



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERÍA
Año 2025 - 1^{er} cuatrimestre

PROCESOS ESTOCÁSTICOS (86.09)

TRABAJO PRÁCTICO N°2, ANÁLISIS DE PROCESOS ESTOCÁSTICOS

ESTUDIANTES:

Leroy, Joaquin	110452
jleroy@fi.uba.ar	
Cabrera, Santiago	110445
smcabrera@fi.uba.ar	
Ruggiero, Valentina Mora	109317
vruggiero@fi.uba.ar	

Índice

1. Introducción	2
2. Ejercicios	2
2.1. Ejercicio 1	2
2.2. Ejercicio 2	5
2.3. Ejercicio 3	7
2.3.1. Proceso de potencia	7
2.3.2. Proceso de viento	11
2.3.3. Análisis de estacionariedad	13
3. Conclusiones	15

1. Introducción

El objetivo de este trabajo práctico es analizar observaciones de dos procesos aleatorios obtenidas de una granja eólica. Los procesos son la velocidad del viento y la potencia generada por las turbinas. Se pretende analizar la relación entre ambos, si son estacionarios y si pueden considerarse estacionarios al ventanearlos.

Se cuentan con muestras de 25 aerogeneradores. A los procesos de potencia se los denominará $P_k(n)$ y a los de viento $V_k(n)$, donde el subíndice k indica de qué torre se tomó la muestra. De cada torre se tienen 12 muestras de cada proceso, cada una de las cuales tiene 144 registros.

2. Ejercicios

2.1. Ejercicio 1

En este ejercicio se graficaron 4 realizaciones de los procesos $P_1(n)$, $P_{10}(n)$ y $P_{20}(n)$. Se decidió tomar los primeros 4 meses (Enero, Febrero, Marzo y Abril) como realizaciones para los tres procesos. Antes de graficarlos, se filtraron los valores negativos de las hojas de datos (los consideramos como errores de medición de los sistemas) y los reemplazamos por 0. Los gráficos resultantes son los siguientes:

