

# אוניברסיטת תל-אביב הפקולטה למדעים מדויקים בית הספר לפיזיקה ולאסטרונומיה

בחינת מעבר בקורס מבוא לאסטרופיזיקה  
סמסטר ב' תש"ס, מועד א'  
27.6.2000

המורה: פרופ' דן מעוז  
מתרגל: אבישי גל-ים  
-----

מספר ת.ז: \_\_\_\_\_

## הוראות:

1. מותר להשתמש במחשבון בלבד.
2. דפי עזר מצורפים בסוף השאלון.
3. תשובות יש לכתוב אך ורק על דפי השאלון מתחת לכל שאלה. יש לכלול את שלבי הפתרון העיקריים.
4. המחברות הן לטיוטה בלבד, ולא תיבדקנה.
5. יש לענות על ארבע מתוך שש שאלות.
6. לכל שאלה משקל של 25 נקודות + מספר נקודות נוספות עבור סעיף הבנוס.
7. משך הבחינה  $3\frac{1}{2}$  שעות.
8. פתרון השאלות אינו כרוך בפתרון אינטגרלים, משוואות דיפרנציאליות או ביטויים אלגבריים סבוכים, בעלי יותר מכמה איברים. אם אתם עוסקים בחשבונות מעין אלה, אינכם בדרך הנכונה.

בהצלחה !

1. חור שחור עם מסה  $M$  סופח חומר בקצב  $M$  דרך דיסקת ספיחה דקה ושטוחה.
- א. כתבו ביטוי לאנרגיה הכבדית  $dE(M, dm, r)$  המשתחררת כאשר מסה  $dm$  עוברת מרדיוס  $r + dr$  לרדיוס  $r$  ( $dr \ll r$ ).
- ב. בהנחה שחצי מהאנרגיה הכובדית הופכת לאנרגיה תרמית ושאנרגיה זו נפלטת כקרינה, בטאו את הבהירות  $dL = dE/dt(M, M, r)$  של טבעת בעובי  $dr$  וברדיוס  $r$ .
- ג. בקרוב לפיו טבעת ברדיוס מסוים קורנת כגוף שחור בטמפרטורה  $T$ , הראו ש –  $T(r) \sim r^{-3/4}$ . רשמו ביטוי מדויק עבור  $T(r, M, M)$ .
- ד. רוב הקרינה תגיע מאזורי הדיסקה הפנימיים, כלומר, כמה פעמים רדיוס שוורצשילד. בהנתן:
  1. חור שחור שמסתו  $10 M_{\odot}$
  2. חור שחור שמסתו  $10^9 M_{\odot}$
 שלשניהם אותו קצב ספיחה  $M$ , לאיזה חור שחור תהיה דיסקה חמה יותר? פי כמה?

2. עבור קרינת הרקע הקוסמית (CMBR,  $T=2.73\text{ K}$ ):
- חשבו באופן מספרי את צפיפות האנרגיה של הקרינה, ביחידות של  $[\text{erg}/\text{cm}^3]$  וכן ביחידות של  $[\text{eV}/\text{cm}^3]$ .
  - מהי האנרגיה האופיינית של פוטון CMBR, ב-  $[\text{eV}]$ ?
  - בהסתמך על א' ו-ב', תנו הערכה לצפיפות הפוטונים של ה- CMBR ביחידות של  $[1/\text{cm}^3]$ .
  - התנגשות חזיתית בין שני פוטונים בעלי אנרגיות  $E_1, E_2$ , במערכת המעבדה, יכולה ליצור זוג  $e^+e^-$  אם:  $(E_1E_2)^{1/2} > m_e c^2 = 511\text{ keV}$ . מהי אנרגיית הסף,  $E_{\text{th}}$ , של פוטון, על מנת ליצור זוג  $e^+e^-$  על ידי התנגשות עם פוטון של ה- CMBR?
  - אם חתך הפעולה לתהליך  $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$  הוא  $\sigma = 1.3 \cdot 10^{-25}\text{ cm}^2$ , מהו המהלך החופשי הממוצע, ב-  $[\text{pc}]$ , לפיזור של פוטונים עם אנרגיה מעל  $E_{\text{th}}$  על גבי הפוטונים של ה- CMBR?

