אסטרו - פתרון תרגיל 5

1) א) ויריאל:

$$2E_k + E_{gr} = 0$$

$$E_{tot} = E_k + E_{gr} = -E_k = \frac{1}{2}E_{gr}$$

האנרגיה הכללית שלילית ← הכוכב קשור.

ב) ויריאל:

$$E_k + E_{gr} = 0$$

$$E_{tot} = 0$$ ← הכוכב קשור רק באופן גבולי.

2.

$$\left.\begin{aligned} P &= nkT = \frac{N}{V}kT \\ E_k &= \frac{3}{2}kT\cdot N \end{aligned}\right\} \rightarrow P = \frac{2}{3}\frac{E_k}{V}$$

3. $T_s = 5800K$ חוק וין:

$$h\nu_{max} = \frac{2.4\,eV\cdot 5800\,K}{10^4\,K}$$

$$= 1.4\,eV = 1.6\cdot 10^{-8}\,erg$$

$$f_{ph} = \frac{L}{4\pi\cdot d^2\cdot h\nu_{max}} = 8.4\cdot 10^{13}\ cm^{-2}\,sec^{-1}$$

5. a.

$$M = 50\cdot 10^3\ ton = 5\cdot 10^{10}\ gr$$

$$m_{H_2O} = 18\,m_H = 3\cdot 10^{-23}\ gr$$

$$N_{H_2O} = \frac{5}{3}\cdot 10^{33}$$

$$N_e = (2 + 8)\cdot N_{H_2O} = 1.66\cdot 10^{34}$$

1 לכל H   מחמצן

$$R = N_e\cdot f_\nu\cdot\sigma = (1.66\cdot 10^{34}\cdot 10^{-6})\cdot 10^{-43}\,cm^2\cdot\underbrace{6.5\cdot 10^{10}}_{f_\nu}\,cm^{-2}sec^{-1}.\ b$$

$$= 1.08\cdot 10^{-4}\ sec^{-1}$$

$$\approx 9/day$$

4. ✓

4.

א. נגזור את הפונקציה: $\frac{df}{dE} = f(E)\cdot(-\frac{1}{KT}+\frac{\sqrt{E_G}}{2E^{\frac{3}{2}}})$ והנגזרת תתאפס ב

$$E_0 = (\frac{KT}{2})^{\frac{2}{3}} E_G^{\frac{1}{3}}$$

ב. הערה: היתה טעות של פקטור 2 בהגדרת השאלה שמשנה את נרמול הגאוסיאן. יש להשתמש בהגדרה: $f(E) \propto e^{\frac{(E-E_0)^2}{\Delta^2}}$.

תחילה נגדיר $f(E) = e^{\frac{-E}{KT}-\sqrt{\frac{E_G}{E}}} \equiv e^{W(E)}$. ונפתח את $W(E)$ סביב E_0:

$$\left.\frac{dW}{dE}\right|_{E_0} = \left.(-\frac{1}{KT}+\frac{\sqrt{E_G}}{2E^{\frac{3}{2}}})\right|_{E_0} = 0,$$

$$\left.\frac{d^2W}{dE^2}\right|_{E_0} = \left.-\frac{3}{4}\frac{\sqrt{E_G}}{E^{\frac{5}{2}}}\right|_{E_0} = -\frac{3}{4}E_G^{-\frac{1}{3}}\left(\frac{KT}{2}\right)^{-\frac{5}{3}},$$

$$W \approx W(E_0) + \left.\frac{dW}{dE}\right|_{E_0}(E-E_0) + \left.\frac{d^2W}{dE^2}\right|_{E_0}\cdot\frac{1}{2}(E-E_0)^2 \approx W(E_0) + \left.\frac{d^2W}{dE^2}\right|_{E_0}\cdot\frac{1}{2}(E-E_0)^2$$

$$f(E) = e^{W(E)} \approx e^{W(E_0)+\left.\frac{d^2W}{dE^2}\right|_{E_0}\frac{1}{2}(E-E_0)^2} = Ce^{\left.\frac{d^2W}{dE^2}\right|_{E_0}\frac{1}{2}(E-E_0)^2} \propto e^{\frac{(E-E_0)^2}{\Delta^2}}$$

$$\Delta = \left(-\left.\frac{d^2W}{dE^2}\right|_{E_0}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2\cdot E_G^{\frac{1}{6}}\cdot(KT)^{\frac{5}{6}}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2}}$$