Plan

Introduction

Les modèles de transport intéressent un très grand nombre de problèmes de gestion parmi lesquels se trouvent évidemment les opérations de transport au sens habituel du terme, mais aussi d'autres types de questions analogues.

D'une manière générale, on entendra par problème de transport tout problème d'optimisation du transfert entre points-origine ou fournisseurs et points – destination ou clients. Lorsque ces points matérialisent des lieux géographiques et lorsque l'objet du transfert est un ensemble de marchandises, il s'agit du problème de transport au sens strict. Mais il peut s'agir, également de personnel jouant le rôle de points-origine, que l'on désire affecter dans les meilleures conditions à des fonctions vacantes jouant le rôle de point-destinations.

Tous ces problèmes, bien qu'appartenant à des domaines de la gestion très différents, sont susceptibles d'être traités à l'aide du même modèle, le modèle de transport, qui constitue une catégorie particulière de programmes linéaires.

Il serait, bien entendu, possible de résoudre ces problèmes à l'aide des techniques de la programmation linéaire (simplexe), mais la structure très spécifiques des problèmes de transport permet de recourir à des techniques particulières beaucoup plus légères.

Nous envisagerons, dans la première section, la formalisation du modèle de transport, puis dans la seconde section, sa résolution. La troisième section sera consacrée aux extensions de ce modèle et à son utilisation dans d'autres domaines de la gestion.

I-*Modélisation d'un problème de transport*

Le problème de transport peut être formulé ainsi : « des quantités données d'un même produit sont disponibles en plusieurs points-origines ; des quantités données de ce produit doivent être expédiées vers différents points-destination. Le cout de transport unitaire entre chacun des points-origine et chacun des points-destination étant connu, il s’agit de déterminer le meilleur programme de transport, c'est-à-dire celui qui minimise le cout total d’approvisionnement.

Plus précisément, il convient de déterminer à partir de quel point-origine, chaque point-destination doit être alimenté, et ceci quelles quantités ».

Ce problème peut être formalisé à l’aide d’un programme linéaire et comme tout programme linéaire, il peut être sous une forme primale ou sous une forme duale.

3- Formulation primale

La formulation primale du modèle de transport sera abordée à travers le traitement d’un cas. Les résultats seront ensuite généralisés de façon à pouvoir mettre en évidence les caractéristiques particulières du modèle de transport.

4- Etude de cas

La société bouayad & fils possède trois abattoirs en trois villes différentes et fournit trois autres villes en viandes de première qualité.

Abattoir	Stock	Ville	Demande
Rabat	120	Casablanca	150
Fès	80	Agadir	70
Meknès	80	Marrakech	60

Les couts de transport (en DH/ tonne) dépendent des contrats particulières avec les compagnies de chemin de fer et fret aérien sont résumés dans le tableau ci-dessous.

	Casablanca	Agadir	Marrakech

Rabat	8	5	6
Fès	15	10	12
Meknès	3	9	10

La question est : comment livrer au moindre cout ?

Si nous appelons Qij les quantités transportées entre l'abattoir i et la ville j , le cout de transport total supporté par la société s'écrira :

$C = 8Q_{11} + 5Q_{12} + 6Q_{13} + 15Q_{21} + 10Q_{22} + 12Q_{23} + 3Q_{31} + 9Q_{32} + 10Q_{33}$

L'objectif de l'entreprise bouayad est de rendre minimum ce cout de transport tout en tenant compte des disponibilités du produit et de sa demande.

Ici l'offre totale est égale à la demande : tous les stocks de viande seront utilisés pour satisfaire la demande.

Par exemple, le stock de l'abattoir de Fès est de 80tonnes : elle devra donc expédier exactement 80 tonnes vers les villes « demanderesses ».

Ceci s'exprime à l'aide de la contrainte :

$$Q_{21} + Q_{22} + Q_{23} = 80$$

De même, dans la mesure où l'entreprise désire vendre le plus possible, il est nécessaire d'expédier vers une ville donnée ce qu'elle a demandé.

