

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Акопян Сатеник

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

$(1132226451\%70) + 1 = 42$ вариант

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,9 раза больше скорости браконьерской лодки.

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Принимает за $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{k0} = 16.1$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров

$$x_0(\theta = x_0 = 0)$$

а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/2v$ (во втором случае $k + x/2v$)

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояний можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{3.9v} - \text{в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{3.9v} - \text{во втором}$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость и v_τ - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, v_r .

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $dr / dt = v$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса.

Она равна произведению угловой скорости $d / \theta / dt$ на радиус r , $v_r = r d / \theta / dt$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{14.21} v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{16.1}{4.9} \end{cases} \quad (1)$$

Или для второго:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{16.1}{2.9} \end{array} \right. \quad (2)$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{14.21}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, получим траекторию движения катера в полярных координатах.

```
k = 16.1
```

```
r0 = k/4.9
```

```
r0_2 = k/2.9
```

```
#  $v^2 = v_r^2 + v_t^2$ 
```

```
#  $v_t = \sqrt{15,21v^2 - v^2} = \sqrt{14,21}v$ 
```

```
theta_0 = (0.0, 2*pi)
```

```
theta_02 = (-pi, pi)
```

```
fi = 3*pi/4
```

```
t = (0, 50)
```

```
x(t) = tan(fi)*t
```

```
f(r, p, t) = r/sqrt(14.21)
```

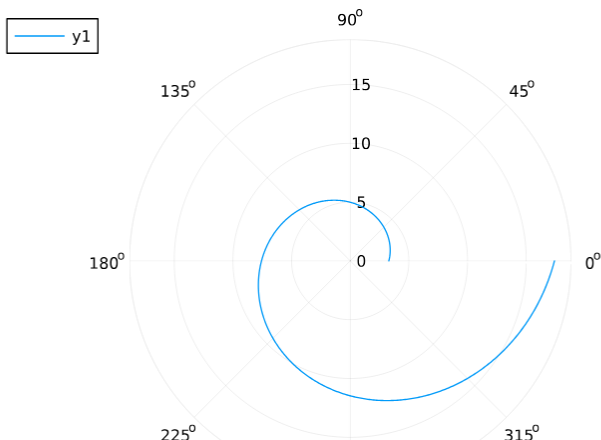
```
problem = ODEProblem(f, r0, theta_0)
sol = solve(problem, saveat = 0.01)
plot(sol.t, sol. u, proj=:polar)
```

```
problem = ODEProblem(f, r0_2, theta_02)
sol = solve(problem, saveat = 0.01)
plot(sol.t, sol. u, proj=:polar)
```


1 случай:

```
plot(sol.t, sol.u, proj=:polar)
```

[6]:



2 случай:

[7]:

