分支定界法实验报告

--------------闫世杰 2020200982

实现分支定界法解决整数规划问题

先根据输入构造出整数规划问题

对于所有的变量,初始化其取值范围界限为 0-inf

利用线性规划求出松弛问题的最优解:

1) 最优解全为整数,则该最优解也是原整数规划的最优解,求解结束
2) 最优解含有非整数,任意选取一个非整数解,改变对应变量的取值范围界限,构造出两个子问题,分别求解两个子问题,然后进行递归直到结束
3) 无最优解,则对应的问题也无最优解,求解结束

实验重点在于

1. 在递归求解子问题的规程中不断更新原问题最优解的界限,实现不断进行剪枝的过程
2. 在每次进行递归时,选取哪一个子问题进行操作(个人选取 Best First 的策略
3. 多个最优解如何保存(建立一个多维数组,在每次更新最优解的过程时,比较两次最优解的取值,如果本次更优,清空上次保存的最优解;如果和上次一样,则将该解加入最优解数组

实现过程:

先创建一个 LP 问题的优先队列,该优先队列以 LP 问题的最优解为基准,最优解越大,优先级越高(通过重载比较运算符实现

首先将原 IP 问题对应的 LP 问题加入优先队列,然后不断的取出队列中的首元素(即最优候选问题)进行操作

1)该问题无最优解,直接丢弃

2)该问题有最优解但最优解小于下界,直接丢弃

3)该问题有最优解且最优解大于下界

  i)该最优解全为整数,修改原始 IP 问题的最优解下界以及最优解对应的变量取值

  ii)该最优解含有非整数,任取一个非整数解,修改该解对应变量的上下界来创建两个子问题,并将这两个问题加入优先队列

重复上述过程,直到优先队列为空,此时原问题已求解结束

如果原问题的最优解不为最小值(即初始赋值),说明原问题含有最优解,否则说明无最优解

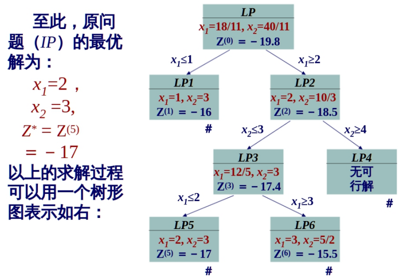
正确性证明:

易知,此过程可以实现分支定界法来解决 IP 问题

正确性检验：

例 1：

$$\min Z=-x_1-5x_2$$
$$\begin{cases} x_1-x_2\geq -2 \\ 5x_1+6x_2\leq 30 \\ x_1 \leq 4 \\ x_1,x_2\geq 0\text{且全为整数} \end{cases} \quad \text{记为 } (IP)$$

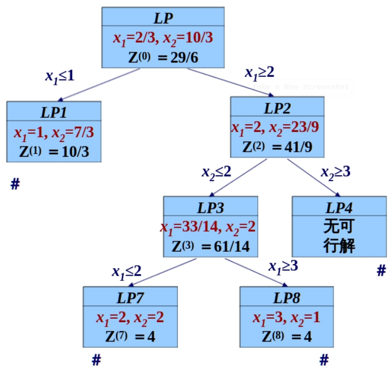


运行结果：

```
[soda@soda lab2]$ python BreachBound.py
输入目标函数的类型,0代表max 1代表min:1
输入目标函数的系数(空格隔开):-1 -5
输入约束条件个数:3
输入约束变量个数:2
输入约束条件矩阵(系数1~系数n,常数项,符号项(1 mean <=; 2 mean >=;0 mean = ):
1 -1 -2 2
5 6 30 1
1 0 4 1
最优解:
[[2.0, 3.0]]
-17.0
```

例 2：

$$\max Z=x_1+x_2$$
$$\begin{cases} 14x_1+9x_2\leq 51 \\ -6x_1+3x_2\leq 1 \\ x_1,x_2\geq 0\text{且全为整数} \end{cases}$$



运行结果

```
[soda@soda lab2]$ python BreachBound.py
输入目标函数的类型,0代表max 1代表min:0
输入目标函数的系数(空格隔开):1 1
输入约束条件个数:2
输入约束变量个数:2
输入约束条件矩阵(系数1~系数n,常数项,符号项(1 mean <=; 2 mean >=;0 mean = ):
14 9 51 1
-6 3 1 1
最优解:
[[2.0, 2.0], [3.0, 1.0]]
4.0
```