Soit, pour la ville Marrakech par exemple :

$$Q_{13} + Q_{23} + Q_{33} = 60$$

Le problème de cette entreprise peut ainsi s'exprimer sous la forme d'un programme linéaire comprenant neuf variables- une par trajet possible – et six contraintes- une par abattoir et une par ville- soit le programme linéaire :

$[\mathrm{Min}]C = 8Q_{11} + 5Q_{12} + 6Q_{13} + 15Q_{21} + 10Q_{22} + 12Q_{23} + 3Q_{31} + 9Q_{32} + 10Q_{33}$

Sous les contraintes :

$Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} = 120$

$Q_{21} + Q_{22} + Q_{23} = 80$

$Q_{31} + Q_{32} + Q_{33} = 80$

$Q_{11} + Q_{21} + Q_{31} = 150$

$Q_{12} + Q_{22} + Q_{32} = 70$

$Q_{13} + Q_{23} + Q_{33} = 60$

$Q \geq 0$,i,j = 1,2,3

La seule hypothèse nécessaire pour avoir le droit d'employer une telle formulation est celle qui porte sur le caractère constant des couts de transport unitaire : ils sont indépendants des quantités transportées.

b) Cas général

Dans le cas général, le problème de transport s'exprime comme le recherche de l'approvisionnement aux moindres couts à partir de m points origine i (i=1,…,m) de n points destination j (j=1,..,n).

Les données du problème sont :

. les capacités d'approvisionnement des points origine, avec k_i pour le point i (i=1,..,m)

. les demandes d'approvisionnement des points origine i et chaque point destination, avec Dj pour le point j (j=1,..,n)

. le cout de transport C_{ij} entre chaque point origine i et chaque point destination j .

Le problème peut alors se formuler de la façon suivante, si Q_{ij} représente les quantités transportées entre le point i et le point j :

$$[\text{Min}]\ C = \sum\sum C_{IJ}\ Q_{IJ}$$

Sous les contraintes suivantes :

$$\sum Q_{ij} \leq K_i,\ i = 1,..,\ m$$

$$\sum Q_{ij} \geq D_j,\ j = 1,..,\ n$$

$$Q_{ij} \geq 0,\ i = 1,..,\ m \text{ et } j = 1,..,\ n$$

Un problème de m points de départ et n points d'arrivée comprendra (m *n) variables et (m+n) contraintes avec m contraintes associées aux points origine et n contraintes associées aux points- destination.

La matrice des coefficients techniques des variables dans les contraintes est très caractéristique. Elle est binaire (ne comportant que des 0 et des 1).

I.2 Formulation duale

a) programme dual

Compte tenu des résultats obtenus, nous pouvons énoncer les propositions suivantes :

-A chacune des contraintes primales, nous associons une variable duale : la variable S_J est associée à la contrainte origine i, et la variable T, à la contrainte destination j .
-L'objectif du problème dual est de rendre maximum une fonction linéaire des m variables S_i, des n variables T_j.
-La matrice des coefficients des variables dans les contraintes duales est la transposée de la matrice utilisée dans le programme primal.
-Compte tenu de la structure particulière de la matrice A, dans chacune des contraintes duales n'interviendront que deux variables, plus précisément, dans la contrainte associée à la variable primale Q_{ij} , seules les variables S_i et T_j.
-la contrainte ij s'exprime ainsi : $S_I + T_J \leq C_{IJ}$

D'où le programme dual du problème de transport :

$$[Max]R = \sum k_i S_i + \sum D_j T_j$$

$$S_i + T_j \leq C_{ij},\ i=1,..\ m \text{ et } j=1,..,n$$

Le programme dual du cas de l'entreprise bouayad peut illustrer cette formulation :

$$[Max]R = 120S_1 + 80S_2 + 80S_3 + 15T_1 + 70T_2 + 60T_3$$

Sous les contraintes :

$$S_1 + T_1 \leq 8$$

$$S_1 + T_2 \leq 5$$

$$S_1 + T_3 \leq 6$$

$$S_2 + T_1 \leq 15$$

$$S_2 + T_2 \leq 10$$

$$S_2 + T_3 \leq 12$$

$$S_3 + T_1 \leq 3$$

$$S_3 + T_2 \leq 9$$

$$S_3 + T_3 \leq 10$$

a) ***Relations primal dual***

Les relations qui lient le primal au dual en programmation linéaire se retrouvent dans le problème de transport. En particulier :

- si l'une des deux formulations a une solution, l'autre en a une également et la valeur de la fonction objectif est la même, a l'optimum pour les deux formulations :

