

1/6

פתרון תרגיל 4 במכניקת הקוונטים

(1) $p = \frac{u}{3}$

1. בואו: $u = u(T)$ כגון

לפי הנתון של התרגיל, u תלוי רק ב- T

כלומר: $u = u(T)$ בלבד

(2) $Tds = d(uV) + p dV$

המשוואה

(3) $Tds = v du + u dv + p dV$

(4) $Tds = 3V dp + 3p dV + p dV$

כלומר (1) נכנס

(5) $ds = 4 \frac{p}{T} dV + 3 \frac{V}{T} dp$

המשוואה

(6) $\left(\frac{\partial s}{\partial V}\right)_p = 4 \frac{p}{T} ; \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_V = 3 \frac{V}{T}$

המשוואה

(7) $\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial s}{\partial V} \right)_p = \frac{\partial}{\partial p} \left(4 \frac{p}{T} \right) ; \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial s}{\partial p} \right)_V = \frac{\partial}{\partial V} \left(3 \frac{V}{T} \right)$

המשוואה (7) נכנסת

(8) $\frac{\partial^2 s}{\partial p \partial V} = \frac{\partial^2 s}{\partial V \partial p}$

(7) - (8)

(9) $\frac{\partial}{\partial p} \left(4 \frac{p}{T} \right) = \frac{\partial}{\partial V} \left(3 \frac{V}{T} \right)$

(10) (11) נכנסות

(10) $4 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{T} \right) = 4 \left[\frac{1}{T} - p \frac{1}{T^2} \frac{dT}{dp} \right]$

המשוואה

(11) $3 \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{V}{T} \right) = 3 \frac{1}{T}$

המשוואה (11) נכנסת

(12) $4 \left[\frac{1}{T} - p \frac{1}{T^2} \frac{dT}{dp} \right] = 3 \frac{1}{T}$

המשוואה

(13) $\frac{dp}{p} = 4 \frac{dT}{T}$

המשוואה (13) נכנסת

(14) $p = A T^4$

(15) $u = a T^4$

(11) $p = \frac{u}{3}$

(a=3A)

2/6
(16) $\frac{du}{dT} = T \frac{ds}{dT}$

: B דא ווארט 2

← (15) אריבער

(17) $4aT^3 = T \frac{ds}{dT}$

(18) $ds = 4aT^2 dT$

: סתם

(19) $\boxed{s = \frac{4}{3} a T^3}$

Kelvin - Helmholtz 2

(1) $\epsilon_{KH} = \frac{(\epsilon_{KH})}{L}$

: נאך K.H. פאר ערשטע

(2) $\epsilon_{KH} = \frac{1}{2} \epsilon_{gr}$

: דאס געדענק

(3) $\epsilon_{KH} = \epsilon_{KH} + \epsilon_{gr} - \frac{1}{2} \epsilon_{gr} = \epsilon_{KH}$

פא

(4) $\epsilon_{KH} = \frac{\epsilon_{KH}}{L} \rightarrow (1) \text{ אריבער } \frac{1}{2} \epsilon_{gr}$
 $\epsilon_{KH} = \frac{3}{2} N k_B T$

(5) $= \frac{3}{2} \frac{M}{\bar{m}} k_B T = \frac{3M}{m_p} k_B T \quad \leftarrow \bar{m} = \frac{1}{2} m_p$

(6) $\Delta \epsilon_{KH} = \epsilon_{KH,p} - \epsilon_{KH,i} = \frac{3M k_B \Delta T}{m_p}$

(7) $\Delta T = 6 \cdot 10^6 K - 3 \cdot 10^4 K = 5.97 \cdot 10^6 K$

(8) $\boxed{\Delta \epsilon_{KH} = 2.06 \cdot 10^{48} \text{ erg}}$

נאך ערשטע

(9) $\boxed{\epsilon_{KH} = \frac{\Delta \epsilon_{KH}}{L} = 2.45 \cdot 10^7 \text{ yr}}$

(4) \rightarrow
 $L = 3.8 \cdot 10^{23} \frac{\text{erg}}{\text{sec}}$

4/6
 (21) $u = \frac{1}{3} P_{rad}$
 (22) $E_{th} = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} P_{gas}$
 (23) $\frac{b_d}{b_{th}} = \frac{\frac{1}{3} P_{rad}}{\frac{3}{2} P_{gas}} = \frac{2}{3} \frac{P_{rad}}{P_{gas}}$

(24) $\frac{P_{rad}}{P_{gas}} = 0.0014$
 (25) $\frac{b_d}{b_{th}} = 0.002$

(26) $\frac{1}{P_0} \frac{\Delta P_0}{\Delta t} = \frac{1}{b_{th}}$

(27) $\frac{\Delta P_0}{P_0} = \frac{b_d}{b_{th}} = 0.002$

(1) $\vec{g} = -g \hat{z}$

(2) $P = n k_B T = \frac{8}{3} \frac{n k_B T}{\bar{m}} = \frac{2}{3} \frac{8}{3} \frac{k_B T}{m_p}$

(3) $F = F_{up} - F_{down}$

(4) $F = \frac{1}{6} C u(z+l) - \frac{1}{6} C u(z-l)$

$u(z+l) \approx u(z) + l \frac{du}{dz}$, $u(z-l) \approx u(z) - l \frac{du}{dz}$

(5) $\frac{du}{dz} = \frac{u(z+l) - u(z-l)}{2l}$

(6) $F = -\frac{1}{3} C l \frac{du}{dz} = -\frac{1}{3} C \frac{1}{88} \frac{du}{dz}$

