Formelsammlung Banking & Finance 2

Index Berechnung

Preisgewichteter Index

$$\boldsymbol{Preisgewichteter\ Index = \sum_{i=1}^{n} \frac{p_i}{n}}$$

(jede Aktie ist gleich stark gewichtet)

Marktgewichteter Index

$$\boldsymbol{Marktgewichteter\ Index = \frac{\sum_{i=1}^{n} Anz.Wertpapiere_i * p_i}{Total\ Anz.Wertpapiere}}$$

(Aktie wird anhand von Kapitalisierung unterschiedlich stark gewichtet)

Bid-Ask Spread

$$\boldsymbol{\frac{Briefkurs - Geldkurs}{0.5(Briefkurs + Geldkurs)}}$$

Obligationen

Pari Bezeichnungen

Bondpreis unter pari	Bondpreis zu pari	Bondpreis über pari
Preis < 100%	Preis = 100%	Preis > 100%

Zero-Coupon Bond Ausgabe unter Pari (Zins > 0%) (und Rückzahlung zu Pari + Zins)

Bondpreis

$$\boldsymbol{\sum_{t=1}^{T} \frac{c * N}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^T}}$$

Marchzins von Obligationen

$$\boldsymbol{Clean\ Price = Nennwert * Börsenpreis}$$

$$\boldsymbol{Marchzins = \frac{t}{365} * Coupon * Nennwert}$$

$$\boldsymbol{Dirty\ Price = Clean\ Price + Marchzins}$$

Aktienbewertungsmethoden

Substanzwert

$$\boldsymbol{Substanzwert\ pro\ Aktie = \frac{Vermögen - FK}{Anz.Aktien}}$$

Marktwert

$$\boldsymbol{Marktwert = Börsenkurs}$$

Marktkapitalisierung

$$\boldsymbol{Marktkapitalisierung = Börsenkurs * Anz.Aktien}$$

Kurs-Buch Verhältnis

$$\boldsymbol{Kurs - Buch\ Verhältnis = \frac{Börsenkurs}{Substanzwert\ pro\ Aktie}}$$

Theoretische Marktkapitalisierung

$$\boldsymbol{theoretische\ Marktkapitalisierung = Enterprise\ Value + Cash - FK}$$

Relative Bewertung (Entity-Ebene)

Vergleiche mit anderen Unternehmen, in der Regel vergleichbare Unternehmen (gleiche Branche, ähnliche Produkte, etc.)

Enterprise Value

$$\boldsymbol{Enterprise\ Value = Marktkap. + FK - Cash\&Cash\ Äquiv.}$$

Preis eines schuldenfreien Unternehmens aus Sicht eines potenziellen Käufers
Marktkapitalisierung = Anz. Aktien * Preis Aktie

$$\boldsymbol{EVtoSalesMul. (= Entity\ Multiple) = \frac{Enterprise\ Value}{Sales} = \frac{Unternehmenswert}{Umsatz}}$$

Unternehmenswert Brutto

$$\boldsymbol{Umsatz * \frac{Enterprise\ Value}{Sales}}$$

Relative Bewertung (Equity-Ebene)

Earnings per Share (Gewinn pro Aktie)

$$\boldsymbol{EPS = \frac{Gewinn}{Anz.Aktien}}$$

Price-Earnings Ratio

$$\boldsymbol{PE\ Ratio = \frac{Price}{Earnings\ (= EPS)} = \frac{Aktienkurs}{Gewinn\ pro\ Aktie}}$$

Absolute Bewertung

Gewinnmodell

$$\boldsymbol{Gewinnmodell: S_0 = \frac{Earnings\ per\ Share}{K_{EK}}, S_0 = akt.Aktienkurs}$$

Dividend Discount Model

$$\boldsymbol{Dividend\ Discount\ Model: S_0 = \frac{D_1}{K_{EK}}, D_1 = konst.ewige\ Dividende}$$

Dividend Growth Model

$$\boldsymbol{Dividend\ Growth\ Model: S_0 = \frac{D}{K_{EK} - g} = \frac{EPS * Payout\ Ratio}{K_{EK} - g}}$$

$$g = ROE * b$$

$$b = Plowback\ Ratio = 1 - Payout\ Ratio = Ant. der\ zurückbehaltenen\ Gewinne$$