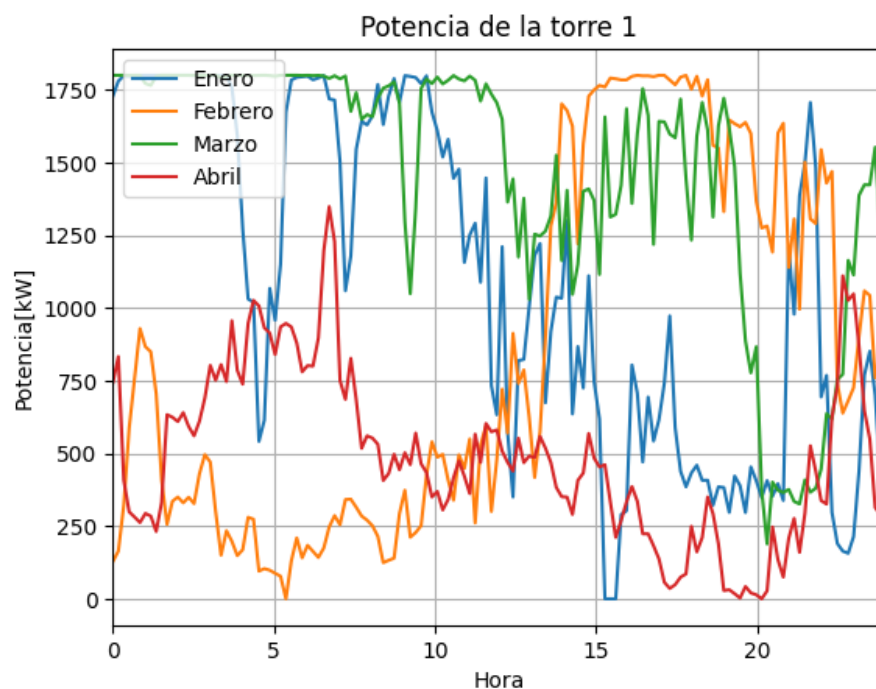


Figura 1: Gráfico de potencia de la torre 1

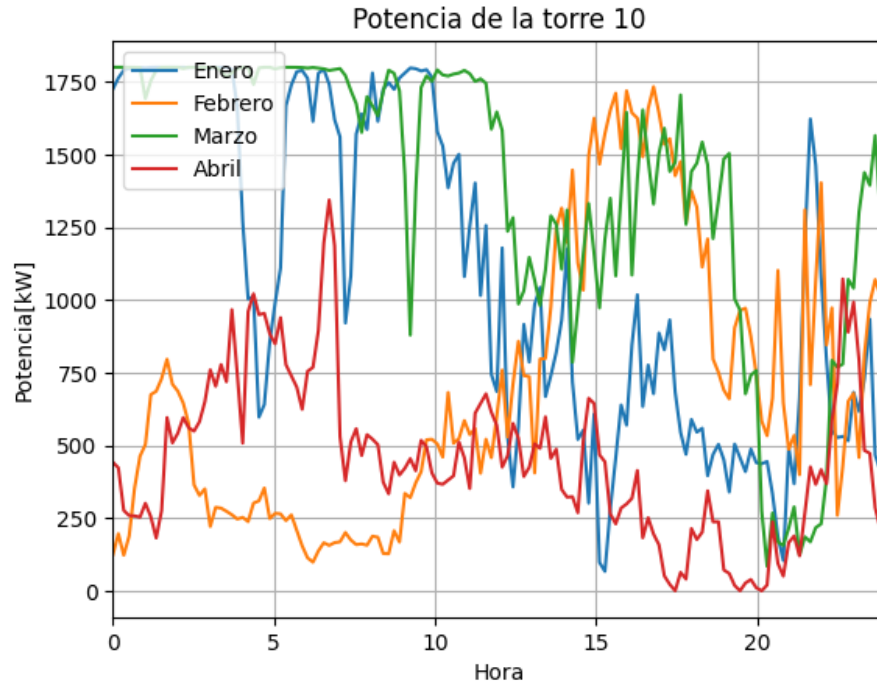


Figura 2: Gráfico de potencia de la torre 10

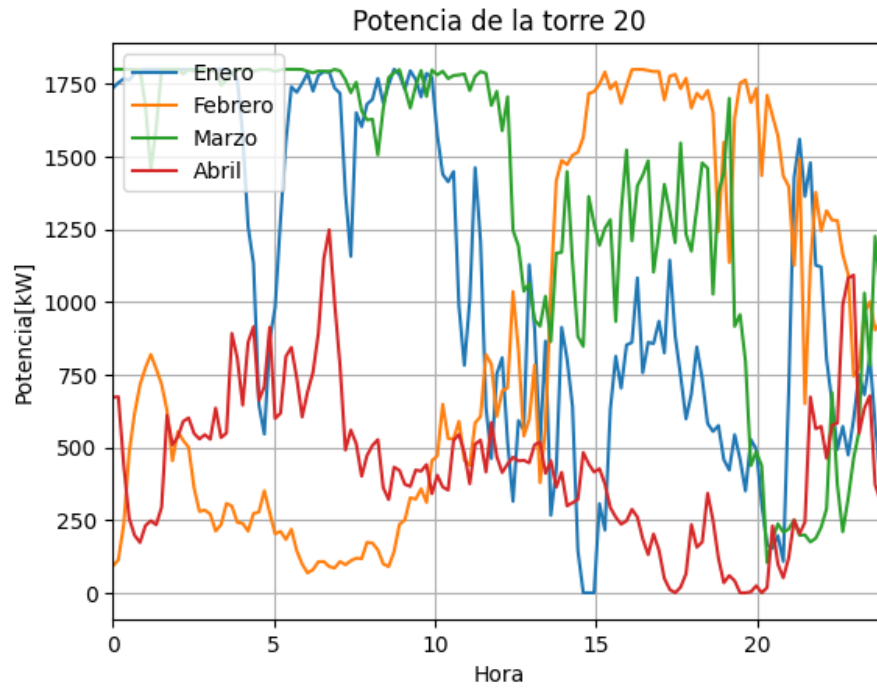


Figura 3: Gráfico de potencia de la torre 20

Para corroborar la exactitud de la expresión $P_k(n) = \alpha_k V_k(n)^3$, se tomaron las mismas realizaciones del caso anterior de cada torre y a partir de la relación ya mencionada:

$$\frac{P_k(n)}{V_k(n)^3} = \alpha_k \quad (1)$$

Con los nuevos alfas estimados de cada torre, realizamos los gráficos de la potencia, el viento elevado al cubo y la potencia estimada del primer día de cada mes.



Figura 4: Gráfico con el alfa estimado de la Torre 1

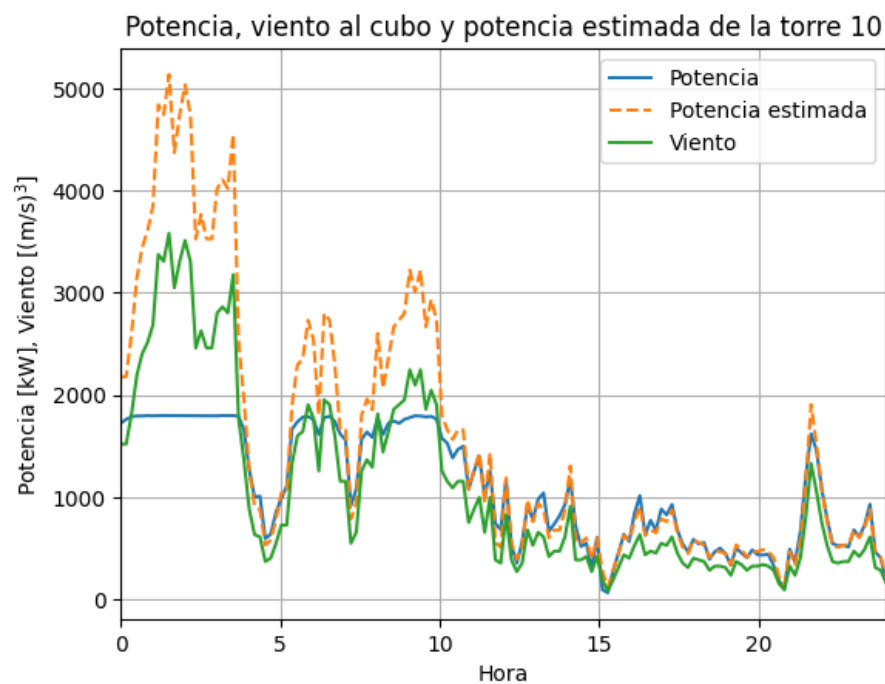


Figura 5: Gráfico con el alfa estimado de la Torre 10

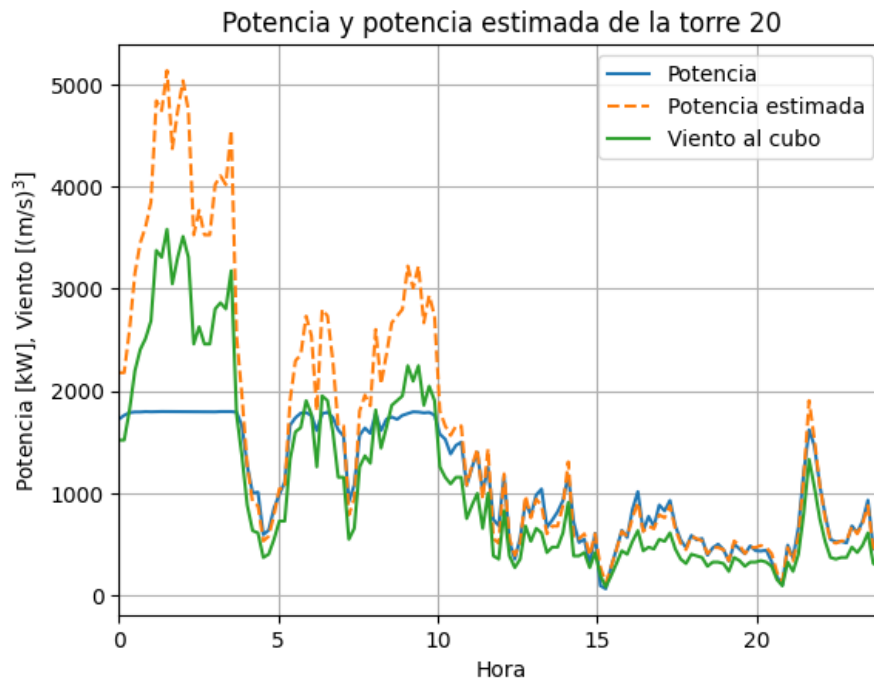


Figura 6: Gráfico con el alfa estimado de la Torre 20

De estos gráficos se observa que para los puntos en los que el viento no excede cierto umbral, la relación entre $\alpha_k, P_k(n)$ y $V_k(n)$ se verifica. A este umbral se lo llama velocidad nominal. También se calcularon las constantes α_k para estar tres torres, obteniendo $\alpha_1 = 1,66$, $\alpha_2 = 1,44$ y $\alpha_3 = 1,61$.

