"Habíamos visto las ecuaciones de Maxwell..."
Y si mostro, hace 4 clases que estamos con lo mismo
Nunca un apunte serio

Repaso: Zona libre de ρ y $\bar{J}$

$$\begin{cases} \nabla \times \bar{E} = -\dfrac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \bar{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \bar{E}}{\partial t} \end{cases}$$

(Para el espacio libre)

Simetría

Habíamos asumido variaciones armónicas

$$\Rightarrow \bar{E} = \mathrm{Re}\{ \bar{E}_0 e^{j\omega . t} \}$$

$$\Rightarrow \bar{B} = \mathrm{Re}\{ \bar{B}_0 e^{j\omega . t} \}$$

Tomando los rotores a cada lado y haciendo un par de chanchadas más habíamos llegado a que

$$\nabla^2 \cdot \bar{E} - \gamma^2 \bar{E} = 0$$

$$\nabla^2 \cdot H - \gamma^2 \bar{H} = 0$$

$$\nabla^2 \bar{E} = \gamma^2 \bar{E}$$

$$\nabla^2 \bar{H} = \gamma^2 \bar{H}$$

Derivo dos veces una función y obtengo la misma por una constante. ¿Qué función es?
sen, cos, e^(x)
un poquito de humo: senh(x), cosh(x)???

Para el aire: $\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ ($\alpha = 0$, dieléctrico perfecto, no hay disipación, $\sigma = 0$)

$\alpha = 0$, $\beta = \omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \omega / c$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\bar{E}-\gamma^2\bar{E}=0$$

Por simplicidad asumamos que $\partial/\partial y=0$, $\partial/\partial x=0$

y que $\bar{E}$ solo tiene componente en E_x

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}-\gamma^2\cdot E_x=0$$

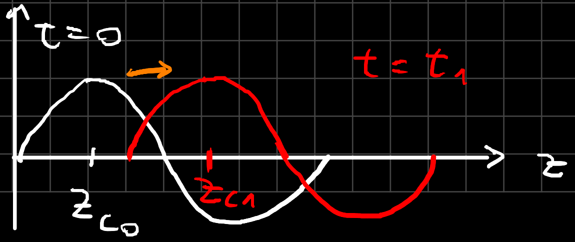
Galerazo: las soluciones son:

$$E_x(z)=E_0^+\,e^{-\gamma z} \quad \text{y} \quad E_x(z)=E_0^-\,e^{\gamma z}$$

Por qué? Porque sí ¿Por qué no? qsy ta re loco el tipo

$$\Rightarrow \bar{E} \begin{cases} E_0^+\,e^{-\gamma z}\cdot e^{j\omega t} \\ E_0^-\,e^{-\gamma z}\cdot e^{j\omega . t} \end{cases} \xrightarrow[(\gamma=j\beta)]{Re} \begin{cases} E_0^+\cos(\omega . t-\beta z) \\ E_0^-\cos(\omega . t+\beta z) \end{cases}$$

Digamos que t y z son tales que estoy en la cersta de la onda. Si w.t - beta.z es constante sigo en la cresta de la onda. Digamos que el tiempo avanza y t sube. Entonces, para seguir en la cresta de la onda z tiene que crecer también. Eso se ve así:



Esto significa que, a medida que el tiempo pasa la cresta se va moviendo (hacia los z positivos)

Para el otro caso (w.t + beta.z), el razonamiento es el mismo, solo que las crestas se mueven a los z negativos

$$\bar{E} = \hat{x} \cdot E_0^{+} e^{-\gamma \cdot z} e^{j\omega \cdot t} + \hat{x} \cdot E_0^{-} e^{\gamma \cdot z} e^{j\omega \cdot t} \underset{\downarrow \, Re}{=} \hat{x} E_0^{+} \cos(\omega \cdot t - \beta \cdot z) + \hat{x} E_0^{-} \cos(\omega \cdot t + \beta \cdot z)$$

Esta siguiendo el apunte palabra por palabra

Se puede observar que se trata de soluciones particulares de la solución general:

$$E_x(z) = f^{+}(\omega t - \beta z) + f^{-}(\omega t + \beta z) \tag{23}$$

Para calcular el campo magnético se usa la ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \tag{24}$$

donde el campo magnético se obtiene como:

