Empieza el revoleo de ecuaciones:

$B = \mu . H \qquad D = \varepsilon . E$

$\nabla . B = 0 \qquad \nabla . D = \rho$

$\nabla \times E = -\dfrac{\partial B}{\partial t} \qquad \nabla \times B = \bar{J} + \dfrac{\partial D}{\partial t}$

Potenciales: $B = \nabla \times A$

$$\bar{E} = -\nabla . V - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}$$

Ecuación de ondas del potencial

$$\nabla^2 . \bar{A} - \mu . \varepsilon \frac{\partial^2 A}{\partial t} = -\mu . \bar{J} + \nabla . \left(\bar{\nabla} . \bar{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t} \right)$$

Ajuste de Lorenz (Lorenz sin t)

$$\nabla . \bar{A} = -\mu . \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t}$$

$\Rightarrow \nabla^2 . \bar{A} - \mu . \varepsilon . \dfrac{\partial \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu \bar{J} \rightarrow$ ecuación de onda inhomogénea

¿Por qué esto es una onda?

¿Qué pasa con el otro potencial?

$$\rightarrow \nabla . \bar{D} = \nabla . (\varepsilon \bar{E}) = \nabla . \left(\varepsilon \left(-\nabla . V - \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \right) \right) = \rho$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \cdot V - \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \bar{A}) = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \cdot V - \frac{\partial}{\partial t}\left[-\mu \cdot \varepsilon \frac{\partial V}{\partial t}\right] = \rho/\varepsilon$$

$$-\nabla^2 \cdot V + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \rho/\varepsilon$$

Obtenemos dos ecuaciones curiosamente similares

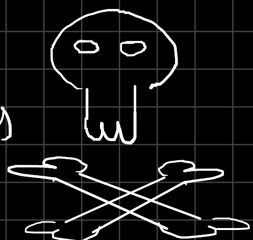
$$\boxed{\nabla^2 \cdot \bar{A}} \boxed{- \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t}} = \boxed{-\mu \bar{J}} \text{ corriente}$$

$$\boxed{\nabla^2 \cdot V} \boxed{- \mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}} = \boxed{-\frac{\rho}{\varepsilon}} \rightarrow \text{carga}$$

término espacial

término temporal

Laplaciano en esféricas



$$\nabla^2 \cdot V = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R}\right) + \frac{1}{R^2 \operatorname{sen}(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\operatorname{sen}(\theta) \frac{\partial V}{\partial t}\right) + \text{Algo de } \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

Asumamos una carga puntual en el origen. Hay simetría esférica

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$$

$$-\nabla^2 \cdot V + \mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \rho/\varepsilon \Rightarrow -\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R}\right) + \mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \rho/\varepsilon$$

El potencial decrece con 1/r, así que el siguiente cambio de variable tiene sentido:

$$V = \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{U}{R}\right) = \frac{\partial U/\partial R \cdot R - U \overbrace{\partial R/\partial R}^{=1}}{R^2} = \frac{\frac{\partial U}{\partial R} \cdot R - U}{R^2}$$

$$\Rightarrow R^2 \cdot \frac{\partial V}{\partial R} = \frac{\partial U}{\partial R} \cdot R - U$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R}\right) = \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} \cdot R + \cancel{\frac{\partial U}{\partial R}} \overbrace{\frac{\partial (R)}{\partial R}}^{=1} - \cancel{\frac{\partial U}{R R}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R}\right) = \frac{1}{R}\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}$$

Entonces, la ecuación de onda queda:

$$-\frac{1}{R}\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \mu\varepsilon \frac{1}{R}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \rho/\varepsilon$$

Para cualquier punto q' no sea el origen:

$$-\cancel{\frac{1}{R}}\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \mu\varepsilon \cancel{\frac{1}{R}}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

$$-\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$ → Ecuación de onda homogenea

Queremos hallar U. Algún capo del electromagnetismo se dio cuenta de que $U(R,t)$ tiene q' tener esta pinta:

$U(R,t) \rightarrow f\left(t - \frac{R}{v}\right)$ → La onda se aleja de la carga → Este tiene sentido en nuestro caso

$U(R,t) \rightarrow f\left(t + \frac{R}{v}\right)$ → La onda se acerca a la carga → Este No

¿A dónde va con todo esto? Está más perdido él que yo

Yo copio los símbolos, pero no sé qué significan:

$$\Delta q = \rho \cdot \Delta V_{ol}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 R} = \frac{\rho \, \Delta V_{ol}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R} \overset{?}{=} \frac{\rho(t - R/v)\, \Delta V_{ol}}{4\pi \cdot \varepsilon_0 R}$$

$$\Rightarrow V(R,t) = \int_{V_{ol}} \frac{\rho(t - R/v)}{4\pi \cdot \varepsilon_0} dV_{ol}$$

$$\bar{A}(R,t) = \int_{V_{ol}} \frac{\bar{J}(t - R/v)}{4\pi \cdot R} dV_{ol} \quad ¿?$$

Para una $f = 15\,kHz$ ¿λ?

