

### 3 溃坝洪水数学模型验证

前一章基于水动力学理论和 Godunov 型有限体积法，建立了三角形网格上求解二维浅水方程的溃坝洪水数学模型。本章通过运用浅水流动模拟中的一些经典算例，包括一维全溃坝水流、具有间断变化河底高程的溃坝问题、混合流算例、抛物型有阻力河床上的自由水面、梯形堰溃坝水流算例、三角堰溃坝水流算例、二维局部溃坝水流、弯曲河道上二维溃坝室内试验、具有干湿界面的静止水流算例、过驼峰的溃坝波传播问题、具有收缩扩散段的水槽溃坝试验、二维抛物型无阻力河床上的自由水面等，对模型的准确性、稳定性和可靠性等性能指标进行系统检验。虽然，相对实际地形上的天然水流过程而言，这些算例的计算条件比较简单，但是这些算例均是对实际水流问题的概化，且易获得理论解或便于分析和检验，因而能够为水流数学模型提供非常宝贵、可靠的验证依据。

#### 3.1 一维全溃坝水流

Stoker<sup>错误!未找到引用源。</sup>于 1957 年推导出平底、无阻力、矩形断面、棱柱形河道上一维瞬时全溃坝水流的解析解。尽管这种简化条件下的溃坝洪水过程与实际地形上溃坝洪水演进有较大差异，但由于存在准确解，可用于检验数学模型的精度。因此，该算例被广泛用于浅水动力学数值模型验证。

本算例的计算条件为：河渠长 1000 m，宽 100 m，坝体位于  $x = 500$  m 处，忽略大坝厚度； $t = 0$  时大坝瞬时全溃；河道平底、无阻力；上游及左、右岸为固壁边界，下游为自由出流边界；采用 2000 个三角网格剖分计算域，计算网格如图 3-1 所示，共 1111 个节点和 3110 条边，单元的平均面积为  $50.0 \text{ m}^2$ 。

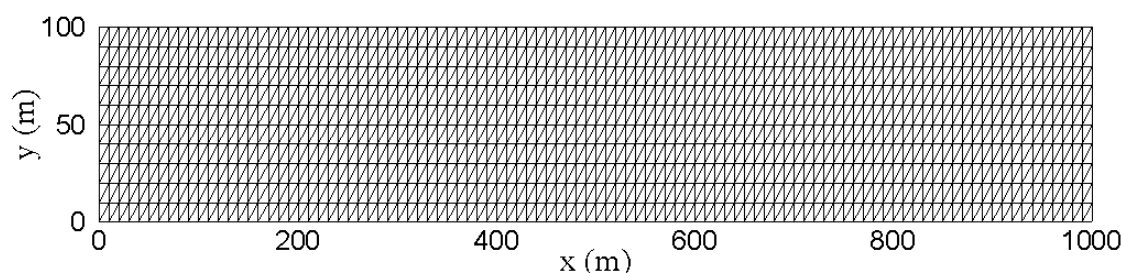


图 3-1 一维全溃坝水流算例：计算网格示意图

根据下游河床初始水深是否大于零，本算例分为如下两种情况：

(1) 下游河床初始水深大于零

初始条件为：上游水位为 5.0 m，下游水位为 0.2 m，流速为 0。

基于上述条件，模拟计算了  $t=10\text{s}$ 、 $20\text{s}$ 、 $30\text{s}$ 、 $40\text{s}$ 、 $50\text{s}$ 、 $60\text{s}$  时水位、流速分布情况。水位、流速的数值解与理论解对比分别如图 3-2 和图 3-3 所示。由结果对比可知，水位、流速的数值解与理论解吻合较好；在激波附近，流速计算结果存在一定的数值振荡，但振幅较小。此外，图 3-2 反映了大坝溃决后向下游呈“立波”形式推进的洪水波前。

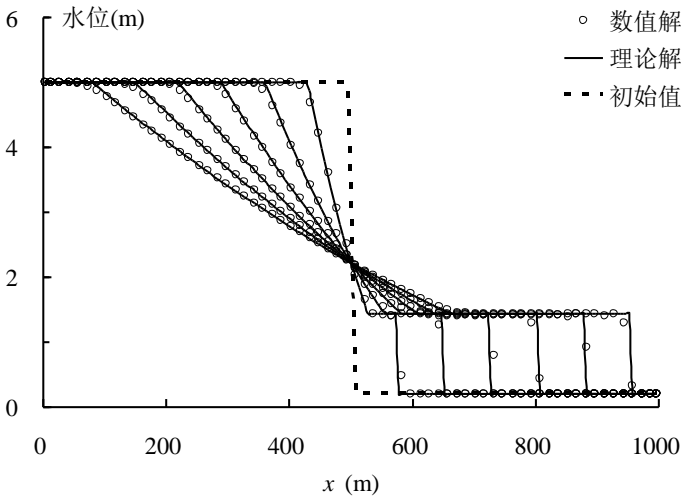


图 3-2 一维全溃坝水流算例（下游河床初始水深大于零）：  
 $t=10$ 、 $20$ 、 $30$ 、 $40$ 、 $50$ 、 $60\text{ s}$  时水位数值解与理论解对比

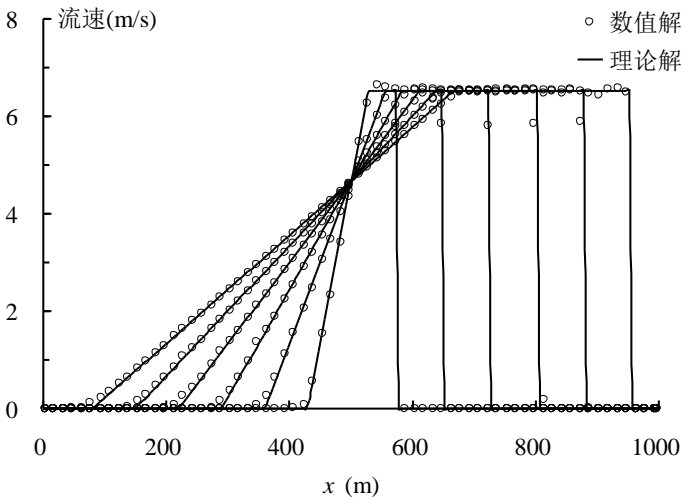


图 3-3 一维全溃坝水流算例（下游河床初始水深大于零）：  
 $t=10$ 、 $20$ 、 $30$ 、 $40$ 、 $50$ 、 $60\text{ s}$  时流速数值解与理论解对比

(2) 下游河床初始水深为零

初始条件为：上游水位为 5.0 m，下游水位为 0 m，流速为 0。

基于上述条件，模拟计算了  $t = 5\text{s}$ 、 $15\text{s}$ 、 $25\text{s}$ 、 $35\text{s}$  时水位、流速分布情况。水位、流速的数值解与理论解对比分别如图 3-4 和图 3-5 所示。由结果对比可知，水位的数值解与理论解吻合较好；在水深较大区域，流速数值解与理论解吻合较好；在干湿界面附近，流速数值解与理论解的偏差较大。此外，由图 3-2 和图 3-4 之间的对比分析可知，在上游水位相同的条件下，溃坝洪水波在下游干河底的传播速度较快。

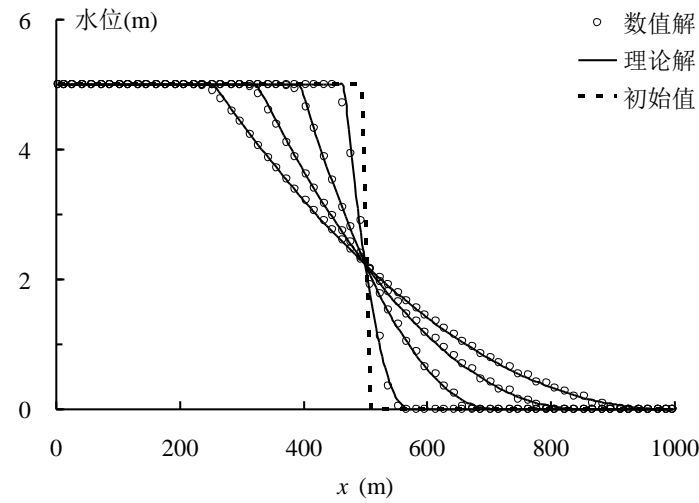


图 3-4 一维全溃坝水流算例（下游河床初始水深为零）：  
 $t = 5$ 、 $15$ 、 $25$ 、 $35\text{s}$  时水位数值解与理论解对比

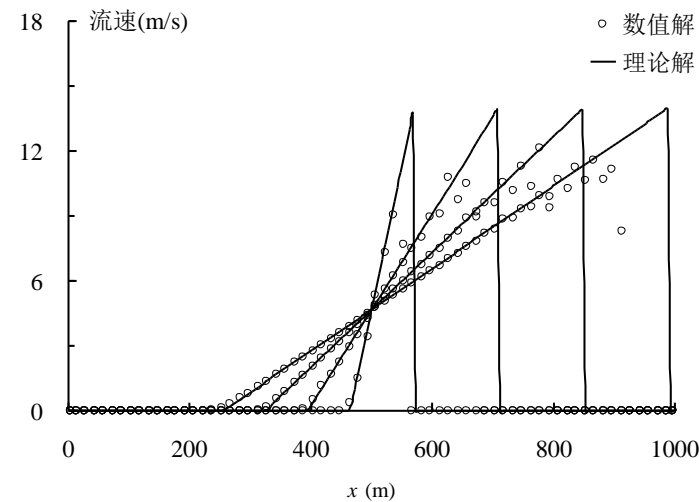


图 3-5 一维全溃坝水流算例（下游河床初始水深为零）：  
 $t = 5$ 、 $15$ 、 $25$ 、 $35\text{s}$  时流速数值解与理论解对比

### 3.2 具有间断变化河底高程的溃坝问题

在 3.1 节所采用的溃坝问题中，没有考虑河床底高程的影响。为了检验模型处理间断变化河底高程的能力，选取 Bernetti 等<sup>错误!未找到引用源。</sup>提出的精确黎曼解算例。计算条件为：矩形断面、棱柱形河渠长 25 m，宽 1 m，坝体位于  $x = 10$  m 处，忽略大坝厚度； $t = 0$  时大坝瞬时全溃；大坝上游河底高程为 0 m，初始水深为 1.461837 m，流速为 0；大坝下游河底高程为 0.2 m，初始水深为 0.308732 m，流速为 0；不考虑河道阻力；上游及左、右岸为固壁边界，下游为自由出流边界；采用 2500 个三角网格剖分计算域，共 1381 个节点和 3880 条边，单元的平均面积为  $0.01 \text{ m}^2$ 。

$t = 1 \text{ s}$  时水深、流速、单宽流量数值解与精确解的对比分别图 3-6、图 3-7 和图 3-8 所示。由计算结果可知，数值解与精确解吻合较好。此外，在坝址处，由于河底高程间断变化，水深、流速存在大梯度解。数值结果表明，模型能准确计算浅水方程中两个非线性域对应的激波和稀疏波，并且能正确计算河底高程间断变化处水深、流速的间断值，模拟精度较高，激波捕获能力强，数值耗散较小。

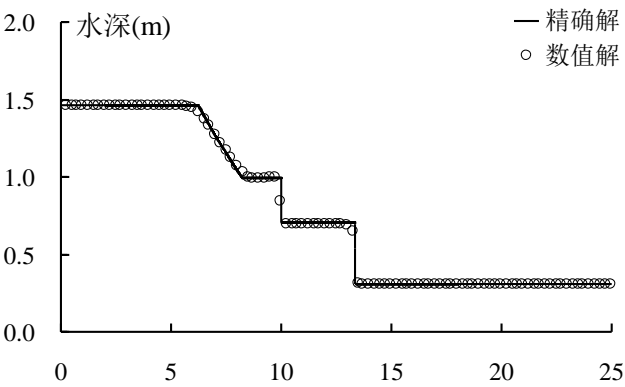


图 3-6 具有间断变化河底高程的溃坝问题：水深数值解与精确解对比

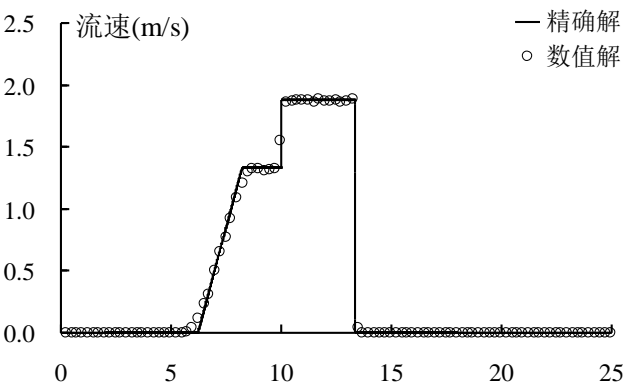


图 3-7 具有间断变化河底高程的溃坝问题：流速数值解与精确解对比

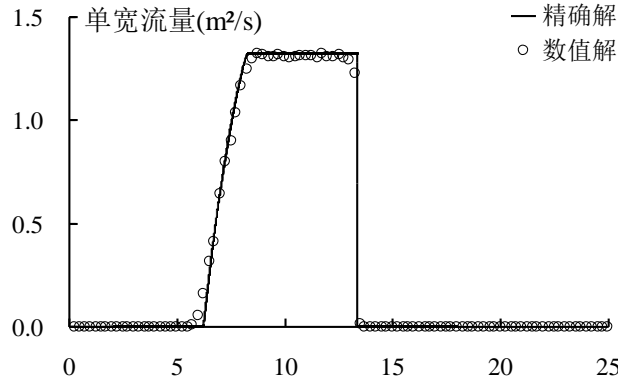


图 3-8 具有间断变化河底高程的溃坝问题：单宽流量数值解与精确解对比

### 3.3 混合流算例

本算例为具有抛物型河底的恒定流模拟问题，包括缓流、缓流-急流过渡的无激波混合流、缓流-急流-缓流过渡的有激波混合流。若底坡项的数值离散方法不合理，则计算过程中可能出现虚假的动量交换，使得模型难以准确地模拟流态之间的转换，并导致水流无法趋于恒定状态。因此，本算例被选为国际水利工程与研究协会（IAHR）溃坝水流模型工作组的基准测试算例<sup>错误!未找到引用源。</sup>，并被国内外学者广泛用于检验数学模型的计算精度和适应性<sup>[121, 122]</sup>。

在数值解收敛过程中，需要建立一个准则，以判断当前数值解是否已经接近于恒定流状态。本文采用相邻两个时刻数值解的水深相对误差作为收敛准则<sup>错误!未找到引用源。</sup>：

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{h_i^n - h_i^{n-1}}{h_i^n} \right)^2} < 10^{-6}$$

式中， $R$ 为总的水深相对误差； $N$ 为单元总数；上标 $n$ 为计算步数。

计算域为长 25 m、宽 1 m 的矩形断面、棱柱形河道。不考虑河床阻力。采用 2500 个三角网格剖分计算域，共 1381 个节点和 3880 条边，单元的平均面积为 0.01 m<sup>2</sup>。河底高程为：

$$b = \max[0, 0.2 - 0.05(x - 10)^2]$$

河道左、右岸为固壁边界。上、下游边界条件的不同组合决定了三种典型的水流流态：

(1) 缓流

初始条件为：水位为 2.0 m， $x$  方向流速为 2.21 m/s， $y$  方向流速为 0。

边界条件为：上游边界给定单宽流量 4.42 m<sup>2</sup>/s，下游边界给定水位 2.0 m。

计算结果如图 3-9 至图 3-12 所示。结果表明，计算至 80 s 左右，数值解收敛；水位数值解与准确解吻合较好；在底坎处，流量数值解与准确解存在一定偏差。

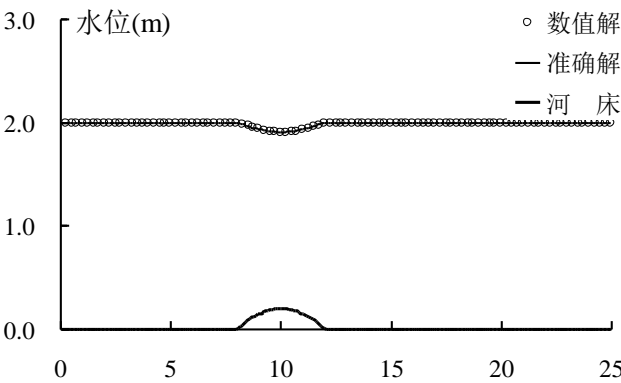


图 3-9 混合流算例（缓流）：水位数值解与准确解对比

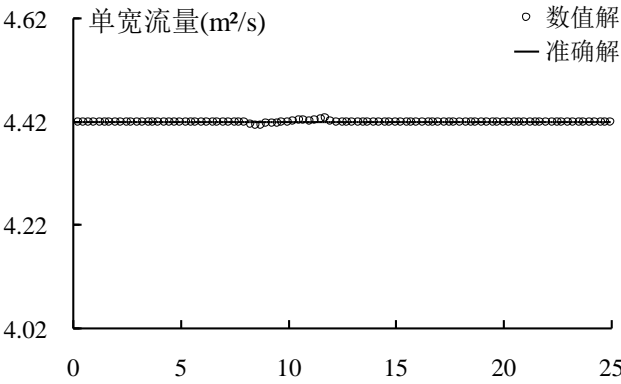


图 3-10 混合流算例（缓流）：单宽流量数值解与准确解对比

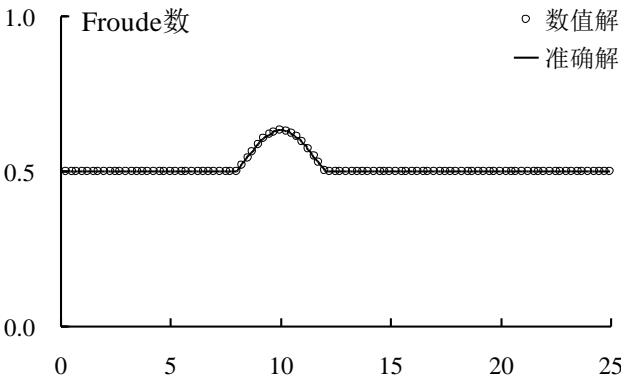


图 3-11 混合流算例（缓流）：Froude 数的沿程分布

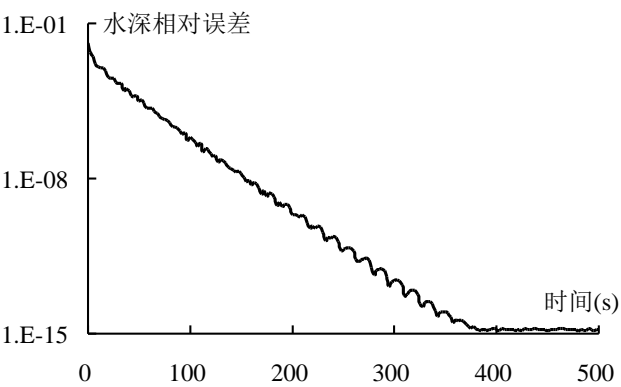


图 3-12 混合流算例（缓流）：数值解的收敛过程

(2) 无激波混合流

初始条件为：水深为 0.66 m， $x$  方向流速为 2.32 m/s， $y$  方向流速为 0。

边界条件为：上游边界给定单宽流量 1.53 m<sup>2</sup>/s；当下游边界处水流为缓流时，下游边界给定水位为 0.66m，当水流流态由缓流转变为急流后，下游边界采用急流开边界条件。

