

# 复杂系统的 模糊预测控制 及其应用

○ 李少远 李 柠 著

3



科学出版社

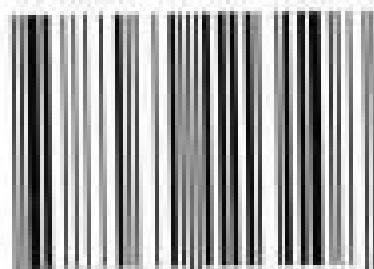
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

[TP-1834.0101]

策划编辑：钟 道

责任印制：安春生

ISBN 7-03-011310-1



9 787030 113108 >

ISBN 7-03-011310-1

定 价：15.00 元

# 复杂系统的模糊预测 控制及其应用

李少远 李 柠 著

---

科 学 出 版 社  
北 京

## 内 容 简 介

本书从基本原理与方法、多种控制策略及算法分析、实际应用等多方面阐述了近年来复杂系统模糊预测控制方面的研究成果。内容包括:非线性系统 T-S 模糊模型辨识;预测控制器的设计与系统分析;系统模糊关系矩阵的辨识与预测控制;不确定性系统的模糊优化预测控制;基于控制系统模糊性能指标的预测控制器的参数调整;并以电厂主汽温度回路的控制为背景介绍模糊预测控制的应用。本书是国内模糊预测控制领域的第一本专著,取材新颖、广泛,结合实际,反映了这一领域近年来所取得的进展。

本书适宜控制科学与工程、计算机控制、系统工程和信息工程等专业的科技人员阅读,也可供高等院校相应专业的师生参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

复杂系统的模糊预测控制及其应用/李少远,李柠著. —北京:科学出版社,2003

ISBN 7-03-011310-1

I. 复… II. ①李…②李… III. 模糊控制-预测控制 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 020230 号

策划编辑:钟 谊/文案编辑:彭 斌 姚 晖/责任校对:柏连海

责任印制:安春生/封面设计:王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

西 源 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

x

2003年8月第 1 版 开本:850×1168 1/32

2003年8月第一次印刷 印张:5 1/2

印数:1—2 000 字数:142 000

定价:15.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

# 前 言

当前,国内外控制界都把复杂系统的控制作为控制科学与工程学科发展的前沿研究方向。大型复杂工业过程作为重要的背景领域,以其特有的复杂性推动着这一学科前沿的发展,这些复杂性主要表现在:①系统的非线性;②对象和环境的模糊不确定性;③实际系统存在着各种约束;④对控制系统性能要求的综合性。预测控制是20世纪70年代直接从工业过程控制中产生的一类控制算法,它的核心是利用过去及现在的系统信息,并预测到系统未来的输出变化,以有限时域滚动优化的方式使受控量和目标值的偏差尽可能地小,实现系统的优化控制。预测控制之所以能在工业过程控制中显示出巨大的生命力,应归功于其基本原理对于复杂系统的不确定环境的适应性。实际的控制系统中往往存在着许多不确定性,包括被控对象参数的不确定性、控制目标和系统约束的不确定性等,这些不确定性属于模糊不确定性。预测控制和模糊控制是各自独立发展起来的两类控制方法,在二者充分发展的基础上,人们提出将预测的思想和模糊的思想结合起来,形成一种新的控制方法——模糊预测控制,其合理性在于:

(1) 预测控制和模糊控制都是对不确定性系统进行控制的有效方法,预测和模糊相结合会进一步提高控制效果。

(2) 模糊控制发展的趋向是由规则向模型转化,而预测控制是典型的基于模型的控制,对象模型可作为沟通二者的桥梁。

(3) 预测控制是一类基于对象数学模型的优化控制方法,而系统的复杂性与分析系统所能达到的精度是相互制约的,因此,研究模糊环境下的预测控制对于拓展预测控制的应用范围具有重要意义。

近几年来模糊预测控制在国际自动控制领域受到关注,不仅

取得了很多理论研究成果,而且在实际中也得到了成功应用。

模糊预测控制的具体形式多种多样,大致可以分为两类:一是在预测控制机理的框架下,针对具有不确定性的非线性系统,将模糊模型作为预测模型,可视为预测与模糊的融合;另一类是模糊决策和预测控制方法的有机结合,充分发挥滚动优化和模糊决策的长处,相互促进。本书从以上两个方面进行了论述,内容包括:第一章对这一领域进行了综述和分析;第二至五章对基于模糊模型的预测控制进行了讨论和分析;第六和七章讨论了不确定性系统的模糊优化与预测控制的多种结合算法;第八章以电厂主汽温度回路的控制为背景介绍模糊预测控制的应用;第九章对模糊预测控制的进一步发展进行探讨和展望。

本书作者要对上海交通大学的席裕庚教授和南开大学的袁著祉教授在模糊预测控制方面所给予的指导表示衷心的感谢,并对课题组成员所进行的有益讨论表示感谢。作者的研究工作先后得到了国家自然科学基金、国家高新技术研究发展计划(863 计划)和上海市“曙光计划”的资助,特此表示感谢。

本书是作者最近几年研究工作的结晶,希望本书的出版能为推动模糊预测控制在我国的研究和应用起到一定的促进作用。

由于作者水平有限,书中纰漏和错误在所难免,恳请广大读者批评指正。

作 者

2003 年 1 月

# 目 录

## 前 言

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| 第一章 绪 言 .....                    | 1  |
| 1.1 模糊预测控制产生的背景 .....            | 1  |
| 1.2 模糊预测控制的实现形式 .....            | 3  |
| 1.3 本书的安排 .....                  | 7  |
| 第二章 非线性系统的 T-S 模糊模型辨识 .....      | 9  |
| 2.1 T-S 模糊模型的结构形式 .....          | 9  |
| 2.2 基于模糊聚类算法的 T-S 模糊模型辨识 .....   | 11 |
| 2.3 基于满意聚类算法的 T-S 模糊模型辨识 .....   | 16 |
| 2.4 仿真结果 .....                   | 23 |
| 2.5 T-S 模糊模型启发式辨识方法 .....        | 27 |
| 第三章 基于 T-S 模糊模型的预测控制 .....       | 35 |
| 3.1 一阶系统的间接模糊预测控制算法 .....        | 35 |
| 3.2 一般非线性系统的间接模糊预测控制算法 .....     | 42 |
| 3.3 模糊预测控制的一般形式 .....            | 44 |
| 3.4 模糊预测控制的实质与多步输出预测 .....       | 47 |
| 3.5 计算机仿真结果 .....                | 51 |
| 第四章 多变量系统的模糊预测控制 .....           | 57 |
| 4.1 基于 T-S 模糊模型的多变量广义预测控制 .....  | 57 |
| 4.2 基于多步线性化的 T-S 模糊多变量预测控制 ..... | 76 |
| 第五章 基于模糊关系模型的预测控制 .....          | 85 |
| 5.1 多步模糊关系预测模型的基本结构 .....        | 85 |
| 5.2 多步模糊关系预测模型辨识的监督学习算法 .....    | 87 |

|             |                                 |            |
|-------------|---------------------------------|------------|
| 5.3         | 基于模糊关系模型的间接预测控制算法 .....         | 100        |
| 5.4         | 基于模糊关系模型的直接预测控制算法 .....         | 103        |
| 5.5         | 仿真实例 .....                      | 105        |
| <b>第六章</b>  | <b>具有模糊软约束系统的预测控制</b> .....     | <b>110</b> |
| 6.1         | 问题的描述 .....                     | 111        |
| 6.2         | 满意控制中系统约束的模糊化处理 .....           | 113        |
| 6.3         | 基于模糊优化的预测控制算法 .....             | 116        |
| 6.4         | 仿真结果 .....                      | 119        |
| <b>第七章</b>  | <b>不确定性系统的模糊优化预测控制</b> .....    | <b>122</b> |
| 7.1         | 预测控制中的模糊决策 .....                | 122        |
| 7.2         | 基于模糊优化的视觉机器人路径规划 .....          | 126        |
| 7.3         | 基于模糊性能指标的广义预测控制器参数调整 ...        | 134        |
| <b>第八章</b>  | <b>模糊预测控制在电厂主汽温控制中的应用</b> ..... | <b>142</b> |
| 8.1         | 火电厂主汽温对象特性分析 .....              | 142        |
| 8.2         | 主汽温对象模型的模糊辨识 .....              | 145        |
| 8.3         | 电厂主蒸汽温度的模糊自适应预测控制 .....         | 151        |
| 8.4         | 仿真结果 .....                      | 154        |
| <b>第九章</b>  | <b>结束语</b> .....                | <b>160</b> |
| <b>参考文献</b> | .....                           | <b>162</b> |
| <b>附录</b>   | .....                           | <b>166</b> |
| 附录 A        | 广义汽温对象有限脉冲响应序列 .....            | 166        |
| 附录 B        | .....                           | 168        |



# 第一章 绪 言

## 1.1 模糊预测控制产生的背景

当前,国内外控制界都把复杂系统的控制作为控制科学与工程学科发展的前沿研究方向。大型复杂工业过程作为重要的背景领域,以其特有的复杂性推动着这一学科前沿的发展,这些复杂性主要表现在:

### 1. 系统的非线性

线性系统的控制理论已发展得很成熟,非线性系统的控制,无论在理论上和技术上都存在着许多困难,而实际系统往往是非线性的被控对象,往往通过转化为线性系统借鉴“分解-合成”的思想来进行设计和分析。

### 2. 对象和环境的不确定性

工业过程的对象一般很难以精确的数学模型描述,基于精确数学模型的优化控制方法在应用上受到很大限制,尤其对复杂非线性或部分未知的工业系统控制问题,经典的线性控制理论往往受到限制或只能应用于局部线性的情况,不能得到全局工况的优化解。此外,工业环境中存在着各种扰动,给过程动态带来很大影响。控制系统存在的不确定性表现为模糊不确定性。

### 3. 实际系统存在着各种约束

由于机构、能量、工艺条件以及安全性等方面的考虑,工业过程中的物理量受到形式多样的约束,使得控制器的控制动作受到限制。另外,复杂工业过程的控制对节能降耗亦提出了更高的要

求,相应地,在优化求解时亦应考虑到经济指标的约束。

#### 4. 对控制系统性能要求的综合性

复杂工业过程的规模日益庞大,生产者已不可能对生产全部过程参数提出控制要求,转而根据生产要求提出不同指标,并尽可能综合考虑这些指标的优化,从而构成了在动态不确定性环境下的满意优化问题。

因此,针对复杂系统在不确定性环境下的约束优化控制成为控制理论界和工业应用界共同面临的课题。预测控制是 20 世纪 70 年代<sup>[1]</sup>直接从工业过程控制中产生的一类控制算法,它的核心是利用过去及现在的系统信息,并注意到系统未来的目标变化,使受控量和目标值的偏差尽可能小,从而提高系统的控制性能。

预测控制发展至今已有上百种具体算法,但其基本原理可归结为预测模型、滚动优化和反馈校正。预测控制本质上是一种基于模型的有限时域的优化算法,但又不同于传统的基于准确数学模型和给定性能指标的最优控制。预测控制之所以能在工业过程控制中显示出巨大的生命力,应归功于其基本原理对于复杂系统的不确定环境的适应性。预测控制的创始人 Richalet 早已指出<sup>[1]</sup>,模型预测控制蕴含了一种强有力的方法论思想,它非常类似于人类在复杂的动态环境中进行决策的行为,这种方法论思想自然应该具有更广泛的适用性。

系统具有的模糊性是区别于随机性的另外一种不确定性,许多控制系统是在这种模糊不确定性环境中进行建模、控制和优化的。对具有模糊性的被控对象,无法用一个明确的界限对其进行分类,传统的集合论中关于集合的概念无法描述这种不确定性。1965 年 L.A. Zadeh 提出的模糊集合论,寻求一种处理模糊不确定性问题的严谨的数学方法;1974 年 E.H. Madani 首先将模糊推理应用于蒸汽发电机的压力和速度控制中,取得了良好的控制效果,从此,模糊控制作为一种处理在不确定性环境中不易建立数学模型的系统控制方法,无论在理论上还是在应用中都获得了长足

进展。模糊控制的最大特征是将专家的控制经验、知识表示成语言控制规则,然后用这些规则进行系统控制,对系统中的许多不确定性表现出良好的鲁棒性。

预测控制和模糊控制是各自独立发展起来的两类控制方法,在二者充分发展的基础上,人们提出将预测的思想和模糊的思想结合起来,形成一种新的控制方法——模糊预测控制,以下几点可以说明其合理性:

(1) 预测控制和模糊控制都是对不确定性系统进行控制的有效方法,预测和模糊相结合会进一步提高控制效果。

(2) 模糊控制发展的趋向是由规则向模型转化,而预测控制是典型的基于模型的控制,对象模型可作为沟通二者的桥梁。

(3) 预测控制是一类基于对象数学模型的优化控制方法,而系统的复杂性与分析系统所能达到的精度是相互制约的,因此,研究模糊环境下的预测控制对于拓展预测控制的应用范围具有重要意义。

模糊预测控制的具体形式多种多样,大致可以分为两类:一是在预测控制机理的框架下,针对具有不确定性的非线性系统,将模糊模型作为预测模型,可视为预测与模糊的融合;另一类是模糊决策和预测控制方法的有机结合,充分发挥滚动优化和模糊决策的长处,相互促进。

## 1.2 模糊预测控制的实现形式

### 1.2.1 基于模糊模型的预测控制

模糊控制的最初形式是由一组相对简单的控制规则组成的推理控制器,控制规则通常来自于现场的操作人员,运用专家经验的形式归纳成控制规则,控制规则要求具有完整性、一致性和交叉性。模糊控制近年来之所以引起人们的极大关注,其主要原因在于规则型模糊控制器的成功应用。但是规则型模糊控制器具有明显的不足:首先,当对对象缺乏了解时,事先得得到一组具有完备性