  $[\text{ MiN }]\ C = C^* = [\text{ Max }]\ R = R^*$
  Ou encore

  $$\sum\sum C_{ij}\, Q_{ij} = \sum K_i S_i^* + \sum D_j T_j^*$$

- S i la contrainte (ij) dual n'est pas saturée à l'optimum ce qui se traduit par une inégalité stricte , la valeur Q_{ij} est nulle dans la solution optimale

  $S_i + T_j \leq C_{ij} = Q_{ij} = 0$

- On peut toujours assimiler les variables Si et T j à des couts marginaux : Ces variables mesurent la variation marginale de la fonction économique primale, c'est-à-dire du cout de transport associé respectivement à une variation unitaire des quantités disponibles en i ou demandées en j

Dans ces conditions, les contraintes dual comparent le cout de transport attaché à un trajet particulier et la somme des couts marginaux dû a ces variations de l'offre et de la demande correspondant à ce trajet.
Si une unité de produit est envoyée de i en j c'est-à-dire $Q_{ij} = 1$, il ne reste plus que (K_i -1) unités à expédier du produit i et (D_j -1) à envoyer en j.
Une unité est ainsi supprimée en offre et en demande et elle n'a plus à être acheminée par un autre trajet.
Cette suppression entraîne une économie de cout ou encore un cout marginal égal à (S_i+T_j). Cette économie doit être comparée à ce que coute réellement le trajet [ij]. Trois cas sont possibles

- $S_i + T_j > C_{ij}$: l'économie réalisée sur l'ensemble du trajet du transport est supérieur au cout réel du trajet : il ya donc avantage à utiliser au maximum le trajet [ij].
- $S_i + T_j < C_{ij}$: le cout du trajet ij est supérieur à l'économie de cout enregistré sur les autres trajets. Le trajet ij n'est pas intéressant et Q_{ij} doit rester nulle.
- $S_i + T_j = C_{ij}$: cet équilibre est vérifié par tous les trajets utilisés c'est-à-dire pour les variables Q_{ij} positive. C'est à partir de ces trajets que sont déterminés les valeurs de Si et Tj correspondant à une solution particulière.

A l'optimum seules les deux dernières situations peuvent être rencontrées.
L'existence d'un trajet relevant du premier cas montrerait que la solution la

moins couteuse n’est pas encore obtenue puisqu’une économie peut encore être réalisée.

II) Résolution du problème de transport :

On peut toujours utiliser les techniques de la programmation linéaire pour résoudre ce problème. Mais on a affaire ici à un programme linéaire comportant beaucoup de variables et de contraintes. La résolution manuelle par la méthode des tableaux sera relativement lourde.

Cependant, compte tenu de la structure particulière de problème, il va être possible de recourir à des techniques plus légères issues d’une adaptation de l’algorithme de simplexe. Nous étudierons une variante de méthode de stepping-stone, à savoir l’algorithme primal/dual.

1. Algorithme primal/dual :

a) Recherche d’une solution de bas

Il existe diverse méthodes pour le calcul de cette solution initiale, nous présenterons ici celle dite de coin NORD-OUEST.

Cette méthode consiste à partir d’un coin du tableau des quantités transportées, à saturer systématiquement les contraintes.

La première case du tableau correspondant à la variable Q_{11} se voit affecté un nombre d’unités égales au minimum de K_1 et de D_1.

Si par exemple :

- D1<K1, Q11=D1 et la première contrainte destination est saturée. Il ne reste plus à envoyer que (K1-D1) à partir du premier abatoir.Q12 est alors fixé comme le minimum de (K1-D1) et D2.
- Si (K1-D1) est supérieur à D2 alors Q12 est égale à D2 et la seconde contrainte est saturée. Alors le processus continue jusqu'à ce que toutes les contraintes soient saturées.

L a méthode du coin Nord-Ouest garantit l’obtention d’une solution de base en l’absence de dégénérescence. En revanche il ne garantit pas l’obtention d’une bonne solution. Pour éviter d’avoir trop d’itérations à réaliser certaines techniques sont disponibles qui permettent de déterminer une solution initiale meilleure que celle du coin Nord-Ouest.

Pa exemple la technique du cout minimum consiste à repérer la case du tableau des quantités correspondant au cout de transport le plus faible et à y faire transiter le maximum d’unités possibles en saturant soit en offre soit en demande.

a) Algorithme primal/dual :

De la même façon que dans l’algorithme du simplexe l’algorithme primal/dual repose sur la détermination d’une solution de base initiale qui ensuite progressivement améliorée dans le cadre d’une procédure itérative par intégration d variables hors base et élimination corrélatives de variables de base.

