

湖南师范大学2021—2022 学年第一学期 2021 年级物电、信工、化工院相关专业期中课程

高等数学 A 考核试题

课程代码:

考核方式: 闭卷

考试时量: 100 分钟

试卷类型:

题号	一	二	三	四	五	六	总分	合分人	复查人
应得分	28	24	40	8			100		
得分									

得分	评卷人	复查人

一、单选题 (每小题 4 分, 共 28 分) .

1、下列函数在给定区间上有界的是 ()

① $y = \frac{x+1}{x-1}, x \in (1, 2)$

② $y = \frac{1}{x^2}, x \in (1, +\infty)$

③ $y = x \sin x, x \in (-\infty, +\infty)$

④ $y = \ln(x+1), x \in (-1, 1)$

2、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小量中与 x^2 不等价的是 ()

① $\ln(1+2x^2)$

② $\sqrt{1+2x^2} - 1$

③ $\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$

④ $\arcsin(x^2)$

3、下列函数中在 $x=0$ 处可导的是 ()

① $y = \sqrt[3]{x^2}$

② $y = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$

③ $y = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

④ $y = |x|$

4、设 $f(x)$ 可导且 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-1}{(x-2)^2} = -1$, 则下列结论中正确的是 ()

① $x=2$ 为 $f(x)$ 的极大值点;

② $x=2$ 为 $f(x)$ 的极小值点;

③ $(2, 1)$ 为曲线 $y = f(x)$ 的拐点;

④ 以上都不对.

5、设 $f(x) = (x+2)(x+1)(x-3)(x-4)$, 则方程 $f'(x) = 0$ 的根的个数为 ()

① 至少 4 个

② 至少 3 个

③ 4 个

④ 3 个

6、设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极大值, 则必有 ()

① $f'(x_0) = 0$

② $f''(x_0) < 0$

③ $f'(x_0) = 0$ 且 $f''(x_0) < 0$

④ $f'(x_0) = 0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在

7、设 $f(x)$ 为二阶可导的奇函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0, f''(x) > 0$, 则当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, 有 ()

① $f'(x) > 0, f''(x) > 0$

② $f'(x) < 0, f''(x) > 0$

③ $f'(x) > 0, f''(x) < 0$

④ $f'(x) < 0, f''(x) < 0$

得分	评卷人	复查人

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）.

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-2a} \right)^{2x} = \underline{\hspace{2cm}} .$

2、 设 $f(x) = x \cos x$, , 则 $f^{(21)}(0) = \underline{\hspace{2cm}} .$

3、 设 $e^{x+y} + \cos(xy) = \sin 3x + 2$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}} .$

4、 函数 $y = 2x + \frac{8}{x}$ 的单调递减区间为 $\underline{\hspace{2cm}} .$

5、 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan x - x$ 是关于 x 的 $\underline{\hspace{1cm}}$ 阶无穷小.

6、 设 $f(x) = \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$, 则 $x=0$ 为其 $\underline{\hspace{2cm}}$ 间断点.

得分	评卷人	复查人

三、计算题（每小题 8 分，共 40 分）.

1、 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) .$

2、 求曲线 $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \arctan \frac{1}{x}$ 的渐近线.

3、 设 $y = \left(\frac{1}{x}\right)^x$ ($x > 0$), 求 dy .

4、 设 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2}, \\ y = t - \arctan t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

5、 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 问 α 为何值时, $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且导函数连续?

得分	评卷人	复查人

四、证明题（8 分）.

设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 可导, 且 $f(0) = f(1) = 0$, 证明

(1) 存在 $\xi \in (0,1)$, 使得 $\xi f'(\xi) + f(\xi) = 0$.

(2) 存在 $\eta \in (0,1)$, 使得 $f'(\eta) = 2\eta f(\eta)$.