的控制规则是很困难的,这就要求必须对规则进行在线调整;其次,针对同一被控对象,不同操作人员的知识、经验可能是不同的,甚至差异较大;第三,基于人的控制策略,规则型模糊控制器的控制品质不会超过操作人员所能达到的水平,无法实现优化控制;第四,规则型模糊控制器不便于进行系统分析和规范性设计,基本型模糊控制器的稳定性问题至今仍没有解决。

目前,模糊控制的发展出现了由规则转向模型的趋势。自适应控制、最优控制等都需要对象的准确模型,而对非线性、时变、不确定性系统,准确数学模型的建立是很困难的。鉴于规则型模糊控制器的不足,人们试图找到模糊控制的新形式。一种方法就是类似于间接自适应控制的做法,先建立过程本身的模型,然后把该模型引入某种基于模型的控制策略中。模糊模型是一种与模糊概念和模糊推理有直接关系的系统描述方法,它是一种本质非线性模型,适于表达复杂系统的动态特性,而且模糊参数有较为明显的物理意义,因此模糊模型在复杂系统的控制中有着重要的地位。

在现代控制理论中,复杂非线性系统的辨识和控制仍是一大难题,模糊逻辑推理、神经网络及二者的结合为非线性系统的建模与控制提供了强有力的工具,特别是模糊模型易于表达结构性知识,成为模糊控制系统研究的关键问题。早在 1973 年,Zadeh 就提出“不相容原理”,即当一个系统复杂性增加时,人们能对它精确化的能力将降低,当达到一定的阈值时,复杂性和精确性将相互排斥,也就是说,在多变量、非线性、时变的复杂大系统中,系统的复杂性与人类要求的精确性之间形成了尖锐矛盾。Sugeno 等在文献[2]中认为这正是 Zadeh 提出模糊集合论的初衷。因此,许多研究者在研究非线性系统建模和控制问题时用到了模糊推理。

在模糊模型辨识中,研究者都注意到非线性系统的模糊建模,其中研究最多的是 Sugeno 模型。Sugeno 本人及合作者自 1985 年在 Fuzzy Identification of System and its Applications to Modeling and Control<sup>[3]</sup>一文中提出 Sugeno 模糊模型后,系统地提出了其辨识方法,Sugeno 模型的辨识分前提结构和参数的辨识、结论结构

和参数的辨识。Sugeno 模型具有以下优点:

- (1) 可以用较少的模糊规则表示高度非线性的复杂系统。
- (2) 易于推广到多输入-多输出模糊系统,方便地调整参数。
- (3) 利用系统的输入输出数据定量提取系统的定性知识。
- (4) 局部线性模型易于设计控制器和系统分析。

基于 T-S 模糊模型的控制可以采用并行结构,如图 1.1 所示。由于 T-S 模糊模型构成的各条规则采用线性方程式作为结论,使得模型的全局输出具有良好的数学表达特性,便于采用线性控制策略设计非线性控制。将 T-S 模糊模型对非线性系统的良好描述特性和预测控制的优化算法相结合,可以实现对非线性系统的优化控制,是目前模糊预测控制的主要形式。

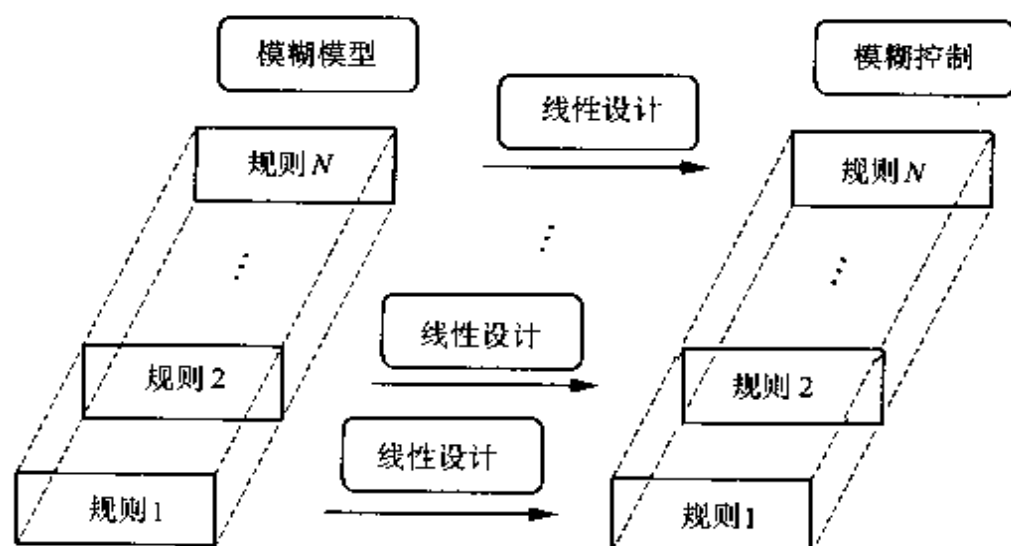


图 1.1 T-S 模糊控制系统的设计

模糊关系模型是在模糊关系的基础上用关系矩阵表示的语言模型,其辨识问题归结为确定模糊关系矩阵中的各元素的值,这需要同时确定输入输出之间的关系和模糊子集的隶属度。关系型模糊模型的辨识要比 T-S 模糊模型的辨识复杂,但其最大的优点是仍保持了模糊推理的直观性,其中的物理关系易于设计者理解。将关系模型嵌入到预测控制算法中是目前模糊预测控制的另外一种重要形式。

### 1.2.2 预测控制与模糊决策的结合

非线性系统的模糊预测控制实质上是模糊决策和预测控制方法的有机结合。预测控制本质上是在有限时间内的优化控制算法,并通过滚动优化机制克服系统不确定性因素的影响。系统预测和模糊推理都是人们在处理复杂工业过程控制问题时的自然想法,在现有的模糊预测控制文献中,大多是先通过模糊推理建立全局系统的模型,然后利用这一模型对系统的输出进行预测,利用预测控制算法得到控制量;已经证明模糊模型都有对非线性函数的万能逼近性质,因而模糊预测对于非线性系统的控制有一定的作用,这是处理非线性系统优化控制的一种有效策略。然而,这一做法与预测控制的初衷是不一致的,因为预测控制以滚动优化机制来降低对控制模型的要求,而用模糊推理建立非线性系统的全局模型是很复杂的事情,再结合预测控制算法反而增加了复杂性。另外,在现有模糊预测控制研究中,也没有考虑多目标和多约束的实际控制问题。

模型预测控制的本质是利用系统的预测信息,在有限时域内对某一性能指标进行优化。为了克服系统的不确定性,在预测控制中采用滚动优化策略。系统的预测输出  $\hat{y}(k+i)$ ,  $i=1,2,\dots,N$  是由系统当前时刻  $k$  的信息和未来的控制信号  $u(k+i)$ ,  $i=1,2,\dots,N-1$  得到的,其中  $N$  为系统的预测时域。为了优化问题的简化,一般取控制时域  $M < N$ ,即  $u(k+i) = u(k+M-1)$ ,  $M, \dots, N-1$ ,优化目标为

$$J = \sum_{i=1}^N \alpha_i (\hat{e}(k+i))^2 + \sum_{i=1}^M \gamma_i (\Delta u(k+i-1))^2$$

式中,  $\hat{e}(k+i)$  为系统的预测误差;  $\Delta u(k+i-1)$  为系统控制增量;  $\alpha_i$  和  $\gamma_i$  分别为对预测误差和控制增量的加权系数。在上式所示的二次型性能指标的优化问题中,系统的控制性能依赖于加权系数的调整,而这种调整缺乏有效的方法。

在复杂工业过程控制中,控制目标和系统约束分别为  $G_1, G_2, \dots, G_p; C_1, C_2, \dots, C_q$ 。控制的目标是在满足控制约束的前提下,使得控制目标尽量满足,而当控制目标受到系统约束时,控制目标不能得到满足,这时需要兼顾控制目标和系统约束,保持系统的稳定和性能优化,称为有约束多目标多自由度优化控制(constrained multi-objective multi-degree of freedom optimization, CMMO)<sup>[4]</sup>。由于系统的高度复杂性,系统约束和控制目标往往是用模糊语言变量来表述的,因而上述问题可以扩展为多目标的模糊决策问题<sup>[5]</sup>。

通常情况下,复杂工业过程中所遇到的约束——由系统本身物理特性(机械、热力、电气等等)所决定的约束和由产品经济效益特性(产品质量、利润率等等)所决定的约束——都在控制系统上归结为对于控制量的约束、对于控制量变化率的约束和对于输出量的约束。在传统的有约束规划中,约束条件本身意味着就是不能逾越、不能改变的。预测控制是易于处理系统约束的优化算法,为兼顾控制目标和系统约束,达到满意的控制效果,需要在一定的情况下调整“软约束”。也就是说,每一个约束变量都具有在一定范围内可调整的性质,并且有一个函数反映用户对于约束变量取值的倾向。我们可以用模糊变量来描述这一特性。对于模糊变量  $\bar{b}$  可以定义隶属度函数  $\mu(\bar{b}) (0 \leq \mu \leq 1)$  来反映该变量隶属于某一集合(这里就是使用户满意的条件的集合)的程度。 $\mu = 1$  表示对应的模糊变量属于这一集合(用户完全满意), $\mu = 0$  则反之。其实,在这里我们可以直接把  $\mu$  作为满意度来理解。

### 1.3 本书的安排

本书将从基本原理与方法、多种控制策略及算法分析、实际应用等多方面阐述近年来复杂系统的建模与控制,特别是预测控制方面的研究成果。全书共分九章:第一章为绪言,对复杂系统的建模与控制进行综述和分析;第二章介绍非线性系统 T-S 模糊模型

辨识;第三、四章分别介绍针对非线性系统的 T-S 模糊模型的预测控制和系统分析等内容,主要从优化设计的角度将线性系统的预测控制推广到非线性系统;第五章则从模糊关系的本质入手,阐述系统输入-输出模糊关系矩阵的辨识与基于这一关系模型的预测控制;第六章从实际系统中存在的模糊目标和模糊约束出发,介绍对象和环境在模糊不确定条件下的优化决策和控制的策略和方法;第七章基于控制系统的模糊性能指标讨论了预测控制器的参数调整;第八章以电厂主汽温度回路的控制为背景介绍模糊预测控制的应用;最后,第九章对模糊预测控制的进一步发展进行探讨和展望。



## 第二章 非线性系统的 T-S 模糊模型辨识

Takagi 和 Sugeno 于 1985 年在文献[3]中提出了一种 T-S 模糊模型,它是一种本质非线性模型,适用于表达复杂系统的动态特性。自从 20 世纪 60 年代以来,研究者已经提出了许多动态系统的辨识方法,但是总的来说,系统辨识无论在理论上还是实际应用中,还远没有达到完善的程度,对于非线性时变动态系统的辨识,是实际应用中经常遇到的困难,目前常见的有两种方法:一是用多个线性模型在平衡点附近近似描述非线性系统,这对于有严重非线性的系统如何做到平稳切换,减小系统误差仍然缺乏有效的方法;二是根据被控对象已知的信息,选择与之相近的非线性数学模型,显然有其局限性,因此模糊模型辨识方法,被认为是解决此类问题的一种可行方法。

另外,T-S 模糊模型的结论部分采用线性方程式描述,因此便于采用传统的控制策略设计相关的控制器和对控制系统进行分析。

### 2.1 T-S 模糊模型的结构形式

不失一般性,MIMO 系统可以看成是多个 MISO 系统,具有  $p$  个输入、单个输出的 MISO 系统离散时间模型可以由  $n$  条模糊规则组成的集合来表示,其中第  $i$  条模糊规则的形式为<sup>[6]</sup>

$R^i$ : if  $y(k-1)$  is  $A_1^i$ ,  $y(k-2)$  is  $A_2^i$ ,  $\dots$ ,  $y(k-n_y)$  is  $A_{n_y}^i$ ,

$u_1(k-\tau_1)$  is  $A_{n_y+1}^i$ ,  $\dots$ ,  $u_1(k-\tau_1-n_1)$  is  $A_{n_y+n_1+1}^i$ ,  $\dots$ ,

$u_p(k-\tau_p)$  is  $A_{n_y+n_1+\dots+n_{p-1}+p}^i$ ,  $\dots$ ,  $u_p(k-\tau_p-n_p)$  is  $A_{n_y+n_1+\dots+n_p+p}^i$

then  $y^i(k) = p_0^i + p_1^i y(k-1) + p_2^i y(k-2) + \dots + p_{n_y}^i y(k-n_y)$

$$\begin{aligned}
 & + p_{n_y+n_1+1}^i u_1(k - \tau_1 - n_1) + \cdots \\
 & + p_{n_y+n_1+\cdots+n_{p-1}+p}^i u_p(k - \tau_p) + \cdots \\
 & + p_{n_y+n_1+\cdots+n_p+1}^i u_p(k - \tau_p - n_p)
 \end{aligned} \quad (2.1)$$

这里,  $R^i$  表示第  $i$  条模糊规则;  $A_j^i$  是一个模糊子集, 其隶属度函数中的参数称为前提参数;  $y^i$  是第  $i$  条规则的输出;  $p_j^i$  是一个结论参数;  $u_1(\cdot), u_2(\cdot), \cdots, u_p(\cdot)$  是输入变量;  $y(\cdot)$  是输出变量;  $\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_p$  是纯时间滞后;  $n_y, n_1, \cdots, n_p$  是有关变量的阶次。有关纯滞后时间和阶次可以采用类似常规的辨识方法来确定。

为方便起见, 令

$$\begin{cases} x_1(k) = y(k-1) \\ x_2(k) = y(k-2) \\ \vdots \\ x_{n_y}(k) = y(k-n_y) \\ x_{n_y+1}(k) = u_1(k-\tau_1) \\ \vdots \\ x_m(k) = u_p(k-\tau_p-n_p) \end{cases} \quad (2.2)$$

式中,  $m = n_y + \sum_{i=1}^p (n_i + 1)$ 。

这样, 式(2.2)可以写成如下的形式:

$$\begin{aligned}
 R^i: & \text{ if } x_1 \text{ is } A_1^i, x_2 \text{ is } A_2^i, \cdots, x_m \text{ is } A_m^i \\
 & \text{ then } y^i = p_0^i + p_1^i x_1 + p_2^i x_2 + \cdots + p_m^i x_m
 \end{aligned} \quad (2.3)$$