Cet algorithme permet de repérer plus facilement le trajet le plus intéressant à introduire à chaque étape de calcul, il fournit également un test d’optimalité.

Cette nouvelle procédure est basée sur l’utilisation des contraintes duales. Pour les trajets actuellement utilisés, la relation suivante doit être respectée $S_i+T_j=C_{ij}$.

Les valeurs S_i et T_j sont donc évaluées à partir des trajets utilisés, puis appliquées aux trajets non encore employés. A une étape donnée du calcul, il faut introduire le trajet pour lequel $S_i+T_j-C_{ij}$ est le plus grand possible. Si à une étape du processus tous les ($S_i+T_j-C_{ij}$) sont négatives ou nulles la solution optimale est obtenue.

b) Application à notre exemple

Tout d'abord, déterminons une solution de base initiale par la méthode du coin nord-ouest par exemple. On obtient la solution résumée dans le tableau ci-dessous :

	Casablanca	Agadir	Marrakech	**Offre**
Rabat	120	0	0	120
Fès	30	50	0	80
Meknès	0	20	60	80
Demande	150	70	60	

Le cout associé à cette solution est :

C = 120*8 + 30*15 + 50*10 +20*9 + 60*10 = 2690 DH

Pour voir si cette solution est optimale ou non, nous essayons de voir si tous les trajets non utilisés ne sont pas intéressant. Pour cela, nous partons de cette solution et nous déterminons les valeurs de Si et Tj à partir du système d'équations suivantes correspondant aux trajets utilisés par cette solution :

$$S_1 + T_1 = 8$$
$$S_2 + T_1 = 15$$
$$S_2 + T_2 = 10$$
$$S_3 + T_2 = 9$$
$$S_3 + T_3 = 10$$

Ce systéme comprend six inconnues et cinq équations. Nous affécterons une valeur arbitraire à l'une des inconnues, par exemple $S_1 = 0$. Les autres inconnues peuvent alors etre calculées :

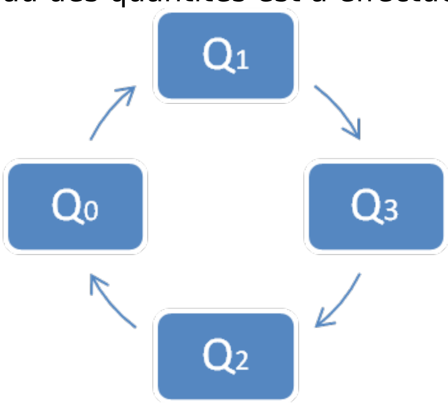
$T_1 = 8$; $S_2 = 7$; $T_2 = 3$; $S_3 = 6$; $T_3 = 4$.

L'application de ces valeurs aux trajets non utilisés donne les résultats suivants :

Trajet non utilisé	$S_I + T_J - C_{IJ}$
12	0 +3-5 =-2
13	0+4-6=-2
23	7+4-12=-1
31	6+8-3=11

Le trajet le plus intéressant s'avère être le trajet [31], qu'il faut donc introduire dans la solution.

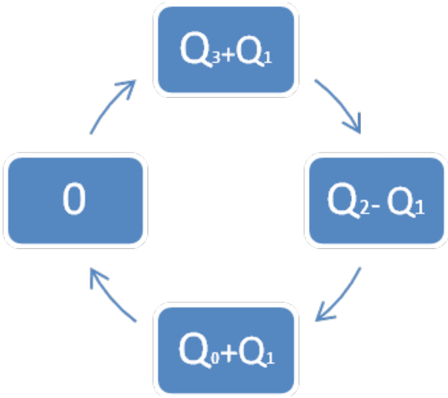
A présent, il est défini un rectangle dont le premier sommet est le trajet retenu et les trois autres sommets des éléments strictement positifs. Ce rectangle est à placer dans le tableau des quantités. Une analyse de la valeur des sommets de ce rectangle dans le tableau des quantités est à effectuer come suit :



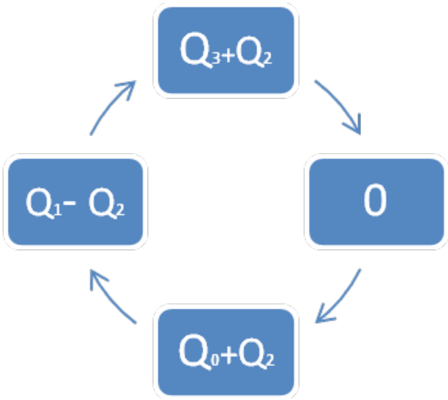
C'est a partir de la quantité la plus faible des sommets 1 et 2 que les calculs soit effectués.

