

אוניברסיטת תל-אביב הפקולטה למדעים מדויקים בית הספר לפיזיקה ולאסטרונומיה

בחינת מעבר בקורס מבוא לאסטרופיזיקה

סמסטר ב' תש"ס, מועד ב'

11.9.2000

המורה: פרופ' דן מעוז

מתרגל: אבישי גל-ים

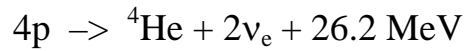
מספר ת.ז: _____

הוראות:

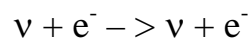
1. מותר להשתמש במחשבון בלבד.
2. דפי עזר מצורפים בסוף השאלון.
3. תשובות יש לכתוב אך ורק על דפי השאלון מתחת לכל שאלה. יש לכלול את שלבי הפתרון העיקריים.
4. המחברות הן לטיוטה בלבד, ולא תיבדקנה.
5. יש לענות על ארבע מתוך שש שאלות.
6. לכל שאלה משקל של 25 נקודות + מספר נקודות נוספות עבור סעיף הבנוס.
7. משך הבחינה $3\frac{1}{2}$ שעות.
8. פתרון השאלות אינו כרוך בפתרון אינטגרלים או משוואות דיפרנציאליות בלתי טריויאליות, או ביטויים אלגבריים סבוכים, בעלי יותר מכמה איברים. אם אתם עוסקים בחשבונות מעין אלה, אינכם בדרך הנכונה.

בהצלחה !

1. רוב תפוקת האנרגיה בליבת השמש היא בתהליך:



- א. איזה אחוז ממסת המנוחה של הפרוטונים הופך לאנרגיה אלקטרומגנטית ?
ב. בהנתן L_\odot (בטבלה בסוף), מהו שטף הקרינה מהשמש על פני כדור הארץ, ביחידות של $[\text{eV}/(\text{sec cm}^2)]$ ו $[\text{Watt/m}^2]$?
ג. מהו שטף הנויטרינים על פני כדור הארץ ביחידות $[\text{sec cm}^2]^{-1}$?
ד. הגלאי Super-Kamiokande עשוי 50,000 טון מים. כמה אלקטרונים מימניים יש בגלאי ?
ה. חשבו את קצב הריאקציה של פיזור נויטרינו על אלקטרון:



בגלאי, אם ל 10^{-3} מהנויטרינים מהשמש אנרגיה גבוהה מספיק על מנת להתגלות, ועבורם חתך הפעולה הוא $\sigma = 10^{-43} \text{ cm}^2$.

בנוס:

- ו. איזה חלק מהנויטרינים מהשמש מתפזר בעוברים דרך כדור הארץ ? הנח כי לכדור הארץ עובי אחיד של 10,000 ק"מ וצפיפות אחידה של $5 [\text{gr/cm}^3]$.

2. כוכב לכת בעל מסה של צדק (10^{-3} Mo) חג במסלול מעגלי בעל רדיוס 1 AU סביב כוכב אם בעל מסה 0.5 Mo .

- א. מהו זמן המחזור של המערכת ?
(הזנח את מסת כוכב הלכת לצורך חישוב זה)
- ב. היכן נמצא מרכז המסה של המערכת ?
- ג. על סמך א' ו ב', מהי מהירות התנועה של כוכב האם סביב מרכז המסה, ביחידות $[\text{m/sec}]$?
- ד. אסטרונום צופה בקו בליעה בספקטרום של כוכב האם. קו הבליעה, שאורך הגל שלו במעבדה הוא 6000 \AA , מבצע תנודות מחזוריות סביב 6001 \AA במשרעת של $\pm 5 \times 10^{-4} \text{ \AA}$. מהי מהירות המערכת ביחס לכדור הארץ ?
- ה. ממשרעת התנודות, ובהשוואה לצפוי מסעיף ג', מהי נטיית מסלול כוכב הלכת לקו הראיה שלנו ?

בנוסף:

- ו. אם מרחק המערכת מאיתנו הוא 10 pc , מהו גודלו הזויתי, בשניות קשת, של חצי הציר הראשי של האליפסה, בה נע כוכב האם על פני השמיים ?

3. בגז אלקטרונים מנוון, כתוצאה מעקרון Pauli, בכל אלמנט נפח במרחב הפאזות $d^3p d^3x$ קיימים $2/h^3$ אלקטרונים. עבור שדה מהירויות איזוטרופי, צפיפות האלקטרונים בעלי תנע p היא על כן:

$$n(p) = \begin{cases} (2/h^3) 4\pi p^2 dp, & |p| < p_f \\ 0, & |p| > p_f \end{cases}$$

כאשר p_f הוא התנע של האלקטרון המהיר בגז.

- א. בצעו אינטגרציה על $n(p)$ על פני כל ערכי התנע p על מנת למצוא את צפיפות הגז n כתלות ב- p_f .
- ב. לחץ הגז נתון על ידי: $P = 1/3 \int n(p) p v dp$ כאשר האינטגרציה היא עבור ערכי p מ- 0 ועד אינסוף. חשבו את לחץ הגז המנוון $P_d(p_f)$ עבור גז אלקטרונים מנוון ולא יחסותי ($p = m_e v$).
- ג. בהסתמך על א' ו- ב', מצאו את $P_d(n)$.
- ד. בהסתמך על המשפט הויריאלי ובעזרת אנליזה מימדית, הראו שרדיוס ננס לבן מקיים $R \sim M^{-1/3}$ כאשר M מסת הכוכב ו- R רדיוסו.
- ה. על ידי השוואת $P_d(n)$ ללחץ $P_c(n)$ של גז אידאלי קלסי, מצאו את התנאי על הטמפרטורה והצפיפות שבהן הופך גז קלסי לגז קוונטי מנוון.