假设给定一个广义输入向量  $(x_{10}, x_{20}, \cdots, x_{m0})$ , 那么出诸规则的输出  $y^i (i=1, 2, \cdots, n)$  的加权平均即可求得系统总的输出

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu^i y^i}{\sum_{i=1}^n \mu^i} \quad (2.4)$$

式中,  $n$  是模糊规则的数量;  $y^i$  由第  $i$  条规则的结论方程式求取;  $\mu^i$  代表对应此广义输入向量的第  $i$  条规则的适应度(隶属度), 由下式确定:

$$\mu^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_{j0}) \quad (2.5)$$

式中,  $\prod$  是模糊算子, 通常采用取小运算或乘积运算。

## 2.2 基于模糊聚类算法的 T-S 模糊模型辨识

上面讨论了 T-S 模糊模型的结构和推理, 在复杂非线性系统的建模中显示出比以往建模方法的优越性, 因而得到了广泛应用, 然而在实际中建立系统的 T-S 模糊模型并不是一种简单的事情, 主要表现在:

(1) 输入变量的隶属度函数难以确定。通常采用的有三角形或梯形隶属度函数, 对应一个模糊集合的隶属度至少要有三个参数需要确定, 通常是通过非线性规划方法计算, 工作量大。

(2) 结论参数是一个多参数的复杂优化问题。如果有  $m$  个输入变量, 由  $n$  条规则表示, 则需要辨识  $n(m+1)$  个结论参数, 计算量大。

由于以往建立 T-S 模型需要前提部分结构、参数和结论部分的参数联合辨识, 先给出初始的前提结构和参数, 然后辨识结论参数, 再计算性能指标; 如果不满足要求, 再一次修改模糊集合的划分, 其流程图如图 2.1 所示。

在这种辨识方法中, 前提部分的划分和参数与结论参数直接耦合, 前提条件中模糊集合划分的改变直接影响到结论参数的辨

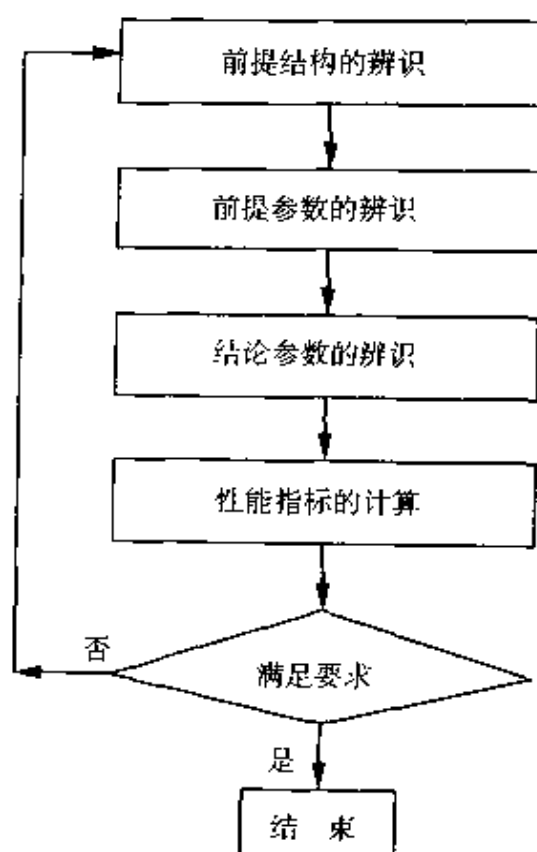


图 2.1 T-S 模糊模型的辨识步骤

识,建立的模型对特定的数据有较高的精度,但工况的改变又会影响到模糊集合的划分,因而,如何简化 T-S 模型的辨识步骤,提高模型的泛化能力,是这种模糊模型需要解决的问题,为此本章提出 T-S 模糊模型前提部分和结论部分分开辨识,其基本思想是:根据系统的特征或某种指标,对输入变量先进行模糊聚类,确定前提部分输入变量的隶属度函数分布,在这种划分下,再辨识结论部分的参数。

### 2.2.1 前提部分的模糊离散化

模糊离散化(fuzzy discretization)在以往辨识模糊关系中是常用的方法,首先将输入变量在论域上分为  $c$  个模糊集合  $A_1, A_2, \dots, A_c$ ,称为参考模糊集合,满足完备性条件

$$\forall x \in \Omega \quad \exists 2 \leq i \leq c \quad \text{s.t.} \quad A_i(x) > 0 \quad (2.6)$$

即在论域  $\Omega$  中任一元素至少属于某一个模糊集合  $A_i$ , 则在论域  $\Omega$  中的任一模糊集合  $A$  可用隶属度  $[a_1, a_2, \dots, a_c]$  表示。这样, 系统输入变量的非线性数据则可用它们的隶属度表示成模糊信息, 称为模糊离散化。

设在论域  $\Omega$  中有  $c$  个参考模糊集合, 则任一模糊集合可以用  $c$  个参考模糊集合的隶属度表示, 即

$$\mu_{A(k)}(A_1, A_2, \dots, A_c) = [\mu_{11}(k), \mu_{21}(k), \dots, \mu_{c1}(k)]^T$$

$$(k = 1, 2, \dots, N) \quad (2.7)$$

式中,  $N$  为输入变量数据个数;  $c$  为参考模糊集合的个数。则在 T-S 模糊模型中有  $n = c$  条规则。

按照三角形隶属度函数, 关键是确定  $c$  个模糊集合的中心值  $c_i$ , 为此, 本章采用模糊聚类的方法确定  $c_i$ 。

### 2.2.2 模糊聚类算法

给定一组数据向量  $x_k, 1 \leq k \leq N$ , 将这一组数据划分为  $c$  个模糊类, 第  $k$  个数据属于第  $i$  个模糊类的隶属度函数用  $\mu_{ik}$  表示, 假设

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1 \quad (\text{对所有 } k) \quad (2.8)$$

并且定义  $\mu_{ik} (i = 1, 2, \dots, c; k = 1, 2, \dots, N)$  阵为  $U$ 。

模糊聚类算法如下:

(1) 给出初始划分  $c = 2$ , 初始隶属度矩阵  $U^{(1)}$ , 初始步数  $m = 1$ ;

(2) 计算  $i = 1, 2, \dots, c$  个模糊类的中心值

$$c_i = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{ik} x_k}{\sum_{k=1}^N \mu_{ik}}, \quad 2 \leq i \leq c \quad (2.9)$$

并定义第  $k$  个数据与第  $i$  个模糊类的距离为

$$d_{ik} = \|x_k - c_i\| \quad (2.10)$$

(3)  $m = m + 1$ , 计算新的隶属度矩阵  $U^{(m+1)}$ 。

定义

$$I \triangleq \{2, \dots, c\}$$

$$I_k \triangleq \{i \mid 2 \leq i \leq c; d_{ik} = \|x_k - c_i\| = 0\} \quad (\text{中心值点集合})$$

$$\bar{I}_k \triangleq I - I_k \quad (\text{非中心值点集合})$$

(2.11)

则

$$\mu_{ik}^{(m+1)} = \begin{cases} \frac{1}{\sum_{j=1}^c \frac{d_{jk}}{d_{ik}}} & (I_k = \emptyset) \\ \begin{cases} 0 & \forall i \in \bar{I}_k \\ a_{ik} & \forall i \in I_k \end{cases} & (I_k \neq \emptyset) \end{cases} \quad (2.12)$$

式中,

$$a_{ik} : \sum_{i \in I_k} a_{ik} = 1, \quad \forall i \in I_k \neq \emptyset \quad (2.13)$$

(4) 给定目标  $\varepsilon$  :

如果  $\|U^{(m+1)} - U^{(m)}\| \leq \varepsilon$ , 则  $c_i$  为聚类中心值点, 否则增加模糊类数, 返回②。

### 2.2.3 结论参数的辨识

根据式(2.4)和(2.5), 定义

$$\beta_i \triangleq \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad (2.14)$$

可以写成

$$y_k = \sum_{i=1}^n \beta_i y_i = \sum_{i=1}^n \beta_i (p_{i0} + p_{i1} x_1 + \cdots + p_{im} x_m) \quad (2.15)$$

写成向量形式,有

$$y_k = \phi_k^T \theta \quad (2.16)$$

其中

$$\begin{aligned} \theta &= [p_{10}, \cdots, p_{n0}, p_{11}, \cdots, p_{n1}, p_{1m}, \cdots, p_{nm}]^T \in R^{(m+1)n} \\ \phi_k^T &= [\beta_1^k, \cdots, \beta_n^k, \beta_1^k x_1^k, \cdots, \beta_n^k x_1^k, \cdots, \beta_1^k x_m^k, \cdots, \beta_n^k x_m^k] \\ y &= [y_1, y_2, \cdots, y_N]^T \end{aligned} \quad (2.17)$$

则根据最小二乘法,有

$$\theta = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T y \quad (2.18)$$

显然,  $(m+1)n$  个参数一起用最小二乘法辨识,其计算量大,不宜直接使用,采用正交参数辨识是一种有效的方法。

将式(2.17)简记为

$$\theta \triangleq [\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_r] \quad (2.19)$$

$$\phi_k^T \triangleq [f_{1k}, f_{2k}, \cdots, f_{rk}] \quad r = (m+1)n$$

式(2.16)可写成

$$y_k = \sum_{i=1}^r f_{ik} \theta_i, \quad i = 1, 2, \cdots, r, \quad k = 1, 2, \cdots, N \quad (2.20)$$

$r$  是被辨识式参数的个数;  $N$  为样本个数。

将式(2.20)转化为

$$y_k = \sum_{i=1}^r w_{ik} \theta_i \quad (2.21)$$

式中,  $w_{ik}$  是一组正交基,可按下述公式计算:

$$\begin{cases} w_{1k} = f_{1k} \\ w_{hk} = f_{hk} - \sum_{i=1}^{h-1} \alpha_{ih} w_{ik}, \quad h = 2, 3, \dots, r \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\alpha_{ih} = \frac{\sum_{k=1}^N w_{ik} f_{hk}}{\sum_{k=1}^N w_{ik}}, \quad i < h, \quad h = 2, 3, \dots, r \quad (2.23)$$

被辨识参数  $g_i$  由下式给出:

$$\hat{g}_i = \frac{\sum_{k=1}^N w_{ik} y_k}{\sum_{k=1}^N w_{ik}}, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.24)$$

则原来被辨识参数  $\theta_i$  由下式给出:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_r = \hat{g}_r \\ \hat{\theta}_i = \hat{g}_i - \sum_{j=i+1}^r \alpha_{ij} \hat{\theta}_j, \quad i = r-1, r-2, \dots, 1 \end{cases} \quad (2.25)$$

至此, T-S 模糊模型前件的模糊划分和结论参数就全部确定了。辨识思想是将前件划分和结论参数分开辨识, 首先确定前件的模糊区间划分和隶属度, 然后利用一些现有的线性系统辨识方法辨识结论部分线性关系中的系数, 大大简化了辨识过程。

## 2.3 基于满意聚类算法的 T-S 模糊模型辨识

### 2.3.1 Gustafsson-Kessel 聚类算法<sup>[7]</sup>

GK 算法目标是通过求取目标函数获得隶属度矩阵  $U = [\mu_{ij}]_{c \times n}$  和聚类中心  $V = [v_1, v_2, \dots, v_c]$ :

$$\min J(Z, V, U) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N \mu_{ij}^m d^2(z_j, v_i) \quad (2.26)$$



满足

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^c \mu_{i,j} = 1, & j = 1, 2, \dots, N \\ 0 < \sum_{j=1}^N \mu_{i,j} < N, & i = 1, 2, \dots, c \end{cases} \quad (2.27)$$

式中,  $d(z_j, v_i)$  表示样本  $z_j$  与聚类中心  $v_i$  之间的距离, 它决定了聚类的形状。GK 算法中采用自适应的距离度量方法:

$$d^2(z_j, v_i) = (z_j - v_i)^T M_i (z_j - v_i) \quad (2.28)$$

式中  $M_i$  是一个正定矩阵, 由近似反映各聚类实际形状的聚类协方差矩阵  $F_i$  决定:

$$F_i = \frac{\sum_{j=1}^N \mu_{i,j}^m (z_j - v_i)(z_j - v_i)^T}{\sum_{j=1}^N \mu_{i,j}^m} \quad (2.29)$$

$$M_i = \det(F_i)^{\frac{1}{d+1}} F_i^{-1} \quad (2.30)$$

由于无法得出解析解, GK 算法提供一种迭代算法来近似得出目标函数的最优值, 其算法描述如下:

Step 1: 给定数据集  $Z$ , 聚类个数  $c$ , 任意的初始隶属度矩阵  $U$ ;

$$\text{Step 2: 计算聚类中心向量 } v_i = \frac{\sum_{j=1}^N \mu_{i,j}^m z_j}{\sum_{j=1}^N \mu_{i,j}^m};$$

Step 3: 利用式(2.29)计算聚类协方差矩阵  $F_i$ ;

Step 4: 利用式(2.30)计算矩阵  $M_i$ ;

Step 5: 按式(2.28)计算平方距离  $d^2(z_j, v_i)$ ;

Step 6: 重新计算模糊隶属度矩阵  $U$ :  $\mu_{i,j} = \frac{d^2(z_j, v_i)^{-1/(m-1)}}{\sum_{l=1}^c d^2(z_j, v_l)^{-1/(m-1)}}$ ; 如果对  $i=k$  有  $d^2(z_j, v_i)=0$ , 则令  $\mu_{k,j}=1$ ,  $\mu_{i,j}=0, \forall i \neq k$ ;

Step 7: 重复上述步骤, 直到满足某给定的收敛指标, 如  $\|U_l - U_{l-1}\| < \epsilon$ , 其中  $\|\cdot\|$  表示某适当的范数;  $l$  为迭代次数;  $\epsilon$  为终止迭代的指标, 一般取  $\epsilon=0.01$  就能够满足精度要求。