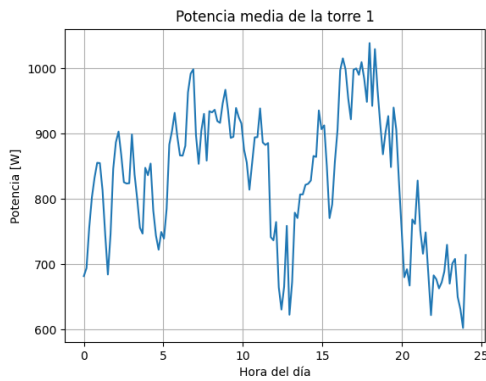
2.2. Ejercicio 2

El objetivo de este ejercicio es determinar si el proceso completo es estacionario en sentido amplio, por lo que se estima $\mathbb{E}[P_k(n)]$ y $\mathbb{E}[V_k(n)]$. Recordando que

Un proceso $X(t)$ es ESA sii:

$$\mathbb{E}[X(t)] = \mu_X(t) = \mu_X \wedge R_X(t, t + \tau) = \mathbb{E}[X(t)X(t + \tau)] = R_X(\tau)$$

Se deberá observar la media de los procesos $P_k(n)$, $V_k(n)$ y definir si estas son constantes en el tiempo. Se toman las mediciones a lo largo de todo el año y para cada una de las 144 muestras se calcula un promedio. Se observa lo provisto en las figuras 7a y 7b.

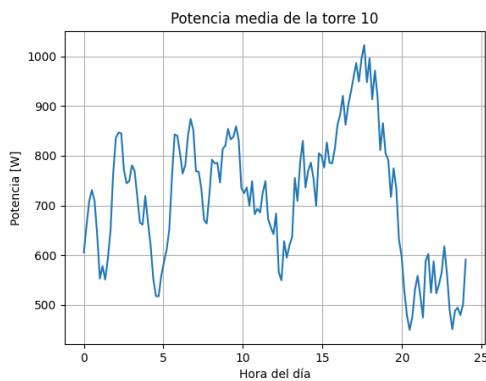


(a) Potencia media a lo largo del día

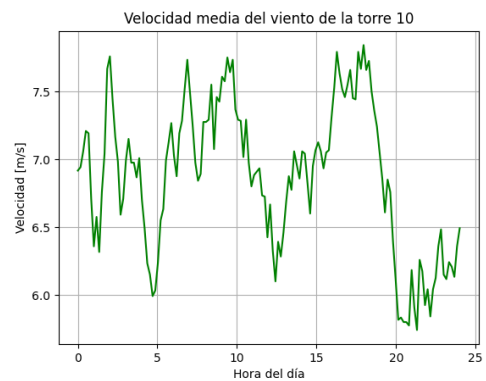


(b) Velocidad media del viento a lo largo del día

Figura 7: Valores promedio para torre 1.

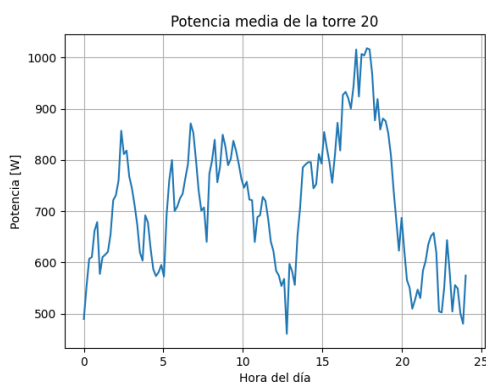


(a) Potencia media a lo largo del día



(b) Velocidad media del viento a lo largo del día

Figura 8: Valores promedio para torre 10.



(a) Potencia media a lo largo del día



(b) Velocidad media del viento a lo largo del día

Figura 9: Valores promedio para torre 20.

Se puede deducir claramente que la media no es un valor constante para todo tiempo y que fluctúa a lo largo del día. Como esta es una condición necesaria para determinar que sea ESA, según lo establecido en la definición 2.2 y efectivamente no se cumple, se concluye que el proceso entero no es ESA.

2.3. Ejercicio 3

En este ejercicio se ventanearon los procesos $P_1(n)$ y $V_1(n)$, se calcularon las autocorrelaciones y densidades espectrales de potencia de los procesos ventaneados y se analizó la posibilidad de considerar a los procesos E.S.A. dentro de esas ventanas. Estos resultados se analizaron para distintos largos de ventana. Al largo de la ventana se lo denominará L y valdrá 10 ó 3.

2.3.1. Proceso de potencia

Primero, se tomó el promedio de las 12 realizaciones del proceso $P_1(n)$. Luego, se define el proceso ventaneado como

$$P_1^{(w)}(n, m) = w(m) \cdot P_1(m + n) \quad (2)$$

En esta expresión m representa el tiempo y n un corrimiento. Entonces, para distintos valores de n se toman L muestras distintas del proceso.

Sobre el proceso ventaneado se calculan autocorrelaciones para distintas ventanas según:

$$RP_1(n, \tau) = \frac{1}{L - \tau} \sum_{m=0}^{L-\tau-1} P^{(w)}(n, m) \cdot P^{(w)}(n, m + \tau) \quad (3)$$

esto es el estimador insesgado de la autocorrelación.

El primer análisis se hace con $L = 10$. En el siguiente gráfico se muestran algunas autocorrelaciones:

