Ejercicio 1

Considere el proceso $X(n) = \frac{A}{n}$ donde $A \sim U(-1, 1)$. Dicho proceso es la entrada de un sistema LTI de respuesta impulsiva $h(n) = \delta(n-3)$ cuya salida es $Y(n)$.

1. Grafique 3 posibles realizaciones de los procesos $X(n)$ e $Y(n)$.

2. Obtenga $R_Y(k_1, k_2)$. Determine si $Y(n)$ es ESA.

3. Se observa $Z(n) = Y(n) + W(n)$ donde $W(n)$ es ruido blanco de distribución uniforme en el intervalo $[-1/2; +1/2]$. Los procesos $X(n)$ y $W(n)$ son independientes entre sí. Grafique la varianza $\mathrm{Var}[Z(n)]$ en función del tiempo n. Explique su resultado.

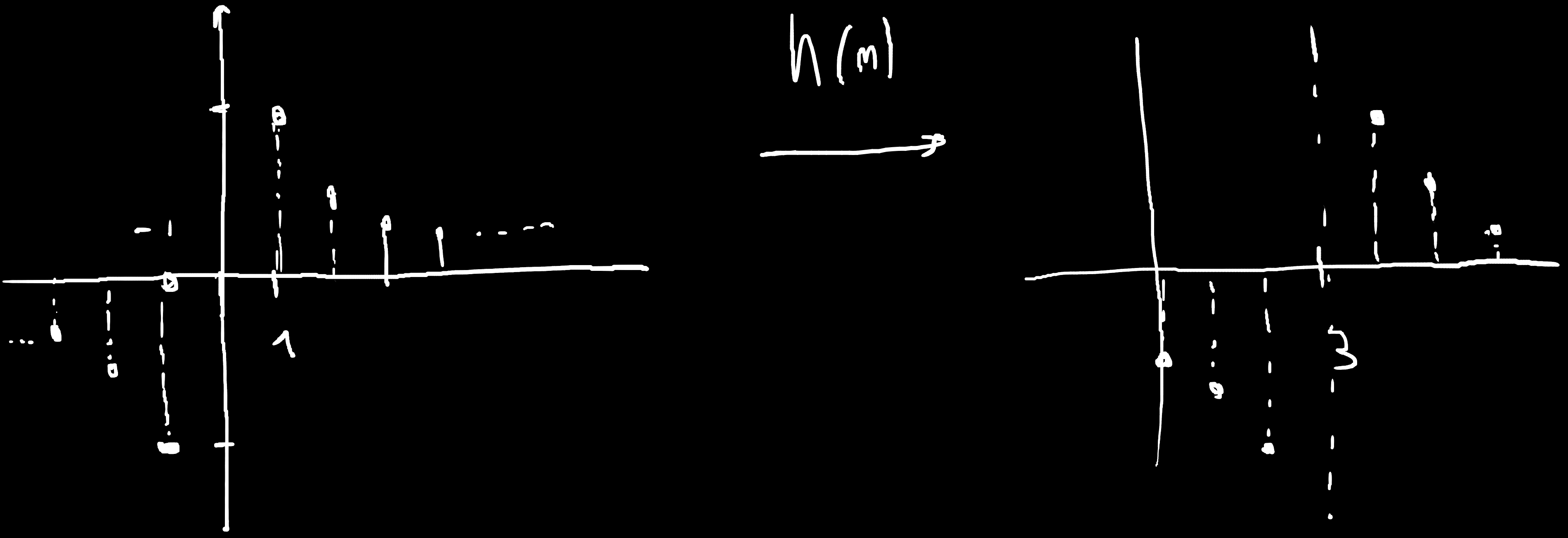
$$X(n) \longrightarrow \boxed{LTI} \longrightarrow Y(n)$$

$$h(n) = \delta(n-3)$$

$$X(n) = \frac{A}{n} \quad , \; A \sim U(-1, 1)$$

$$X(0) = ?$$

$A = 1$



$$y(n) = h * x = \frac{A}{n-3}$$

$$R_y(n,\tau) = E\left[y(n)\cdot y(n+\tau)\right] = E\left[\frac{A}{n-3}\cdot\frac{A}{n+\tau-3}\right] = \frac{1}{(n-3)(n+\tau-3)}E[A^2]$$

$$= \frac{1}{m^2 + m.\tau - 3m - 3m - 3\tau + 9} \qquad \underbrace{V[A]}_{\frac{(1+1)^2}{12}} = \frac{1/3}{m^2 - 6m + 9 - m.\tau - 3\tau} =$$

$\downarrow$

$\mu_A = 0$

$$= \frac{1}{3} \frac{1}{(m-3)^2 - m.\tau - 3\tau} \rightarrow \text{No es ESA}$$