迭代结束后, 求隶属度矩阵  $U$ 、聚类中心  $v_i$  及协方差矩阵  $F_i$  ( $i=1, 2, \dots, c$ ) 就能相应得出。

### 2.3.2 基于满意聚类的 T-S 模糊建模

简便恰当的模型是进行有效控制的前提。实际工业过程尤其是化工过程往往呈现强非线性、多工况等特点, 因而对类似复杂非线性系统的辨识问题仍有待解决。针对上述特点, 人们开始着手研究基于多模型的辨识和控制手段, T-S 模型是其中一种有效方法。多模型策略的基本原理是分解-合成, 因此如何将全局非线性系统分解为局部线性系统, 换句话说, 需要多少个局部模型以及各自所属的有效区间又是什么, 就成为多模型方案首先要解决的问题, 不难理解, 这也正是 T-S 模糊建模所面临的问题。下面, 本节介绍一种满意聚类算法来解决上述问题。

众所周知, 聚类算法目的是将数据集按照某种相似性准则划分为若干子集, 因此可将聚类算法自然而然的引入到多模型策略中来。聚类算法可分为两种: 硬聚类和(模糊)软聚类。前者往往应用于聚类间边界明显的情况, 对于聚类边界不十分清晰的系统, 采用模糊聚类法则更为适当, GK 算法就是模糊聚类方法中非常有效的一种。GK 算法由 Gustafsson 和 Kessel 于 1979 年提出, 它通过聚类协方差矩阵采用自适应的距离度量进行模糊聚类。

容易理解,利用聚类算法解决 T-S 建模问题时,聚类算法中的聚类个数  $c$  即对应于 T-S 模型的规则个数,因此将全局系统进行满意的划分即等同于求取合适的聚类个数  $c$ 。然而很多聚类算法,包括 GK 算法在内,前提都是要事先给定聚类个数  $c$ ,这一定程度上限制了聚类算法的应用。目前较常见的  $c$  确定方法有两种:比较法(validity measure)和融合法(cluster merging)。前者利用某种度量指标来评价聚类的质量,即将样本集进行若干次聚类( $c \in [2, N]$ ),  $N$  表示样本个数,其中对应于最小度量指标的聚类个数即被视做最佳的聚类数目。聚类融合策略首先从某个较大的聚类个数  $c_{\max}$  开始聚类  $c$  ( $c \in [2, c_{\max}]$ ),  $c_{\max}$  要足够大以便覆盖整个系统的非线性特征,然后陆续将相近或相似的聚类中心进行合并,以此减少聚类数目。由于聚类个数本质上依赖于系统所呈现的非线性程度,因此对于缺乏足够先验知识的系统来说,一般只能采用试凑比较的方法来逐步确定聚类个数,这无疑会增加计算负担;尽管聚类融合法能够一定程度上减小计算量,但其初始聚类个数仍需事先确定而且要足够大以覆盖整个系统,因此累积的计算量仍很可观,这一点对于大样本集合尤其明显。

考虑聚类算法的原理,可以知道它是按相似性将数据集划分为几个类别,同时这几个类别之间应满足彼此间最小的重叠,以避免聚类的重复性,即各聚类中心彼此之间应该在包含足够多相似样本的基础上最不相似,换句话讲,同一聚类中的样本应尽可能的靠紧,而不同聚类中心之间的距离应尽可能的远。聚类算法也就是寻找若干包含一组与其相似的样本的最不相似样本中心,才能最大程度的代表系统的不同特征,同时各聚类中心应包含足够数目的样本以保证以尽可能少的聚类中心点表达系统。

由此提出一种基于 GK 模糊满意聚类算法,如果将比较法称作中间值法,聚类融合法称作递减法的话,则本文提出的满意聚类方法可称作递增法。简单地说,给定初始聚类个数  $c = 2$  ( $c \in [2, c^*]$ ),其中  $c^*$  是有待求解的满意的聚类数目,在对系统进行初次聚类后,若聚类效果尚未令人满意,则从样本集中找出一个与各聚

类中心点  $v_1 \sim v_c$  最不相似的样本作为新的样本中心  $v_{c+1}$ , 并将  $v_1 \sim v_{c+1}$  作为初始聚类中心, 在此基础上计算新的非随机的隶属度矩阵  $U$ , 继而用 GK 算法重新对系统进行  $c+1$  类划分, 根据性能指标的要求重复上述步骤, 直到得出令人满意的指标要求, 此时所得的聚类个数原则上一定是满足要求的合适聚类数目。由于  $c^* \leq c_{\max} \leq N$ , 而且计算过程中无需重新初始化聚类中心, 因而其计算量将大大降低, 性能指标递减速度也将明显加快。

由于基于 GK 模糊满意聚类算法能够得出系统的较好划分, 因此可以将其引入 T-S 建模方法中, 即利用该方法确立系统的规则集。

考虑一多输入单输出(MISO)系统, 其样本集由系统的输入输出数据组成, 假设其样本表示为  $(\varphi_j, y_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ ,  $\varphi_j$  表示影响系统输出的递推向量, 一般选择系统当前及以往的输入输出作为其向量分量,  $y_j$  是系统输出。定义  $z_j = [\varphi_j, y_j]^T$ , 则样本集可表示为  $Z = [z_1, z_2, \dots, z_N]$ , 其中  $z_j \in R^{d+1}$ 。假定样本集  $Z$  被分成  $c$  个聚类  $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_c\}$ , 则系统可由  $c$  个子模型  $\{M_1, M_2, \dots, M_c\}$  表征, 全局系统模型可利用局部模型间的模糊加权组合求出, 图 2.2 给出了基于 GK 模糊满意聚类的 T-S 建模方法的结构示意图。

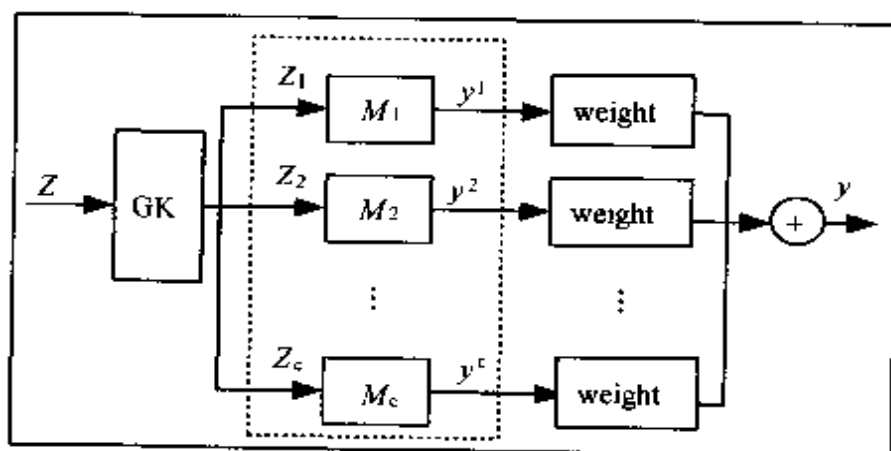


图 2.2 基于满意聚类的 T-S 建模方法框图

### 2.3.3 基于满意聚类的 T-S 建模方法

Step 1: 令初始聚类个数  $c = 2$ 。

Step 2: 由初始隶属度矩阵  $U_0$ , 利用 GK 算法将样本集合  $Z$  进行分类, 得出隶属度矩阵  $U = [\mu_{i,j}]_{c \times N}$ , 然后根据每组样本所属各子集的隶属度选取最大值进行分类, 将  $Z$  分为  $c$  个子集,  $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_c\}$ 。

Step 3: 对聚类后生成的每个子集采用 Nakanishi 提出的稳态 Kalman 滤波器迭代算法<sup>[8]</sup> 辨识出各子模型的参数, 该算法类同于递推最小二乘法, 借助 Step 2 中生成的隶属度矩阵可以方便地得出参数集  $P = [p_0^1, \dots, p_0^c, p_1^1, \dots, p_1^c, \dots, p_d^1, \dots, p_d^c]^T$ , 则对应各聚类中心的子规则可以描述为

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1: \text{if } (\varphi_j, y_j) \in Z_1 \\ \quad \text{then } y^1 = p_0^1 + p_1^1 \varphi_j(1) + \dots + p_d^1 \varphi_j(d) \\ R_2: \text{if } (\varphi_j, y_j) \in Z_2 \\ \quad \text{then } y^2 = p_0^2 + p_1^2 \varphi_j(1) + \dots + p_d^2 \varphi_j(d) \quad (2.31) \\ \vdots \\ R_c: \text{if } (\varphi_j, y_j) \in Z_c \\ \quad \text{then } y^c = p_0^c + p_1^c \varphi_j(1) + \dots + p_d^c \varphi_j(d) \end{array} \right.$$

Step 4: 计算出来的隶属度矩阵  $U = [\mu_{i,j}]_{c \times N}$  可直接作为输入  $z_i$  隶属于第  $i$  条规则的程度, 则对应输入  $z_j$  的系统输出为

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^c \mu_{ij} y^i}{\sum_{i=1}^c \mu_{ij}} \quad (2.32)$$

其实,由 GK 算法推得隶属度矩阵还满足下述关系  $\sum_{i=1}^c \mu_{ij} = 1$ ;若要预测对于新的输入  $\tilde{\varphi}$  所对应的输出  $\tilde{y}$ ,则回到 GK 算法通过下式计算  $\tilde{\varphi} \in R^d$  对应第  $i$  条规则的隶属度  $\tilde{\mu}_i$ ,

$$\tilde{\mu}_i(\tilde{\varphi}) = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{A_i^*}(\tilde{\varphi}, v_i^x)/D_{A_j^*}(\tilde{\varphi}, v_j^x))^{2/(m-1)}} \quad (2.33)$$

式中,  $v_i^x$  表示第  $i$  个聚类中心除去输出分量后剩余的向量部分,  $v_i^x \in R^d$ ;  $D_{A_i^*}(\tilde{\varphi}, v_i^x)$  表示新输入向量与第  $i$  个聚类之间的按照 GK 聚类算法中定义的距离函数;  $m$  ( $m > 1$ ) 是表征聚类模糊程度的可调参数,  $m$  越大各聚类之间的重叠越多,通常取  $m = 2$ ,则预测输出  $\tilde{y}$  可按式 (2.32) 得出。显然,由式 (2.33) 同样可得出

$$\sum_{i=1}^c \tilde{\mu}_i = 1。$$

Step 5: 计算用户给定的系统性能指标  $S$  的当前值  $S_c$ ,如对于系统建模来说,往往通过模型的均方根误差指标  $RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2}$  来衡量模型的拟合效果;当系统性能指标  $S_c \leq S_{TH}$ ,  $S_{TH}$  为用户认为满意的性能指标阈值,则认为多模型建模结束;否则,认为系统聚类不成功,转 Step 6。

Step 6: 在样本集中,根据隶属度矩阵  $U$  找出一个与各子集均不相似样本  $z_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 不相似性可按式给出:

$$n = \arg \min_n \sum_{\substack{1 \leq i, j \leq c \\ i \neq j}} (\mu_{ni} - \mu_{nj}) \quad (2.34)$$

为避免噪声,一般应找出几个类似的样本求其平均值,作为新的聚类中心  $v_{c+1}$ 。

Step 7: 以  $v_1, \dots, v_c, v_{c+1}$  为新的聚类初始中心,计算相应的新的初始隶属度矩阵  $U_0$ ,而非比较法中重新初始化的随机矩阵。

Step 8: 令  $c = c + 1$ ,  $U = U_0$ , 转 Step 2。

满意聚类算法避免了聚类融合方法中根据系统非线性特征确定  $c_{\max}$ , 而直接采用  $c=2$  为初始化条件, 使得算法有了确定的初始聚类个数; 而且除初次聚类外, 以后的聚类初始化参数, 如隶属度矩阵等可基本确定, 不必再从随机量开始重新聚类, 因此计算的收敛速度将明显加快, 对于大样本量的数据集, 快速性更为明显。值得说明的是, 聚类数目的选取具有相当的任意性, 但其最终与用户愿意承受的精度要求相关。在这个意义上, 我们认为聚类的划分应该是使用户要求得到最大满足的聚类个数, 即是否能用最少的聚类数目满足用户所接受的要求(阈值), 而不是优化指标的绝对最小, 因此基于满意聚类算法的 T-S 建模方法中采用“均方根误差的阈值”为满意的标准, 而不直接采用“均方根误差最小化”为优化的标准, 这种满意聚类的定义显然更符合实际要求。

基于满意聚类的 T-S 建模方法将一个复杂非线性系统的辨识问题转化为求取一组简单的线性模型及其相应的由模糊边界定义的有效区间, 通过模糊加权组合得出系统全局模型, 使得非线性系统的控制问题相应转化为线性系统控制问题, 为非线性预测控制问题的简化提供了可能。

## 2.4 仿真结果

### 2.4.1 Box-Jenkins 煤气炉数据

Box-Jenkins 煤气炉是系统辨识的一个典型例子, 著名的 Box-Jenkins 数据集包含 296 组输入输出观测数据, 其中输入  $u(t)$  为进入煤气炉的煤气流量, 输出  $y(t)$  为释放出的煤气中的  $\text{CO}_2$  浓度。由于该过程是动态变化的, 影响系统输出的变量的选取方法也可有多种, 是一种典型的非线性系统建模常用的仿真验证例子, 在文献[9]中对这一实例比较了许多研究者的结果。本节中我们采用  $y(t-1)$  和  $u(t-4)$  作为模型的输入。图 2.3 给出了采用本节算法在聚类个数为 2 时获得的建模效果, 并在表 2.1 中比较了在不同建模方法下的均方根误差。