计算结果如图 3-13 至图 3-16 所示。结果表明，计算至 50 s 左右，数值解收敛，收敛速度快于缓流情况；水位数值解与准确解吻合较好；在底坎处，流态由缓流过渡为急流，流量数值解与准确解存在一定偏差。

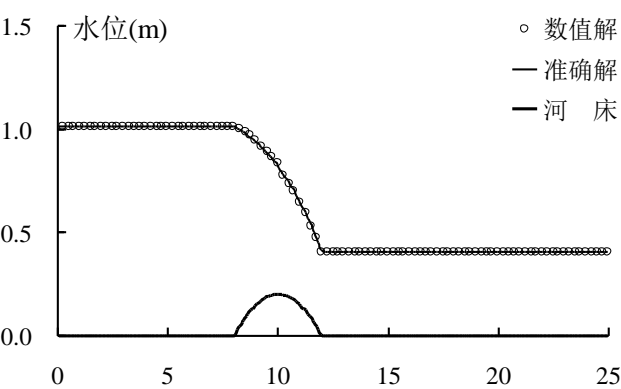


图 3-13 混合流算例（无激波）：水位数值解与准确解对比

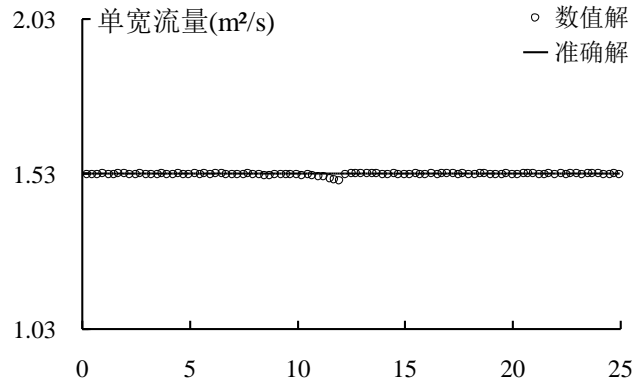


图 3-14 混合流算例（无激波）：单宽流量数值解与准确解对比

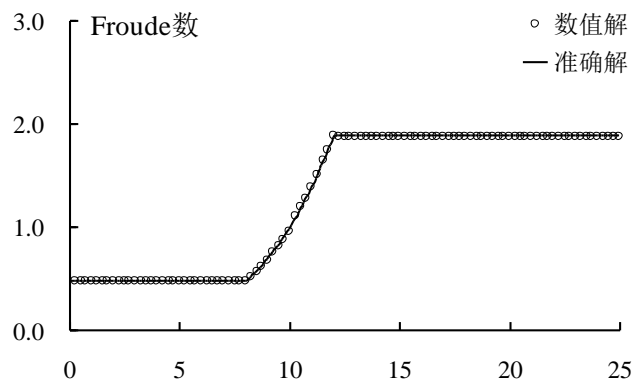


图 3-15 混合流算例（无激波）：Froude 数的沿程分布

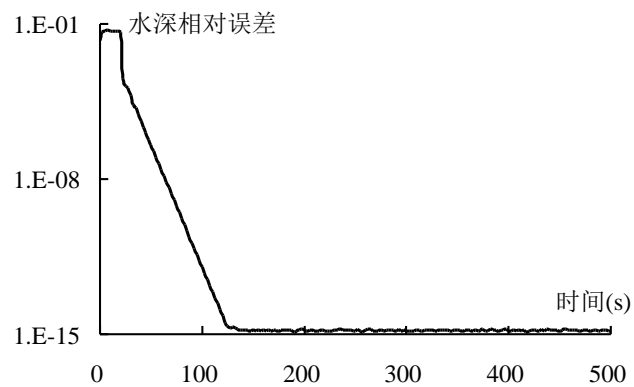


图 3-16 混合流算例（无激波）：数值解的收敛过程

### （3）有激波混合流

初始条件为：水深为 0.33 m， $x$  方向流速为 0.55 m/s， $y$  方向流速为 0。

边界条件为：上游给定单宽流量 0.18 m<sup>2</sup>/s，下游给定水位 0.33 m。

计算结果如图 3-17 至图 3-20 所示。结果表明，计算至 220 s 左右，数值解收敛，收敛速度明显慢于缓流情况和无激波混合流情况；水位数值解与准确解吻



合较好；底坎处及其下游的流量数值解与准确解存在一定偏差；在底坎的上游和下游河道区域，水流的流态为缓流；在底坎处，流态由缓流过渡为急流，并继而由急流过渡为缓流。计算结果验证了模型能处理复杂混合流态问题的能力。

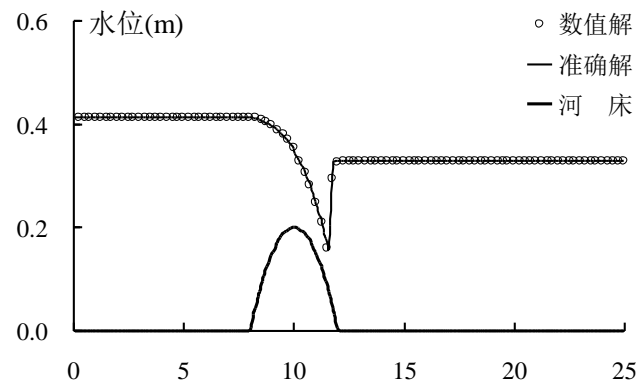


图 3-17 混合流算例（有激波）：水位数值解与准确解对比

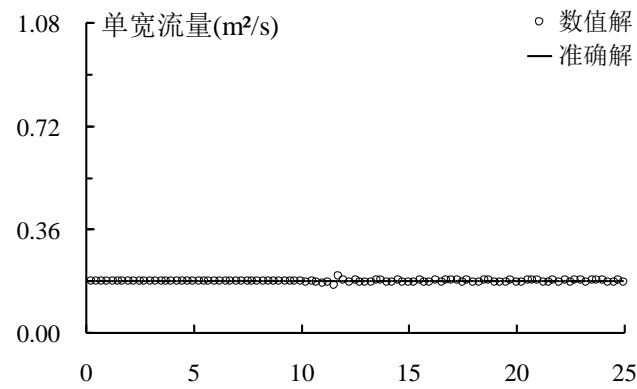


图 3-18 混合流算例（有激波）：单宽流量数值解与准确解对比

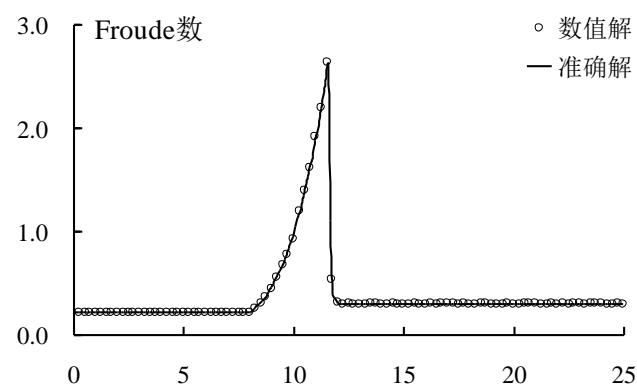


图 3-19 混合流算例（有激波）：Froude 数的沿程分布

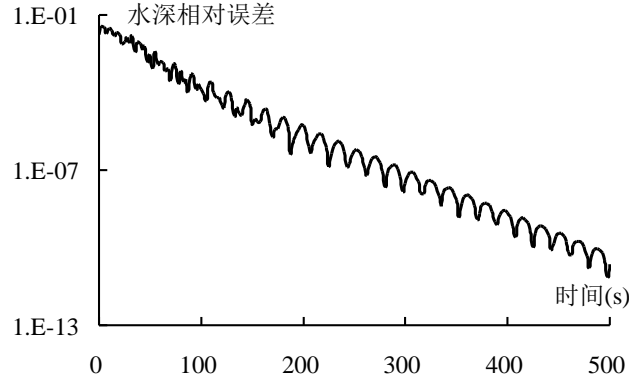


图 3-20 混合流算例（有激波）：数值解的收敛过程

### 3.4 抛物型有阻力河床上的自由水面

Sampson 等<sup>错误!未找到引用源。</sup>给出了一维抛物型有阻力河床上非线性浅水方程的解析解。该算例可用来检验模型处理干湿边界和源项的能力<sup>[69, 70, 123, 124]</sup>。

考虑一矩形计算域 $[-5000 \text{ m}, 5000 \text{ m}] \times [-5000 \text{ m}, 5000 \text{ m}]$ ，其底高程为：

$$b(x, y) = h_0(x/a)^2$$

式中， $h_0$  和  $a$  均为常数。当  $\tau < p$  时，任意时刻水位的解析表达式为<sup>错误!未找到引用源。</sup>：

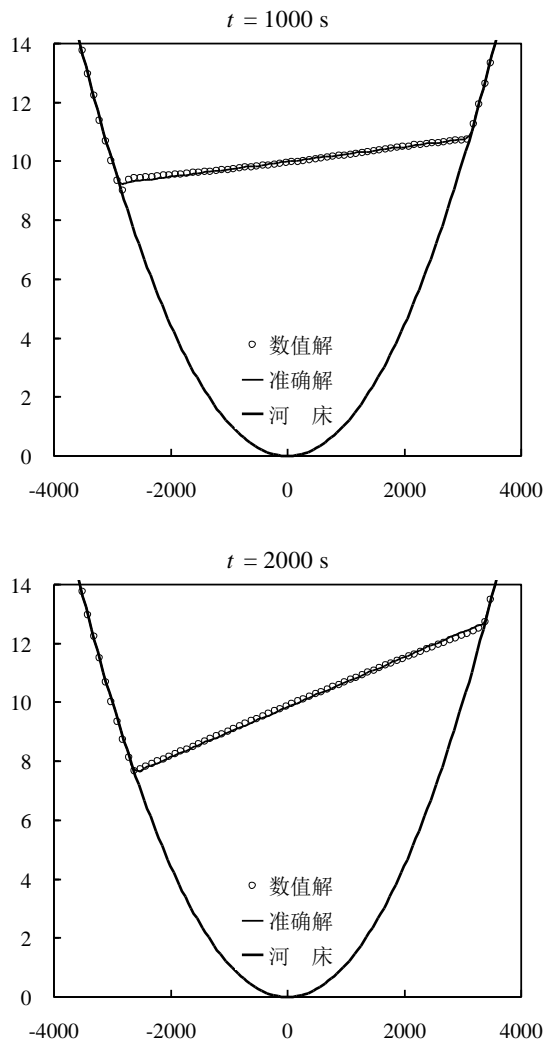
$$\eta(x, y, t) = \max\{b(x, y), h_0 - \frac{e^{-\pi/2}}{g} (Bs \cos st + \frac{\tau B}{2} \sin st)x + \frac{a^2 B^2 e^{-\pi}}{8g^2 h_0} [-s\tau \sin 2st + (\frac{\tau^2}{4} - s^2) \cos 2st] - \frac{B^2 e^{-\pi}}{4g} \}$$

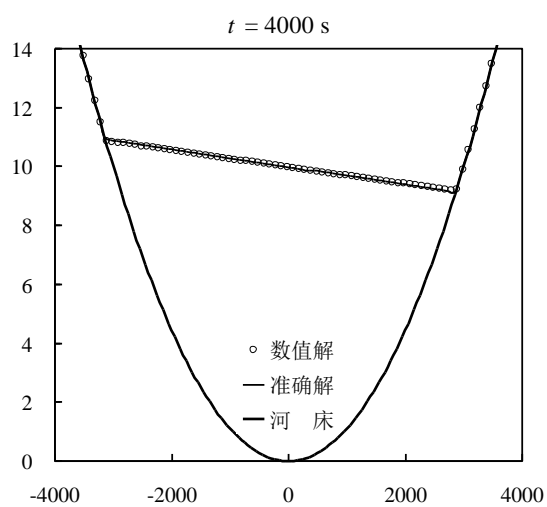
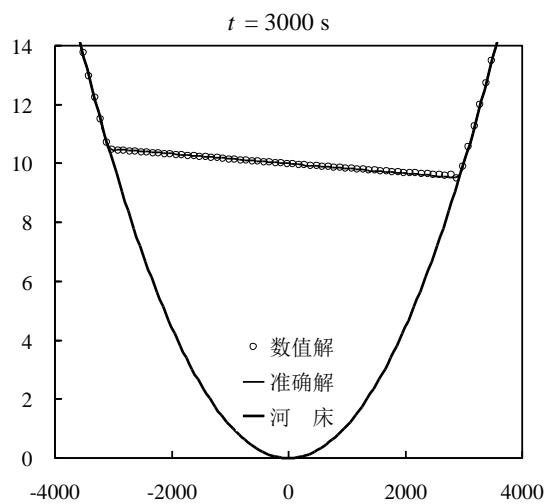
式中， $p = \sqrt{8gh_0}/a$  为峰值； $\tau$  为与河床阻力有关的系数； $B$  为常数； $s = \sqrt{p^2 - \tau^2}/2$ 。如果  $\tau = 0$ ，则水流处于周期性往复流动状态；如果  $\tau > 0$ ，则在河床阻力作用下，水流最终处于静止状态，且干湿界面位于  $x = \pm a$ 。

本算例的计算条件为：用 40000 个三角网格剖分计算域，共 20201 个节点和 60200 条边，单元的平均面积为  $2500 \text{ m}^2$ ；采用固壁边界条件； $a = 3000 \text{ m}$ ， $h_0 = 10 \text{ m}$ ， $B = 5 \text{ m/s}$ ， $\tau = 0.001 \text{ s}^{-1}$ ；初始水位由  $t = 0$  时刻的解析解给出，初始流速为 0。

模拟了 6000 s 内的水流运动情况。不同时刻的水位数值解与准确解对比如

图 3-21 所示。测点  $(-2750, 0)$ 、 $(-50, 0)$ 和  $(2750, 0)$  的水深数值解与准确解对比如图 3-22 所示。图 3-23 给出了测点的单宽流量过程数值计算结果。同时，统计了计算水位的平均相对误差<sup>错误!未找到引用源。</sup>，如图 3-24 所示。图 3-25 给出了总水量相对误差随时间的变化情况。