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \, m/s}{15 \cdot 10^3 \frac{1}{s}} = 20\,km$$

Para ver esta onda, necesitaríamos un circuito de 20km de largo.
A estas frecuencias valen las aproximaciones que usamos en teoría de circuitos
No hace falta pensar en ondas

Pero que pasa si subimos la frecuencia, digamos a 3GHz??? Ahí empieza el quilombo

En una región libre de fuentes: $\quad B = \mu . H$

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \Rightarrow \bar{\nabla} \times (\bar{\nabla} \times \bar{E}) = \bar{\nabla} \cdot (\underbrace{\cancel{\nabla \cdot \bar{E}}}_{0}) - \nabla^2 \cdot \bar{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\nabla} \times \bar{H}) =$$

$$= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \left(\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right) = -\mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}$$

$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \partial \bar{D} / \partial t \qquad \bar{D} = \varepsilon \bar{E}$

$$\therefore \; -\nabla^2 \bar{E} + \mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0 \rightarrow$$ Ecuación de onda para $\bar{E}$

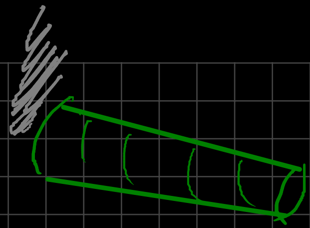
Para $\bar{H}$ podemos hacer lo mismo: $-\nabla^2 \bar{H} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = 0$

Podemos decir que $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \varepsilon}}$, o que $\mu \varepsilon = \frac{1}{v^2}$ ¿?

Para una fuente puntual el frente de ondas va a ser esférico. Pero, si la fuente está muy lejos el frente de ondas parece plano. Ahí podemos hablar de onda plana

La electromagnética concha de mi madre

Volvieron los fasores



→ este es el churro más chico q' se fuma fomo

$$\bar{E} = \mathrm{Re}\left\{ \bar{E}(x,y,z)\, e^{j\omega t} \right\} \rightarrow \text{Notación armónica}$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = j\omega \bar{E} \qquad \int \bar{E} \cdot dt = \frac{\bar{E}}{j\omega}$$

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \bar{B}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + j\omega \cdot \bar{D}$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

<u>Medios</u>:
- Homogeneos → iguales $\forall (x,y,z)$
- Isotrópicos → iguales en todas las direcciones
- Lineales

$\}$ medios simples

Aplicamos la notación armónica a la ecuación de onda

$$\rightarrow \nabla^2 \cdot A - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} = -\mu . \bar{J}$$

$$\rightarrow \nabla^2 \cdot A - \mu \varepsilon (j\omega)^2 \bar{A} = \nabla^2 A + \mu \varepsilon \omega^2 \bar{A} = -\mu J$$

definimos la constante de propagación como $-\gamma^2 = \mu . \varepsilon . \omega^2$

$$\Rightarrow \gamma = \sqrt{-\mu . \varepsilon \omega^2} = j\omega \sqrt{\mu \varepsilon}$$

Idem para V: $\nabla^2 . V - \gamma^2 . V = -\rho / \varepsilon$

En una región libre de fuentes:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \bar{B}$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega \cdot \bar{D}$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = 0$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$\Rightarrow \nabla \times \nabla \times \bar{E} = -j\omega\, \nabla \times (\mu \cdot \bar{H})$$

$$\nabla \times H = j\omega \bar{D}$$

$$\underbrace{\cancel{\nabla \cdot (\nabla \cdot \bar{E})}}_{=0} - \nabla^2 \bar{E} = -j\omega\mu\, \nabla \times H = -\cancel{j}\omega \cdot \mu\, \cancel{j}\omega \cdot \bar{D}$$

$$= \omega^2 \mu \varepsilon \bar{E}$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \bar{E} = \omega^2 \mu \cdot \varepsilon \bar{E}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \bar{E} + \omega^2 \mu \varepsilon \bar{E} = 0$$

$$\nabla^2 \bar{E} - \gamma^2 \bar{E} = 0$$

En general $\gamma = \alpha + j\beta$ α: Cte de atenuación

Para el aire $\alpha = 0$

No se disipa calor

Me cago en Joule y su efecto de mierda

Si $\alpha \neq 0$ se disipa calor