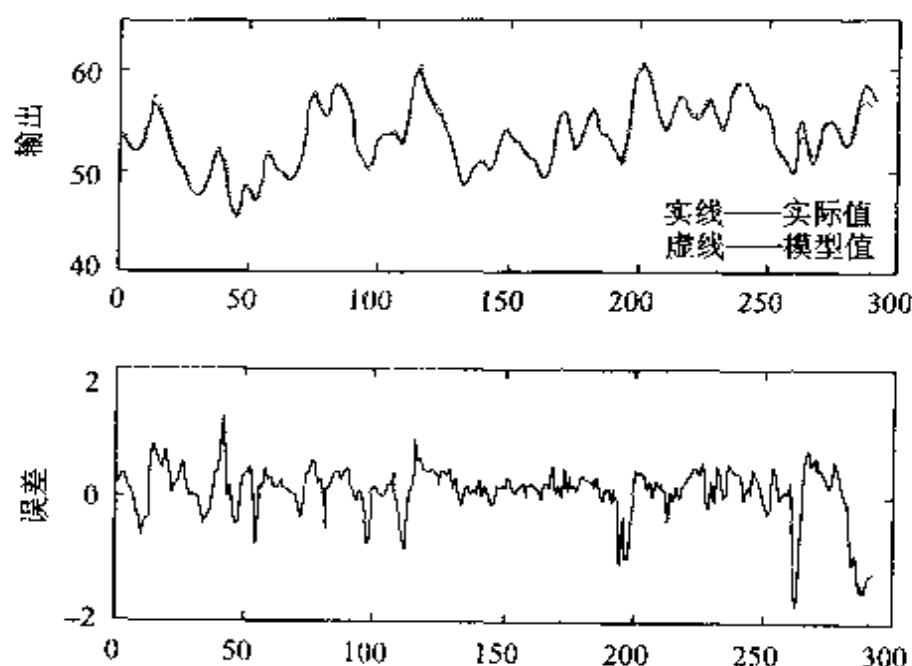


图 2.3 Box-Jenkins 煤气炉建模结果

表 2.1 Box-Jenkins 煤气炉辨识误差比较<sup>[9]</sup>

| 模型             | 模型输入个数 | 规则数 | 均方根误差             |
|----------------|--------|-----|-------------------|
| Tong' 77       | 2      | 19  | 0.684             |
| Pedrycz' 84    | 2      | 81  | 0.565             |
| Xu' 87         | 2      | 25  | 0.572             |
| Peng' 88       | 2      | 49  | 0.548             |
| Sugeno' 91     | 6      | 2   | 0.261             |
| Sugeno' 93     | 3      | 6   | 0.435             |
| Wang' 96       | 2      | 5   | 0.397             |
| EST1/EST2/EST3 | 2      | 2   | 0.400/0.401/0.396 |
| 本节方法           | 2      | 2   | 0.426             |

### 2.4.2 pH 中和过程

pH 中和过程是具有严重非线性和滞后性的复杂工业过程,其建模与控制也是工业过程控制的难题之一。考虑一弱酸 HAC-强碱 NaOH 中和过程,采用上一时刻碱流量及 pH 作为模型输入,可用下式描述该过程:



$$\hat{y}_{\text{pH}}(t) = f(F_b(t-1), y_{\text{pH}}(t-1))$$

在碱流量  $F_b$  中加入范围在  $[-51.5, +51.5]$  的随机扰动, 从而产生 300 组输入输出数据, 在此基础上采用本节算法进行系统辨识, 结果如表 2.2 及图 2.4 所示。

表 2.2 pH 中和过程模型误差比较

| 模型                  | 规则数 | 均方根误差 |
|---------------------|-----|-------|
| Nie <sup>[10]</sup> | 71  | 0.560 |
| 本节方法                | 4   | 0.312 |

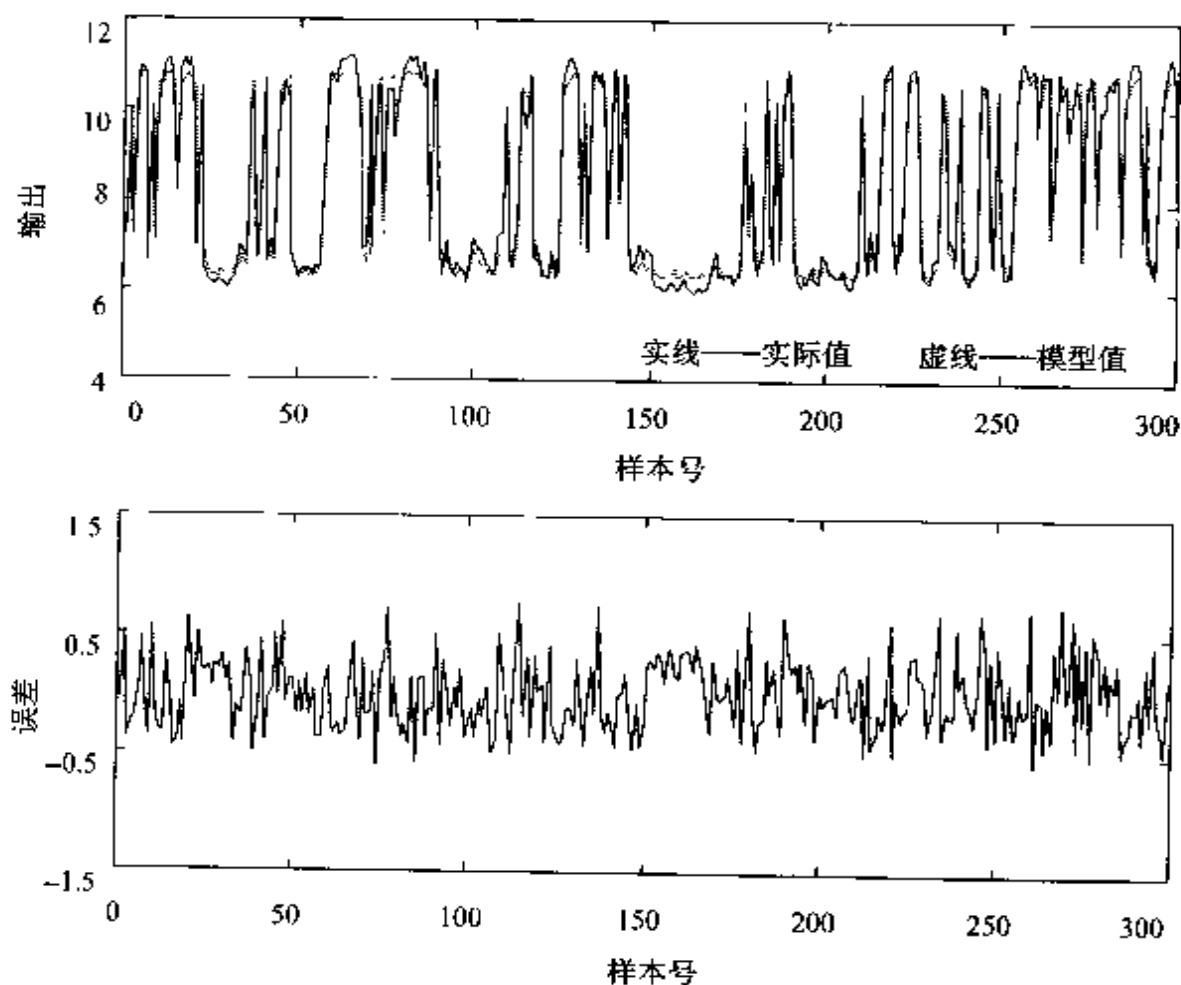


图 2.4 pH 中和过程建模结果

上述方法的有效性同样在多变量中和过程中得到验证。

以下给出 T-S 模糊模型的具体形式,其中  $F_a$  表示酸液流量,  $F_b$  为碱液流量,  $F_{bf}$  为弱碱液流量,  $h$  为反应釜内液位。模型辨识误差为  $\text{RMSE}(\text{pH}) = 0.216, \text{RMSE}(h) = 0.044$ 。

(1) pH 通道:

if  $(F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), \text{pH}(k-2), \text{pH}(k-1)) \in v_{1,1}^x$

$$\begin{aligned} \text{pH}(k) = & 0.1733 - 0.0011F_a(k-1) + 0.0024F_b(k-1) \\ & + 0.0320F_{bf}(k-1) - 0.8245\text{pH}(k-2) + 1.5227\text{pH}(k-1) \end{aligned}$$

if  $(F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), \text{pH}(k-2), \text{pH}(k-1)) \in v_{1,2}^x$

$$\begin{aligned} \text{pH}(k) = & 1.1903 - 0.0005F_a(k-1) + 0.0009F_b(k-1) + \\ & 0.0019F_{bf}(k-1) - 0.8182\text{pH}(k-2) + 1.6234\text{pH}(k-1) \end{aligned}$$

if  $(F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), \text{pH}(k-2), \text{pH}(k-1)) \in v_{1,3}^x$

$$\begin{aligned} \text{pH}(k) = & 4.1224 - 0.0051F_a(k-1) + 0.0078F_b(k-1) + \\ & 0.0188F_{bf}(k-1) - 0.8918\text{pH}(k-2) + 0.9852\text{pH}(k-1) \end{aligned}$$

if  $(F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), \text{pH}(k-2), \text{pH}(k-1)) \in v_{1,4}^x$

$$\begin{aligned} \text{pH}(k) = & 7.1470 - 0.0081F_a(k-1) + 0.0113F_b(k-1) - 0.0061F_{bf} \\ & (k-1) - 1.2109\text{pH}(k-2) + 0.9687\text{pH}(k-1) \end{aligned}$$

if  $(F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), \text{pH}(k-2), \text{pH}(k-1)) \in v_{1,5}^x$

$$\begin{aligned} \text{pH}(k) = & 3.0541 - 0.0032F_a(k-1) + 0.0047F_b(k-1) + 0.0045F_{bf} \\ & (k-1) - 0.4419\text{pH}(k-2) + 0.8695\text{pH}(k-1) \end{aligned}$$

if  $(F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), \text{pH}(k-2), \text{pH}(k-1)) \in v_{1,6}^x$

$$\begin{aligned} \text{pH}(k) = & 2.5119 - 0.0021F_a(k-1) + 0.0029F_b(k-1) - \\ & 0.0025F_{bf}(k-1) - 0.4891\text{pH}(k-2) + 1.0754\text{pH}(k-1) \end{aligned}$$

(2)  $h$  通道:

if  $(F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), h(k-2), h(k-1)) \in v_{2,1}^x$

$$h(k) = -0.9507 + 0.0023F_a(k-1) + 0.0029F_b(k-1) - \\ 0.0005F_{bf}(k-1) - 0.4844h(k-2) + 1.1933h(k-1)$$

$$\text{if } (F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), h(k-2), h(k-1)) \in v_{2,2}^2$$

$$h(k) = 0.0004 + 0.0013F_a(k-1) + 0.0025F_b(k-1) + \\ 0.0006F_{bf}(k-1) - 0.6211h(k-2) + 1.3559h(k-1)$$

$$\text{if } (F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), h(k-2), h(k-1)) \in v_{2,3}^2$$

$$h(k) = 1.2388 - 0.0002F_a(k-1) + 0.0007F_b(k-1) - \\ 0.0011F_{bf}(k-1) - 0.9990h(k-2) + 1.8836h(k-1)$$

$$\text{if } (F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), h(k-2), h(k-1)) \in v_{2,4}^2$$

$$h(k) = 5.6348 - 0.0052F_a(k-1) - 0.0043F_b(k-1) - \\ 0.0059F_{bf}(k-1) - 2.0212h(k-2) + 3.2862h(k-1)$$

$$\text{if } (F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), h(k-2), h(k-1)) \in v_{2,5}^2$$

$$h(k) = 0.1418 + 0.0016F_a(k-1) + 0.0025F_b(k-1) + \\ 0.0014F_{bf}(k-1) - 0.5441h(k-2) + 1.2524h(k-1)$$

$$\text{if } (F_a(k-1), F_b(k-1), F_{bf}(k-1), h(k-2), h(k-1)) \in v_{2,6}^2$$

$$h(k) = -5.7155 + 0.0069F_a(k-1) + 0.0078F_b(k-1) + \\ 0.0057F_{bf}(k-1) + 0.4981h(k-2) - 0.1096h(k-1)$$

## 2.5 T-S 模糊模型启发式辨识方法

以上所述的辨识方法都将待辨识的过程模型看成是一个“黑箱”系统,即辨识所依据的只是过程的外特性——输入输出数据信息。模糊系统虽然可以实现非线性万能逼近,但如果只是单纯处理一些数据信息,可能采用神经网络、多项式插值或小波变换的效果会更好。模糊系统的突出优点在于它能够很好地实现数据信息

与语言信息的有机结合。由于模糊模型充分利用了数据信息和诸如专家经验等语言信息,使得在辨识过程中它在前提变量和结论参数的选择方面表现出极大的灵活性。

一个典型的 T-S 模糊规则表具有以下形式:

$R_1$ : if  $x_1$  is  $A_{11}$  and  $x_2$  is  $A_{21} \cdots$  and  $x_r$  is  $A_{r1}$

then  $y_1 = g_1(x)$

$R_2$ : if  $x_1$  is  $A_{12}$  and  $x_2$  is  $A_{22} \cdots$  and  $x_r$  is  $A_{r2}$

then  $y_2 = g_2(x)$

$\vdots$

$R_n$ : if  $x_1$  is  $A_{1n}$  and  $x_2$  is  $A_{2n} \cdots$  and  $x_r$  is  $A_{rn}$

then  $y_n = g_n(x)$

式中,  $R_i (i=1, 2, \cdots, n)$  表示第  $i$  条模糊规则;  $y_i$  为第  $i$  条模糊规则的输出;  $g_i(x)$  为向量  $x = (x_1, x_2, \cdots, x_r)$  的函数。一般情况下,  $g_i(x)$  取  $x$  的线性函数, 即

$$g_i(x) = p_{0i} + p_{1i}x_1 + \cdots + p_{ri}x_r \quad (2.35)$$

我们称这一模型为零阶 T-S 模糊模型, 它可以看成是 Mamdani 型模糊模型在模糊后件中取单点形隶属度函数时的一种特例。

Nozaki 等人在文献[11]中针对零阶 T-S 模型的辨识问题, 提出了一种确定模糊规则结论参数的启发式方法。与上一节介绍的辨识方法不同, 这种启发式的建模方法首先人为地将输入变量空间划分为若干等份, 然后根据样本数据在这些划分出来的子空间中所占的权重进行加权平均并以此来确定模糊规则的结论参数; 而模糊系统的非线性逼近性能则是通过改变模糊划分和加权指数来加以调整。这种方法的优点在于避免了复杂的非线性规划运算过程, 只需要调整两个参数就可以达到理想的非线性逼近效果, 因而实现简单。而且, 当样本数据中包含噪声分量时, 该方法与采用