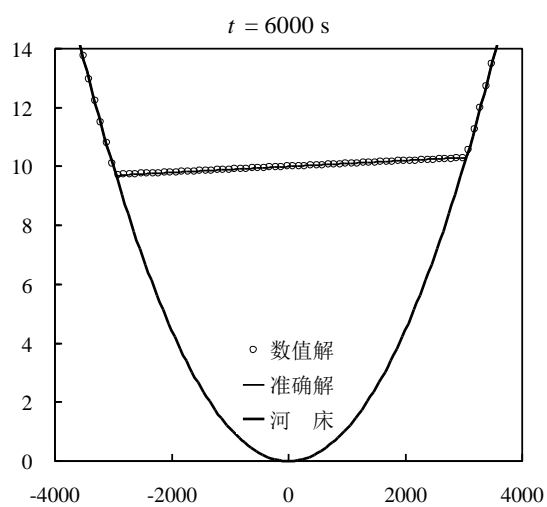
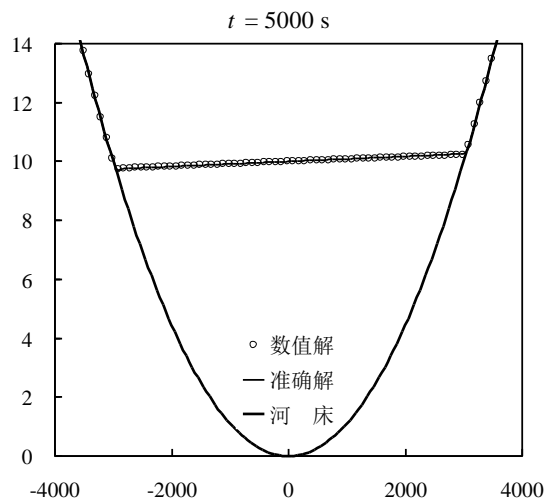
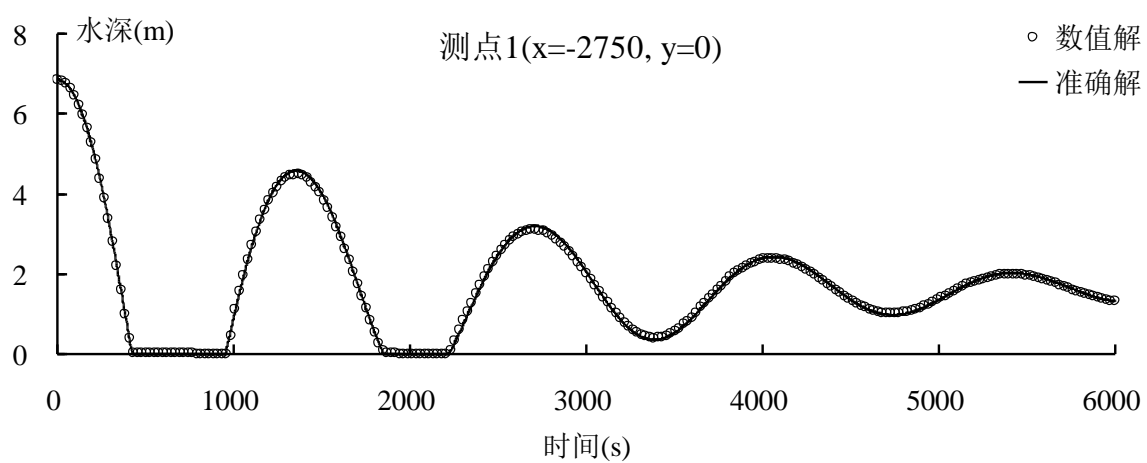
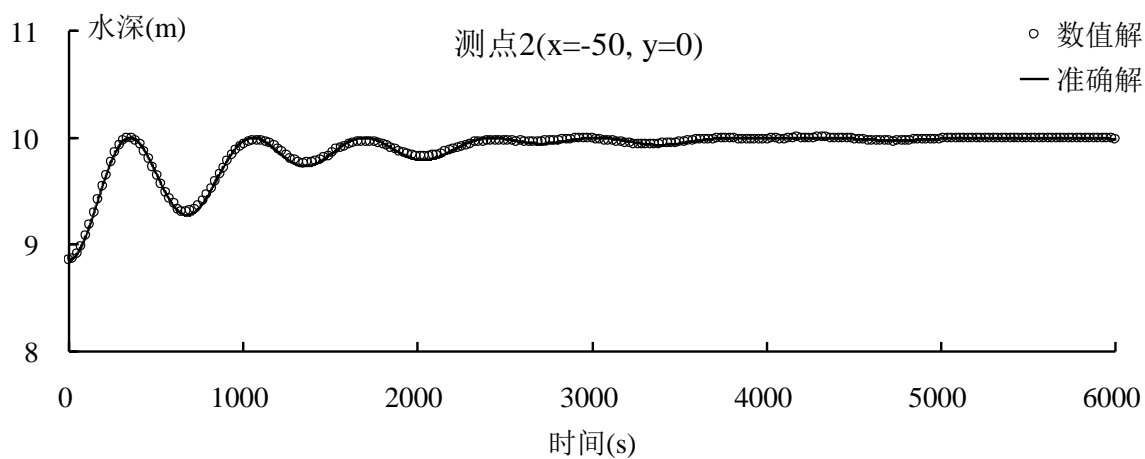


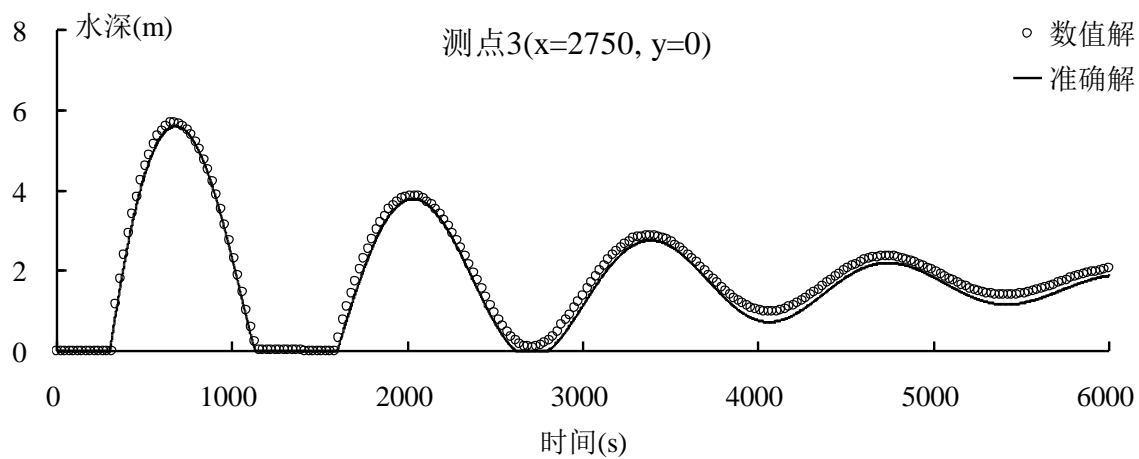
图 3-21 抛物型有阻力河床上的自由水面：不同时刻的水位数值解与准确解对比



(a) 测点 1



(b) 测点 2



(c) 测点 3

图 3-22 抛物型有阻力河床上的自由水面：测点的水深数值解与准确解对比

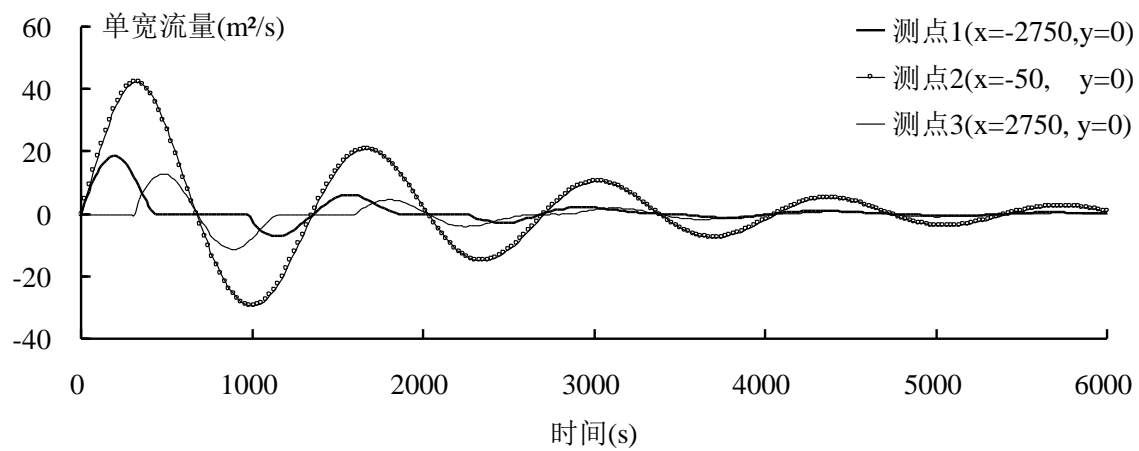


图 3-23 抛物型有阻力河床上的自由水面：测点单宽流量过程数值计算结果

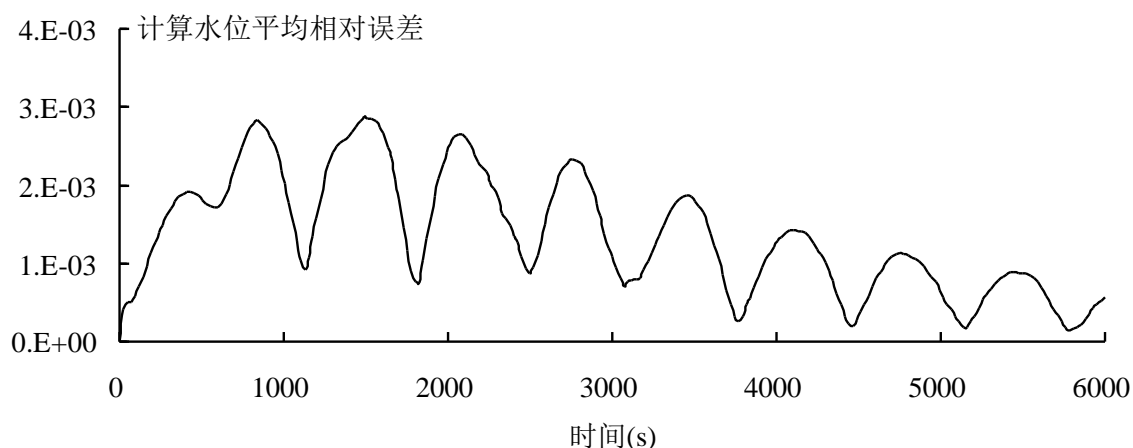


图 3-24 抛物型有阻力河床上的自由水面：计算水位平均相对误差随时间的变化情况

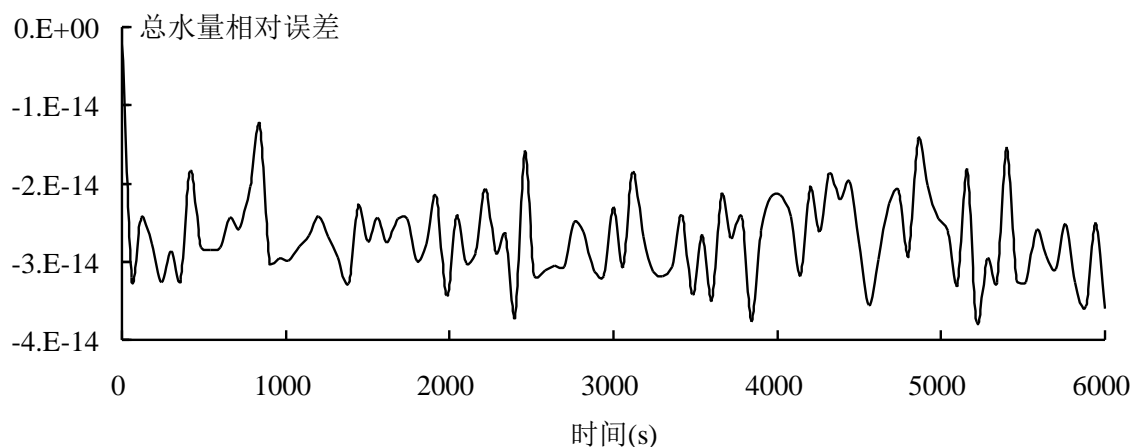


图 3-25 抛物型有阻力河床上的自由水面：总水量相对误差随时间的变化情况

由计算结果可知，数值解与准确解吻合较好，计算误差低，水量满足守恒要求。

### 3.5 梯形堰溃坝水流算例

为进一步检验模型的性能，采用 Aureli 等<sup>错误!未找到引用源。</sup>提出的算例进行数值计算。该算例为双梯形堰上的一维溃坝水流问题，反映了实际洪水数值模拟工作中可能面临的激波及反射波传播、水面曲率、干湿动边界、间断变化河底高程和静水状态等问题<sup>错误!未找到引用源。</sup>。

计算区域为长 7 m、宽 0.075 m 的矩形断面、棱柱形河道，河道上有两个梯形堰，如图 3-26 所示。大坝位于图 3-26 中 P4 所示位置处。大坝上游的初始水位为 0.45 m，初始流速为 0；大坝下游的初始水深为 0。曼宁系数取  $0.01 \text{ s/m}^{1/3}$ 。

上游及左、右岸为固壁边界条件，下游为自由出流边界条件。采用 3360 个三角单元剖分计算域，共 1964 个节点和 5323 条边，单元的平均面积为 0.00016 m<sup>2</sup>。

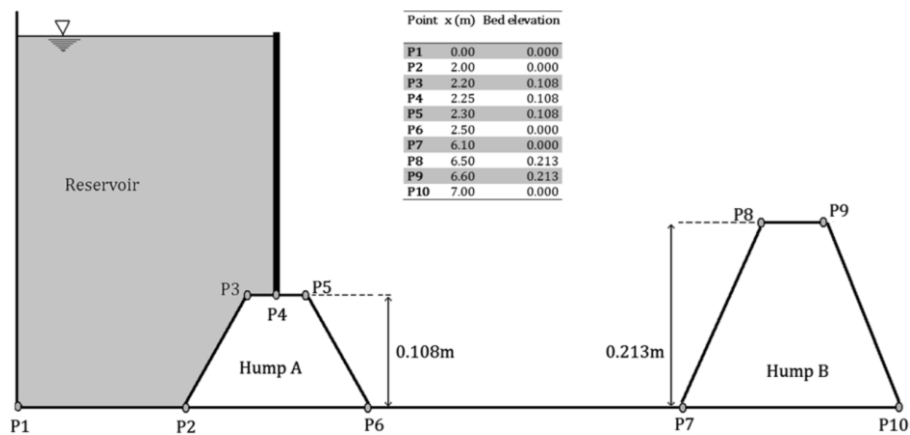


图 3-26 梯形堰溃坝水流算例：计算域示意图（注：本图来源于文献错误!未找到引用源。）

假设  $t=0$  时大坝瞬时全溃。模拟了 300 s 内的溃坝水流运动情况。不同时刻的水位计算结果如图 3-27 所示，与 Kesserwani 和 Liang 的模拟结果错误!未找到引用源。接近。

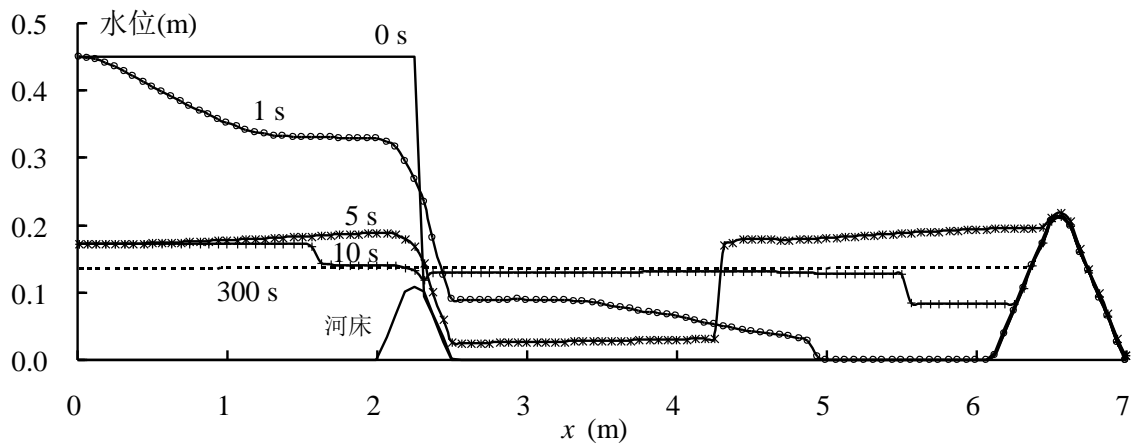
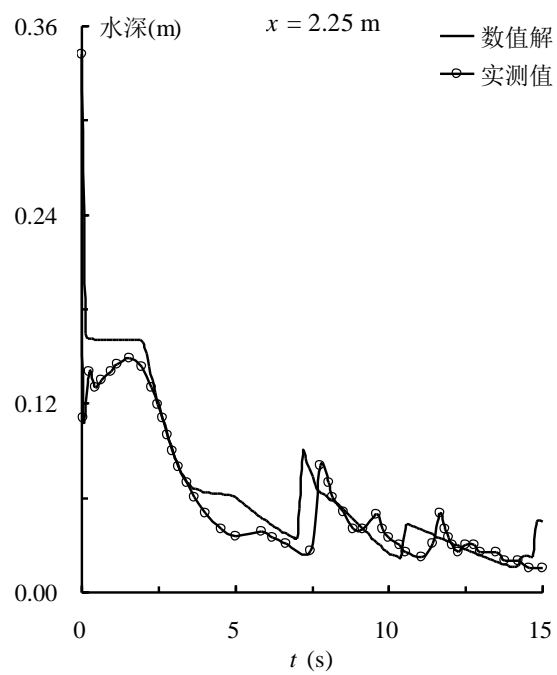
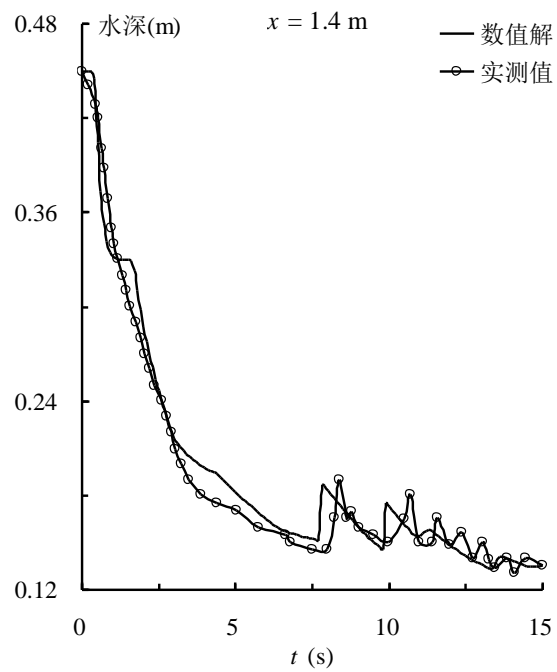