Deux cas peuvent se présenter : $Q_1 > Q_2$ OU $Q_1 < Q_2$

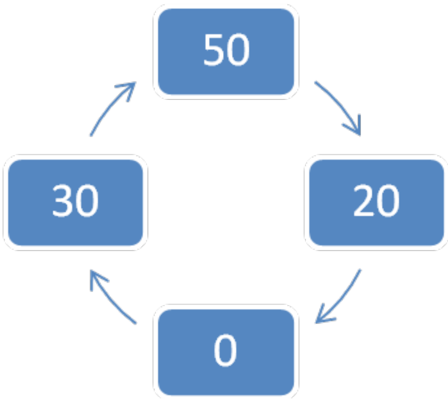
SI Q < Q les quantités deviennent :



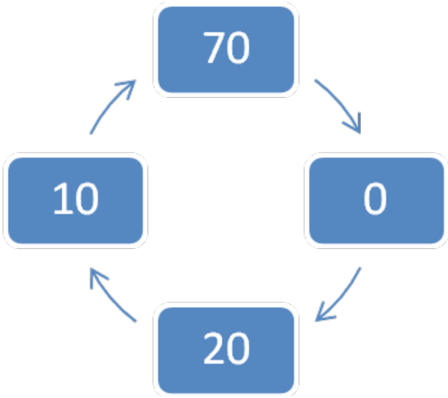
SI $Q_1 > Q_2$ les quantités deviennet :



Dans notre exemple, le rectangle choisi suite à cette premiére itération est :



Qui se transforme en :



D’où la nouvelle solution de base obtenue suite à cette premiére itération :

	Casablanca	Agadir	Marrakech	**Offre**
Rabat	120	0	0	120
Fès	10	70	0	80
Meknès	20	20	60	80
Demande	150	70	60	

Le cout associé à cette solution est :

C = 120*8 + 10* 15 + 70*10 + 20*3 + 60*10 = 2470 DH

Pour savoir si cette solution est optimale, on reprend les calculs avec cette nouvelle solution de base

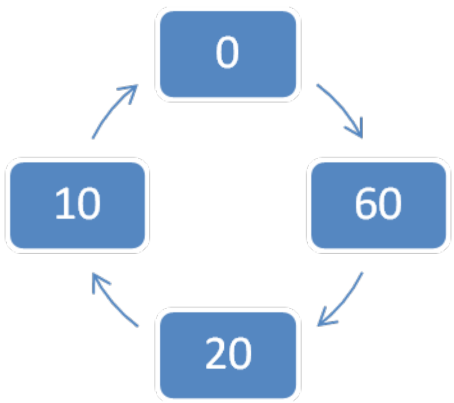
On obtient le système suivant :

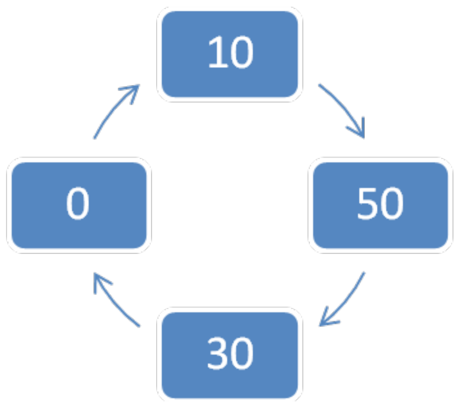
$$
\begin{aligned}
S_1 + T_1 &= 8 \\
S_2 + T_1 &= 15 \\
S_2 + T_2 &= 10 \\
S_3 + T_2 &= 3 \\
S_3 + T_3 &= 10
\end{aligned}
$$

En posant $S_1 = 0$, on obtient : T = 8 ; S = 7 ; T = 3 ; S = 5 ; T= 15.
L’application de ces valeurs aux trajets non utilisés donne les résultats suivant :

Trajet non utilisé	$S_I + T_J - C_{IJ}$
12	0 +3-5 =-2
13	0+15-6=9
23	7+15-12=10
32	-5+3-9=-11

On retient comme trajet intéressant le trajet [23] (plus grande valeur positive). D’où la transformation correspondante :





D’où la nouvelle solution de base obtenue :

	Casablanca	Agadir	Marrakech	**Offre**
Rabat	120	0	0	120
Fès	0	70	10	80
Meknès	30	0	50	80
Demande	150	70	60	

Le cout associé à cette solution est :

C = 120*8+ 70*10 +10*12 + 30*3 +50*10= 2370 DH

On réitère pour savoir si l'optimum est atteint.