最小二乘法确定结论参数的方法相比表现出较好的抗干扰能力。

### 2.5.1 启发式辨识算法的一般步骤

设对于一个  $r \times 1$  的 MISO 系统, 现有  $m$  个输入输出样本数据:  $\{(x_j, y_j) | j=1, 2, \dots, m\}$ , 其中  $x_j = (x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_r})$  为系统输入向量;  $y_j$  为系统输出, 且有  $x_j \in X = [0, 1]^n$ 。

#### (1) 输入域的模糊划分

按照文献[12]所给的方法, 我们在第  $j$  个输入子空间  $[0, 1]$  上等间隔地划分出  $M+1$  个模糊子集, 以  $\{A_{j_1}, A_{j_2}, \dots, A_{j_{M+1}}\}$  表示。对每一个模糊子集我们都采用三角形隶属度函数的形式, 图 2.5 为第  $j$  个输入子空间在  $M=1, 2, 3, 4$  时的模糊划分示意图, 于是可以得到某一输入变量  $x_j \in [0, 1]$  在模糊子集的隶属度为

$$\mu_{j,i}(x) = \max\{1 - |Mx - i|, 0\}, \quad i = 1, 2, \dots, M+1 \quad (2.36)$$

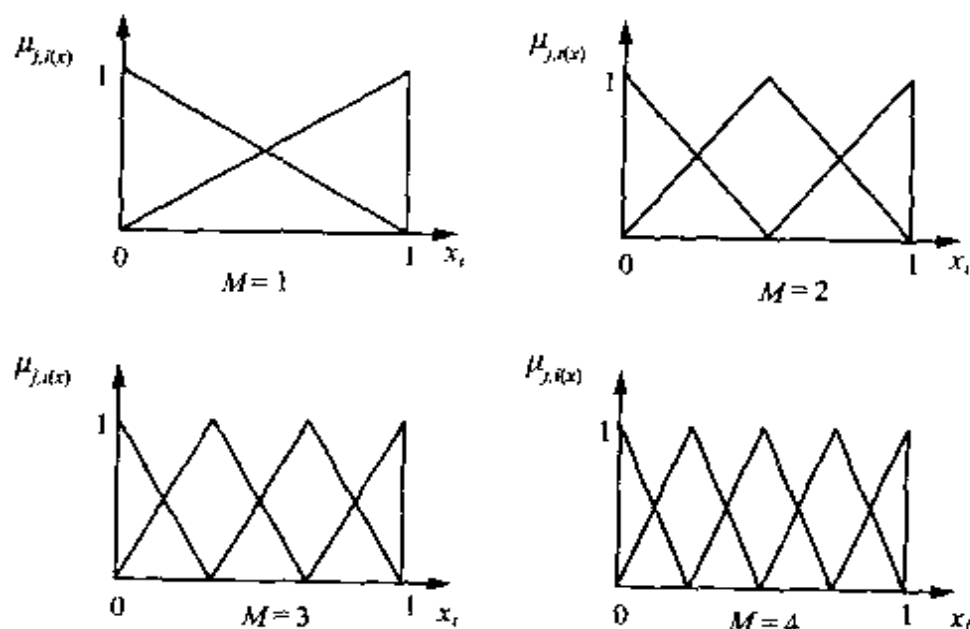


图 2.5 第  $j$  个输入子空间的模糊划分示意图

## (2) 模糊规则的启发式生成

当  $M$  选定以后, T-S 模糊模型的结构就基本上被确定下来了。具有  $M+1$  条模糊规则的零阶 T-S 模糊规则具有如下形式:

$$R_i: \text{if } x_j \text{ is } A_{j,i}, \text{ then } y_i = a_i \quad (2.37)$$

现在的问题是如何根据输入输出数据样本确定各条模糊规则的结论参数  $a_i$ 。

为了确定  $a_i$ , 我们首先需要确定第  $j$  个输入输出样本点  $(x_j, y_j)$  在模糊划分中所占的权重  $W_j$ , 它的一般表达式为

$$W_j = \{\mu_j(x_j)\}^\gamma \quad (2.38)$$

式中, 常数  $\gamma > 0$  称为加权指数;  $\mu_j(x_j)$  是  $x_j$  满足规则  $R_j$  的匹配度, 这里我们取模糊逻辑“与”为“乘法”算子, 于是有

$$\mu_j(x_j) = \prod_{i=1}^{M+1} \mu_{j,i}(x_j) \quad (2.39)$$

由模糊集合理论可知, 模糊推理只是一种近似推理, 也就是说模糊规则  $R_j$  只是以规则匹配度  $\mu_j(x_j)$  的形式粗略地反映了输入空间  $X$  与输出空间  $Y$  之间的某种映射关系。而加权指数  $\gamma$  的作用在于使二者之间的这种映射关系精细化。图 2.6 反映了  $W_j$  随  $\gamma$  变化的情况, 关于  $\gamma$  在辨识过程中所起的具体作用我们将在以后的章节里通过计算机仿真来加以说明。

在求得每一个输入输出样本点在该种模糊划分中所占权重之后, 现在我们就可以得到确定  $a_i$  的启发式方法:

$$a_i = \sum_{j=1}^{M+1} W_j y_j / \sum_{j=1}^{M+1} W_j \quad (2.40)$$

从式(2.40)可知,  $a_i$  即为样本数据中输出  $y_j$  的加权平均值。需要指出的是, 在运用式(2.40)时, 要求至少存在一个  $W_j > 0$ 。若对于所有的  $j=1, 2, \dots, M+1$ , 有  $W_j = 0$ , 则说明输入输出样本中没有一个样本点  $(x_j, y_j)$  满足该种模糊划分  $\{A_{j,1}, A_{j,2}, \dots,$

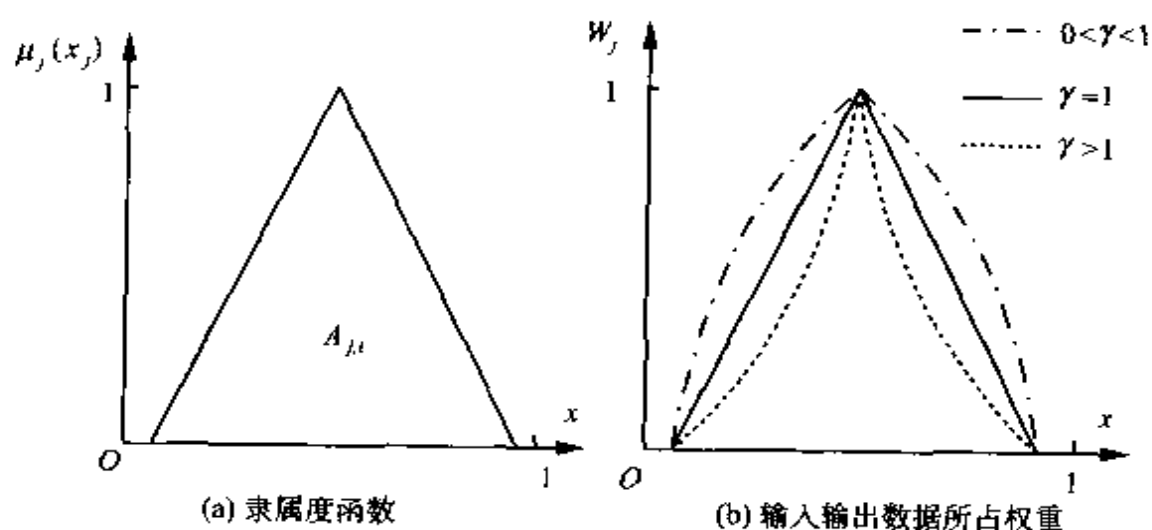


图 2.6

$A_{j,M+1}$  所对应的模糊规则,即完备性条件不满足。当出现这种情况时,说明此种模糊划分过于精细,应当采用更加粗略一点的模糊划分。

下面我们以一个 SISO 系统的辨识为例对这种方法做进一步说明。

### 2.5.2 辨识举例

设我们已知表 2.3 所示的一组输入输出数据样本  $(l, g)$ 。

表 2.3 (见附录 A)

|       |        |        |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $l_i$ | 37%    | 41%    | 46%    | 50%    | 58%    | 66%    |
| $g_i$ | 0.0294 | 0.0439 | 0.0966 | 0.1165 | 0.1466 | 0.1568 |
| $l_i$ | 69%    | 75%    | 81%    | 89%    | 95%    | 100%   |
| $l_i$ | 0.1554 | 0.1457 | 0.1297 | 0.1001 | 0.0398 | 0.0238 |

首先,我们将输入域  $L = [37\%, 100\%]$  通过线性变换映射到数域  $X = [0, 1]$ , 其变换公式为

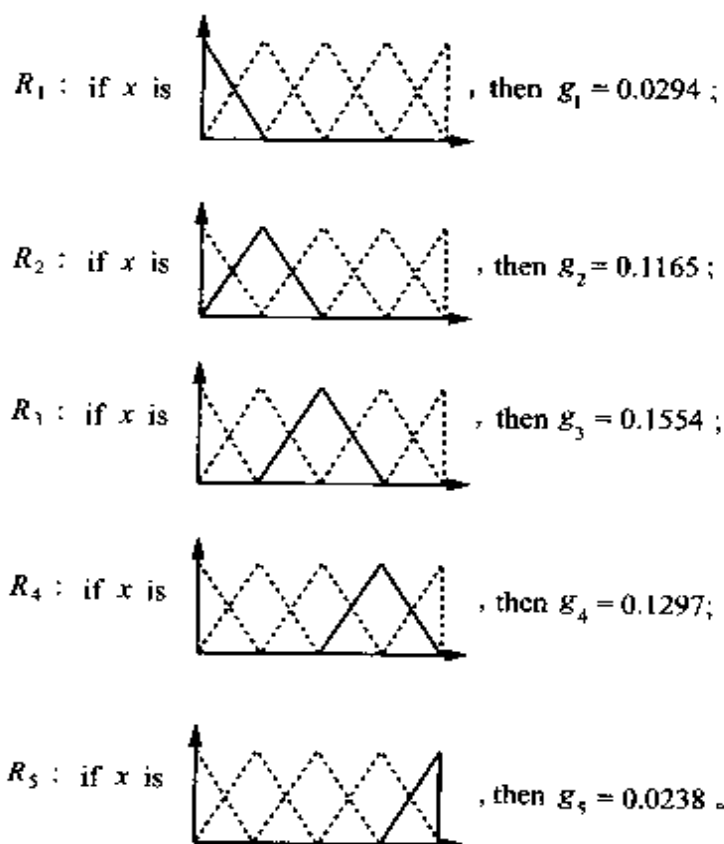
$$x = \frac{L - 0.37}{1 - 0.37} \quad (x \in X) \quad (2.41)$$

将表 2.3 中数据代入式(2.35)中,得到一组新的样本数据(表 2.4)。

表 2.4

|       |        |        |        |        |        |        |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $x_i$ | 0      | 0.0635 | 0.1429 | 0.2063 | 0.3333 | 0.4603 |
| $g_i$ | 0.0294 | 0.0439 | 0.0966 | 0.1165 | 0.1466 | 0.1568 |
| $x_i$ | 0.5079 | 0.6032 | 0.6984 | 0.8254 | 0.9206 | 1      |
| $g_i$ | 0.1554 | 0.1457 | 0.1297 | 0.1001 | 0.0398 | 0.0238 |

按照前一小节步骤,当  $M$  和  $\gamma$  选定以后,由表 2.4 中样本数据  $\{(l_i, g_i) | i=1, 2, \dots, l_3\}$  我们就可以得到这个 SISO 系统的一个模糊模型。例如:取  $M=4$ ,  $\gamma=100$ ,则该 SISO 系统的模糊模型为



为了说明参数  $M, \gamma$  对辨识精度的影响,我们分别取不同的  $M$  和  $\gamma$  值,相应的模糊模型输入输出拟合曲线见附录 B。在附录



B 里,附图 B1 为  $\gamma=0.1, 1, 100$  时模糊模型( $M=4, \alpha=2$ )输出曲线;附图 B2 为  $M=3, 4, 5$  时模糊模型( $\gamma=100, \alpha=2$ )输出曲线;附图 B3 为输入样本在不同模糊划分下的分布情况。对这些图中的各条曲线进行比较,我们不难得出以下结论:

**结论 1** (a) 当  $M$  一定时,增大  $\gamma$  值可以有效地提高模糊模型输出的逼近能力;

(b) 在满足完备性条件的前提下,当  $M$  取较大值时模糊模型输出可以很好地逼近样本点,且  $M$  与  $\gamma$  互不相关。

然而,以上结论是在大样本情况下得出的。在样本数较少的情况下,为满足完备性条件,模糊模型中只能包含较少的模糊规则。因此与大样本时的情况相比,对小样本过程的模糊辨识有以下结论:

**结论 2** 当样本数较少时,在满足完备性条件的前提下,设论域  $U$  被划分为  $M+1$  个模糊子空间,定义模糊集合  $\{A_i, i=1, 2, \dots, M+1\}$ ,其中  $M$  为固定值; $X=(x_j, j=1, 2, \dots, n)$  为样本的输入向量,  $X \in U$ ;  $\mu_i(x_j)$  为元素  $x_j$  属于模糊集合  $A_i$  的隶属度。于是由这些样本数据构造的模糊模型实现最佳逼近的充分条件为

$$1 - \mu_i(x_j) < \varepsilon \quad (\varepsilon \text{ 为某一足够小的正数})$$

**结论 3** 为反映动态系统的极值特性,提高模糊辨识模型的泛化能力,应使样本中接近系统极值的点在模糊划分中具有较大的隶属度水平。

**结论 4** 对于小样本辨识问题,在不增加模糊划分和模糊规则的前提下,当采用非线性划分,使得对于任一模糊子集  $A_i$  存在一个样本点  $\{(x_j, a_j) | j=1, 2, \dots, n\}$  有  $\mu_i(x_j)=1$  时,可使模糊模型输出在样本点处获得非常好的逼近效果。

