Repaso Señales y Sistemas

Ejercicio 1 Respuesta impulsiva

Considere el sistema en tiempo discreto cuya entrada es $x(n)$ y la salida $y(n)$. Sabemos que

- $y(n) = g(n) * z(n)$, donde $g(n) = \beta^n$ para $n \geq 0$.
- $z(n) = z_1(n) + z_2(n)$
- $z_1 = f_1(n) * x(n)$, donde $f_1(n) = \alpha_1^n$ para $n \geq 0$.
- $z_2 = f_2(n) * x(n)$, donde $f_2(n) = \alpha_2 \delta(n - \gamma)$.

1. Halle la respuesta impulsiva $h(n)$ tal que $y(n) = h(n) * x(n)$.
2. Grafique $h(n)$ para
   a) $\beta = \frac{1}{2}, \alpha_1 = \frac{1}{5}, \alpha_2 = -3, \gamma = 2$
   b) $\beta = -\frac{1}{2}, \alpha_1 = \frac{1}{5}, \alpha_2 = -3, \gamma = 2$
   c) $\beta = \frac{1}{2}, \alpha_1 = -\frac{1}{5}, \alpha_2 = -3, \gamma = 2$
3. Para el primer caso, obtenga $y(n)$ cuando $x(n) = \delta(n + 3)$.

Ejercicio 2 Respuesta en frecuencia

Considere el sistema en tiempo discreto cuya transferencia es

(-1)?

$$H(z) = 1 - \frac{3}{4} z^{,1} + \frac{1}{8} z^{-2}.$$

1. Obtenga la respuesta en frecuencia del sistema $H(\omega)$. → Evaluar en $z = e^{j\Omega}$
2. Halle la respuesta impulsiva $h(n)$. → un par de δ
3. Obtenga el diagrama de polos y ceros → NAH

Ejercicio 3 Respuesta en frecuencia

Repita el problema anterior con

$$H(z) = \frac{1}{1 - \frac{3}{4} z^{,1} + \frac{1}{8} z^{-2}}.$$

→ Raíces reales, es la TZ de la conv de 2 exp.

Explique las diferencias con el problema anterior.

No tiene ceros, polos donde den = 0

Variables y Vectores Aleatorios

Ejercicio 4 Suma de variables

Sean X_1 y X_2 variables aleatorias independientes uniformes en el intervalo $[-2,2]$. Obtenga las funciones de densidad de probabilidad de las variables $X_3 = X_1 + X_2$ y $X_4 = X_1 + 2X_2$. → JACOBO Y SALE

$$\begin{pmatrix} X_3 \\ X_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 + X_2 \\ X_1 + 2X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 5 Ruido aditivo

Sea $Y = X + N$, con X y N variables aleatorias independientes.

1er clase

1. Demostrar que $f_Y(y) = f_X(y) * f_N(y)$.
2. Demostrar que $f_{Y|X}(y|x) = f_N(y-x)$.
3. Si $X \in \{0,1\}$ es una variable aleatoria Bernoulli con $\Pr(X=0) = p$ y $\Pr(X=1) = q = 1-p$, expresar y representar $f_Y(y)$ y $f_{Y|X}(y|x)$.

Ejercicio 6 Cambio de variables

Sean X e Y dos variables exponenciales independientes de parámetros λ_X y λ_Y respectivamente. Hallar la función de densidad de probabilidad conjunta de $W = XY$ y $V = X/Y$.

Ejercicio 7 Transformada de Box Muller

Sean U_1, U_2 dos variables aleatorias independientes en $(0,\ 1)$.

1. Halle la densidad conjunta de las variables:

$$\begin{cases} R = \sqrt{-2\ln(U_1)} \\ \Theta = 2\pi U_2. \end{cases}$$

   Verifique que R tiene distribución Rayleigh, que Θ es uniforme y que son independientes (¿por qué?).

2. Halle la densidad conjunta de las variables:

$$\begin{cases} Z_1 = R\cos\Theta \\ Z_2 = R\sin\Theta \end{cases}$$

   y demuestre que se trata de variables normales estándar independientes.