

אוניברסיטת תל-אביב הפקולטה למדעים מדויקים בית הספר לפיזיקה ולאסטרונומיה

בחינת מעבר בקורס מבוא לאסטרופיזיקה
סמסטר ב' תשס"ג, מועד ב'
2.10.2003

המורה: פרופ' דן מעוז
מתרגלים: ערן אופק ודובי פוזננסקי

מספר ת.ז.:

הוראות:

1. מותר להשתמש במחשבון בלבד.
2. דפי עזר מצורפים בסוף השאלון.
3. תשובות יש לכתוב אך ורק על דפי השאלון מתחת לכל שאלה. יש לכלול את שלבי הפתרון העיקריים.
4. המחברות הן לטיוטה בלבד, ולא תיבדקנה.
5. יש לענות על ארבע מתוך חמש שאלות.
6. לכל שאלה משקל של 25.
7. משך הבחינה 3½ שעות.
8. פתרון השאלות אינו כרוך בפתרון אינטגרלים ומשוואות דיפרנציאליות בלתי טריויאליות, או ביטויים אלגבריים סבוכים, בעלי יותר מכמה איברים. אם אתם עוסקים בחשבונות מעין אלה, אינכם בדרך הנכונה.

בהצלחה !

1. א. בכל ריאקציה בשמש: $4p \rightarrow {}^4\text{He} + 2\bar{\nu}_e$ משתחררת אנרגיה של 26.7MeV . שטף

האנרגיה על פני כדור הארץ הוא $f_{\odot} = 1.4\text{kWm}^{-2}$. מהו שטף הניוטרינים?

ב. חשבו תוך כמה שניות הופכת 0.1 ממסת המימן בשמש להליום.

ג. צפיפות המסה הממוצעת בשמש היא $1.4\text{gr} \cdot \text{cm}^{-3}$. מהו המהלך החופשי הממוצע

של פוטונים לפיזור תומסון בצפיפות זו? הניחו הרכב מימן טהור מיון לגמרי, וחתך

פעולה לפיזור תומסון $\sigma_T = 6.6 \times 10^{-25}\text{cm}^2$.

ד. ההתקדמות במהלך אקראי בעל n צעדים בעלי אורך l היא $D = \sqrt{n} \cdot l$. בתוך

כמה זמן מגיע פוטון ממרכז השמש אל שפתה במהלך אקראי?

2. א. מתוך משוואת פרידמן, $\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho - \frac{kc^2}{R^2}$, הוכיחו כי בעידן "נשלט

ע"י קרינה", כלומר $\rho \propto R^{-3}$, מתקיים הקשר בין גיל היקום t וסקלת היקום R

$$(1+z) \equiv \frac{R_0}{R(t)} = \left(\frac{t_0}{t}\right)^{\frac{2}{3}}, \text{ כאשר } t_0, R_0 \text{ הם הערכים כיום.}$$

ב. קו פליטה בספקטרום של גלקסיה רחוקה חשוד כקו $H_\alpha (n=3 \rightarrow n=2)$

של מימן, אך בהסחה לאדום קוסמולוגית $z=2$. מהו אורך הגל של H_α במעבדה,

λ_e , ומהו אורך הגל, λ_o , הנצפה? באיזה אורך גל נצפה צפוי להראות קו פליטה

$H_\beta (n=4 \rightarrow n=2)$ מהגלקסיה?

ג. אם גיל היקום הוא $t_0 = 14 \text{ Gyr}$, וניתוח תכונות הגלקסיה מצביע על גיל

גלקסיה של 2 Gyr בעת פליטת האור ממנה, מתי נוצרה הגלקסיה?

ד. ביננו לבין הגלקסיה קיים גז מימן מיון המהווה 4% מצפיפות המסה

הקריטית $10^{-29} \text{ gr} \cdot \text{cm}^{-3}$. הניחו שצפיפות זו קבועה, והמרחק לגלקסיה הוא

$c(t_0 - t)$, כאשר t הוא העידן בו היא ניצפית. איזה חלק מהפוטונים מהגלקסיה

עוברים פיזור תומסון בדרך? נתון חתך פעולה לפיזור תומסון $\sigma_T = 6.6 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$.

3. אסטרונואוט בעל גובה $l = 2m$, רוחב $w = 0.5m$ ומסה $m = 100kg$ מתקרב, כאשר רגליו כלפי מטה, אל חור שחור בעל מסה M , עד כדי n רדיוסי שוורצשילד, r_s .

א. מצאו ביטוי עבור כוח הגאות האורכי הפועל בין פלגי גופו העליון והתחתון, בקרוב $l \ll r_s$. רשמו את הביטוי במונחי l, m, M, n .