以上结论,我们可以以一个具有 5 个输入输出数据对的样本为例来加以验证。图 2.7 即为按不同方法建立起来的模糊模型输出曲线,图中的“☆”为采用线性划分所对应的模型输出曲线,实线

为由非线性划分得到的模型输出曲线,虚线代表由常规的线性插值算法求出的模型输出,“○”代表样本点。

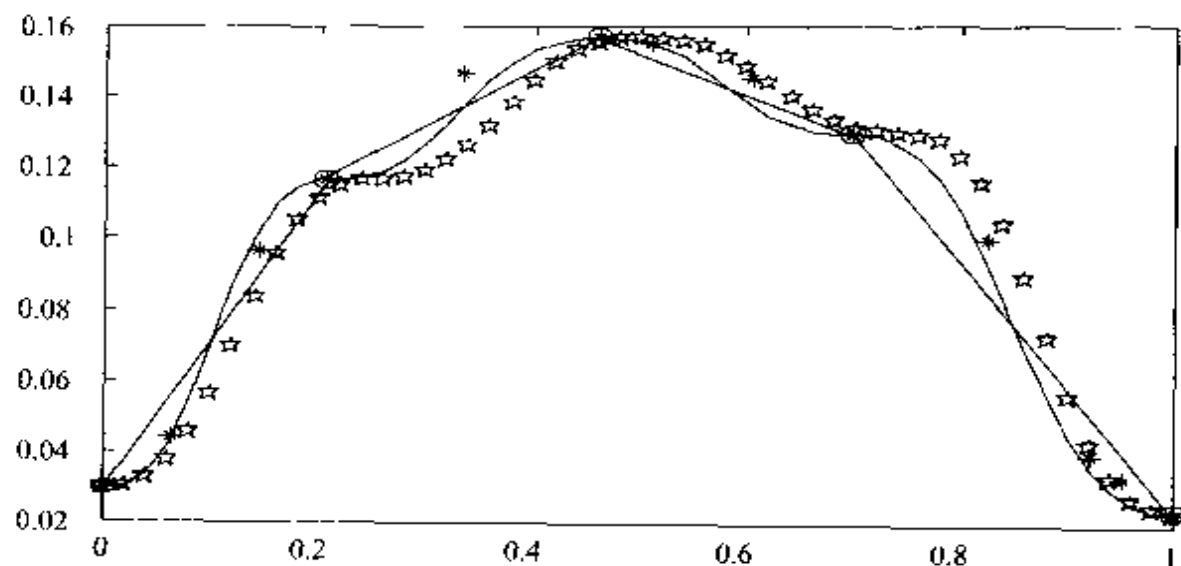


图 2.7 线性划分和非线性划分下的模型输出曲线

### 2.5.3 算法步骤

通过上述工作,我们总结出零阶 T-S 模型启发式辨识方法的一般步骤:

- (1) 通过线性变换将输入域映射到论域 $[0, 1]$ 上。
- (2) 对论域进行模糊划分,确定模糊模型结构。对于大样本事件,为简单起见,可采用线性等间隔划分。而对于小样本事件,建议采用非线性划分,并满足结论 3,4。
- (3) 根据步骤(2)所确定的模糊划分,确定  $\gamma$  并由式(2.38)计算各个样本点所占的权重。
- (4) 由式(2.39)确定模糊规则的结论参数。
- (5) 检查模型输出的拟合效果是否满足要求。若不满足,则转到第(2)步,改变模糊划分,重新计算。

## 第三章 基于 T-S 模糊模型的预测控制

由于得到了模糊推理系统和神经网络的万能逼近性质,20 世纪 80 年代到 90 年代,智能控制取得了重大进展,推动了非线性系统控制的研究。将预测控制与模糊推理系统或神经网络进行结合以解决非线性系统的控制,是将预测控制这一被工业界广泛应用的先进控制策略推广到非线性系统中的一种重要途径。在早期的研究中,主要是利用模糊系统对非线性系统的逼近性质,先利用系统的输入-输出数据对非线性关系进行学习,再利用得到的模型对系统进行多步预测,得到的系统输出预测直接代入线性系统的预测控制器,其前提是假设系统为慢时变的。这种形式的模糊预测控制可以称为间接模糊预测控制。随着这方面研究工作的深入,越来越多的研究者将模糊系统的辨识与预测控制器的设计有机结合成统一的算法框架,相对而言可以称为直接模糊预测控制。

### 3.1 一阶系统的间接模糊预测控制算法

间接模糊预测控制更多地采用离线学习方式辨识模糊系统的参数,T-S 模糊模型的本质是非线性系统的分段线性化,或称为局部线性化系统。

设一非线性系统的 T-S 模糊模型为

$$\begin{aligned} R_{i_1, \dots, i_N} : & \text{if } z_1 \text{ is } A_{1, i_1} \text{ and } \dots \text{and } z_N \text{ is } A_{N, i_N} \\ & \text{then } y_m = d_{i_1, \dots, i_N} \end{aligned} \quad (3.1)$$

式中,  $R_{i_1, \dots, i_N}$  为 T-S 模糊规则;  $z = [z_1, \dots, z_N]^T$  为模糊系统的  $N$  个输入变量;  $A_{j, i_j}$  为第  $j$  个输入对应的模糊集合,  $i_j = 1, 2, \dots, M_j$ ,

$j=1,2,\cdots,N$ , 而  $M_j$  为第  $j$  个输入的模糊语言变量个数。根据上章 T-S 模糊模型的辨识方法可以得到对应局部子系统的输出  $y_m$ 。

基于模糊推理机制, 模糊系统的输出可以得到:

$$y_m = \frac{\sum_{i_1=1}^{M_1} \cdots \sum_{i_N=1}^{M_N} w_{i_1, \dots, i_N} d_{i_1, \dots, i_N}}{\sum_{i_1=1}^{M_1} \cdots \sum_{i_N=1}^{M_N} w_{i_1, \dots, i_N}} \quad (3.2)$$

式中, 模糊权系数  $w_{i_1, \dots, i_N} \geq 0$ , 表示该条规则的激活程度, 一般采用乘积算子, 即

$$w_{i_1, \dots, i_N} = \prod_{j=1}^N A_{j, i_j}(z_j) \quad (3.3)$$

为了清晰地表达模糊系统参数, 本章采用三角形隶属度, 如图 3.1 所示, 其中,  $a_{j, i_j}$  表示模糊集合  $A_{j, i_j}$  的中心点

$$a_{j, i_j} = \text{cor}(A_{j, i_j}) = \{z_j \mid A_{j, i_j} = 1\} \quad (3.4)$$

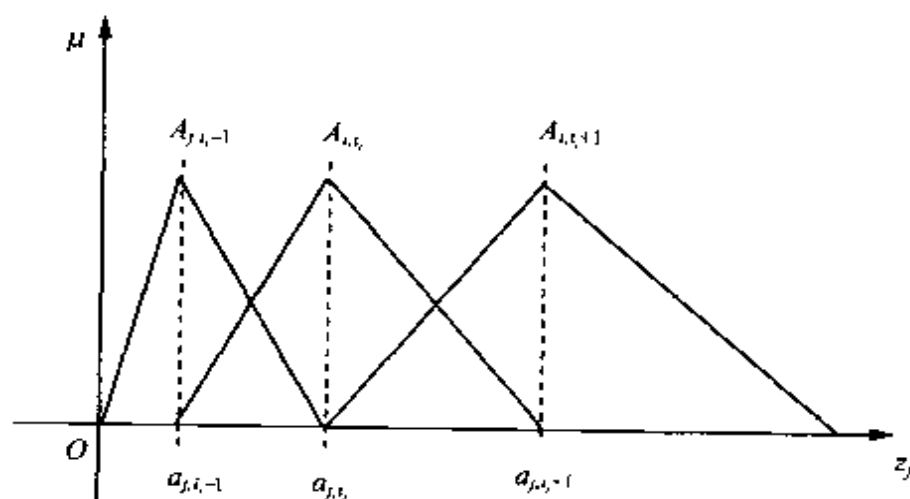


图 3.1 隶属度函数

则模糊隶属度可以表示为分段线性化形式:

$$\begin{cases} A_{j,i_j}(z_j) = \frac{z_j - a_{j,i_j-1}}{a_{j,i_j} - a_{j,i_j-1}} & (a_{j,i_j-1} \leq z_j < a_{j,i_j}) \\ A_{j,i_j}(z_j) = \frac{a_{j,i_j+1} - z_j}{a_{j,i_j+1} - a_{j,i_j}} & (a_{j,i_j} \leq z_j < a_{j,i_j+1}) \end{cases} \quad (3.5)$$

在该模糊集合的定义下,模糊规则仅在有限个模糊集合中被激活,在给定的系统输入  $z_j \in [a_{j,m_j}, a_{j,m_j+1}]$  条件下,模糊系统的输出可以表示为

$$y_m = \frac{\sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_N+1} w_{i_1,\dots,i_N} d_{i_1,\dots,i_N}}{\sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_N+1} w_{i_1,\dots,i_N}} \quad (3.6)$$

假设一个受控非线性系统为

$$\begin{aligned} y_p(k+1) &= G(y(k), \dots, y(k-n+1), \\ &u(k), \dots, u(k-m+1)) \end{aligned} \quad (3.7)$$

式中,  $y(k), \dots, y(k-n+1)$  和  $u(k), \dots, u(k-m+1)$  分别是系统的输出和输入序列,并记  $z = [y(k), \dots, y(k-n+1), u(k), \dots, u(k-m+1)]$ ,  $n$  和  $m$  为系统的阶次。设非线性系统(3.7)可以线性化为

$$\begin{aligned} y_p(k+1) &= a_1 y(k) + \cdots + a_n y(k-n+1) + b_1 u(k) \\ &+ \cdots + b_m u(k-m+1) + e \end{aligned} \quad (3.8)$$

式中,  $a_i = \frac{\partial G(z(k))}{\partial y(k-i+1)}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ ,  $b_j = \frac{\partial G[z(k)]}{\partial u(k-j+1)}$ ,  $j=1, 2, \dots, m$ 。在  $k$  时刻,非线性系统与模型的误差可以表示为

$$\begin{aligned} e &= y_p(k+1) - [a_1 y(k) + \cdots + a_n y(k-n+1) + b_1 u(k) \\ &+ \cdots + b_m u(k-m+1)] \end{aligned} \quad (3.9)$$

当采用分段线性化模型(T-S 模糊模型)对非线性系统进行如式(3.8)进行线性化时,系统输出的偏导为

$$\frac{\partial y_m}{\partial z_j} = \sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_{N+1}} \frac{\partial y_m}{\partial w_{i_1, \dots, i_N}} \frac{\partial w_{i_1, \dots, i_N}}{\partial z_j} \quad (3.10)$$

进一步地,有

$$\frac{\partial y_m}{\partial z_j} = \sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_{N+1}} \left[ \frac{\partial}{\partial w_{i_1, \dots, i_N}} \left( \frac{\sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_{N+1}} w_{i_1, \dots, i_N} d_{i_1, \dots, i_N}}{\sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_{N+1}} w_{i_1, \dots, i_N}} \right) \frac{\partial w_{i_1, \dots, i_N}}{\partial z_j} \right] \quad (3.11)$$

由于在前提变量的隶属度函数中,两个语言变量在交叉部分为:  
 $\mu(A_{j,i_j-1}) + \mu(A_{j,i_j}) \equiv 1$ ,则有

$$\sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_{N+1}} w_{i_1, \dots, i_N} = 1 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial y_m}{\partial z_j} = \sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \cdots \sum_{i_N=m_N}^{m_{N+1}} \left[ (d_{i_1, \dots, i_N} - y_m) \frac{\partial w_{i_1, \dots, i_N}}{\partial z_j} \right] \quad (3.13)$$

式中,  $\frac{\partial w_{i_1, \dots, i_N}}{\partial z_j} = \frac{\partial A_{j,i_j}(z_j)}{\partial z_j(k)} \prod_{l=1, l \neq j}^N A_{l,i_l}(z_l)$ 。并且按着图 3.1 的隶属度函数,有

$$\begin{cases} \frac{\partial A_{j,i_j}(z_j)}{\partial z_j(k)} = \frac{1}{a_{j,i_j} - a_{j,i_j-1}} & (a_{j,i_j-1} < z_j < a_{j,i_j}) \\ \frac{\partial A_{j,i_j}(z_j)}{\partial z_j(k)} = \frac{-1}{a_{j,i_j+1} - a_{j,i_j}} & (a_{j,i_j} \leq z_j < a_{j,i_j+1}) \end{cases} \quad (3.14)$$

根据上述 T-S 模糊模型,系统的  $N_y$  步预测可以表示为

$$y(k) = Px(k) + Qu(k) + Re \quad (3.15)$$

式中

$$y(k) = [y_l(k+1), \dots, y_l(k+N_y)]^T$$

$$x(k) = [y(k), \dots, y(k-n+1), u(k-1), \dots, u(k-m+1)]^T$$

$$u(k) = [u(k), \dots, u(k+N_u-1)]^T$$

$$R = [r_1, \dots, r_{N_y}]^T$$

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1(n+m-1)} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{N_y 1} & \cdots & p_{N_y(n+m-1)} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ q_{21} & q_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ q_{N_u 1} & q_{N_u 2} & q_{N_u 3} & \cdots & q_{N_u N_u} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ q_{N_y 1} & q_{N_y 2} & q_{N_y 3} & \cdots & q_{N_y N_u} \end{bmatrix}$$

根据预测控制性能指标

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^{N_y} [y_l(k+i) - y_p(k+i)]^2 \\ &= [y(k) - y_p(k)]^T [y(k) - y_p(k)] \end{aligned} \quad (3.16)$$

