

# Лабораторная работа №3

## Модель боевых действий

---

Акопян Сатеник

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Между страной  $i$  и страной  $j$  идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна  $i$  имеет армию численностью 45000 человек, а в распоряжении страны  $j$  армия численностью в 50000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.29x(t) - 0.67y(t) + |\sin(t) + 1|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.6x(t) - 0.38y(t) + |\cos(t) + 1|$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0.31x(t) - 0.67y(t) + 2|\sin(t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.42x(t) - 0.53y(t) + |\cos(t) + 1|$$

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противостоянии могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна)

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);

- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\frac{dx}{dt} = -0.29x(t) - 0.67y(t) + |\sin(t) + 1|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.6x(t) - 0.38y(t) + |\cos(t) + 1|$$



Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-0.29x(t)$  и  $-0.38y(t)$ , члены  $-0.67y(t)$  и  $-0.6x(t)$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $-0.67$  и  $-0.6$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно,  $-0.29$   $-0.38$  - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции учитывают  $|\sin(t) + 1|$  и  $|\cos(t) + 1|$  возможность подхода подкрепления к войскам  $x$  и  $y$  в течение одного дня.

Программный код для 1 случая выглядит следующим образом:

```
using DifferentialEquations, Plots;

function reg(u, p, t)
    x, y = u
    a, b, c, h = p
    dx = -a*x - b*y+ abs(sin(t) + 1)
    dy = -c*x -h*y+abs(cos(t)+1)
    return [dx, dy]
end
```

```
u0 = [45000, 50000]
```

```
p = [0.29, 0.67, 0.6, 0.38]
```

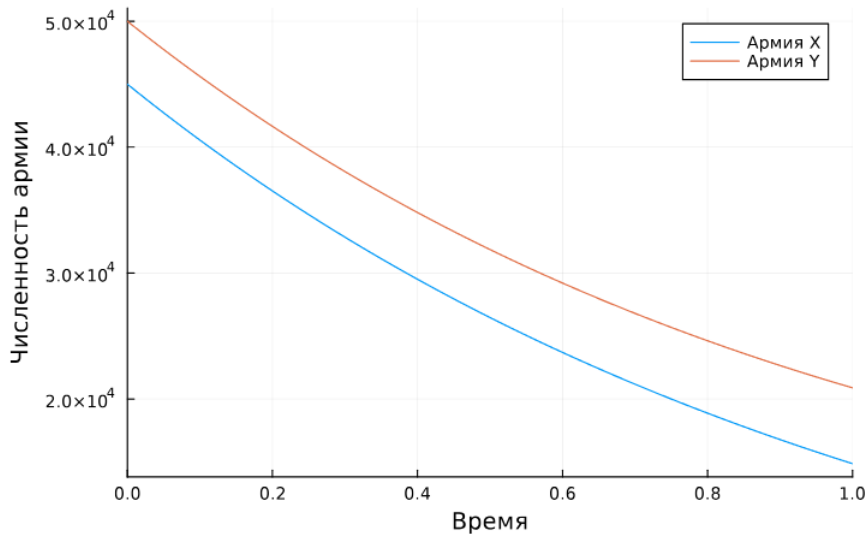
```
tspan = (0,1)
```

```
prob = ODEProblem(reg, u0, tspan, p)
```

```
sol = solve(prob, Tsit5())
```

```
plot(sol, title = "Модель боевых действий между регулярными войсками", label
```

## : Модель боевых действий между регулярными войс



Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -0.31x(t) - 0.67y(t) + 2|\sin(t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.42x(t) - 0.53y(t) + |\cos(t) + 1|$$

Программный код для 2 случая выглядит следующим образом:

```
function reg_2(u, p, t)
    x, y = u
    a, b, c, h = p
    dx = -a*x - b*y+ 2*abs(sin(2t))
    dy = -c*x -h*y+abs(cos(t)+1)
    return [dx, dy]
end
```

```
u0 = [45000, 50000]
```

```
p = [0.31, 0.67, 0.42, 0.53]
```

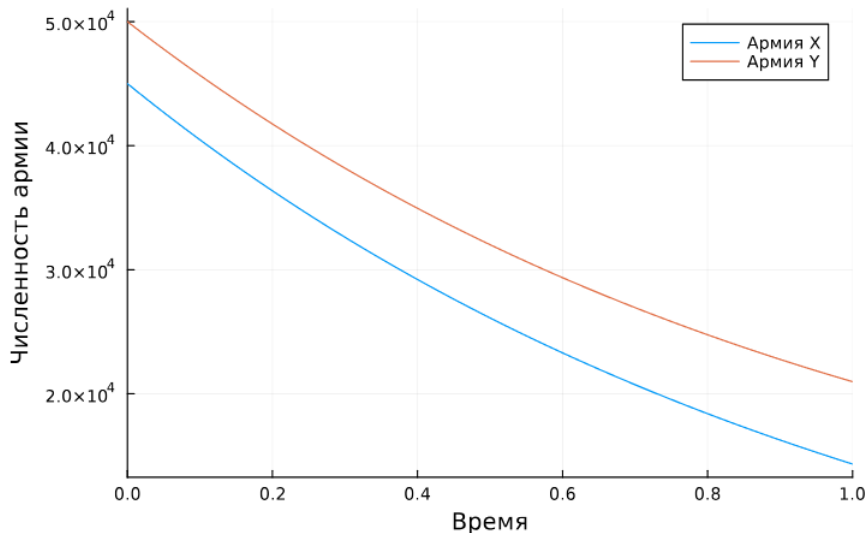
```
tspan = (0,1)
```

```
prob = ODEProblem(reg_2, u0, tspan, p)
```

```
sol = solve(prob, Tsit5())
```

```
plot(sol, title = "Модель боевых действий с участием регулярных войск и парти
```

]: зевых действий с участием регулярных войск и парти:





В результате данной лабораторной работы была построена модель боевых действий на языке программирования Julia.