图 3-27 梯形堰溃坝水流算例：不同时刻的水位计算结果

由图 3-27 可以看出，模型合理再现了溃坝水流运动过程中，两个梯形堰之间洪水波相互作用、干湿界面动态变化等物理现象。图 3-28 给出了不同位置处 ( $x=1.4$  m, 2.25 m, 4.5 m) 测点的水深、流速数值解与实测值之间的对比结果，表明模型较准确地预测出测点的水深、流速过程，尤其是准确计算出下游测点的洪水到达时间。





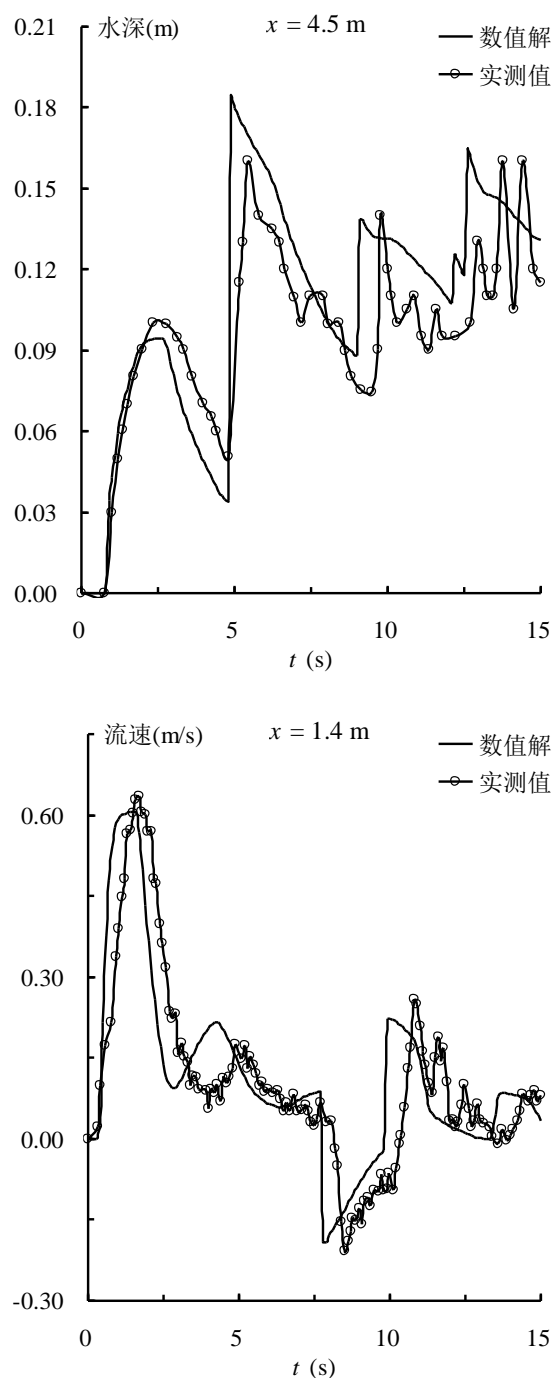


图 3-28 梯形堰溃坝水流算例：测点的水深、流速数值解与实测值对比

### 3.6 三角堰溃坝水流算例

采用由欧洲 CADAM 项目推荐，带有三角形挡水建筑物的溃坝试验作为测试算例。计算区域为长 38.0 m、宽 0.75 m 的水平河道；大坝距离上游边界 15.5 m。河道上有一个挡水堰，如图 3-29 所示，挡水堰为长 6.0 m、高 0.4 m 的等腰三角形，堰顶位于大坝下游 13.0 m 处。大坝上游的初始水位为 0.75 m，初始流

速为 0；大坝下游的初始水深为 0。曼宁系数取  $0.0125 \text{ s/m}^{1/3}$ 。上游及左、右岸为固壁边界条件，下游为自由出流边界条件。采用 17869 个三角单元剖分计算域，共 9431 个节点和 27299 条边，单元的平均面积为  $0.00159 \text{ m}^2$ 。

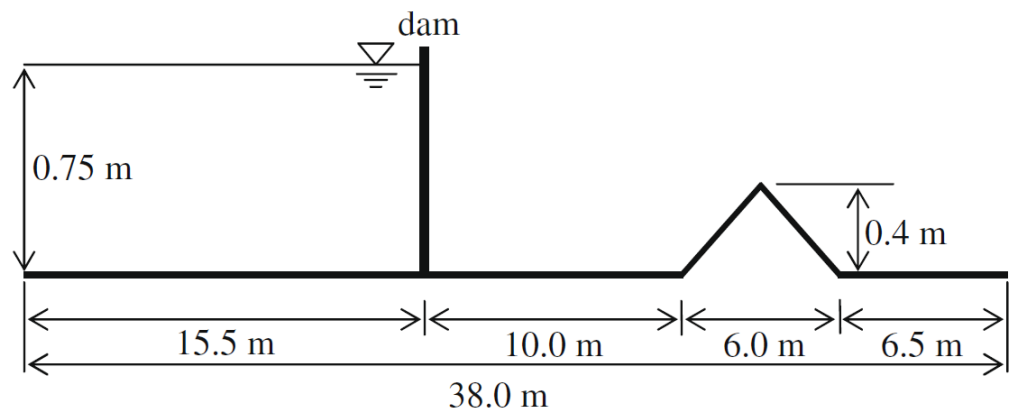


图 3-29 三角堰溃坝水流算例：计算域示意图（注：本图来源于文献错误!未找到引用源。）

假设  $t = 0$  时大坝瞬时全溃。模拟了 90 s 内的溃坝水流运动情况。不同时刻的水位计算结果如图 3-30 所示。 $t = 3 \text{ s}$  时洪水已到达挡水堰， $t = 6 \text{ s}$  时挡水堰已被完全淹没， $t = 10 \text{ s}$  时可明显看到由三角堰挡水作用产生的向上游传播的激波。

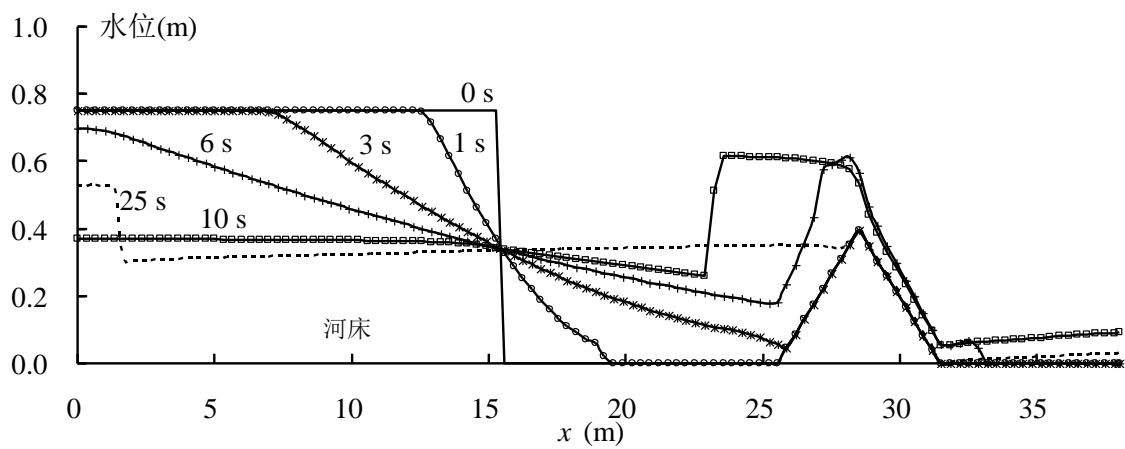
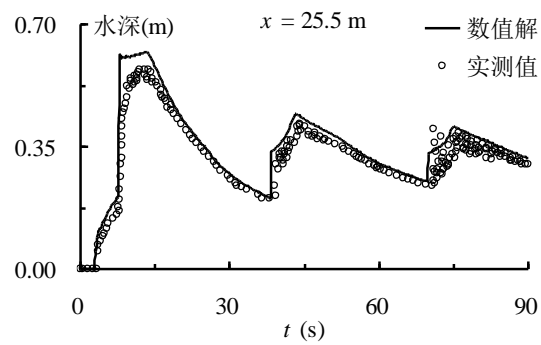
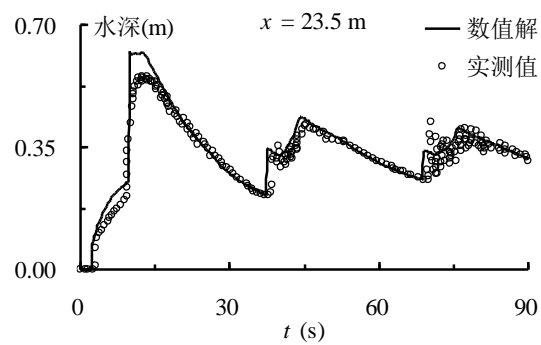
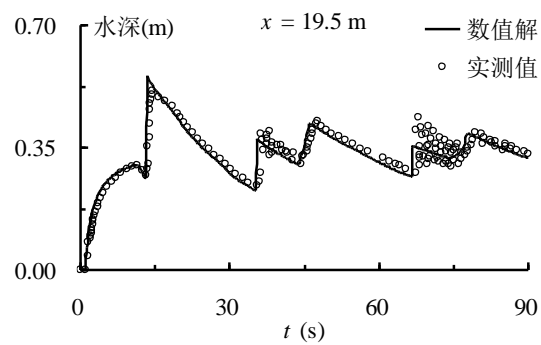
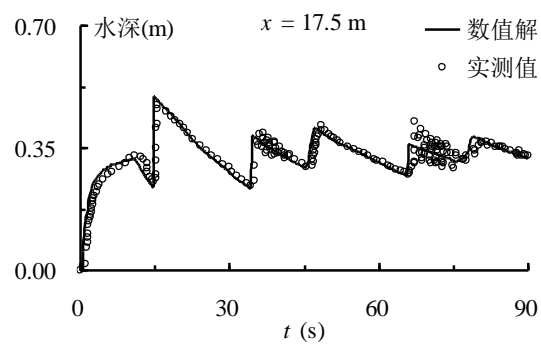


图 3-30 三角堰溃坝水流算例：不同时刻的水位计算结果

图 3-31 给出了不同位置处（距离上游边界  $x = 17.5 \text{ m}$ 、 $19.5 \text{ m}$ 、 $23.5 \text{ m}$ 、 $25.5 \text{ m}$ 、 $26.5 \text{ m}$ 、 $28.5 \text{ m}$ 、 $35.5 \text{ m}$ ）测点的水深数值解与实测值之间的对比。从图中可以看出，除位于  $x = 35.5 \text{ m}$  处的测点外，其余测点的数值解与实测值基本吻合。



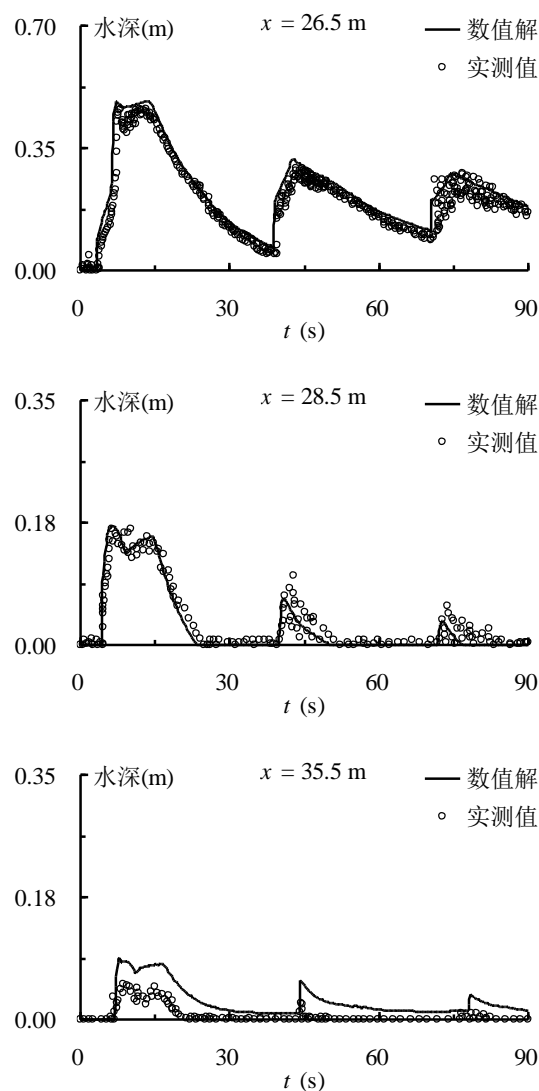


图 3-31 三角堰溃坝水流算例：测点的水深数值解与实测值对比

### 3.7 二维非对称型局部溃坝水流

本算例为平底河道上的二维溃坝问题<sup>[61, 73, 127, 128]</sup>。如图 3-32 所示，计算域为  $200\text{ m} \times 200\text{ m}$  正方形区域；大坝位于  $y = 100 \sim 115\text{ m}$  处，坝体宽  $15\text{ m}$ ；溃口位于  $x = 95 \sim 170\text{ m}$  处。上游初始水位为  $10\text{ m}$ ，下游初始水位为  $5\text{ m}$ ；糙率  $n=0.020\text{ s/m}^{1/3}$ 。采用 2995 个三角单元剖分计算域，共 1586 个节点和 4580 条边，单元的平均面积为  $12.7\text{ m}^2$ 。

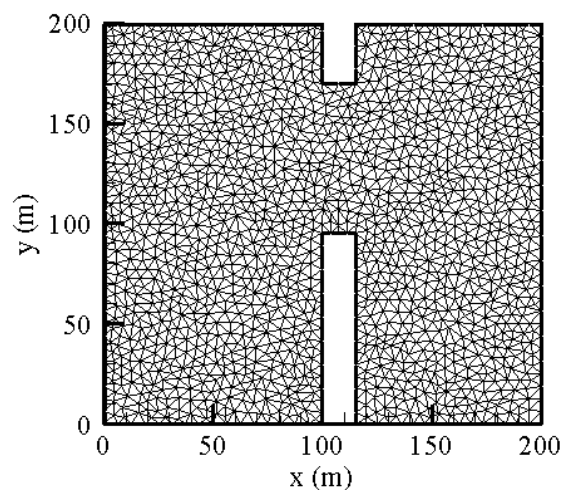


图 3-32 二维非对称型局部溃坝水流：计算域及网格剖分示意图

$t = 7.2 \text{ s}$  时的三维水面和平面流速模拟结果如图 3-33 所示。由图 3-33 可以看出，大坝溃决后，向上游传播的洪水波所到之处水位降低，向下游传播的洪水波所到之处水位上涨，水面和流场模拟结果符合物理规律。结果表明模型的激波捕获能力强，适合模拟溃坝洪水波的传播和区域洪水淹没过程。