בנוסף:

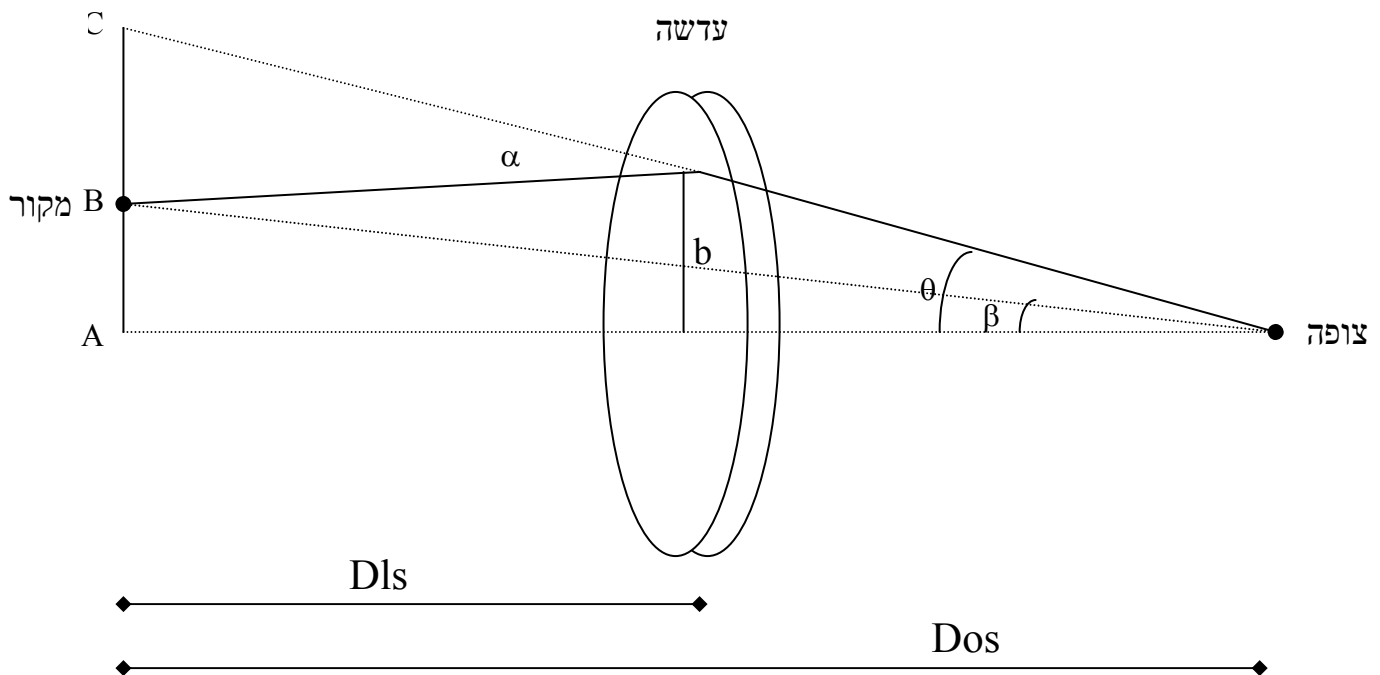
- אם תגלו פוטונים עם  $E > E_{\text{th}}$ , מה תוכלו להסיק על המרחק למקור הפוטונים?

3. תכננו "מפרשית חלל", חללית המונעת באמצעות לחץ קרינה מהשמש, כדלהלן:  
 א. כתבו ביטוי אלגברי עבור שטף הקרינה מהשמש  $[erg/sec/cm^2]$  במרחק R ממנה, במונחים של  $Lo$  ו-  $R$ .  
 ב. קבלו ביטוי עבור צפיפות אנרגית הקרינה במיקום זה  $[erg/cm^3]$ .  
 (רמז:  $[צפיפות] = [מהירות/שטף]$ )  
 ג. מהו לחץ הקרינה באותו מקום?  
 ד. בטאו מתימטית את התנאי שחללית עם מסה  $m$  ושטח חתך  $A$ , הניצב לשמש, תואץ על ידי לחץ הקרינה (כלומר, הכח הנובע מלחץ הקרינה יגבר על כח הכבידה של השמש). הניחו שה"מפרש" הוא מראה שטוחה עם 100% החזרה.  
 ה. בהסתמך על ד', מצאו את השטח המינימלי  $A_{min}$  להאצה וחשבו אותו מספרית ביחידות של  $[km^2]$  עבור חלליות עם  $m = 1000 \text{ ton}$ ,  $m = 1 \text{ ton}$ .

#### בנוס:

- ו. כעבור זמן מה, החללית נעה במהירות הקרובה למהירות האור. אסטרואידיים פוגעים במפרש וכל פגיעה מותירה חור עם שטח  $a \ll A$ . אם צפיפות האסטרואידיים היא  $n$ , תוך כמה זמן יקטן השטח האפקטיבי של המפרש בחצי?

4. קרן אור העוברת במרחק  $b$  ממרכזה של גלקסיה ספירלית מוסטת על ידי שדה הכבידה בזווית:  $\alpha = 4GM(<b)/c^2b$ , כאשר  $M(<b)$  היא סה"כ המסה הפנימית לרדיוס  $b$  כלשהו (ראה ציור). קרן ממקור נקודתי הנמצא בזווית  $\beta$  ביחס למרכז הגלקסיה מוסטת כך שדמות המקור מופיעה בזווית  $\theta$  ביחס למרכז.