Rendite

ROE

$$\boldsymbol{ROE = Return\ on\ Equity = Erzielte\ Rendite}$$

Kapitalgewinnrendite ohne Dividende/Auszahlung

$$\boldsymbol{Kapitalgewinnrendite = \frac{Endwert - Startwert}{Startwert}}$$

Kapitalgewinnrendite mit Dividende/Auszahlung

$$\boldsymbol{Kapitalgewinnrendite = \frac{Endwert - Startwert}{Startwert} + \frac{Auszahlung}{Startwert}}$$

Dividendenrendite

$$\boldsymbol{Dividendenrendite = \frac{bezahlte\ Dividende\ (Periode\ t)}{Alter\ Aktienkurs\ (Periode\ t-1)} = \frac{D_t}{P_{t-1}}}$$

Rendite über eine Zeitperiode

$$\boldsymbol{R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1}$$

Endwert nach einer Anzahl Perioden und konstanter Periodenrendite

$$\boldsymbol{P_T = P_0 * (1 + R)^T}$$

Annualisierte Rendite

$$\boldsymbol{R_A = \sqrt[T]{1 + Gesamtrendite} - 1 = (1 + R_G)^{\frac{1}{T}} - 1}$$

$$\boldsymbol{T = Abstand\ zwischen\ Renditen, z.B. bei\ monatliche\ Rendite \rightarrow T = \frac{1}{12}}$$

$$Wachstumsfaktor = 1 + R_G$$

Rendite arithmetisches Mittel

$$\boldsymbol{arithmetisches\ Mittel\ der\ Renditen = \frac{\sum_{t=1}^{n} R_t}{n}}$$

Rendite geometrisches Mittel

$$\boldsymbol{geometrisches\ Mittel = \sqrt[T]{(1 + R_1) * (1 + R_2) * \ldots * (1 + R_{T-1}) * (1 + R_T)} - 1}$$

Risiko

Ex-post Varianz (Grundgesamtheit)

$$VAR = \sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2$$

Ex-post Varianz (Stichprobe)

$$VAR = \sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})^2$$

Ex-ante Varianz

$$VAR = \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i\big(r_i - E(r)\big)^2$$

Standardabweichung (=Volatilität)

$$\sigma = \sqrt{VAR} = \sqrt{\sigma^2}$$

Portfolio

Portfoliorendite

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2 + \cdots + w_{n-1}R_{n-1} + w_nR_n = \sum_{i=1}^{n} w_iR_i$$

Portfoliorendite als gewichtets arithmetisches Mittel der Renditen der einzelnen Anlagen

Portfoliovarianz (Portfolio mit zwei Wertpapieren)

$$\sigma_P^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A\sigma_A w_B\sigma_B\rho_{AB}$$

Portfoliovolatilität (Portfoliostandardabweichung)

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = \sqrt{w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A\sigma_A w_B\sigma_B\rho_{AB}}$$

Wird als Risikomass verwendet, Volatilität = Standardabweichung!!!

Kovarianz zweier Wertpapiere

$$COV_{AB} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(R_{A,t} - \overline{R_A}\right)\left(R_{B,t} - \overline{R_B}\right)$$

Kovarianz misst den Zusammenhang zwischen Renditen von verschiedenen Anlagen

Korrelation zweier Wertpapiere

$$Korrelation\ \rho_{AB} = \frac{COV_{AB}}{\sigma_A\sigma_B}$$

Standardisiertes Mass, das den Zusammenhang zwischen Renditen verschiedener Anlagen beschreibt, unabhängig vom Ausmass der Volatilität der Einzelanlagen

Portfoliotheorie und -optimierung

Risikoneigung von Individuen

Risikoavers	Risikoneutral	Risikofreudig
Sichere Auszahlungen werden unsicheren mit identischem Erwartungswert vorgezogen	Auszahlungen werden anhand ihres Erwartungswerts gewählt	Unsichere Auszahlung werden sicheren mit identischem Erwartungswert vorgezogen
Konkave Nutzenfunktion $Bsp.: U_1 = \ln(x)$	Lineare Nutzenfunktion $Bsp.: U_2 = 1.5 * x - 15$	Konvexe Nutzenfunktion $Bsp.: U_3 = x^2 + 100$