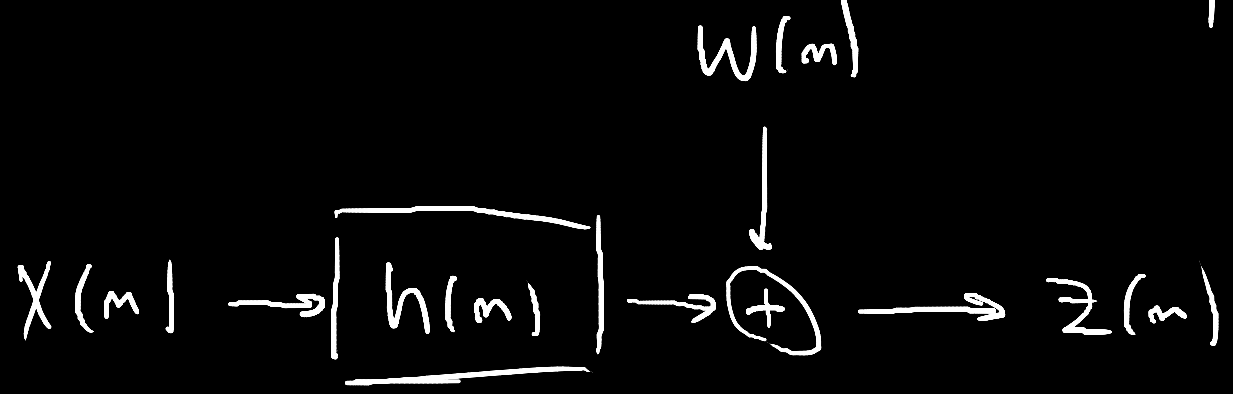
Soy un pelotudo. Era mucho más fácil: $E[Y(m)] = \dfrac{E[A]}{m-3} = 0$

Excepto en $n=3$

¿¿¿???

3) $Z(n) = Y(n) + W(n)$, $W(n) \sim U\left(-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right) \forall n$

↳ indep de $X(n)$, blanco



$$V[Z(n)] = E\{[Y(n)+W(n)][Y(n)+W(n)]\} = E[Y^2(n)] + 2E[Y(n)W(n)] + E[W^2(n)]$$

$$\rightarrow E[W^2(n)] = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Uniforme}}}{V[Z(n)]} = \frac{\left(1/2 + 1/2\right)^2}{12} = 1/12$$

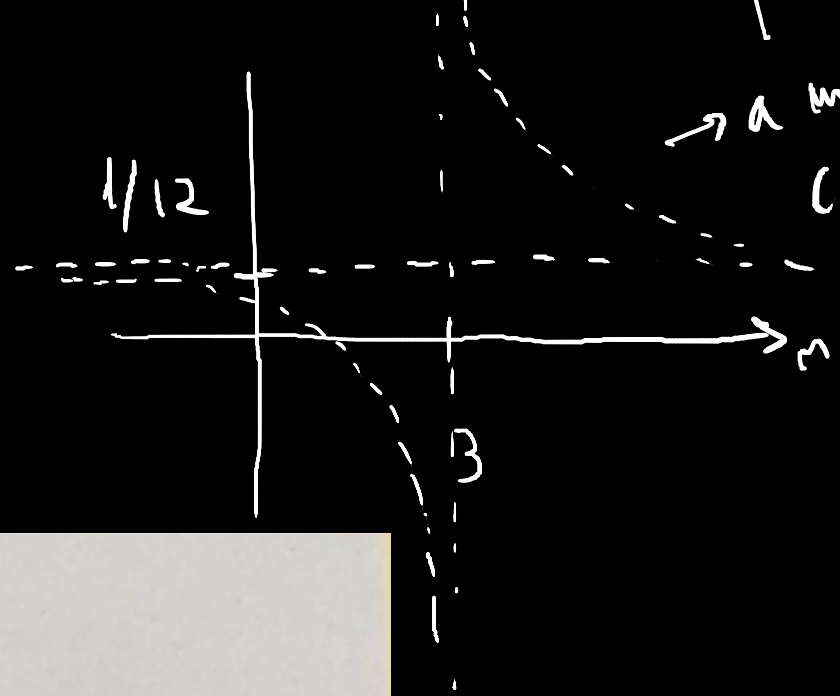
$$y(n) = \sum_k x(k)\, h(n-k) \rightarrow y(n) \cdot w(n) = \sum_k w(n)\, x(k)\, h(n-k)$$

$$\Rightarrow E[Y(n)\, W(n)] = \sum_k h(n-k) \underbrace{E[X(k) \cdot W(n)]}_{E[X] \cdot E[W] = 0} = 0 \quad \text{SAPE}$$

$$E[Y^2(n)] = R_Y(n, \tau)\Big|_{\substack{n=m \\ \tau=0}} = \frac{1}{3} \frac{1}{(n-3)^2}$$

Xq' es una varianza, no una autocorr. Está bien q' no decaiga

$$V[Z(n)] = \frac{1/3}{(n-3)^2} + 1/12 \rightarrow$$



→ a medida q' n crece se mantiene correlacionada ¿X q?

→ No entra (creo)

Ejercicio 2

Considere el siguiente proceso

$$X(n) = S + W(n)$$

donde S es una variable aleatoria de media μ_S y varianza σ_S^2 y $W(n)$ es una secuencia de ruido blanco de varianza unitaria, descorrelacionado con S para todo n.

1. Si se observa $X(n)$ en una ventana de duración N, diseñe el estimador lineal de menor error cuadrático medio para estimar S.
2. Verifique que se cumple el principio de ortogonalidad entre el error de estimación y el espacio de observaciones.
3. Calcule el error cuadrático medio resultante.