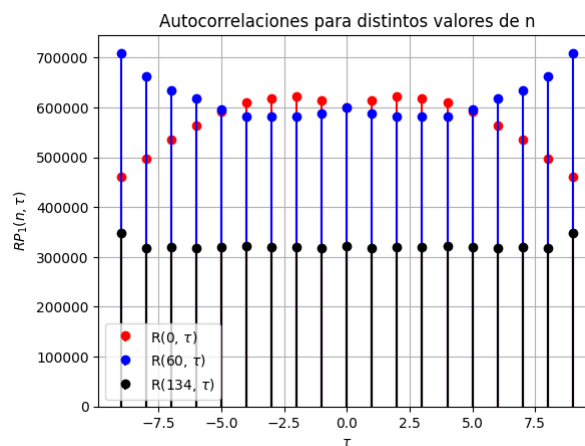
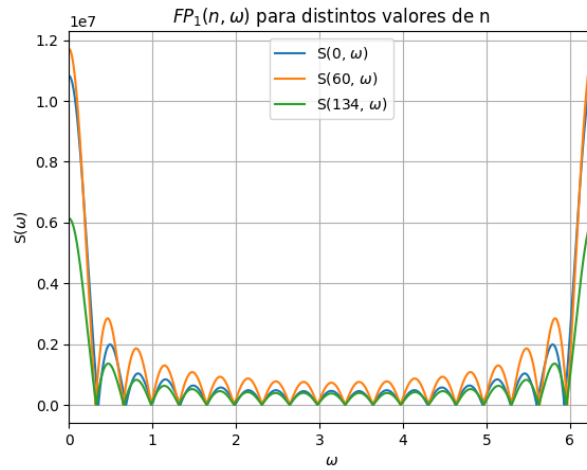
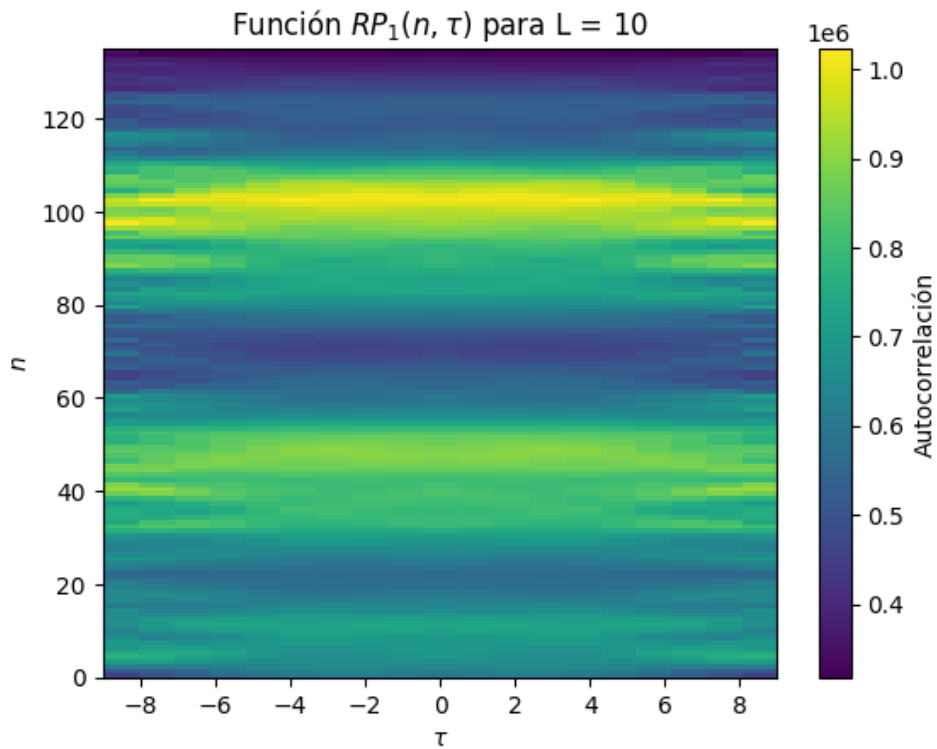


Figura 10: Autocorrelaciones para distintos valores de n

Además, para estas se calculó la densidad espectral de potencia a través de la DFT según $FP_1(n, \omega) = DFT\{RP_1(n, \tau)\}$

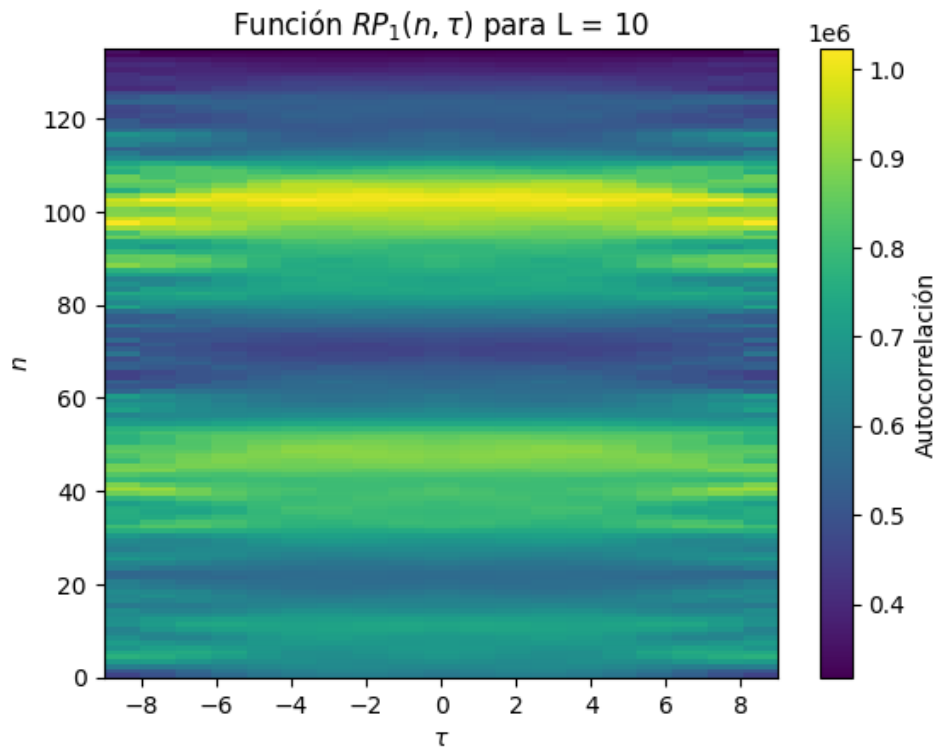
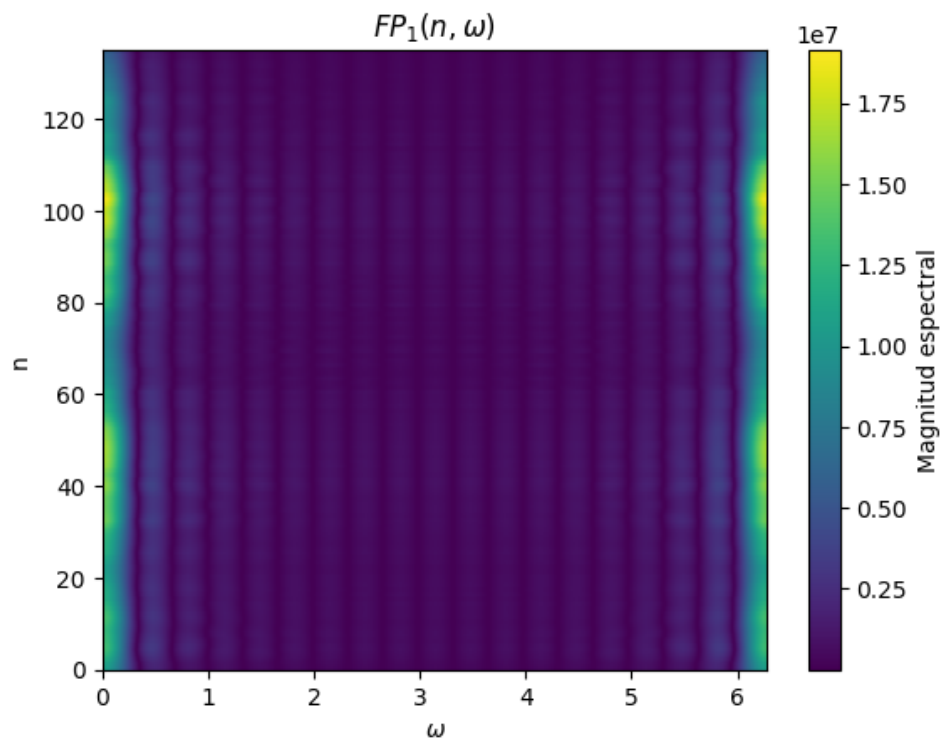
Figura 11: PSD para distintos valores de n