Le nouveau système obtenu est :

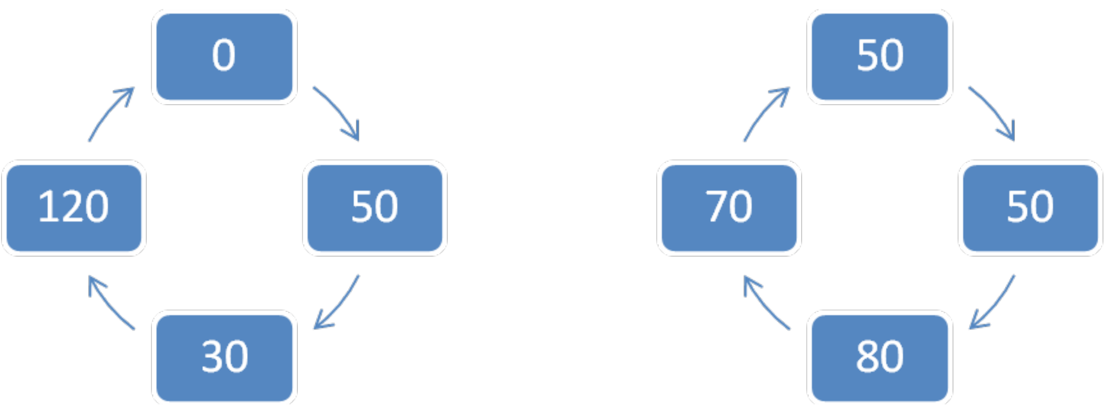
$$\begin{aligned} S_1 + T_1 &= 8 \\ S_2 + T_1 &= 15 \\ S_2 + T_3 &= 12 \\ S_3 + T_1 &= 3 \\ S_3 + T_3 &= 10 \end{aligned}$$

En posant $S_1 = 0$; on obtient $T_1 = 8$; $S_2 = -3$; $T_2 = 13$; $S_3 = -5$; $T_3 = 15$.

L'application de ces valeurs aux trajets non utilisés donne les résultats suivants :

Trajet non utilisé	$S_I + T_J - C_{IJ}$
12	0 +13-5 =8
13	0+15-6=9
21	-3+8-15=10
32	-5+13-9=-1

On retient comme trajet intéressant le trajet [13] (plus grande valeur positive) d'où la transformation correspondante :



La nouvelle solution de base obtenue est :

	Casablanca	Agadir	Marrakech	**Offre**
Rabat	70	0	50	120
Fès	0	70	10	80
Meknès	80	0	60	80
Demande	150	70	60	

Le cout associé à cette solution est :

C = 70*8+50*6+70*10+10*12+80*3= 1920 DH

En reprenant la procédure avec ce nouveau tableau on obtient le système :

$S_1 + T_1 = 8$
$S_2 + T_3 = 6$
$S_2 + T_2 = 10$
$S_2 + T_3 = 12$
$S_3 + T_1 = 3$

En posant $S_1 = 0$, on obtient : $T_1 = 8$. $S_2 = 6$; $T_3 = 6$; $S_3 = -5$; $T_2 = 4$.
L'application de ces valeurs aux trajets non utilisés donne les résultats suivants :

Trajet non utilisé	$S_I + T_J - C_{IJ}$
12	0 +4-5 =-1
21	6+8-15=-1
32	-5+4-9=-10
23	-5+6-10=-1

Tous les trajets non utilisés caractérisés par des ($S_i + T_j - C_{ij}$) négatifs. L'optimum est donc atteint. Le plan de transport optimal est donné par la dernière solution de base obtenue :

	Casablanca	Agadir	Marrakech
Rabat	70	0	50
Fès	0	70	10
Meknès	80	0	0

Si on était parti d'une solution de base initiale obtenue par la technique de cout minimum, on aurait eu :

	Casablanca	Agadir	Marrakech	**Offre**
Rabat	70	0	0	120
Fès	0	20	60	80
Meknès	80	0	0	80
Demande	150			

Le cout associé à cette solution est : C = 70*8+50*5+20*10+60*12+3*80= 1970 DH

Pour savoir si cette solution est optimale, on reprend les calculs avec cette nouvelle solution de base.

