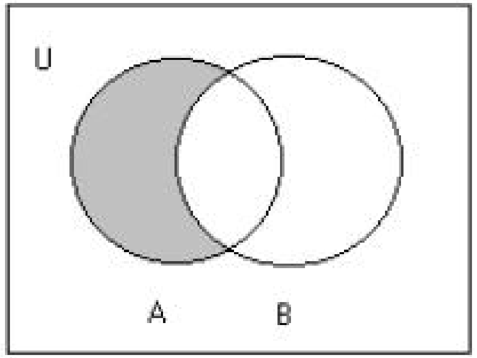
(ii) "semua mobil produksi dalam negeri yang dibuat sebelum tahun 1990 yang nilai jualnya kurang dari Rp 100 juta" → $A \cap C \cap D$

(iii) "semua mobil impor buatan setelah tahun 1990 mempunyai nilai jual lebih dari Rp 100 juta" → $\overline{C} \cap \overline{D} \cap B$

OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

4. Selisih (*difference*)

- Notasi : $A - B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B \} = A \cap \overline{B}$



Contoh

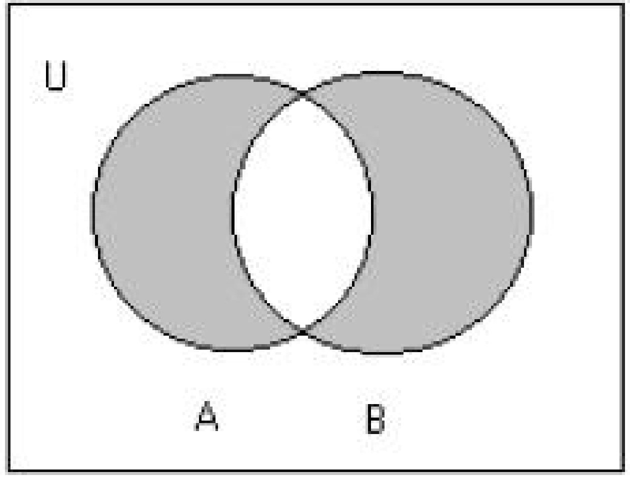
(i) Jika $A = \{ 1, 2, 3, ..., 10 \}$ dan $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$, maka $A - B$ $= \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ dan $B - A = \varnothing$

(ii) $\{1, 3, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{5\}$, tetapi $\{1, 2, 3\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$

OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

5. Beda Setangkup (*Symmetric Difference*)

- Notasi: $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$



Contoh

Jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 2, 3, 5 \}$, maka $A \oplus B = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

TEOREMA 2. Beda setangkup memenuhi sifat-sifat berikut:

(a) $A \oplus B = B \oplus A$ (hukum komutatif)

(b) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ (hukum asosiatif)

OPERASI TERHADAP HIMPUNAN

6. Perkalian Kartesian (*cartesian product*)

- Notasi: $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ dan } b \in B \}$

Contoh

(i) Misalkan $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$, maka

$$C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, \mathrm{a}), (2, b), (3, a), (3, b) \}$$

(ii) Misalkan $A = B =$ himpunan semua bilangan riil, maka

$A \times B =$ himpunan semua titik di bidang datar

Catatan:

1. Jika A dan B merupakan himpunan berhingga, maka:
   $|A \times B| = |A| \,.\, |B|$.
2. $(a, b) \neq (b, a)$.
3. $A \times B \neq B \times A$ dengan syarat A atau B tidak kosong.

   Pada Contoh $C = \{ 1, 2, 3 \}$, dan $D = \{ a, b \}$,

   $D \times C = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3) \}$

   $C \times D = \{ (1, a), (1, b), (2, \text{a}), (2, b), (3, a), (3, b) \}$

   $D \times C \neq C \times D$.

4. Jika $A = \varnothing$ atau $B = \varnothing$, maka $A \times B = B \times A = \varnothing$

Contoh Misalkan

A = himpunan makanan = { s = soto, g = gado-gado, n = nasi goreng, m = mie rebus }

B = himpunan minuman = { c = coca-cola, t = teh, d = es dawet }

Berapa banyak kombinasi makanan dan minuman yang dapat disusun dari kedua himpunan di atas?

Jawab:
$|A \times B| = |A| \cdot |B| = 4 \cdot 3 = 12$ kombinasi dan minuman,
yaitu $\{(s, c), (s, t), (s, d), (g, c), (g, t), (g, d), (n, c), (n, t), (n, d), (m, c), (m, t), (m, d)\}$.

TERIMAKASIH