Sharpe-Ratio (Tobin'sches Separationstheorem)

$$\boldsymbol{Sharpe\ Ratio = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P}}$$

Die Steigung der CAL (Capital Allocation Line) entspricht der Sharpe-Ratio
Je höher die Sharpe Ratio desto besser!!!

$$Max\ Sharpe\ Ratio\ w_i = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P}, wobei \sum w_i = 1$$

Um das optimale risikobehaftete Portfolio zu finden, muss die Sharpe-Ratio maximiert werden

Anteil am risikobehafteten Portfolio

$$\boldsymbol{y = \frac{E(r_P) - r_f}{A * \sigma_P^2}, A = Risikoaversion\ des\ Anlegers \rightarrow 1 - y = risikoloser\ Anteil}$$

Je grösser A desto risikoaverser der Anleger
Prozentualer Anteil des risikobehafteten Portfolios am Marktportfolio(=Tangentialportfolio)

Anleihen

Barwert Zerocoupon Anleihe

$$P(y) = \frac{C_T}{(1+y)^T}$$

Future Value Zerocoupon Anleihe

$$FV = N(1+y)^T$$

Rendite auf Verfall einfache Verzinsung

$$y = \left(\frac{C_T}{P}\right)^{\frac{1}{T}} - 1$$

Rendite auf Verfall m-fache Verzinsung

$$y_m = 2\left(\sqrt[m]{1+y} - 1\right)$$

Rendite auf Verfall stetige Verzinsung

$$y_c = \ln(1+y)$$

Standardanleihen

$$P(y) = c * N \sum_{t=1}^{T} (1+y)^{-1} + \frac{N}{(1+y)^T} = \frac{c * N}{y}\left(1 - \frac{1}{(1+y)^T}\right) + \frac{N}{(1+y)^T}$$

Standardanleihe m-fache Verzinsung

$$P(y_m) = \frac{c * N}{\frac{y_m}{m}} * \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{y_m}{m}\right)^{m*T}}\right) + \frac{N}{\left(1 + \frac{y_m}{m}\right)^{m*T}}$$

Preis ewige Anleihe

$$P_\infty(y) = \frac{c * N}{y}$$

Rentenbarwert

RBF

$$\boldsymbol{RBF = \frac{1}{r} - \frac{\frac{1}{r}}{(1+r)^T}}$$

Present Value (t=x, x>0)

$$\boldsymbol{PV(t \neq 0) = RBF * Zahlungsstrom}$$

Present Value (t=0)

$$\boldsymbol{PV(t = 0) = \frac{PV(x)}{(1+r)^x}}$$

Duration

Dollar Duration

$$D_D(y) = -P'(y) = \sum_{t=1}^{T} \frac{t * cN}{(1+y)^{t+1}} + \frac{T * N}{(1+y)^{T+1}}$$

Modified Duration

$$D^*(y) = -\frac{P'(y)}{P(y)} = \frac{D_D(y)}{P(y)} = \frac{1}{P(y)}\left[\sum_{t=1}^{T} \frac{t * cN}{(1+y)^{t+1}} + \frac{T * N}{(1+y)^{T+1}}\right]$$

Macaulay Duration (=Duration)

$$D_M(y) = -(1+y)D^*(y) = -(1+y)\frac{P'(y)}{P(y)} = \frac{1}{P(y)}\left[\sum_{t=1}^{T} \frac{t * cN}{(1+y)^{t}} + \frac{T * N}{(1+y)^{T}}\right]$$

Taylor-Approximation mittels Duration (allgemein)

$$P(y_0 + \Delta y) \approx P(y_0) + P'(y_0)\Delta y$$

Taylor-Approximation mittels Dollar Duration

$$P(y_0 + \Delta y) \approx P(y_0) - \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{t * cN}{(1+y_0)^{t+1}} + \frac{T * N}{(1+y_0)^{T+1}}\right]\Delta y$$