בנוסף:

- ו. באיזו צפיפות אלקטרונים תהפוך ליבת כוכב עשוי מימן בטמפרטורה $T = 10^7$ K למנונת ?

4. ליבת כוכב מסיבי קורסת מרדיוס של $1 R_{\odot}$ לרדיוס של 10 km , תוך כדי יצירת כוכב ניוטרונים ופיצוץ סופרנובה.

- א. אם מסת הליבה $1 M_{\odot}$, מהי האנרגיה הכובדית המשתחררת ?
- ב. רוב האנרגיה נישאת באמצעות ניוטרינים בעלי אנרגיה $\sim 20 \text{ MeV}$ (פוטונים וניוטרינים אנרגטיים יותר כלואים בסביבה הצפופה). כמה ניוטרינים נפלטים בפיצוץ ? מהו שטף הניוטרינים במרחק 50 Kpc , אם בריחת הניוטרינים נמשכת 10 שניות?
- ג. כ 10^{-4} מהאנרגיה נפלטת בתחום האור הנראה, במשך כחודש. מהי הבהירות הממוצעת של הסופרנובה, ביחידות L_{\odot} ?
- ד. מודדים מהסופרנובה שטף אלקטרומגנטי $f = 10^{-9} [\text{erg}/(\text{sec cm}^2)]$. מהו המרחק לסופרנובה ?
- ה. הסופרנובה מתפוצצת בגלקסיה שבה קו הפליטה $H\alpha(n=3 \rightarrow n=2)$ של מימן מופיע באורך גל $\lambda = 6583 \text{ \AA}$. מהי מהירות ההתרחקות של הגלקסיה מאיתנו ?

בנוס:

- ו. בהסתמך על ד' ו - ה' מהו קבוע האבל, H_0 , ביחידות של $[\text{km/sec/Mpc}]$?

5. אטום מימן נמצא במרחק R ממקור קרינה איזוטרופי בעל בהירות L ומסה M.
- מהו כח המשיכה הפועל על האטום ? (נדרשת תשובה לא מספרית, וניתן להזניח את מסת האלקטרון)
 - מהו שטף הקרינה ? מהו שטף התנע ?
 - חתך הפעולה של Thomson הינו: $\sigma_T = 6.6 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$. חתך פעולה זה קובע איזה חלק מן הפוטונים מתפזרים על האלקטרון. חשב את קצב העברת התנע (= הכח !) לאלקטרון.
 - בשל המשיכה האלקטרוסטטית ביניהם, הפרוטון והאלקטרון לא יפרדו. השוו בין כח המשיכה על הפרוטון לכח הדחיה שמפעילה הקרינה על האלקטרון. בהנתן M, מצאו מהו L_E , הבהירות המירבית שאינה מרחיקה על ידי לחץ קרינה חומר הנמצא סביב מקור אור. בהירות גבולית זו נקראת בהירות Eddington.
 - הביעו את בהירות השמש במונחי L_E (תשובה מספרית, בבקשה).

בנוס:

- קיימים גופים אסטרונומיים (קוואזארים מסוימים, למשל) המפיקים אנרגיה על ידי ספיחה של חומר ובכל זאת קורנים בבהירות הגדולה מבהירות אדינגטון. הציעו הסבר לתופעה זו.

6. משוואת Friedmann הראשונה להתפתחות סקלת המרחקים R ביקום איזוטרופי והומוגני היא:

$$H^2 = (R/R)^2 = 8\pi G\rho/3 - kc^2/R^2 \quad (1)$$

- א. קבלו את משוואה (1) בפיתוח ניוטוני, משיקולי שימור אנרגיה של גלקסיה הנמצאת על שפת התפלגות מסה ספירית סימטרית וקבועה בעלת רדיוס R .
- ב. מצאו את הצפיפות הקריטית ρ_0 המפרידה בין יקום פתוח לסגור. חשבו את ערכה של צפיפות קריטית זו כיום, אם נתון קבוע האבל $H_0 = 70 \text{ [km/sec/Mpc]}$.
- ג. מהי מסת היקום בתוך רדיוס האבל $r_0 = c/H_0$? (עד כדי גורם $O(1)$, r_0 הוא מרחק "האופק החלקיקי" שלנו, שמעבר לו פוטונים טרם הגיעו).
- ד. מהו רדיוס שוורצשילד של היקום הנמצא בתוך r_0 , במונחי r_0 ? מהי מסקנה אפשרית מכך ?
- ה. הניחו כי $k = 0$ ו- $\rho = \text{Const}$ (כלומר, הצפיפות אינה תלויה בקבוע הסקלה R). מצב זה אפשרי אם צפיפות האנרגיה נשלטת על ידי אנרגית הוואקום, ויש עדויות שאנו נמצאים על סיפו של עידן כזה). פתרו את (1) עבור $R(t)$.

בנוס:

- ו. במצב ה"אינפלציוני" של סעיף ה', תוך כמה שנים תעלם מעבר לאופק גלקסיה הנמצאת כעת במרחק של 10 Mpc ?