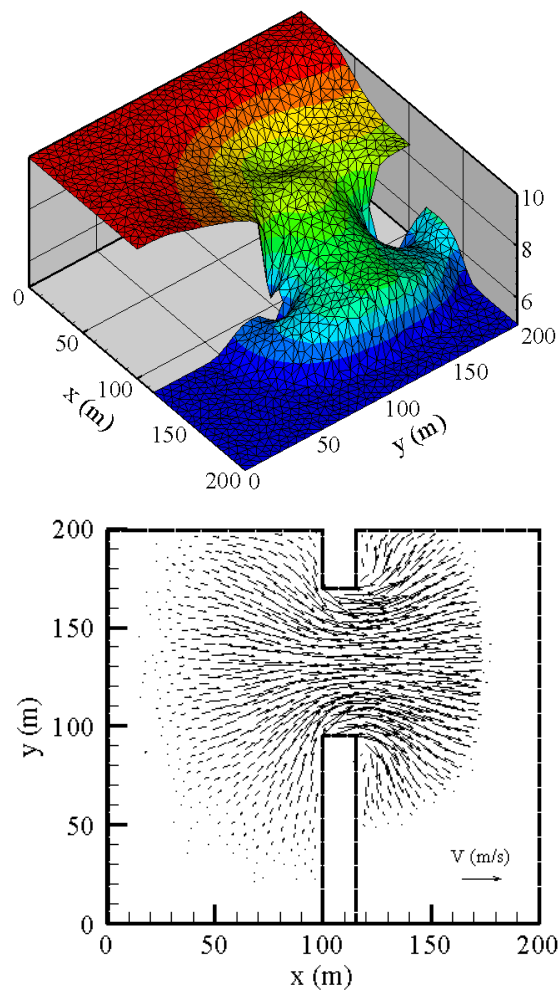


图 3-33 二维非对称型局部溃坝水流：三维水面（左）和平面流速模拟结果（右）

### 3.8 二维对称型局部溃坝室内试验

本算例为 Fraccarollo 和 Toro<sup>错误!未找到引用源。</sup>开展的二维对称型局部溃坝室内试验<sup>[129, 130]</sup>。如图 3-34 所示，上游为长 1 m、宽 2 m 的水库，下游为长 3 m、宽 2 m 的滩地；大坝原始宽 2 m，忽略大坝厚度，大坝中段存在宽 0.4 m 的对称型局部溃口；水库及下游河床均为平底；五个测点的编号名称及其位置分别为：（1）“-5A”， $x = 0.18\text{ m}$ ,  $y = 1.00\text{ m}$ ；（2）“C”， $x = 0.48\text{ m}$ ,  $y = 0.40\text{ m}$ ；（3）“4”， $x = 1.00\text{ m}$ ,  $y = 1.16\text{ m}$ ；（4）“O”， $x = 1.00\text{ m}$ ,  $y = 1.00\text{ m}$ ；（5）“8A”， $x = 1.72\text{ m}$ ,  $y = 1.00\text{ m}$ 。水库初始水深为 0.6 m，流速为 0；下游为干底河床。水库边界处为固壁边界条件，滩地边界处为自由出流条件。

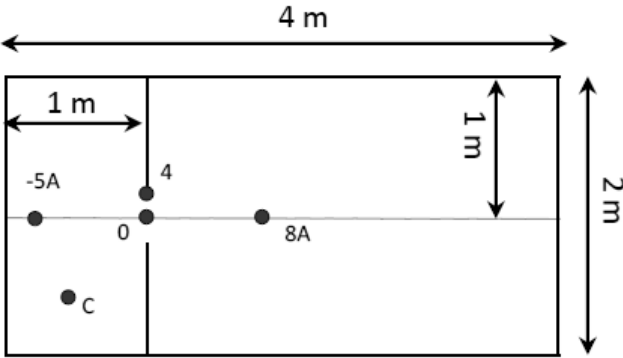
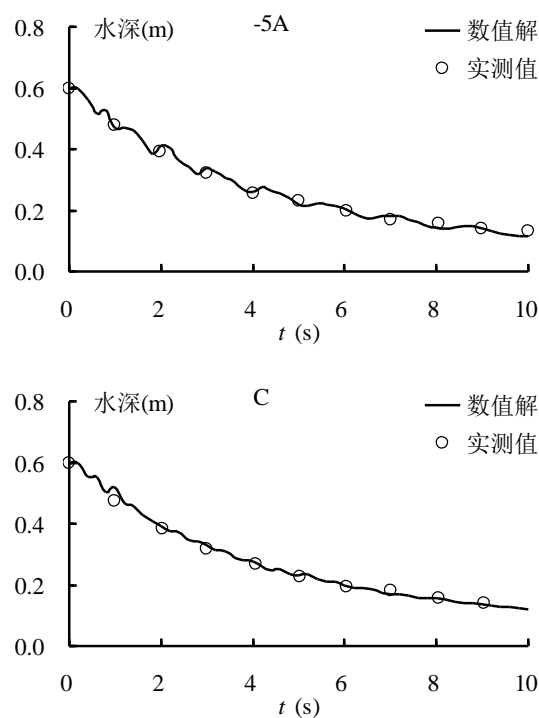


图 3-34 二维对称型局部溃坝室内试验算例：计算区域及测点位置示意图（来源于文献<sup>错误!未找到引用源。</sup>）

为表达残留坝体的阻水作用，将残留坝体位置处的节点底高程定义为 2 m。由于水库初始水位为 0.6 m，因此，在数值模拟过程中，坝体位置处边的物质通量为 0，从而实现了残留坝体的阻水效果模拟。采用 12454 个三角形单元剖分计算域，共 6348 个节点和 18801 条边，单元的平均面积为  $6.4 \times 10^{-4}\text{ m}^2$ 。

假设  $t = 0$  时大坝瞬时局部溃决。模拟了 10 s 内的溃坝水流运动情况。图 3-35 给出了五个测点的水深数值解与实测值之间的对比结果。大坝溃决后，水库水体急剧下泄，导致下游水位迅速上涨和上游水库水位快速下降。由于测点“-5A”和测点“C”均位于大坝上游，且两个测点与溃口之间的距离比较接近，因此，两个测点的水位过程也较为相似。测点“-5A”和测点“C”的水深数值解与实测值吻合很好。测点“4”位于溃口非中心处，该位置的流线为曲线。由图 3-35 可知，在大坝溃决后的初始阶段，与测点“4”的实测水深值相比，模型预测

的水深值较低。在大坝溃决后的初始阶段，溃口处水流运动的三维性较为显著，由弯曲流线导致的非静水压力对水流运动影响较大，而二维浅水方程无法考虑非静水压力对水流运动的影响，因此，测点“4”的水深数值解低于实测值。然而，在  $t=2\text{ s}$  之后，测点“4”的水深数值解与实测值吻合较好。测点“O”位于溃口中心处，该位置的流线为直线。相对于测点“4”的数值解与实测值吻合情况而言，在大坝溃决后的初始阶段，测点“O”的数值解与实测值吻合更好。同时，在大坝溃决后的初始阶段，测点“O”仍存在数值解略低于实测值的情况。由于浅水方程的主要假设条件之一为静水压力分布，然而，在大坝溃决后的初始阶段，溃口处的非静水压力分布特性较为显著，且浅水方程无法描述用于模拟溃坝的闸门在  $t=0$  时迅速开启导致的复杂水流流态，因此，在大坝溃决后的初始阶段，测点“O”的数值解略低于实测值是正常的。测点“8A”位于大坝下游，其水深数值解与实测值吻合较好。





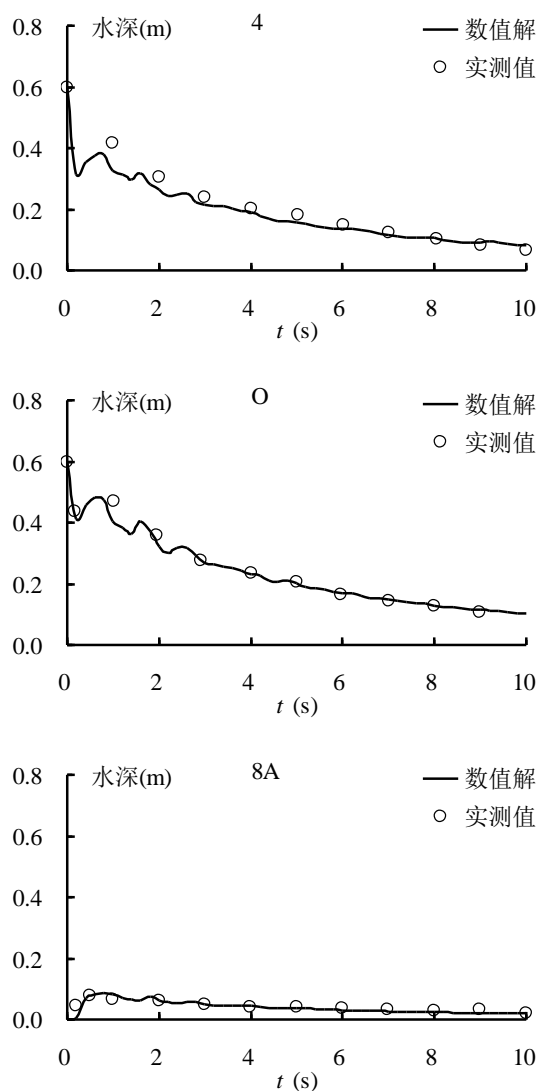


图 3-35 二维对称型局部溃坝室内试验算例：测点的水深数值解与实测值对比

### 3.9 弯曲河道上二维溃坝室内试验

本算例为 L 形状的  $90^\circ$  弯曲河道上二维溃坝试验<sup>[130-132]</sup>。如图 3-36 所示，计算域由一个  $2.40\text{ m} \times 2.40\text{ m}$  的正方形水库和 L 形状的  $90^\circ$  弯曲河道组成，河道里程为  $7.25\text{ m}$ 。六个测点的编号名称及其位置分别为：（1）“P1”， $x = 1.20\text{ m}$ ,  $y = 1.20\text{ m}$ ；（2）“P2”， $x = 2.75\text{ m}$ ,  $y = 0.70\text{ m}$ ；（3）“P3”， $x = 4.25\text{ m}$ ,  $y = 0.70\text{ m}$ ；（4）“P4”， $x = 5.75\text{ m}$ ,  $y = 0.70\text{ m}$ ；（5）“P5”， $x = 6.55\text{ m}$ ,  $y = 1.50\text{ m}$ ；（6）“P6”， $x = 6.55\text{ m}$ ,  $y = 3.00\text{ m}$ 。水库初始水深为  $0.2\text{ m}$ ，流速为  $0$ ；下游为干底河床。水库边界及河道左、右岸为固壁边界条件，河道出口处为自由出流边界条件。水库及河道均为平底，曼宁系数取  $n = 0.0095\text{ s/m}^{1/3}$ 。如图 3-37 所示，采用 2934 个三角形单元剖分计算域，共 1584 个节点和 4517 条边，单元的平均面积为  $0.0032\text{ m}^2$ 。

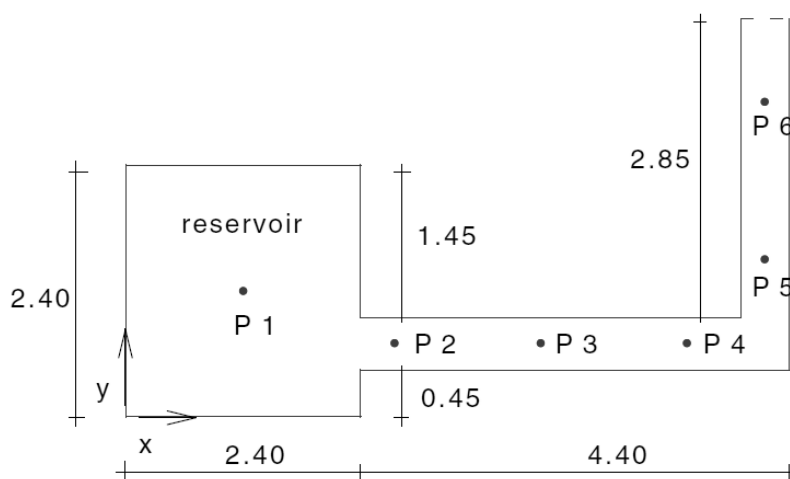


图 3-36 弯曲河道上二维溃坝室内试验：计算区域及测点位置示意图（来源于文献错误!未找到引用源。）

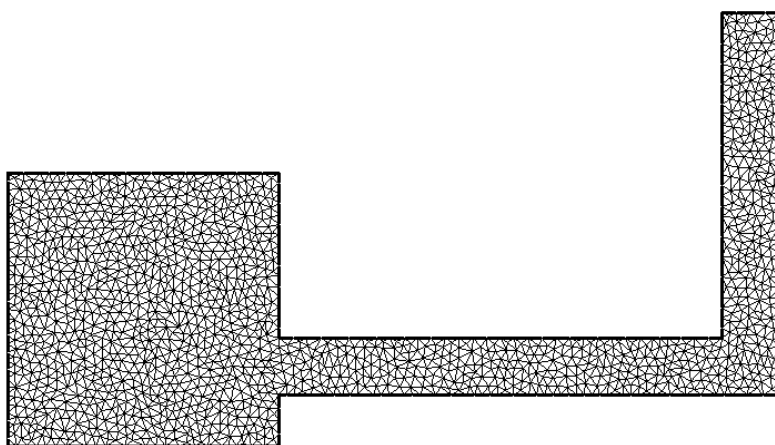
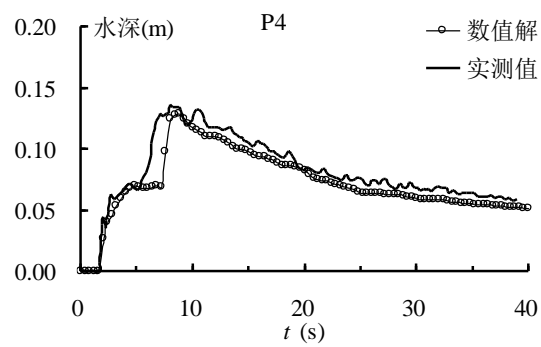
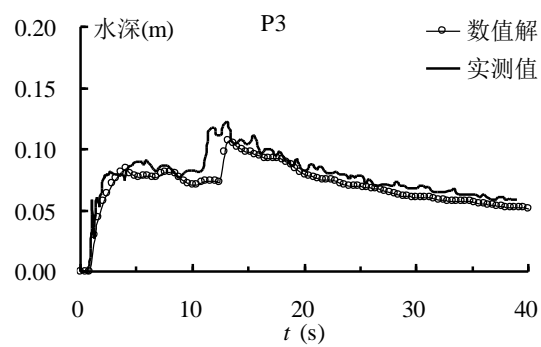
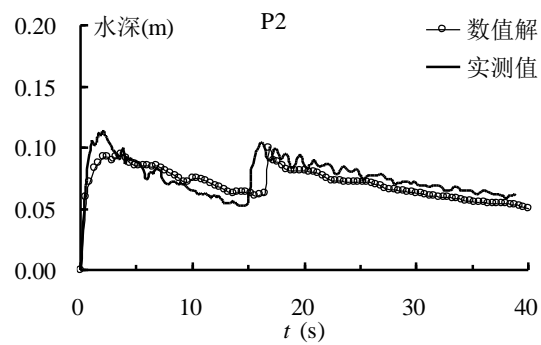
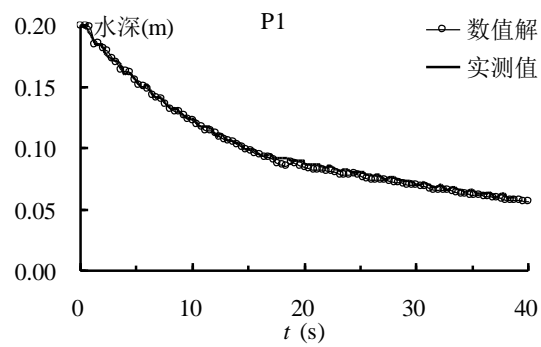


图 3-37 弯曲河道上二维溃坝室内试验：计算网格示意图

假设  $t = 0$  时大坝瞬时溃决。模拟了 40 s 内的溃坝水流运动情况。六个测点的水深数值解与实测值之间的对比如图 3-38 所示。由图 3-38 可知，测点的数值解与实测值基本吻合，尤其是模型准确预测了下游各测点的洪水到达时间。同时，由图 3-38 可以看出，测点 P2、P3 和 P4 均存在两次水位快速上涨的情况。如图 3-36 所示，下游测点 P2、P3 和 P4 位于大坝和河道 90°弯角处之间的河段。对测点 P2、P3 和 P4 而言，第一次水位快速上涨的直接原因是由于大坝溃决后水体急剧下泄，而第二次水位快速上涨是由于河道直角转弯处的阻水作用。另一方面，由于下游测点 P5 和 P6 没有直接受到河道直角转弯处阻水作用的影响，故仅存在一次水位快速上涨的情况，之后随着水体流出计算域，测点的水位逐渐下降。