Taylor-Approximation mittels Modified Duration

$$P(y_0 + \Delta y) \approx P(y_0) - P(y_0)\frac{1}{P(y_0)}\left[\sum_{t=1}^{T} \frac{t * cN}{(1+y_0)^{t+1}} + \frac{T * N}{(1+y_0)^{T+1}}\right]\Delta y$$

Taylor-Approximation mittels Macaulay Duration (=Duration)

$$P(y_0 + \Delta y) \approx P(y_0) - \frac{P(y_0)}{1+y_0}\frac{1}{P(y)}\left[\sum_{t=1}^{T} \frac{t * cN}{(1+y)^{t}} + \frac{T * N}{(1+y)^{T}}\right]\Delta y$$

Exakte Preisänderung Zero-Coupon Anleihe

$$P(y_1) = \frac{P(y_0) * (1+y_0)^T}{(1+y_1)^T}$$

y_0 = alter Diskontsatz

y_1 = neuer Diskontsatz

Konvexität

Konvexität Standardanleihen

$$\boldsymbol{\kappa(y) = \frac{DC(y)}{P(y)} = \frac{P''(y)}{P(y)} = \frac{1}{P(y)}\left[\sum_{t=1}^{T} \frac{t(t+1)cN}{(1+y)^{t+2}} + \frac{T(T+1)N}{(1+y)^{T+2}}\right]}$$

Konvexität Zero Coupon Anleihen

$$\boldsymbol{\kappa(y) = \frac{(T+1)T}{(1+y)^2}}$$

Taylor-Approximation mittels Duration und Konvexität

$$\boldsymbol{P(y_0 + \Delta y) - P(y_0) \approx -D^*(y_0)P(y_0)\Delta y + \frac{1}{2}\kappa(y_0)P(y_0)(\Delta y)^2}$$

Optionsbewertung

Auszahlung Call

$$\max(S_t - K, 0)$$

Auszahlung Put

$$\max(K - S_t, 0)$$

Put-Call-Parität (mit Einkommen r*)

$$\pi_t(C) - \pi_t(P) = S_t e^{-r^*(T-t)} - Ke^{-r(T-t)}; r^* = Einkommen$$

Replikation Cox-Ross-Rubinstein (Call)

$$(1): n * S_1^{up} + (1+r) * B_0 = c_1^{up}; c_1^{up} = \max\left(S_1^{up} - K, 0\right)$$

$$(2): n * S_1^{down} + (1+r) * B_0 = c_1^{down}; c_1^{down} = 0$$

1 nach B umformen und in 2 einsetzen → 2 nach n auflösen und dann B berechnen

$$B_1 = B_0 * (1+r); B_0 = Kredit\ deswegen\ negativ$$

$$(3): C = n * S_0 + B_0; \rightarrow Wert\ Call\ Option\ nach\ CoxRossRubinstein$$

Replikation Cox-Ross-Rubinstein (Put)

$$(1): n * S_1^{up} + (1+r) * B_0 = p_1^{up}; p_1^{up} = 0$$

$$(2): n * S_1^{down} + (1+r) * B_0 = p_1^{down}; p_1^{down} = \max\left(K - S_1^{up}, 0\right)$$

2 nach B umformen und in 1 einsetzen → 1 nach n auflösen und dann B berechnen

$$B_1 = B_0 * (1+r); B_0 = Kredit\ deswegen\ negativ$$

$$(3): P = n * S_0 + B_0; \rightarrow Wert\ Put\ Option\ nach\ CoxRossRubinstein$$

Risikoneutrale Wahrscheinlichkeit

$$q = \frac{e^{r_c} - d}{u - d}; d = \frac{S_{down}}{S_0}; u = \frac{S_{up}}{S_0}; r_c = stetiger\ Zins$$

Risikoneutrale Bewertung (Call)

$$C = e^{-r_c(T-t)}(q * c_u + (1-q) * c_d) = \frac{1}{1 + r_d}(q * c_u + (1-q) * c_d)$$

Risikoneutrale Bewertung (Put)

$$C = e^{-r_c(T-t)}(q * d_u + (1-q) * d_d) = \frac{1}{1 + r_d}(q * d_u + (1-q) * d_d)$$

Anmerkung p bei Cox-Ross-Rubinstein ist nicht das gleiche wie q bei risikoneutrale Wahrscheinlichkeit.