On obtient le système suivant :

$S_1 + T_1 = 8$
$S_1 + T_3 = 5$
$S_2 + T_2 = 10$
$S_2 + T_3 = 12$
$S_3 + T_1 = 3$

En posant S_1, on obtient : $T_1=8$; $S_2 =5$;$T_2=5$; $S_3=-5$; $T_3=7$.

L'application de ces valeurs aux trajets non utilisés donne les résultats suivants :

Trajet non utilisé	$S_I + T_J - C_{IJ}$

13	0 +7-6 =1
21	5+8-15=-2
32	-5+5-9=-9
33	-5+7-10=-8

On retient comme trajet intéressant le trajet [13] (plus grande valeur positive).
D'où la transformation correspondante :

D'où la nouvelle solution de base obtenue :

	Casablanca	Agadir	Marrakech	**Offre**
Rabat	70	0	50	120
Fès	0	70	10	80
Meknès	80	0	0	80
Demande	150	70	60	

C'est exactement la solution optimale obtenue précédemment mais en une seule itération cette fois –ci.

c) Cas particuliers

La méthode qu'on vient de développer garantit la détermination d'une solution optimale. Cependant, plusieurs types de difficulté peuvent apparaître au moment de son application.
D'abord, la méthode présentée suppose l'égalité entre l'offre et la demande. En général, il n'y aura pas égalité et il faut donc envisager l'adaptation de l'algorithme à ce type de problème. Ensuite, le nombre d'itérations peut être très élevé pour des problèmes de grande taille d'où la nécessité de déterminer une

solution de base réalisable le plus proche possible de l'optimum pour éviter des calculs fastidieux. Enfin, la structure du problème peut être telle que certaines des solutions de base soient dégénérées ; ce qui peut bloquer la progression vers l'optimum.

d) Cas d'inégalité entre l'offre et la demande :

Si la somme des capacités Ki est différente de la somme des demandes Dj, alors la technique à utiliser consiste à revenir au cas d'égalité par introduction soit d'une capacité fictive, soit d'une capacité fictive .Supposons, par exemple que dans le cas de l'entreprise Bouayad & Fils, les données soient les suivantes :

Abattoir	Stock	Ville	Demande
Rabat	120	Casablanca	150
Fès	80	Agadir	60
Meknès	80	Marrakech	40

Les stocks de viande sont supérieurs à la demande ; d'une part de la viande restera en stock et il faut déterminer parallèlement au programme d'approvisionnement, dans quel abattoir elle se situera.
Le stock excédentaire s'élevant à 30, une ville fictive Vf d'une demande fictive Df d'un niveau de 30 tonnes est introduite dans la formulation du problème. Les coûts de transport entre les abattoirs et
la ville fictive sont nuls puisqu'il s'agit d'un transport fictif de viande. Le nouveau système de couts de transport est donné dans le tableau ci-dessous :

	Casablanca	Agadir	Marrakech	vf
Rabat	8	5	6	0
Fès	15	10	12	0
Meknès	3	9	10	0

L'algorithme étudié plus haut est appliqué à ces nouvelles données sans qu'il soit fait de distinction entre les demandes réelles et la demande fictive.

III-*Les problèmes d'affectation optimale de ressources :*

Un problème d'affectation correspond à un cas particulier du problème du transport dans lequel toutes les disponibilités et toutes les demandes sont égales à un. On rencontre ce genre de problèmes dans divers domaines de gestion, en particulier la gestion de personnel. En général, ce sont tous les cas de mutations, d'embauches posant des problèmes 'affectation de n personnes à n postes différents, à partir de critères évaluant leurs compétences ou leur couts. On peut aussi citer les problèmes de choix économiques et financiers, tels que les investissements, les fournisseurs etc.

Un tel problème pourrait être traité par les techniques habituelles avec la correction du phénomène de dégénérescence qui se produit inévitablement ici. Des méthodes plus rapides sont disponibles, en particulier la méthode hongroise.