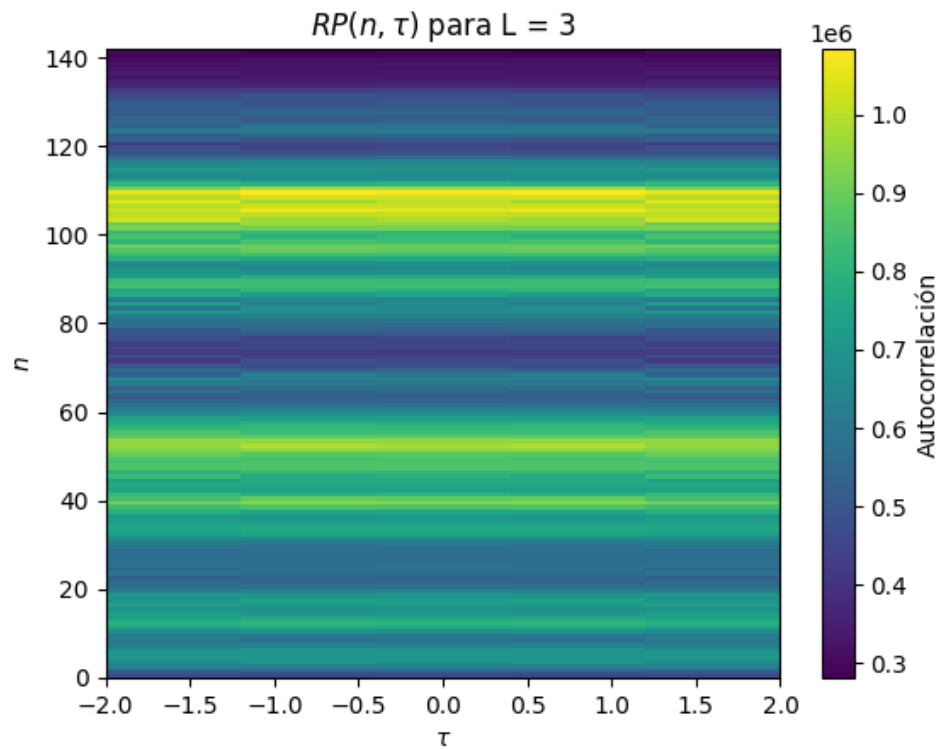
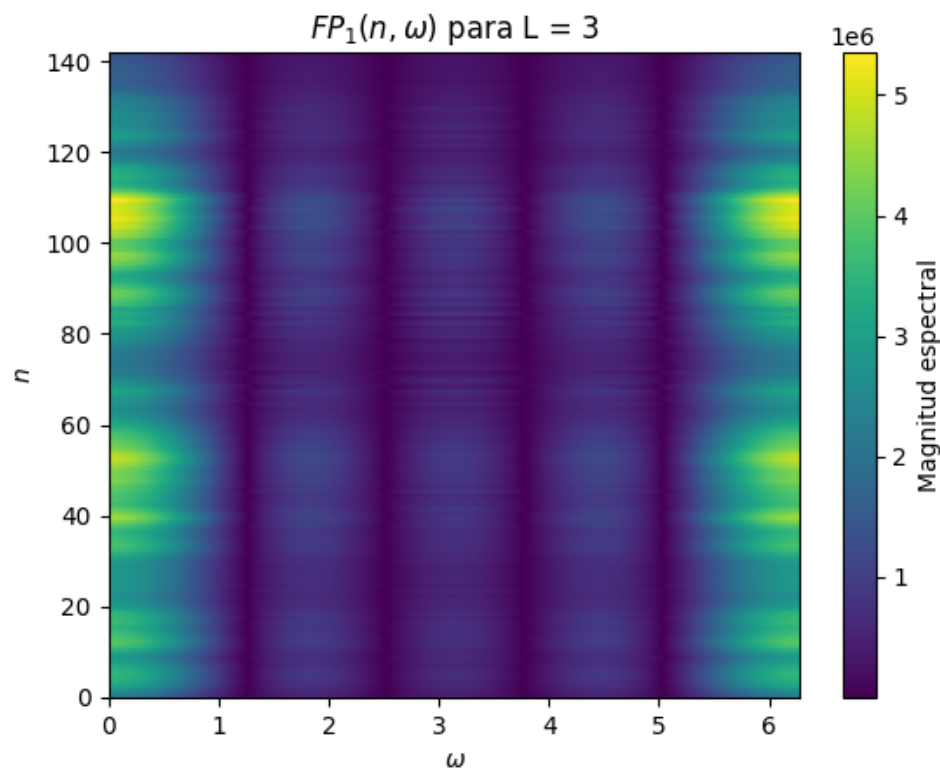
Ya que para $L = 10$ se tienen 135 ventaneos distintos se optó por graficarlos todos juntos en un mapa de colores.

Figura 12: $RP_1(n, \tau)(L = 10)$

En el eje vertical vemos la ventana elegida de las 135 disponibles. En el eje horizontal vemos la variable τ de la autocorrelación. El valor de la autocorrelación se representa con un color según la barra de la derecha.