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega\mu_0} = \frac{\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \vec{E}_x & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-j\omega\mu_0} = \frac{-(-\hat{y})\frac{dE_x}{dz}}{-j\omega\mu_0} \tag{25}$$

El campo magnético resulta:

$$\vec{H} = j\hat{y}\frac{\frac{dE_x}{dz}}{\omega\mu_0} = j\hat{y}\left(\frac{-j\beta E_0^{+} e^{-j\beta z} + j\beta E_0^{-} e^{j\beta z}}{\omega\mu_0}\right) \tag{26}$$

$$\vec{H} = \hat{y}\frac{\beta}{\omega\mu_0}\left(E_0^{+} e^{-j\beta z} - E_0^{-} e^{j\beta z}\right) \tag{27}$$

donde:

$$\frac{\beta}{\omega\mu_0} = \frac{\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}{\omega\mu_0} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = \frac{1}{Z_{00}} \tag{28}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = E_o^-(-j\beta)e^{-j\beta.z}.e^{j\omega.t} + E_o^-(-j\beta)e^{-j\beta.z}.e^{j\omega.t}$$

$$\bar{H} = \hat{y}.\frac{-1}{j\omega\mu_o}\frac{\partial E_x}{\partial z} = \hat{y}\frac{\cancel{-}1}{\cancel{j}\omega\mu_o}\left[E_o^-(\cancel{-j}\beta)e^{-j\beta.z}.e^{j\omega.t} + E_o^-(\cancel{-j}\beta)e^{-j\beta.z}.e^{j\omega.t}\right]$$

$$\Rightarrow \bar{H} = \hat{y}\frac{\beta}{\omega\mu_o}\left[E_o^- e^{-j\beta.z} + E_o^+ e^{-j\beta.z}\right]e^{j\omega.t}$$

Nota: en el apunte no puso al dependencia temporal de vago nomás.
Esta materia está en el límite entre "Ya fue, falto y leo el apunte" y "Que apunte de mierda, no se entiende un choto"

Algo raro: $\frac{\beta}{\omega\mu_o} = \frac{1}{\left[\frac{\omega\mu_o}{\beta}\right]}$ ¿y esto qué es?

$$\frac{\omega.\mu_o}{\beta} = \frac{\omega.\mu_o}{\omega\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}}$$

$$\beta = \omega\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}$$

Definimos la impedancia intrínseca del medio:

$$Z_{oo} = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} = 120\pi\ \Omega \cong 377\ \Omega \text{ (para el vacío)}$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{Z_{oo}}E$$

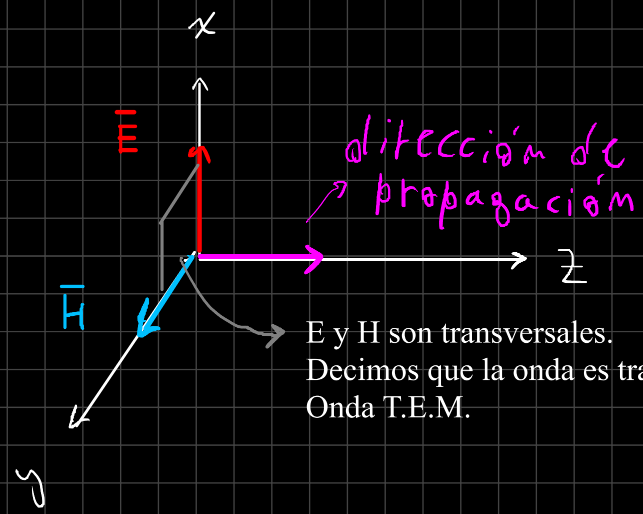
En general definimos la impedancia de un medio

como $Z = \frac{E^+}{H^+} = \frac{E_o^+ e^{-j\beta z}}{\frac{E_o^+ e^{-j\beta z}}{Z_{oo}}} = Z_{oo}$

Proporción entre los campos q' se desplazan hacia los z positivos

Para el vacío

¿Qué es la impedancia de un medio? La pregunta sería: ¿qué tanto H se genera con E? La respuesta sería la impedancia. Flojísimo de papeles esto



E y H son transversales.
Decimos que la onda es transversal electromagnética
Onda T.E.M.