III.1 Etude de cas

M.thérroux, associé d'un cabinet juridique, doit faire préparer cinq dossiers importants avant de pouvoir partir en vacances. Comme il s'agit d'une période creuse pour la plupart des autres associés, il à a sa disposition cinq avocats compétents. Vu la nature des dossiers et les périodes de familiarisation requise, M, thérroux préfère assigner un seul dossier à chacun des avocats. Il désire tout particulièrement que le nombre total d'heurs nécessaires pour la préparation des dossiers soit le plus faible possible.

1. Il minimise le nombre total d'heures requises pour la préparation des 5 dossiers
2. Il sait que chacun des cinq avocats peut préparer chacun des dossiers, mais en prenant un nombre d'heurs différent. Il estime le temps requis par chacun pour chaque dossier comme suit :

	A	B	C	D	E
1	25	30	40	40	45
2	18	34	37	44	34
3	20	32	40	38	36
4	25	30	42	37	27
5	28	36	35	40	32

3. Dans chaque rangée, il soustrait le plus petit nombre de chacun des autres nombres :

	A	B	C	D	E
1	0	5	15	15	20
2	0	16	19	26	16
3	0	12	20	18	16
4	0	5	17	12	2

5	0	8	7	12	4

4.5. il a fait de méme dans chaque colonne, puis il couvre tous les zéros du plus petit nombre possible de traits discontinus.

	A	B	C	D	E
1	0	0	8	3	18
2	0	11	12	14	14
3	0	7	13	6	14
4	0	0	19	0	0
5	0	3	0	0	2

Il n'y a pas cinq traits, ce n'est pas donc la solution optimale.

6. il soustrait donc le plus petit nombre non couvert des autres nombres non couverts, puis il additionne la différence aux nombres situés à la conjonction des traits qui se croisent. Par la suite, il couvre tous les zéros du plus petit nombre possible de trais discontinus.

	A	B	C	D	E
1	0	0	8	3	18
2	0	5	6	8	8
3	0	1	7	0	8
4	0	0	10	0	0
5	0	3	0	0	2

IL y'a maintenant cinq trait pour cinq rangées et colonnes, M.théreux est donc en mesure de déterminer la solution optimale : rangées il vaut mieux A1 se voit assigner le dossier B et A2 LE DOSSIER a. Puisque A vient d'être attribué ; il ne reste à A3 que le dossier D ; cette attribution ne laisse à A4 que le dossier E et à A5 le dossier C.

Compte tenu du nombre d'heures nécessaires à chacun des avocats pour mener à terme le dossier qui lui a été assigné, le nombre total d'heures requises pour les cinq dossiers est de (30+18+38+27+35+) soit 148 heures.

Conclusion

Le problème de transport est une méthode qui permet d'optimiser certaines décisions relatives à la planification de la production. Grace à l'informatique et en particulier à la micro-informatique, cet exercice est aujourd'hui grandement simplifié.

Mais comme cette méthode fait partie de la programmation linéaire, on doit s'assurer, avant de l'appliquer, que la relation entre toutes les variables utilisées est bien linéaire.

On peut dire que :
Les problèmes de transport, affectation et transbordement sont des cas particuliers de LP, qu'on ne résout pas par le simplexe habituel. Il existe une méthode de résolution plus simple, non matricielle. Si les coûts sont entiers, la solution est également entière, donc si on peut formuler un problème sous forme de transport, la solution en entier est également facilement calculable.

Bibliographie :

- ❖ Mohamed Zouhir « les éléments de recherche opérationnelle » édition 2004, 196 pages.
- ❖ Nollet, kélada, Doriot« la gestion des opérations et de la production
- ❖ Jean Pierre Védrine « Techniques quantitatives de gestion », Edition Vuibert, mars 1985
- ❖ ROSEAUX ; exercices et problèmes résolus de recherche opérationnelle tome1 graphes : leurs usages, leurs algorithme Masson paris new York Barcelone

Web graphie

- http://books.google.fr/books?id=VncleDthdP8C&pg=PA371&lpg=PA371&dq=methodes+d'affectation+et+probleme+de+transport&source=bl&ots=jjprdw0PhB&sig=NgPiYJQN4C_yygYLB4V9WMrBqx4&hl=fr&ei=akkPSoLJDJqN_AaS6PyVBA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4#PPA372,M1
- http://www.esiee.fr/~talboth/ESIEE/IF4-ALG2/pdf/07_transport_formulation.pdf
- http://www.sbf.ulaval.ca/opfor/optimi/Trspt_Affectation.ppt