Lo mismo se aplicó a la PSD. Además se modificó el largo de la ventana a $L = 3$, por lo que para este proceso de potencia se obtuvieron los siguientes 4 gráficos:

Figura 13: $RP_1(n, \tau)(L = 10)$ Figura 14: $FP_1(n, \omega)(L = 10)$

Figura 15: $RP_1(n, \tau)(L = 3)$ Figura 16: $FP_1(n, \omega)(L = 3)$

Se observa que dentro de una misma ventana el valor de $RP_1(n, \tau)$ es aproximadamente constante, pero puede variar ampliamente de una ventana a la otra. También se observa que para la ventana más corta se tiene mayor precisión en el eje n , pero se tienen menos puntos en el eje τ .

Por otro lado, en los gráficos de $FP_1(n, \tau)$ se tiene más potencia en las frecuencias bajas para la ventana más larga. A su vez, para la ventana más larga se tienen más ceros, que en el gráfico de la PSD se ven como líneas verticales oscuras. Por último, cabe destacar que para un mismo valor de L todas las ventanas tienen los ceros en las mismas frecuencias, lo que es lógico si se tiene en cuenta que este espectro de frecuencias es en realidad el espectro de la ventana rectangular (una $Sinc(\omega)$) convolucionado con el espectro de la autocorrelación. Por la misma razón, los ceros cambian de lugar cuando cambia el valor de L .

2.3.2. Proceso de viento

Para el proceso $V_1(n)$ se repitió el mismo análisis hecho para el proceso $P_1(n)$, obteniendo los siguientes 4 gráficos:

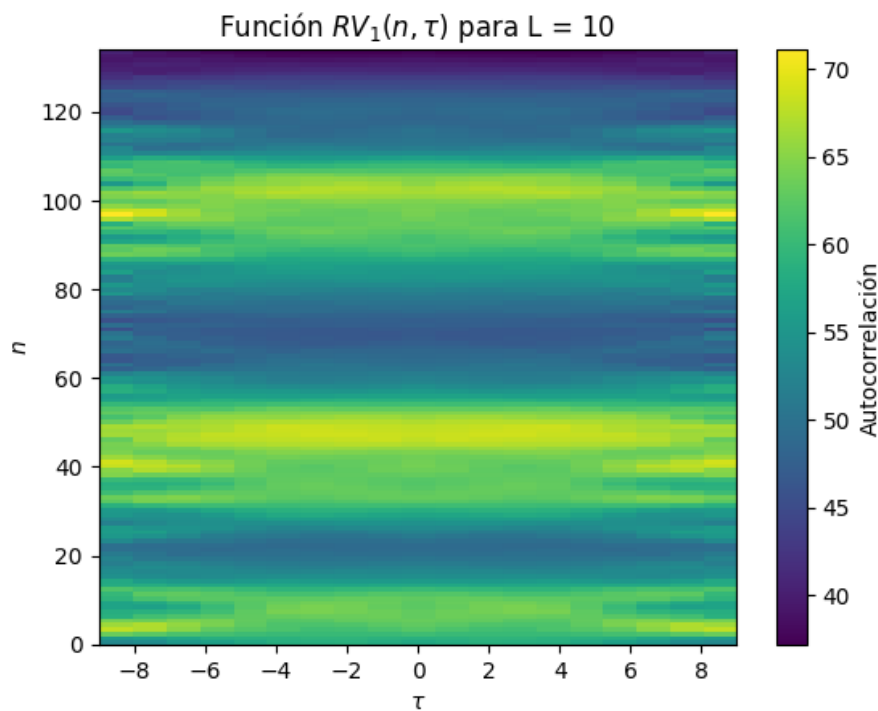
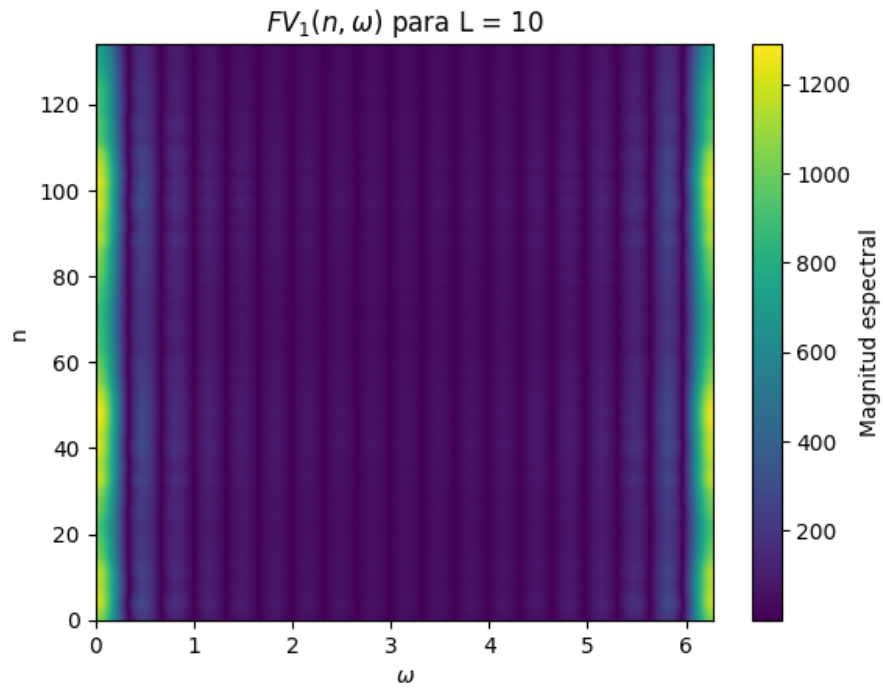
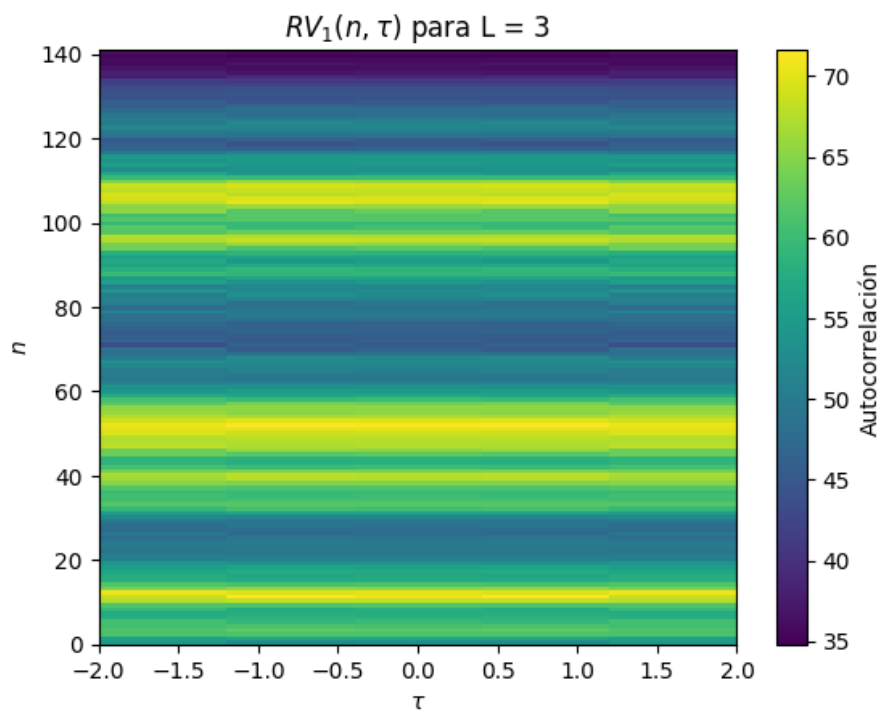
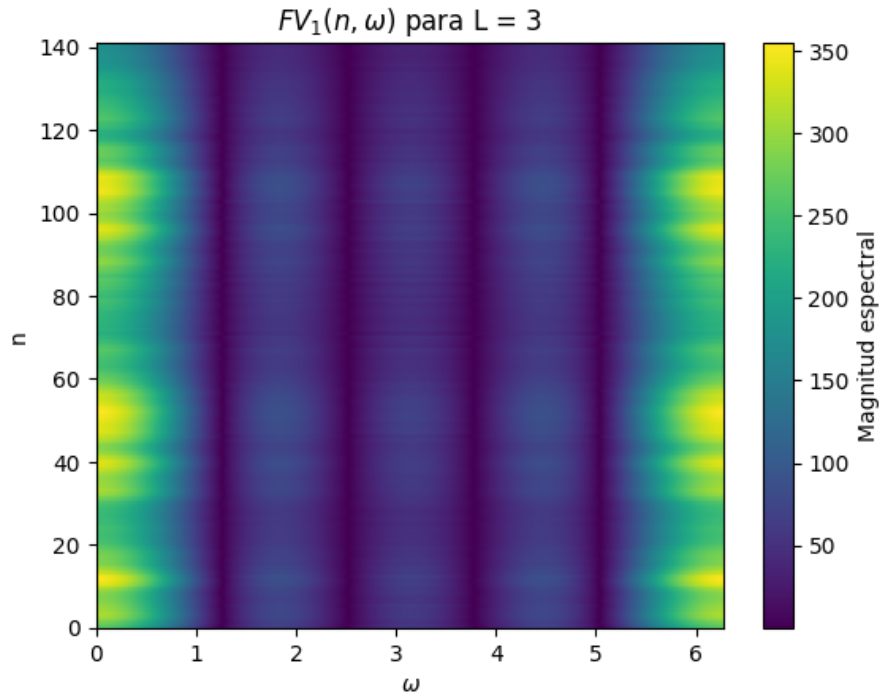