Definición de velocidad de fase:

$$fase = \omega . t - \beta . z = cte$$

$$\Big\downarrow \; d/dt$$

$$\omega - \beta \, dz/dt = 0$$

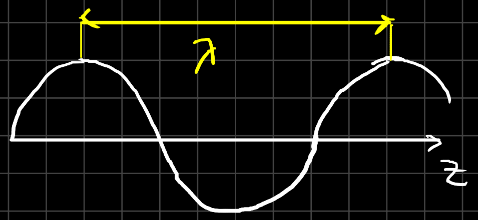
<u>Velocidad de fase:</u>

$$v_f = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c$$

Para el vacío

¿Qué es la velocidad de fase? ¿Es la velocidad de quién? ¿Qué representa? ¿Qué es la fase? ¿Por qué es importante? ¿Quién la definió?

Todas estas preguntas no tienen respuesta. Que clase de mierda



Longitud de onda: ¿Cada cuántos z se repite la onda?

Para q' la onda se repita en el espacio, la fase tiene q' valer $2\pi \Rightarrow \beta \cdot z = 2\pi$

→ La onda se repite cada $z = \frac{2\pi}{\beta}$. A esto lo llamamos longitud de onda

$$\boxed{\lambda := \frac{2\pi}{\beta}}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega/c} = \frac{c}{f}$$

$1/f$

¿Qué pasa con los campos en un buen conductor?

$\sigma \uparrow\uparrow \Rightarrow \nabla \times \bar{H} = \bar{J}_c + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \cong \tilde{J}_c$ → Podemos despreciar $\partial \bar{D}/\partial t$, eso significa q' el medio sea un buen conductor

Las ecuaciones de Maxwell quedan:

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \bar{H} = \bar{J}_c \qquad \nabla \cdot \bar{B} = \nabla \cdot \bar{E} = 0$$

Considerando que los campos varían con variación armónica tomamos el rotor del rotor de E (como antes)

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -j\omega \cdot \nabla \times \bar{B}$$

$$\nabla \cdot (\underbrace{\nabla \cdot \bar{E}}_{0}) - \nabla^2 \bar{E} = -j\omega\mu \underbrace{\nabla \times \bar{H}}_{\bar{J} = \sigma \bar{E}} \Rightarrow \boxed{\nabla^2 \bar{E} - \underbrace{\boxed{j\omega\mu\sigma}}_{\gamma^2} \bar{E} = 0}$$

Ecuación de onda dentro de un buen conductor

$$\gamma^2 = j\omega\mu\sigma \Rightarrow \gamma = \left(e^{j\pi/2}\,\omega\mu\sigma\right)^{1/2} = e^{j\pi/4}\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

¿Por qué esta raíz y no la otra?
Esta pregunta ya es de hincha pelotas

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+j)\sqrt{\omega\mu\sigma} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} + j\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \alpha + j\beta$$

Ahora γ tiene parte real. La solución de las ecuaciones diferenciales es la misma, solo q' ahora va a aparecer un término de atenuación por α

$$\begin{cases} E_0^+ e^{-\gamma^2} e^{j\omega t} \\ E_0^- e^{\gamma^2} e^{j\omega t} \end{cases} \xrightarrow{Re} \begin{cases} E_0^+ e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \\ E_0^- e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z) \end{cases}$$

por culpa de este hdp el campo se va atenuando

Acá Wally está calculando el campo magnético H. No lo llegué a copiar xq hizo cualquier cosa con el pizarrón. Además está en el apunte

Impedancia del medio conductor:

$$Z_m = \frac{E^+}{H^+} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}(1+j)$$

Obs: El medio tiene una impedancia intrínseca inductiva
Y a mí qué carajo me importa

Obs: para un sigma elevado la impedancia es chica.
Y sí

La velocidad de fase será:

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$$

La longitud de onda en el medio conductor:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

Nota sobre la velocidad de fase: Observar que el agrumento del coseno es (w.t - beta.z)
w es la frecuencia temporal
beta es la frecuencia espacial
w/beta es la proporción entre la frecuencia temporal y la espacial. Resulta que eso tiene unidades de velocidad
¿La onda varía más rápido en el tiempo o en el espacio?