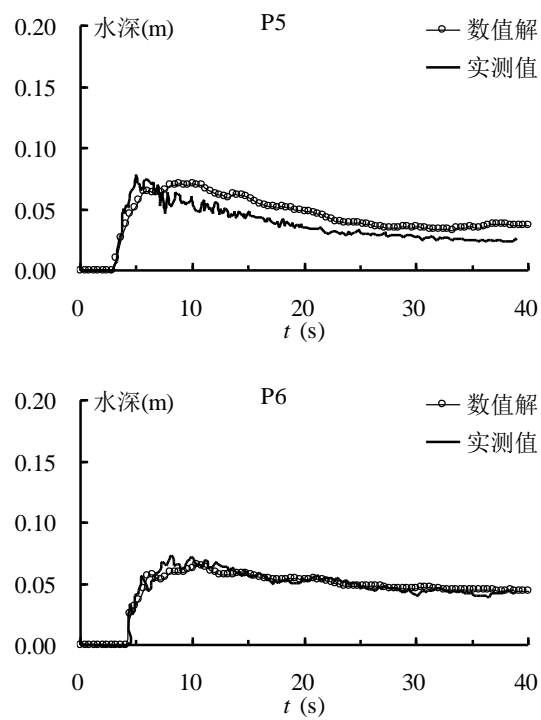
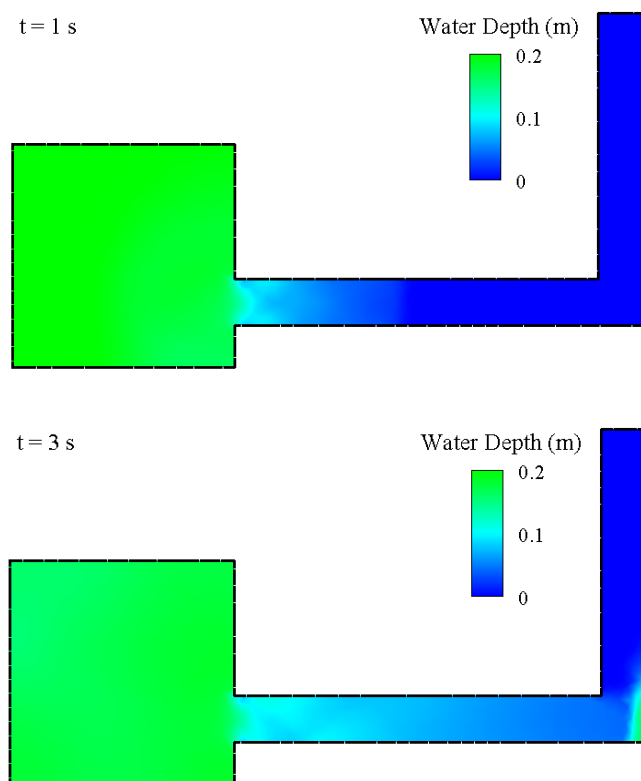


图 3-38 弯曲河道上二维溃坝室内试验：测点的水深数值解与实测值对比

图 3-39 给出了  $t=1\text{ s}$ 、 $3\text{ s}$ 、 $5\text{ s}$  和  $10\text{ s}$  的水深等值线模拟结果，直观反映了河道直角转弯处的阻水作用。



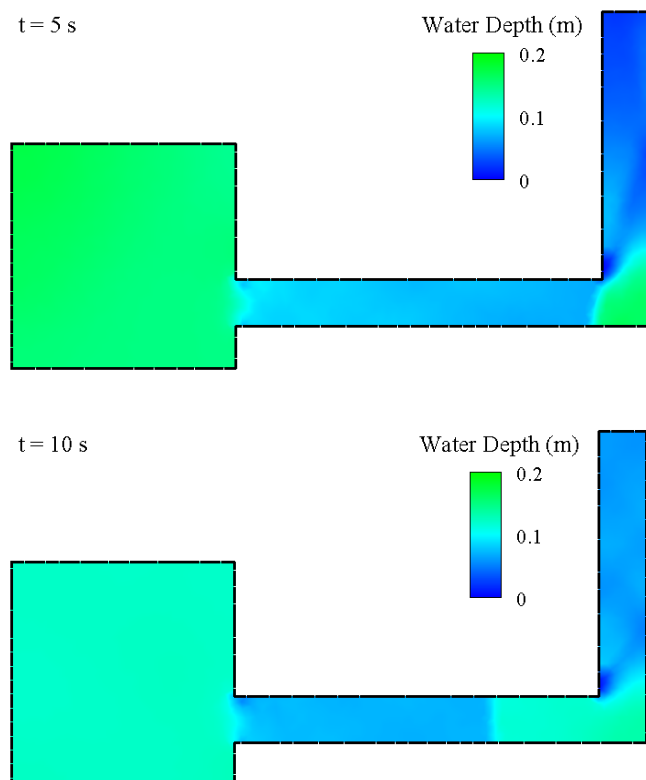


图 3-39 弯曲河道上二维溃坝室内试验：不同时刻的水深等值线模拟结果

### 3.10 具有干湿界面的静止水流算例

本算例为非平底地形上具有干湿界面的二维静水问题，用于检验模型的和谐性。计算域为  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  的正方形区域，不考虑河底摩阻项，底高程为<sup>[133, 134]</sup>：

$$b(x, y) = \max[0, 0.25 - 5 * ((x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2)]\text{ m}, \quad 0 \leq x, y \leq 1\text{ m}$$

与本算例类似的一维问题亦被学者广泛用于检验模型的和谐性<sup>[70, 123, 124]</sup>。给定初始水位  $0.1\text{ m}$ ，初始流速为  $0$ 。计算域四周均采用固壁边界条件。结合初始水位值和底高程数据可知，计算域内存在干湿边界，而数值模型必须一直维持水位为常数、流速为零的静水状态。

采用  $2500$  个三角形单元剖分计算域，共  $1301$  个节点和  $3800$  条边，单元的平均面积为  $0.0004\text{ m}^2$ 。模拟计算了  $500\text{ s}$  内的水流运动情况。图 3-40 给出了  $t = 500\text{ s}$  的三维水面模拟结果。图 3-41 给出了沿直线  $y = 0.5\text{ m}$  的水位、单宽流量数值解与理论解对比，结果表明计算水位未发生变化、计算流速为  $0$ ，模型满足和谐性要求。

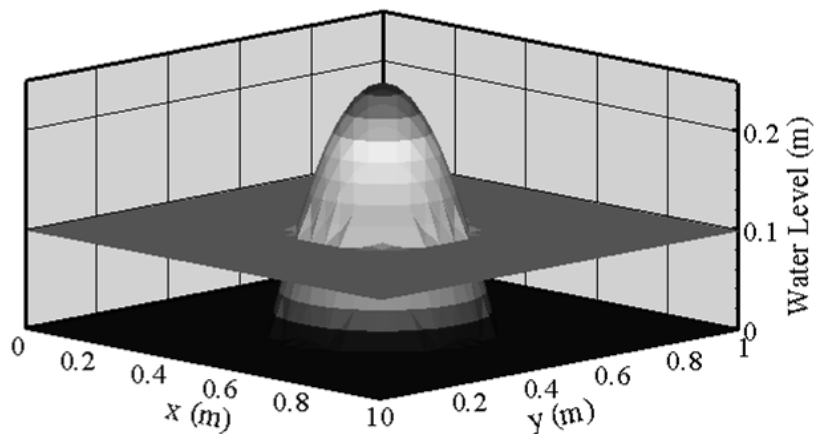


图 3-40 具有干湿界面的静止水流算例：  $t = 500\text{ s}$  的三维水面模拟结果

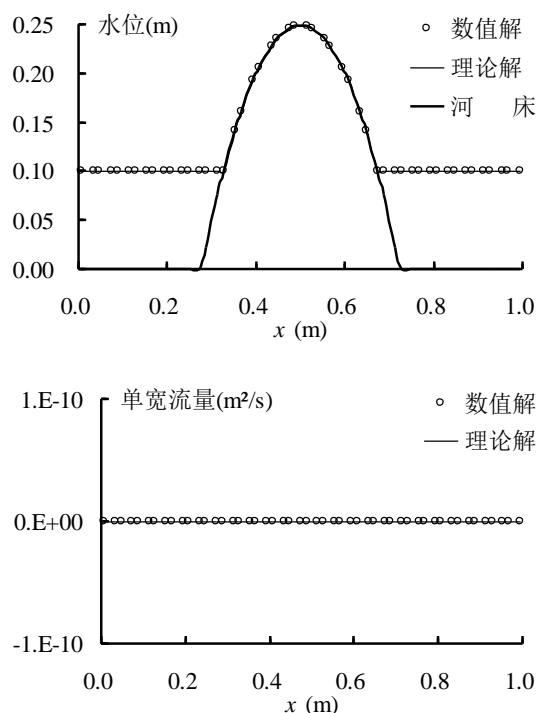


图 3-41 具有干湿界面的静止水流算例：沿直线  $y = 0.5\text{ m}$  的水位、单宽流量数值解与理论解对比

### 3.11 过驼峰的溃坝波传播问题

该算例为河底有 3 个驼峰的溃坝波传播问题，包括了复杂地形、干湿边界、摩阻力等复杂条件下的非恒定水流运动过程，被广泛用于检验模型计算稳定性、复杂地形和动态边界处理能力等<sup>[59, 62, 63, 69]</sup>。如图 3-42 所示，计算域为长 75 m、宽 30 m 的矩形水槽，大坝位于  $x = 16\text{ m}$  处，忽略大坝厚度。大坝上游初始水位为 1.875 m，初始流速为 0；下游为干底河床。糙率  $n = 0.018\text{ s/m}^{1/3}$ 。水槽四周采

用固壁边界条件。水槽内包括两个分别位于（30 m，6 m）和（30 m，24 m）、高度为 1 m 的驼峰和一个位于（47.5 m，15 m）、高度为 3 m 的驼峰，底高程为：

$$b(x, y) = \max[0, 1 - 0.125\sqrt{(x-30)^2 + (y-6)^2}, \\ 1 - 0.125\sqrt{(x-30)^2 + (y-24)^2}, \\ 3 - 0.3\sqrt{(x-47.5)^2 + (y-15)^2}]$$

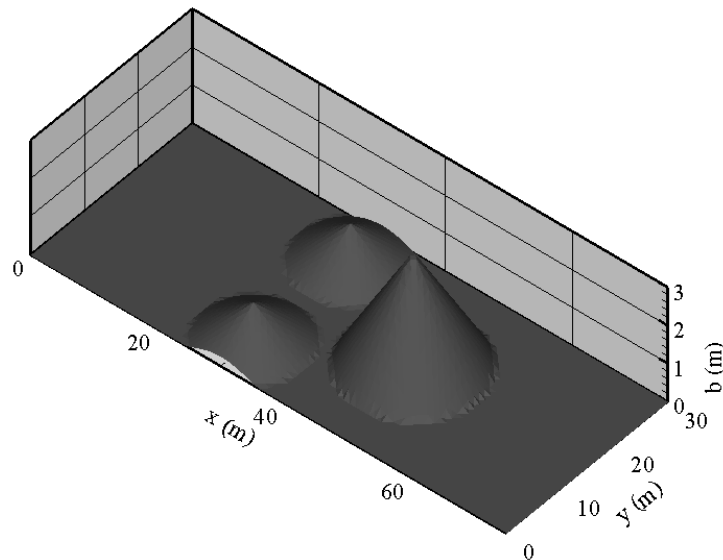
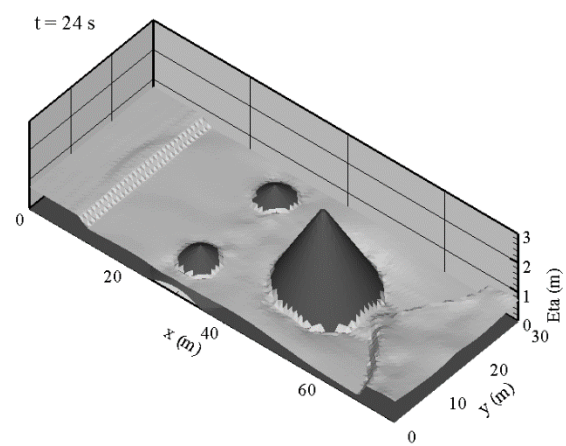
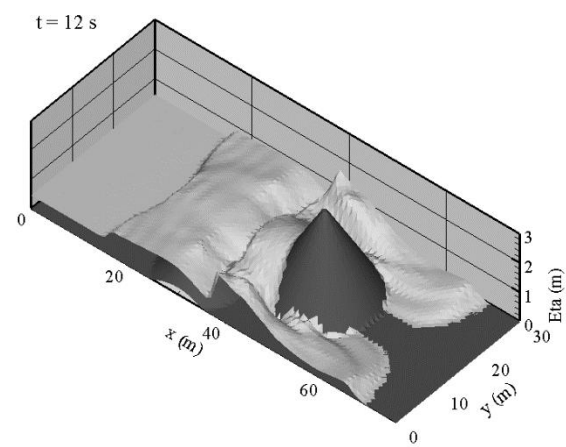
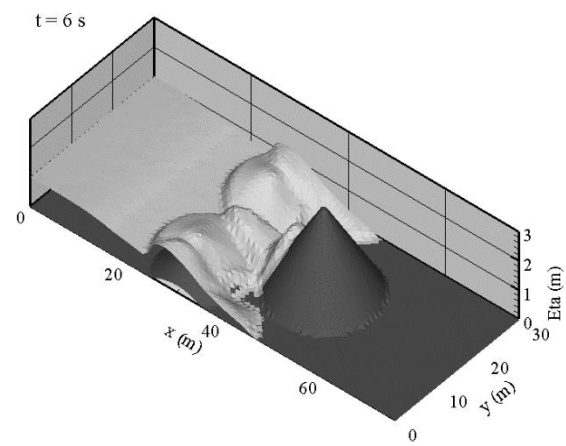
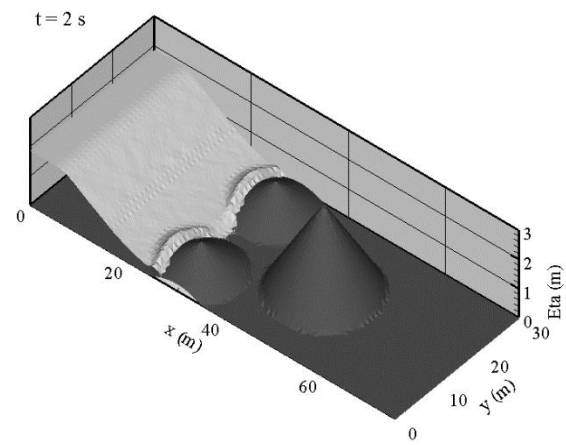


图 3-42 过驼峰的溃坝波传播问题：计算区域及底高程示意图

由于底高程和初始条件均关于直线  $y=15\text{ m}$  对称，因此，任意时刻的计算结果应保持关于直线  $y=15\text{ m}$  对称。为消除网格结构不对称的影响，将计算域剖分为关于直线  $y=15\text{ m}$  对称的三角网格，共 9000 个单元、4606 个节点和 13605 条边，单元的平均面积为  $0.25\text{ m}^2$ 。

模拟计算了 300 s 内的水流运动情况。图 3-43 给出了  $t=2\text{ s}$ 、 $6\text{ s}$ 、 $12\text{ s}$ 、 $24\text{ s}$ 、 $30\text{ s}$  和  $300\text{ s}$  的三维水面计算结果，直观展示了复杂地形上溃坝洪水波传播过程。





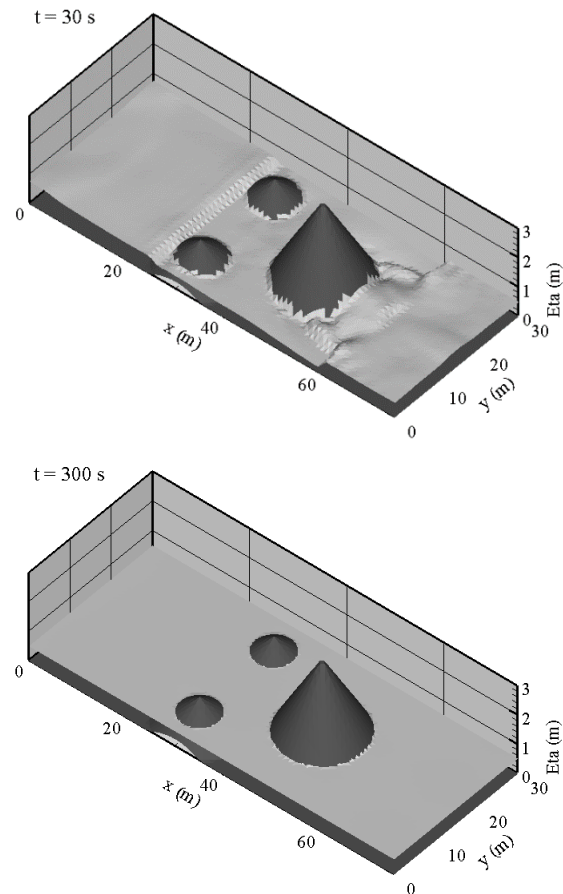
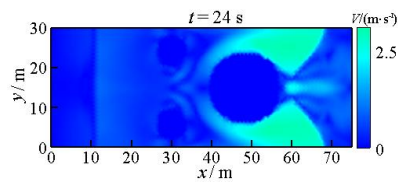
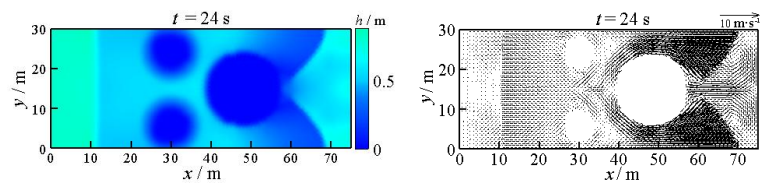
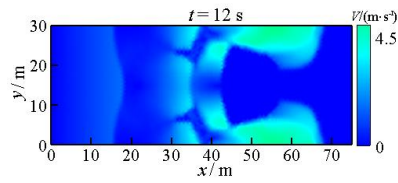
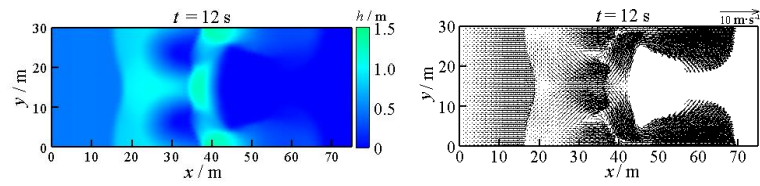
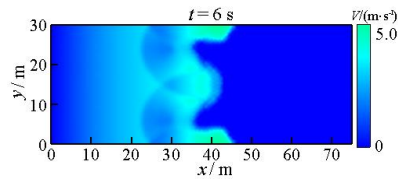
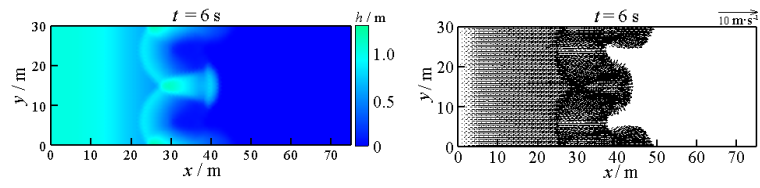
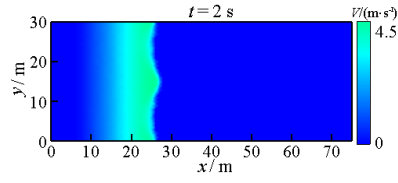
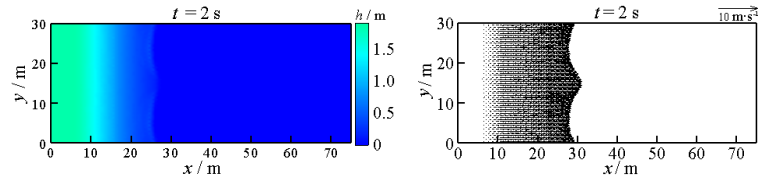