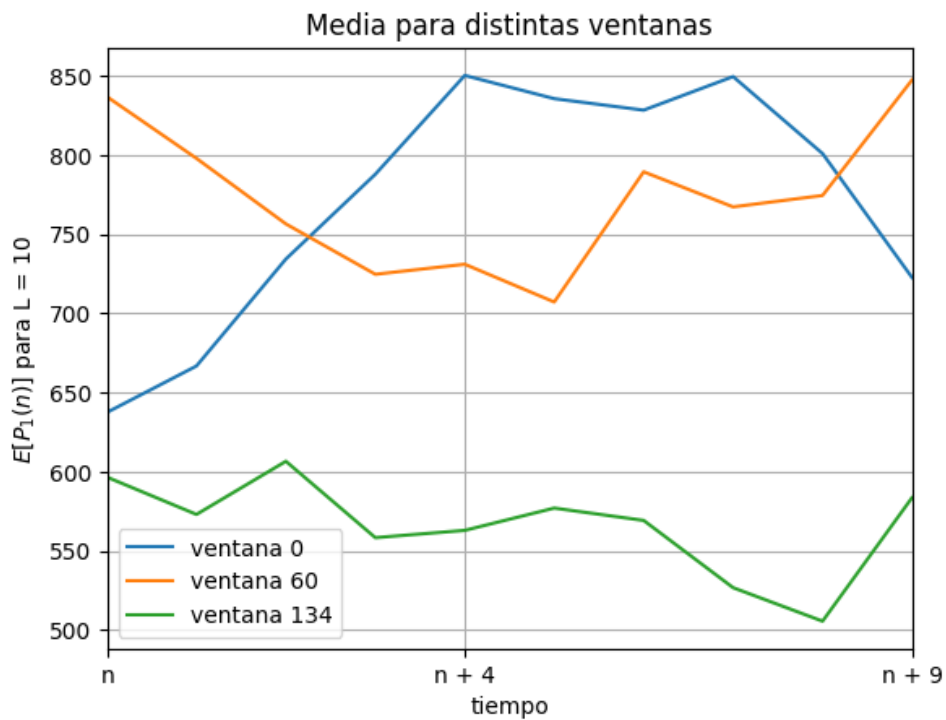
Figura 17: $RV_1(n, \tau)$

Figura 18: $FV_1(n, \omega)$ Figura 19: $RV_1(n, \tau)(L = 3)$

Figura 20: $FV_1(n, \tau)(L = 3)$

2.3.3. Análisis de estacionariedad

En las secciones anteriores se asumió que los procesos eran estacionarios dentro de las ventanas. Para corroborarlo se graficó la media de los procesos para algunas ventanas. Para el proceso de potencia se obtuvo:

Figura 21: Media de $P_1(n)$ para distintas ventanas con $L = 10$

Para el viento se obtuvo:

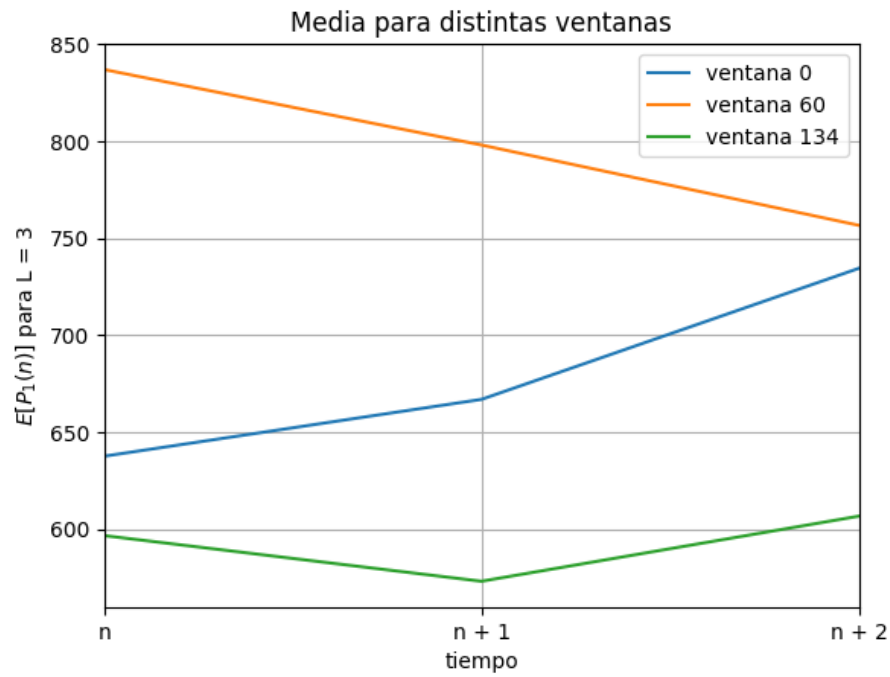


Figura 22: Media de $P_1(n)$ para distintas ventanas con $L = 3$

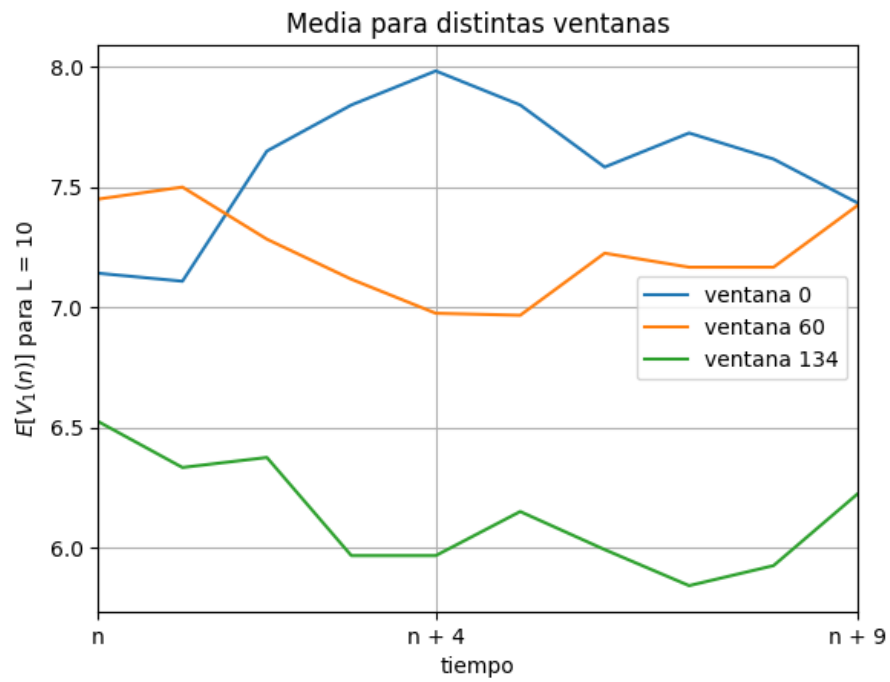


Figura 23: Media de $V_1(n)$ para distintas ventanas con $L = 10$

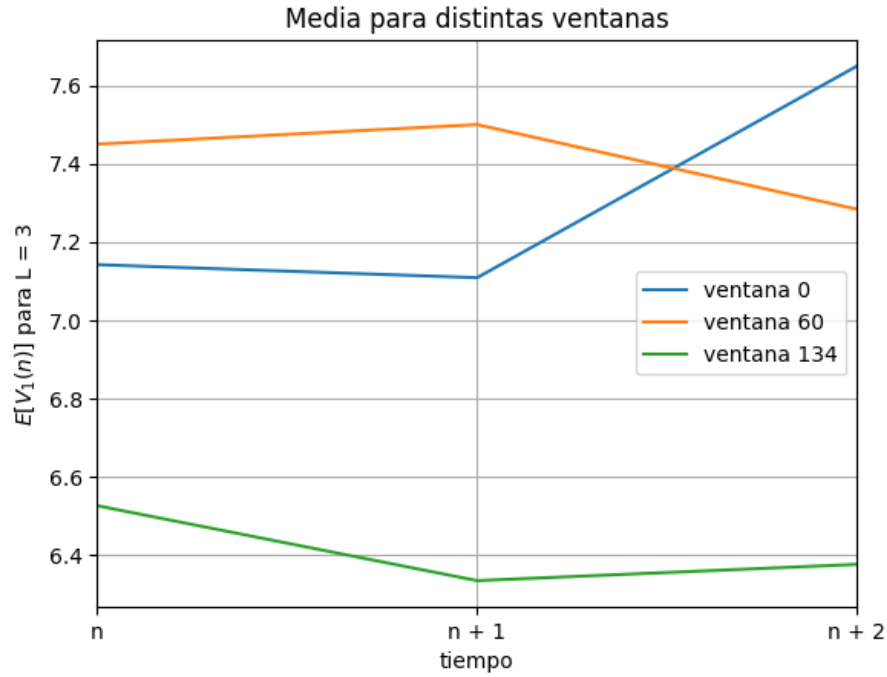


Figura 24: Media de $V_1(n)$ para distintas ventanas con $L = 3$

Se observa que la media de los procesos sí presenta variaciones en el tiempo, aunque en algunas ventanas esas variaciones son menores que en otras.

3. Conclusiones

Se concluye que los procesos $V_k(n)$ y $P_k(n)$ no son estacionarios en el sentido amplio.

Como se esperaba, la relación $P_k(n) = \alpha_k \cdot V_k(n)^3$ se verifica solo para los valores de la velocidad del viento inferiores a la velocidad nominal-

Para las torres 1, 10 y 20 se estimaron las constantes α_k , resultando en: $\alpha_1 = 1,66$ $\alpha_2 = 1,44$ y $\alpha_3 = 1,61$.

Dentro de una ventana se puede asumir que los procesos se comportan como si fueran E.S.A., aunque dicha asunción es más correcta en unas ventanas que en otras.

Trabajando con este supuesto se debe tener en cuenta que la autocorrelación evoluciona de ventana a ventana.

El proceso de ventaneo tiene efectos sobre la PSD ya que la transformada de la ventana está presente en la misma.