ב. מצאו מספרית את n שעבורו האסטרונואוט יקבל מתיחה אורכית השקולה למשקל של $100kg$ על פני כדור הארץ, עבור $M = 10M_\odot$ ו $M = 10^6 M_\odot$.

ג. מצאו ביטוי עבור כוח הגאות הרוחבי הלוחץ על גוף האסטרונואוט, במונחי w, m, M, n , בקרוב $w \ll r_s$ (רמז: האסטרונואוט נמצא בשדה כבידה רדיאלי).

ד. תוך שימוש בסילוני החללית, האסטרונואוט נמצא במנוחה ביחס לחור השחור, במרחק של 1.01 רדיוסי שוורצשילד מהחור השחור, עקב המתיחה הנעימה, האסטרונואוט נאנח לתוך מכשיר הקשר. תדירות צלילי האנחה $100Hz$. חשבו האם אנחתו תשמע על פני כדור הארץ, כאשר נתון שתחום השמע האנושי הוא כ- $20 - 20,000Hz$.

4. משוואת המצב של גז מנוון של אלקטרונים לא יחסותיים היא

$$P_e = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{20m_e m_p^{\frac{5}{3}}} \left(\frac{Z}{A}\right)^{\frac{5}{3}} \rho^{\frac{5}{3}}$$

א. מצאו מספרית את היחס $\frac{P_e}{P_{th}}$ בין לחץ האלקטרונים המנוונים ללחץ התרמי

הקלאסי עקב הגרעינים בננס לבן. הניחו $\rho \sim 10^6 \text{ gr} \cdot \text{cm}^{-3}$, $T \sim 10^7 \text{ K}$, והרכב שכולו הליום.

ב. משוואות מבנה של הכוכב מובילות ליחסי הפרופורציה המקורבים

$$P \sim \frac{GM\rho}{r}, \rho \sim \frac{M}{r^3}$$

תלות הרדיוס של ננס לבן במסה שלו.

ג. בהסתמך על סעיף ב' חשבו מספרית את הרדיוס של ננס לבן בעל מסת

שמש אחת. מהי ההארה L של הננס הלבן, אם טמפרטורת פני השטח היא 10^4 K ? הביעו תשובותיכם ביחידות הארת שמש L_\odot .

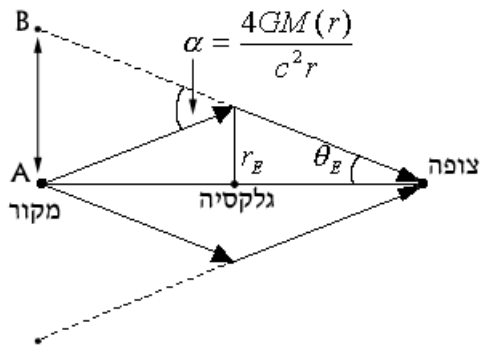
ד. אם ה"מסה האפלה" של גלקסיה (המהווה 90% מכלל המסה ברדיוס של

30 kpc) עשויה מננסים לבנים, איזה חלק מהארת הגלקסיה יגיע מההילה האפלה?

הארת הכוכבים הרגילים היא $10^{10} L_\odot$, ולמסה האפלה צפיפות מספרית

$$n(r < 1 \text{ kpc}) = 0, n(r = 1 - 30 \text{ kpc}) \propto \frac{1}{r^2}$$

5. לגלקסיה כדורית כלשהיא יש עקומת סיבוב "שטוחה", $v(r) = v_c$. מקור אור נקודתי, בדיוק מאחורי הגלקסיה אך במרחק כפול מהצופה, מעודש כבידתית ל- "טבעת איינשטיין" (ראו ציור).



א. בהנחה של זוויות קטנות, מצאו את θ_E , הרדיוס הזוויתי של טבעת איינשטיין, במונחי v_c (רמז: התבוננו בקטע AB).

ב. חשבו את θ_E בשניות קשת עבור $v_c = 200 \text{ km/s}$. לאיזה רדיוס פיזיקלי, r_E , מתאים θ_E , עבור גלקסיה במרחק 0.5 Gpc ?

ג. מקורות אור, למשל קוואזרים, מפוזרים באקראי על השמיים. אלה מהם המוטלים מאחורי גלקסיה בזווית קטנה מזווית איינשטיין של הגלקסיה, יעודשו. הניחו מרחב אוקלידי עם צפיפות קבועה של גלקסיות $n = 10^{-2} \text{ Mpc}^{-3}$, r_E מסעיף ב', ומרחק אופייני בין הצופה לקוואזר $l = 1 \text{ Gpc}$. כתבו ביטוי לסיכוי שקוואזר נתון מעודש ע"י גלקסיה (כלומר לחלק המעודש מתוך אוכלוסיית הקוואזרים). העריכו חלק זה מספרית.