图 3-43 过驼峰的溃坝波传播问题：不同时刻的三维水面模拟结果

由图 3-43 可知，水流特征具有较好的对称性，水流运动符合物理规律，与 Liang 错误!未找到引用源。 的结果相似。在溃坝波的传播过程中，小驼峰曾完全被水流淹没，其涨水和退水过程明显，而高驼峰顶部未被水流淹没。同时，溃坝波冲击驼峰，并由此产生向上游传播的反射波。 $t=2\text{ s}$  时，小驼峰处已有水流通过，并处于涨水状态； $t=6\text{ s}$  时，小驼峰已完全被水流淹没，而溃坝波前已到达高驼峰处； $t=12\text{ s}$  时，洪水已由高驼峰两侧流过，并向下游传播，绕流现象明显； $t=24\text{ s}$ 、 $30\text{ s}$  时，洪水已淹没整个平底区域，下游固壁对水流的反射现象显著； $t=300\text{ s}$  时，由于溃坝波之间、溃坝波与河床、溃坝波与固壁的相互作用，以及摩阻项引起的能量耗散，水流已趋于静止状态。

图 3-44 给出了  $t=2\text{ s}$ 、 $6\text{ s}$ 、 $12\text{ s}$ 、 $24\text{ s}$ 、 $30\text{ s}$  和  $300\text{ s}$  的水深、流速等值线和平面流场模拟结果，更清晰地展示了溃坝洪水波传播过程。



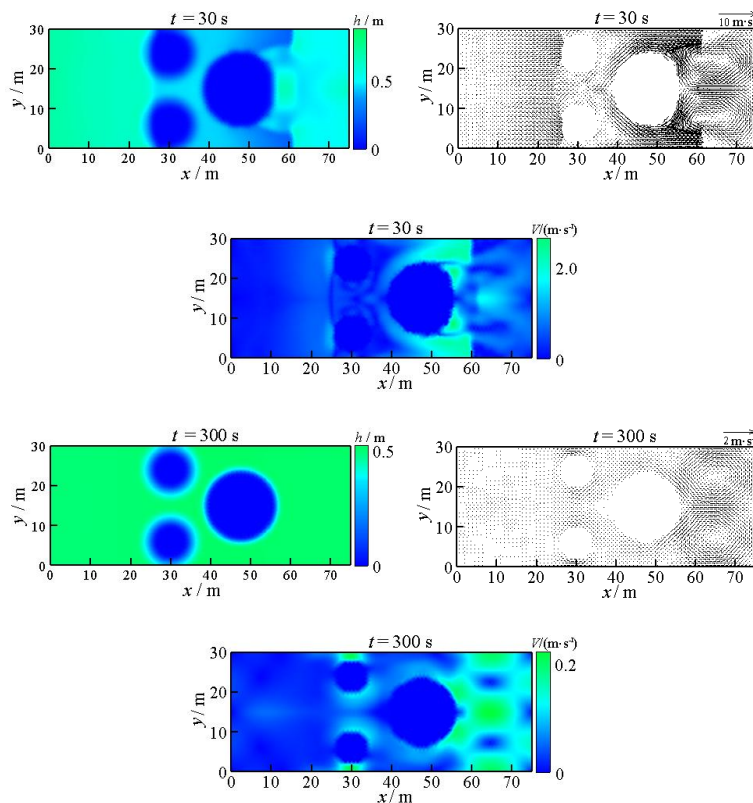


图 3-44 过驼峰的溃坝波传播问题：不同时刻的水深、流速等值线和流场模拟结果

此外，计算过程中未出现单元水深值小于 0 的情况，因此水量得到了严格守恒。同时，程序统计了水量守恒情况。 $t = 0 \sim 300$  s 时段内，最大水量绝对误差为  $3.297 \times 10^{-12} \text{ m}^3$ ，属于数值误差数量级，表明模型具有良好的水量守恒性。由计算结果可知，模型有效模拟了复杂的水流运动过程，适合模拟溃坝洪水演进及其淹没过程。

### 3.12 具有收缩扩散段的水槽溃坝试验

本算例为 Bellos 等<sup>错误!未找到引用源。</sup>设计的水槽中部具有一个收缩扩散段的溃坝试验，可用于检验河道宽度沿程变化条件下模型的性能<sup>[59,63,64]</sup>。Bellos 等曾在具有收缩扩散段的水槽上开展了一系列的瞬时溃坝水流试验，考虑了不同的水流条件和水槽坡度情况，并测量记录了多个位置的试验水深过程。本文选取其中的一组试验实测数据进行模型验证。

如图 3-45 所示，水槽长 21.2 m，底坡为 0.002。水闸位于水槽中最窄断面处，该处水槽宽度为 0.6 m，底高程为 0.15 m，距离上游边界 8.5 m。收缩扩散段起点距离上游边界 5 m，终点距离下游边界 4.7 m。收缩扩散段外的区域，水槽宽 1.4

m。  $t = 0$  时刻闸门瞬间完全开启。模型初始条件为水闸上游水位 0.3 m，下游水深为 0 m。糙率  $n = 0.012 \text{ s/m}^{1/3}$ 。上游及水槽两侧为固壁边界，下游为自由出流边界。该水槽的三角网格剖分如图 3-45 所示，共 1584 个三角单元、900 个节点和 2483 条边，单元的平均面积为  $0.01555 \text{ m}^2$ 。选择水槽中心线上一系列点（A:  $x = -8.5 \text{ m}$ ; B:  $x = -4.0 \text{ m}$ ; C:  $x = -0.0 \text{ m}$ ; D:  $x = +0.0 \text{ m}$ ; E:  $x = 5.0 \text{ m}$ ; F:  $x = 10.0 \text{ m}$ ）作为水深测量点，各测点的位置分别如图 3-45 中实心黑圆点 A-F 所示。

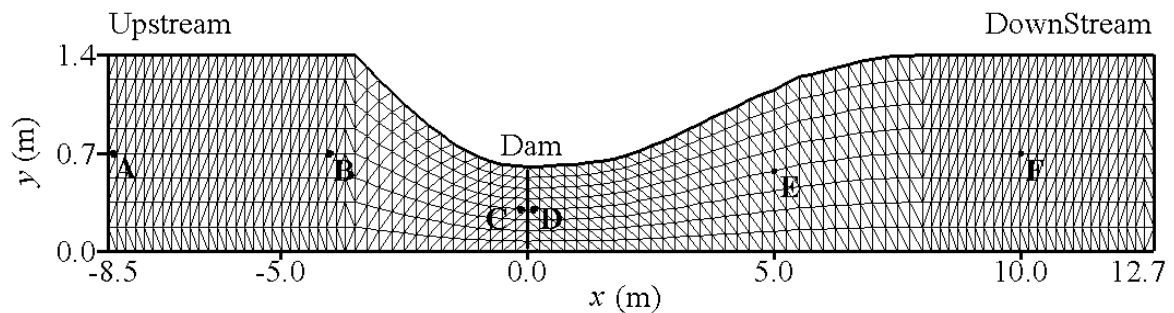
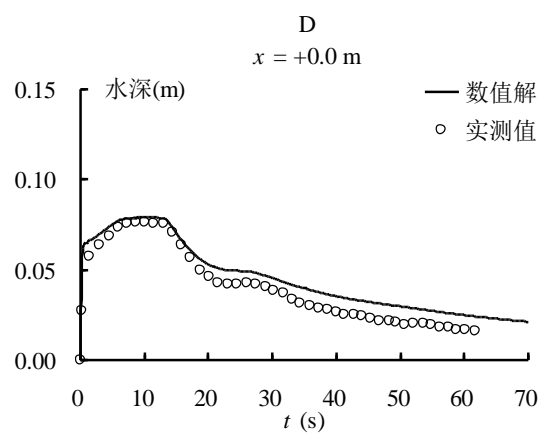
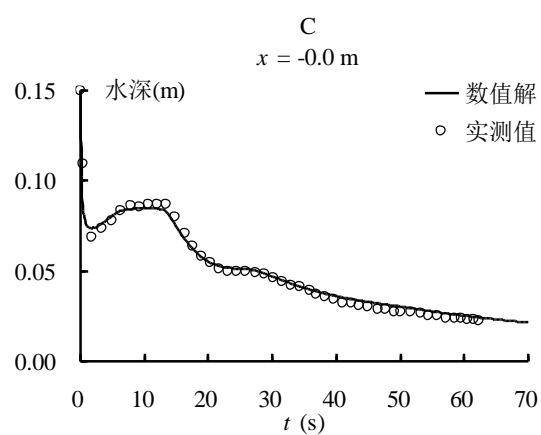
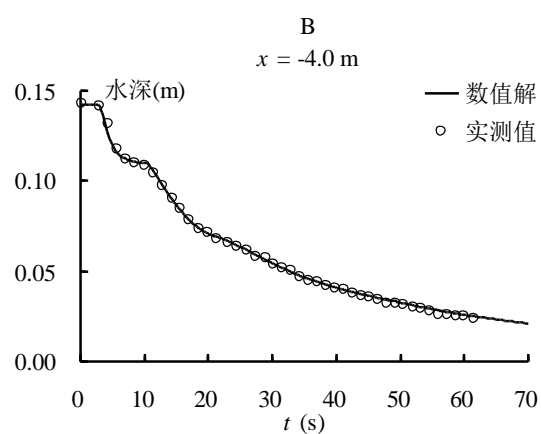
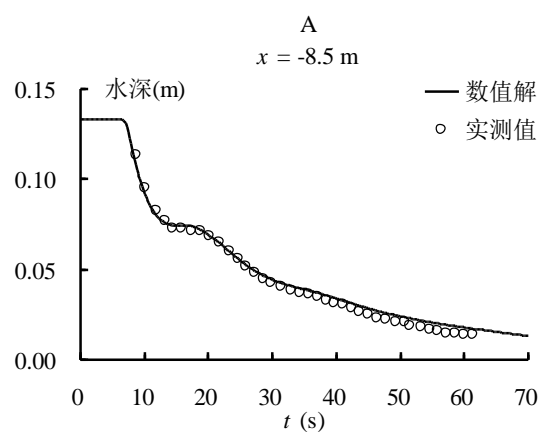


图 3-45 具有收缩扩散段的水槽溃坝试验：水槽示意图、测点位置及三角网格剖分

各测点的水深数值解与实测值之间的对比如图 3-46 所示。由图 3-46 可知，整体而言，各测点水深数值解与实测值吻合良好，其中，水闸上游测点的水深数值解与实测值吻合较好，而下游测点的拟合精度较差，但下游测点的水深数值解随时间变化的趋势与实测值基本一致。由于下游的流态由缓流变为急流，其中的垂向流速比较显著，而本文基于二维浅水方程建立的水动力学模型没有考虑水流的垂向运动，因此，下游测点的拟合精度较差。同时，由于溃坝水流为强非恒定流，水深变化很快，尤其是下游水深值较小的地方，试验观测本身可能存在一定的误差。此外，测点 C 在大坝溃决初始阶段，短时间内其水位骤降，接着水位逐步上涨，再接着水位又逐渐下降。测点 C 的第一次水位骤降是由坝体溃决导致水体急剧下泄引起的；接着的水位逐步上涨是由于测点 C 所处的收缩扩散段水槽特性引起的；随着水体不断流出水槽，测点 C 的水位变化最终又回归到逐步下降的趋势。



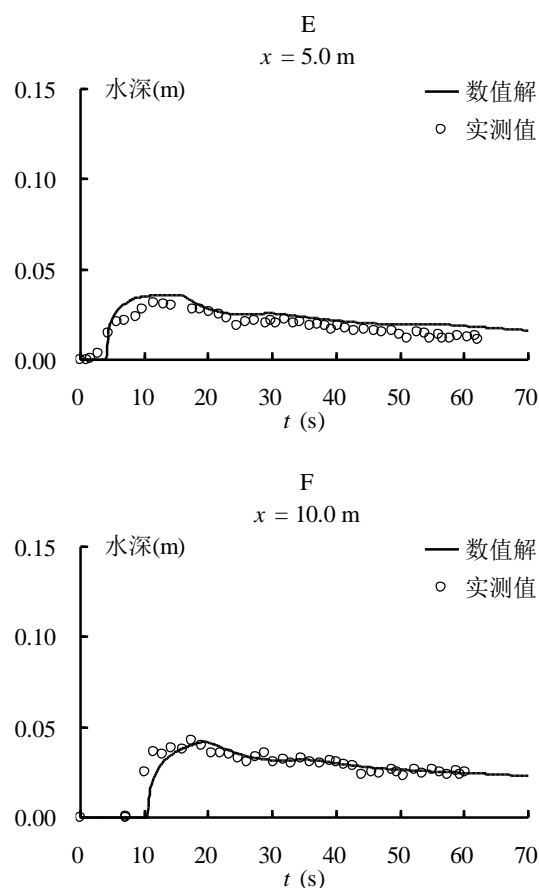


图 3-46 具有收缩扩散段的水槽溃坝试验：测点的水深数值解与实测值对比

### 3.13 二维抛物型无阻力河床上的自由水面

Thacker <sup>错误!未找到引用源。</sup>给出了二维抛物型无阻力河床上具有自由表面浅水流动的解析解。该算例可用来检验模型在非平底条件下模拟具有干湿界面水流运动的精度<sup>[57, 136]</sup>。

考虑一矩形计算域 $[-10000 \text{ m}, 10000 \text{ m}] \times [-10000 \text{ m}, 10000 \text{ m}]$ ，其底高程为：

$$b(x, y) = \frac{h_0}{a^2} (x^2 + y^2)$$

式中， $h_0$ 和 $a$ 为大于0的常数。当 $\sigma \ll a^2 / 2h_0$ 时，任意时刻水深和流速的解析表达式为：

$$h(x, y, t) = \max \left[ 0, \frac{\sigma h_0}{a^2} (2x \cos(\omega t) + 2y \sin(\omega t) - \sigma) + h_0 - b(x, y) \right]$$

$$u = -\sigma w \sin(wt)$$

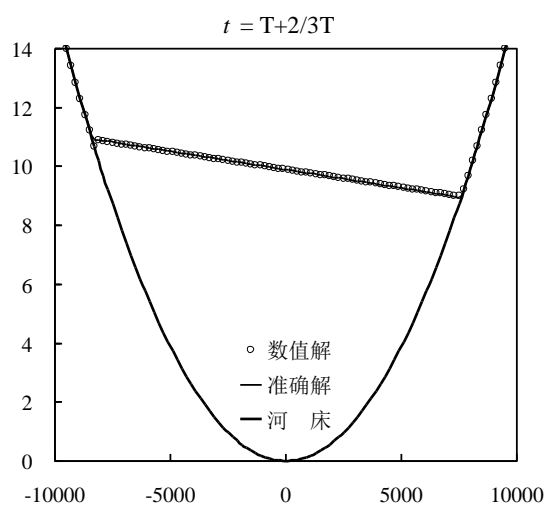
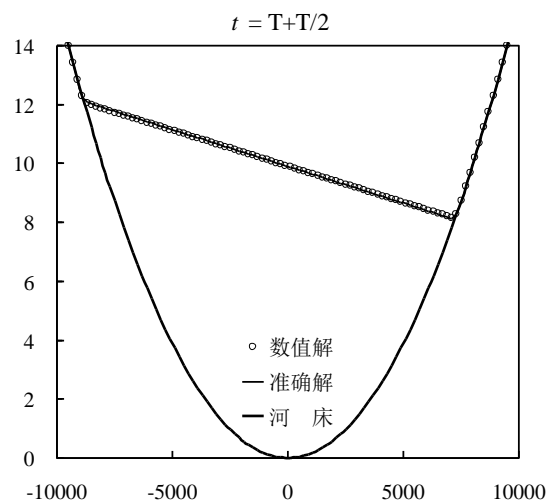
$$v = -\sigma w \cos(wt)$$