- בהנחה של זוויות קטנות, הביעו את המרחקים  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  במונחים של  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $D_{ls}$ ,  $D_{os}$ . מתוך הזהות  $AB + BC = AC$  הוכיחו את משוואת העידוש:  $\theta - \beta = (D_{ls}/D_{os}) \alpha$ .
- עקומות סיבוב של גלקסיות ספירליות מראות כי  $v(r) = \text{Constant}$ . מצאו את  $M(<r)$  עבור גלקסיות ספירליות.
- מצאו את הסטייה  $\alpha$  של קרן אור העוברת דרך גלקסיה ספירלית והראו שהסטייה בלתי תלויה ב- $b$ , אלא רק בסימנו.
- בעזרת תוצאות סעיפים א' ו-ג' מצאו את הזוויות  $\theta^+$ ,  $\theta^-$  של שתי הדמויות שתיווצרנה עקב עידוש של מקור נקודתי הנמצא בזווית  $\beta$  על ידי גלקסיה ספירלית עם מהירות סיבוב  $v$ . מהי הזווית הכוללת  $\theta^+ + \theta^-$  בין שתי הדמויות?
- חשבו מספרית, בשניות קשת, את הזווית הכוללת בין שתי הדמויות של קוואזאר המעודש על ידי גלקסיה ספירלית עם מהירות סיבוב  $v = 200 \text{ km/sec}$  הנמצאת במחצית המרחק.

**בנוסף:**

- האם קיים מצב בו תיווצר רק דמות אחת?

(עמוד נוסף להמשך התשובה על שאלה מספר 4 בלבד)

5. אסטרונום מודד ספקטרום של גלקסיה ספירלית הנמצאת בהסחה לאדום  $z = 0.9$ . ידוע כי הדיסקה של הגלקסיה מוטית בזווית של  $45^\circ$  לקו הראיה.
- א. מהם אורכי הגל, המקוריים והנצפים, של קווי  $H\alpha$  ( $n=3 \rightarrow n=2$ ) ו-  $H\beta$  ( $n=4 \rightarrow n=2$ ) של מימן?
- ב. קרינת  $H\beta$  מצד אחד של הגלקסיה מוסטת ב-  $6\text{\AA}$  לצד האדום ביחס לקרינה מאזור המרכז, ובצד השני ב-  $6\text{\AA}$  לצד הכחול. מהי מהירות הסיבוב של הגלקסיה?
- ג. ניתוח הקרינה מהגרעין הפעיל של הגלקסיה מראה הסחה לאדום בשיעור  $z=1$ . בהנחה שהסחה נוספת זו נגרמת עקב קרבת החומר הפולט לחור שחור, חשבו כמה פעמים רדיוס שוורצשילד מרוחק החומר הפולט מהחור.
- ד. סקלת האורך ביקום תלויה בזמן כמו  $R \sim t^{2/3}$ . מהו היחס בין גיל היקום בעת פליטתו מהגלקסיה לגילו כיום?
- ה. הניחו יקום עם צפיפות קריטית, כך שגיל היקום הוא  $t_0 = 2/3 \cdot 1/H_0$  וקבוע האבל  $H_0 = 50 \text{ km/sec/Mpc}$ . מהו גיל היקום, בשנים?

#### בנוס:

- ו. מהו המרחק לגלקסיה, בשנות אור?

6. העריכו את תכונותיו של כוכב סדרה ראשית שמסתו  $M = 10M_{\odot}$  כדלהלן: הכוכב כולו עשוי פחמן  $^{12}_6\text{C}$  וטמפרטורת הליבה שלו היא  $T_c = 6 \times 10^8 \text{ K}$  (בשמש  $T_c = 1.5 \times 10^7 \text{ K}$ ).  
 א. הראו שמסת החלקיק הממוצעת, בהנחה שהכוכב כולו מיונן, היא  $\langle m \rangle = 12/7 m_p$  (בשמש  $\langle m \rangle = 0.6 m_p$ ).  
 ב. השתמשו בחוק הגזים האידאליים, בקשר המימדי בין צפיפות מסה ורדיוס, ובמשפט הויריאל, על מנת לקבל בקרוב את צורת התלות של רדיוס הכוכב  $R(M, \langle m \rangle, T_c)$ .  
 ג. בהסתמך על ב' ועל ידי השוואה לשמש, העריכו את רדיוס הכוכב.  
 ד. נתון כי בהירות הכוכב היא  $L = 9.5 \times 10^6 L_{\odot}$ . מהי הטמפרטורה על פני הכוכב?  
 ה. הכוכב מפיק אנרגיה בתהליך  $^{12}_6\text{C} + ^{12}_6\text{C} \rightarrow ^{24}_{12}\text{Mg}$ . המשקל האטומי של  $^{12}_6\text{C}$  הוא 12, ושל  $^{24}_{12}\text{Mg}$  הוא 23.985. איזה אחוז ממסת הכוכב ניתן להפוך לאנרגיה?

#### בונוס:

- ו. חשבו את משך הזמן בו הכוכב צורך 10% מסה"כ הפחמן שבו.