式中， $\sigma$  为常数，其决定了水流周期性运动的幅度； $w = \sqrt{2gh_0}/a$  为水流周期性运动的频率。水流将在半径为  $a + \sigma$  的圆周内做往复运动。

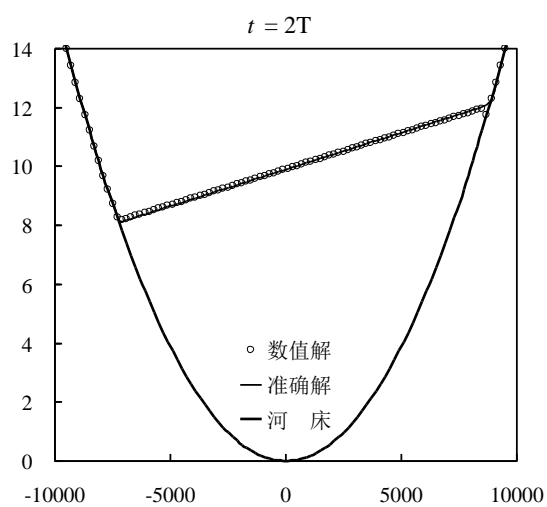
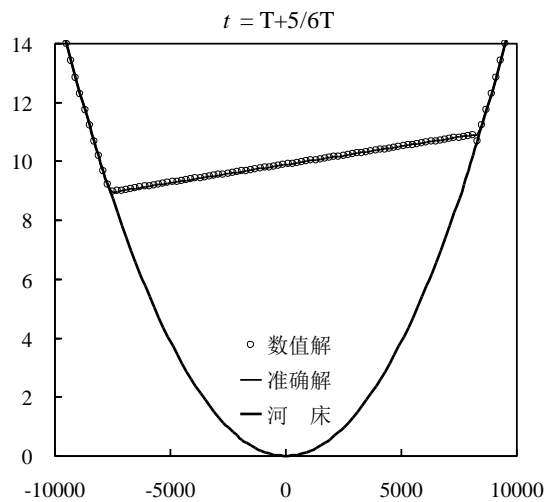
本算例的计算条件为：用 40000 个三角网格剖分计算域，共 20201 个节点和 60200 条边，单元的平均面积为 10000 m<sup>2</sup>；采用固壁边界条件； $a = 8025.5$  m， $h_0 = 10$  m， $\sigma = a/10$ 。水流往复运动的周期为  $T = 2\pi/w = 3600$  s。初始水深、流速由  $t = 0$  时刻的解析解给出。

模拟了 3 个周期（即 3 小时）内的水流往复运动情况。 $t = T+T/2$ 、 $T+2/3T$ 、 $T+5/6T$ 、 $2T$ 、 $2T+T/6$ 、 $2T+T/3$  时刻沿直线  $y=0$  的水位数值解与准确解对比如图 3-47 所示。测点（-7900 m, 0 m）、（-5500 m, 0 m）、（5500 m, 0 m）和（7900 m, 0 m）的水深数值解与准确解对比如图 3-48 所示。各测点的流速数值解与准确解对比如图 3-49 所示。

由图 3-47 可知，各时刻沿直线  $y=0$  的水位数值解与准确解吻合较好，模型准确模拟了具有干湿界面的复杂水流运动过程，且在干湿界面附近没有产生明显的数值振荡。由图 3-48 和图 3-49 可知，各测点的水深、流速数值解与准确解基本吻合，其中，位于（-7900 m, 0 m）和（7900 m, 0 m）的测点存在干湿状态交替变换情况，而位于（-5500 m, 0 m）和（5500 m, 0 m）的测点则一直处于被淹没状态。算例研究结果表明，模型的计算精度较高，可用于具有干湿界面的复杂水流运动过程模拟。







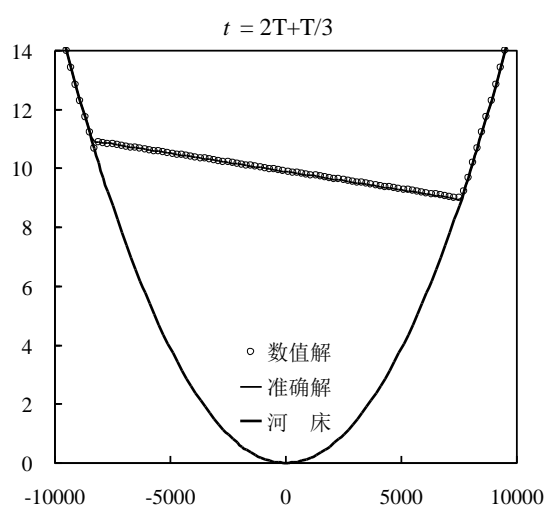
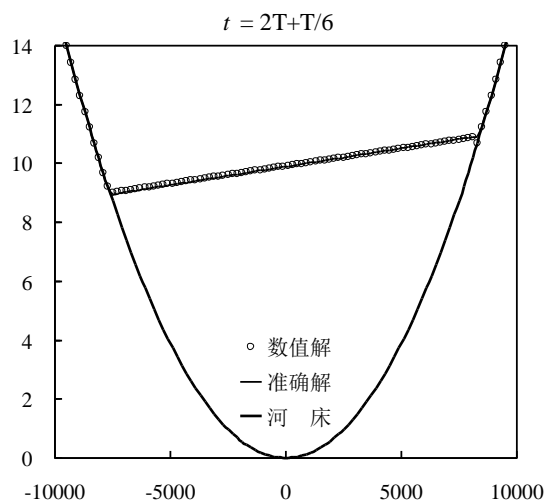
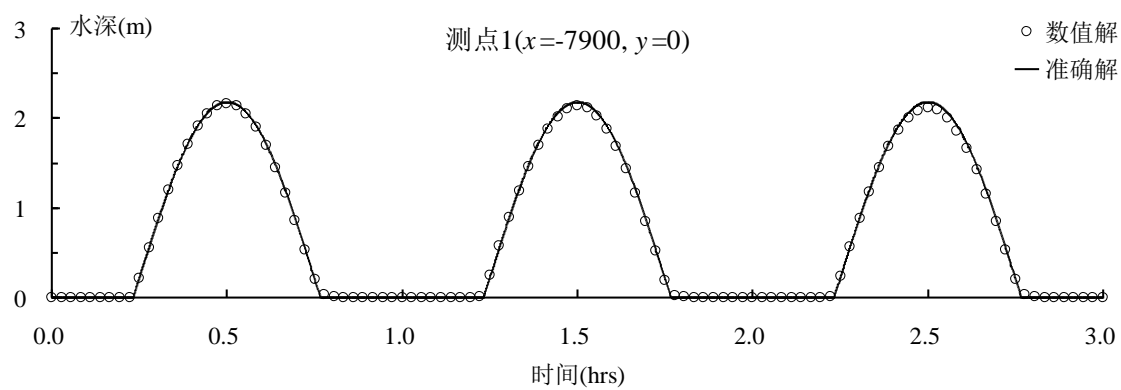


图 3-47 二维抛物型无阻力河床上的自由水面：  
不同时刻沿直线  $y = 0$  的水位数值解与准确解对比



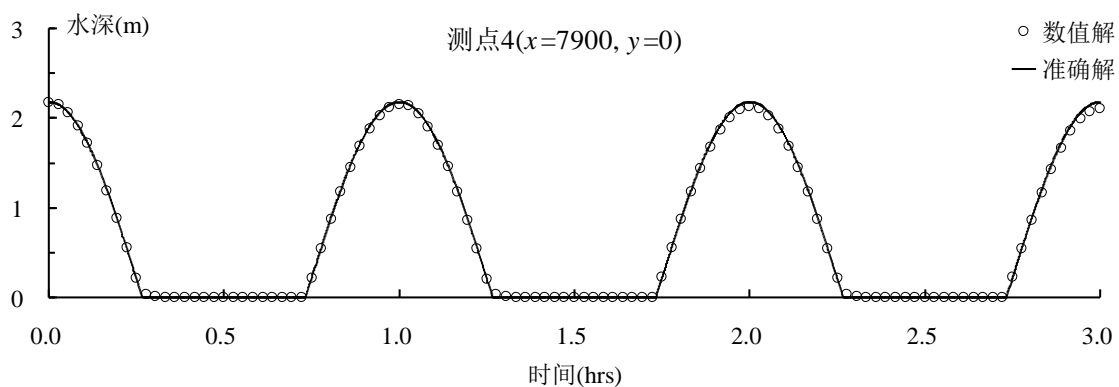
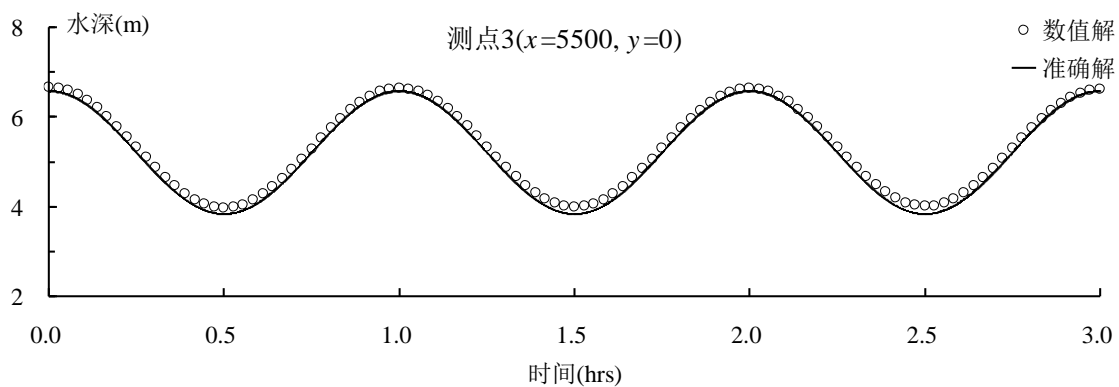
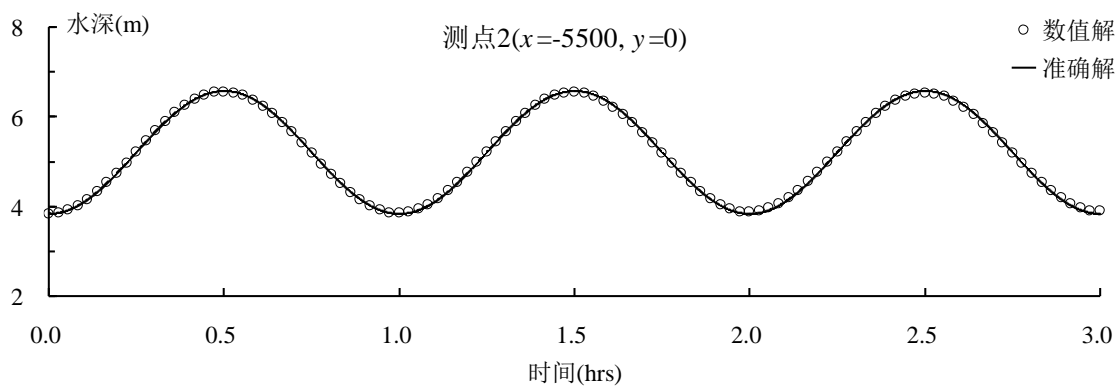
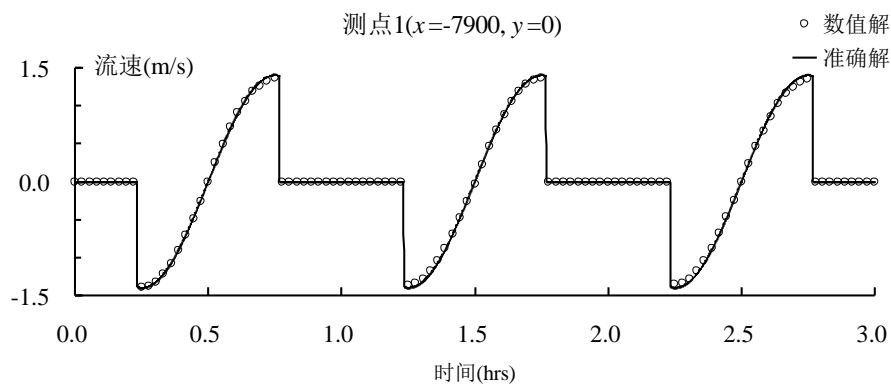


图 3-48 二维抛物型无阻力河床上的自由水面：测点的水深数值解与准确解对比



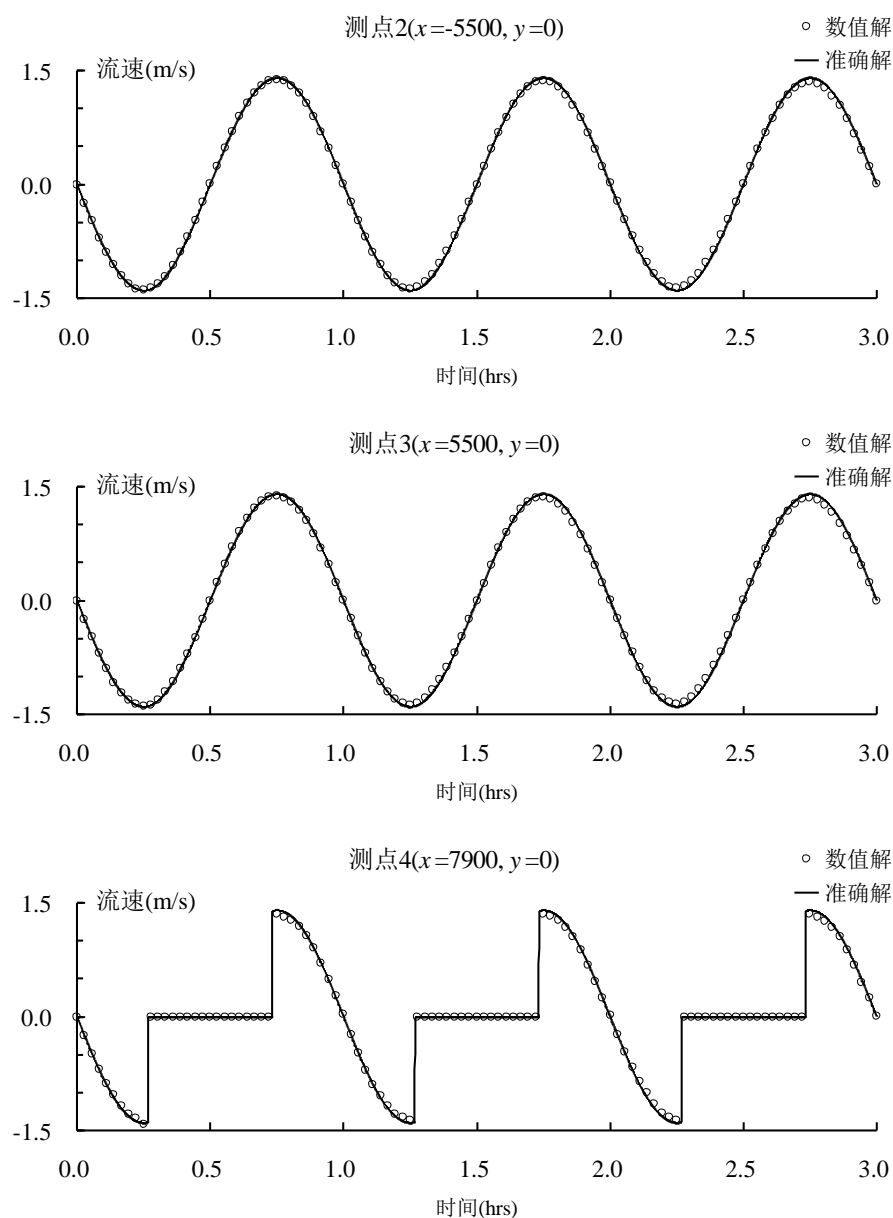


图 3-49 二维抛物型无阻力河床上的自由水面：测点的流速数值解与准确解对比

### 3.14 本章小结

本章通过一系列经典算例的系统验证，表明模型具有和谐性、水量守恒性、较高的计算精度、复杂混合流态处理能力、高分辨率激波捕获能力、不规则地形处理能力、复杂边界拟合能力、计算稳定性等优点。模型合理模拟了复杂地形条件下具有动态干湿界面的水流运动过程，可用于实际地形上溃坝洪水演进数值模拟。本章所采用的经典测试算例涉及面较广，既包括具有准确解或便于定性分析的标准算例，也包括具有实测数据的室内试验；既包括恒定流问题，也包括非恒定流问题；既包括平底、顺直河道，也包括非平底、弯曲河道；既有一维水流运

动问题，也有二维浅水流动问题，因此，通过上述经典算例验证得到的结论是有效、可靠的。