式中,  $y_p(k) = [y_p(k+1), \dots, y_p(k+N_y)]^T$  为系统的设定值序列。上述形式的预测控制与线性系统的预测控制一样, 由

$\partial J / \partial u(k) = 0$ , 得到控制律为

$$u(k) = [Q^T Q + \lambda I]^{-1} Q^T [y_p(k) - Px(k) - Re] \quad (3.17)$$

对于用一阶模型描述的系统

$$y_p(k+1) = a_1 y(k) + b_1 u(k) + e(k) \quad (3.18)$$

系统的一步输出预测为

$$y(k) = [y_p(k+1), \dots, y_p(k+N_y)]^T$$

$$x(k) = [y(k)], \quad u(k) = [u(k)]$$

$$P = [p_1, \dots, p_{N_y}]^T$$

$$Q = [q_1, \dots, q_{N_y}]^T$$

$$R = [r_1, \dots, r_{N_y}]^T$$

式中的系数可以按下式递推得到:

$$p_1 = a_1, \quad p_i = a_1 p_{i-1} \quad (i = 2, \dots, N_y)$$

$$q_1 = b_1, \quad q_i = a_1 q_{i-1} + b_1 \quad (i = 2, \dots, N_y)$$

$$r_1 = 1, \quad r_i = a_1 r_{i-1} + 1 \quad (i = 2, \dots, N_y)$$

而其中模型的参数  $a_1, b_1$  与模糊系统的关系可以推导如下:

设一非线性系统  $y_p(k+1) = Q(y(k), u(k))$  由如下模糊规则组成的模糊系统进行逼近:

$$R_{i_1, i_2}: \quad \text{if } y(k) \text{ is } A_{1, i_1} \text{ and } u(k) \text{ is } A_{2, i_2}, \text{ then } y_p = d_{i_1, i_2}$$

所表示的系统具有如下形式:

$$y_p(k+1) = a_1 y(k) + b_1 u(k) + e(k)$$

系统的输入向量为  $z = [y(k), u(k)]$ , 式中,  $a_1 = \frac{\partial Q(z)}{\partial y(k)}$ ,



$b_1 \frac{\partial Q(z)}{\partial u(k)}$ , 其模糊隶属度如图 3.1 定义。由模糊推理关系可以得到

$$\begin{aligned} y_p(k+1) = & \left[ \frac{a_{1,m_1+1} - y(k)}{a_{1,m_1+1} - a_{1,m_1}} \right] \left[ \frac{a_{2,m_2+1} - u(k)}{a_{2,m_2+1} - a_{2,m_2}} \right] d_{m_1, m_2} \\ & + \left[ \frac{a_{1,m_1+1} - y(k)}{a_{1,m_1+1} - a_{1,m_1}} \right] \left[ \frac{u(k) - a_{2,m_2}}{a_{2,m_2+1} - a_{2,m_2}} \right] d_{m_1, m_2+1} \\ & + \left[ \frac{y(k) - a_{1,m_1}}{a_{1,m_1+1} - a_{1,m_1}} \right] \left[ \frac{a_{2,m_2+1} - u(k)}{a_{2,m_2+1} - a_{2,m_2}} \right] d_{m_1+1, m_2} \\ & + \left[ \frac{y(k) - a_{1,m_1}}{a_{1,m_1+1} - a_{1,m_1}} \right] \left[ \frac{u(k) - a_{2,m_2}}{a_{2,m_2+1} - a_{2,m_2}} \right] d_{m_1+1, m_2+1} \end{aligned}$$

模型中的系数  $a_1, b_1$  由偏微分得到

$$\begin{aligned} a_1 = & \frac{\partial y_p(k+1)}{\partial y(k)} \\ = & \sum_{i_1=m_1}^{m_1+1} \sum_{i_2=m_2}^{m_2+1} \left\{ [d_{i_1, i_2} - y_p(k+1)] \frac{\partial A_{1, i_1}(y(k))}{\partial y(k)} A_{2, i_2}(u(k)) \right\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

根据式(3.13), 有

$$\begin{aligned} a_1 = & \frac{\partial y_p(k+1)}{\partial y(k)} = \left[ \frac{d_{m_1+1, m_2} - d_{m_1, m_2}}{a_{1, m_1+1} - a_{1, m_1}} \right] \left[ \frac{a_{2, m_2+1} - u(k)}{a_{2, m_2+1} - a_{2, m_2}} \right] \\ & + \left[ \frac{d_{m_1+1, m_2+1} - d_{m_1, m_2+1}}{a_{1, m_1+1} - a_{1, m_1}} \right] \left[ \frac{u(k) - a_{2, m_2}}{a_{2, m_2+1} - a_{2, m_2}} \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

同理可以得到

$$b_1 = \frac{\partial y_p(k+1)}{\partial u(k)} = \left[ \frac{a_{1, m_1+1} - y(k)}{a_{1, m_1+1} - a_{1, m_1}} \right] \left[ \frac{d_{m_1, m_2+1} - d_{m_1, m_2}}{a_{2, m_2+1} - a_{2, m_2}} \right]$$

$$+ \left[ \frac{y(k) - a_{1,m_1}}{a_{1,m_1+1} - a_{1,m_1}} \right] \left[ \frac{d_{m_1+1,m_2+1} - d_{m_1+1,m_2}}{a_{2,m_2+1} - a_{2,m_2}} \right] \quad (3.21)$$

而模型的误差为

$$e = y_p(k+1) - [a_1 y(k) + b_1 u(k)]$$

### 3.2 一般非线性系统的间接模糊预测控制算法

对于一般形式的非线性系统  $y(k) = \varpi(z(k))$ , 其中

$$z(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_y), \\ u(k-d-1), \dots, u(k-d-n_u)] \quad (3.22)$$

为系统的输入变量,  $n_y, n_u$  分别为系统输出和输入的阶次,  $d$  为系统输入的滞后时间, 该系统的 T-S 模糊模型可以表示为

$$R_j: \quad \text{if } z_1 \text{ is } A_{1,1} \text{ and } \dots \text{ and } z_{n_z} \text{ is } A_{j,n_z} \\ \text{then } y(k) = p'_0 + p'_1 x_1 + \dots + p'_{n_x} x_{n_x} \quad (j = 1, 2, \dots, M) \quad (3.23)$$

式中,  $z(k) = [z_1, z_2, \dots, z_{n_z}]^T$  为系统的前提变量,  $x(k) = [x_1, x_2, \dots, x_{n_x}]^T$  为系统结论部分变量, 一般情况下,  $z(k) = x(k)$ ,  $M$  为模糊系统的规则个数, 即一非线性系统可以由  $M$  个线性子系统逼近。根据第二章中的辨识算法, 可以得到复杂系统的 T-S 模糊模型。

根据模糊推理规则, 模糊系统的输出为

$$y(k) = \sum_{j=1}^M (p'_0 + p'_1 x_1 + \dots + p'_{n_x} x_{n_x}) \varphi(z, c_j, \sigma_j) \\ = \sum_{j=1}^M L_j(x) \varphi(z, c_j, \sigma_j) \quad (3.24)$$

式中,  $c_j$  和  $\sigma_j$  分别为前提模糊集合隶属度函数的中心点和宽度。其隶属度函数可以采用如图 3.1 所示的三角形,也可以采用 Gauss 函数,一般情况下,对于简单的系统采用三角形隶属度函数可以得到较清晰的解析表达式,而对于复杂的系统采用 Gauss 隶属度函数便于进行在线学习。 $L_j(x)$  为第  $j$  个线性子系统模型,  $\varphi(z, c_j, \sigma_j)$  为一模糊基函数:

$$\begin{cases} \varphi(z, c_j, \sigma_j) = \frac{\mu_j}{\sum_{i=1}^M \mu_i} \\ \mu_i = \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(z_1 - c_{i,1})^2}{\sigma_{i,1}^2}\right] \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(z_2 - c_{i,2})^2}{\sigma_{i,2}^2}\right] \\ \quad \cdots \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(z_{n_i} - c_{i,n_i})^2}{\sigma_{i,n_i}^2}\right] \end{cases} \quad (3.25)$$

上式中采用了乘积算子,也可以采用取小算子“ $\wedge$ ”。

式(3.24)表示的局部线性系统的传递函数可以表示为

$$\begin{aligned} G_p(z, k) &= \frac{y(z)}{u(z)} \\ &= \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_{n_u} z^{-n_u}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{n_y} z^{-n_y}} z^{-d} \end{aligned} \quad (3.26)$$

式中,参数  $a_i$  和  $b_i$  基于 T-S 模糊规则可以表示为

$$\begin{aligned} a_i(k) &= \sum_{j=1}^M a_{j,i} \varphi_j(z(k), c_j, \sigma_j) \\ b_i(k) &= \sum_{j=1}^M b_{j,i} \varphi_j(z(k), c_j, \sigma_j) \end{aligned}$$

因此,基于 T-S 模糊模型的非线性系统的预测,实质上对非线性系统的模糊插值,其插值系数为该模糊规则的激活程度。

根据预测控制的性能指标

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(k+j) - r(k+j)]^2 + \lambda \sum_{j=0}^{N_u-1} \Delta u^2(k+j)$$

$N = N_2 - N_1$  为预测时域,  $N_u$  为控制时域, 系统的输出预测为

$$y(k) = \tilde{p}_0(z) + \tilde{p}_1(z)x_1 + \cdots + \tilde{p}_{n_x}(z)x_{n_x} \quad (3.27)$$

式中,  $\tilde{p}_i(z) = \sum_{j=1}^M p_{j,i} \varphi_j(z(k), c_j, \sigma_j)$ 。则非线性系统的输出可以容易地由 T-S 模糊模型得到。由于这种形式的系统输出预测仍属于线性系统的组合预测, 因而系统的预测控制律与线性系统的控制律是一样的, 如图 3.2。

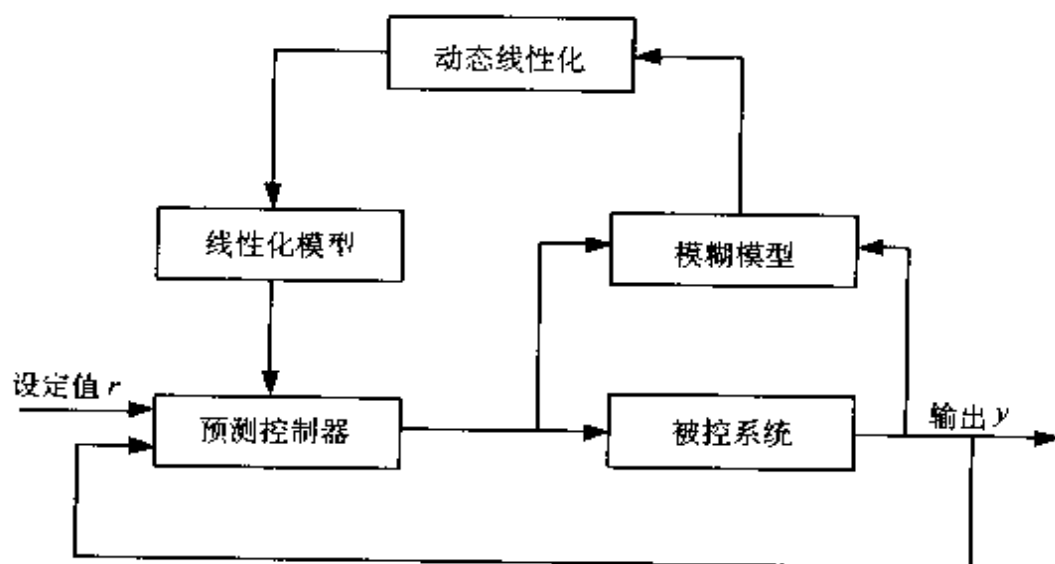


图 3.2 模糊预测控制系统框图

### 3.3 模糊预测控制的一般形式

根据系统的输入输出阶次, 式(3.27)中的  $P_i$  可以分为两部分, 系统的输出可以写为

$$y(k) = \sum_{j=1}^M \varphi^j \left[ y_0^j + \sum_{p=1}^{n_y} a_{p,j}' y(k-p) + \sum_{q=1}^{n_u} b_{q,j}' u(k-q) \right]$$

$$= y_0 + \sum_{p=1}^{n_y} a_p y(k-p) + \sum_{q=1}^{n_u} b_q u(k-q) \quad (3.28)$$

式中,  $y'_0 = p'_0$ ,  $\varphi^j = \frac{w^j}{\sum_{j=1}^M w^j}$ ;  $w^j = \prod_{i=1}^k \mu_i^j(x_i)$ ;  $y_0 = \sum_{j=1}^M \varphi^j y'_0$ ;

$$a_p = \sum_{j=1}^M \varphi^j a'_p; a_q = \sum_{j=1}^M \varphi^j b'_q.$$

这样,模糊系统模型可以写为

$$y(k) = \frac{B}{A} u(k) + \frac{1}{A} y_0 \quad (3.29)$$

式中,  $A = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_y} z^{-n_y}$ ,  $B = b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n_u} z^{-n_u}$ 。按照 Clarke 的基本 GPC 算法<sup>[13]</sup>,系统的 CARIMA 模型可写为

$$\begin{cases} y(k) = \frac{B}{A} u(k) + \frac{T_c}{\Lambda \Delta} \xi(k) + \frac{1}{A} y_0(k) \\ \phi(k) = \frac{P_n}{P_d} y(k) \end{cases} \quad (3.30)$$

记  $\mathcal{M} = \frac{B}{A}$ ,  $\mathcal{A} = \frac{T_c}{\Lambda \Delta}$ ,  $\mathcal{O} = \frac{1}{A}$ ,  $\mathcal{P} = \frac{P_n}{P_d}$ , 则

$$\begin{cases} y(k) = \mathcal{M} u(k) + \mathcal{A} \xi(k) + \mathcal{O} y_0(k) \\ \phi(k) = \mathcal{P} y(k) \end{cases} \quad (3.31)$$

系统的输出预测为

$$\begin{aligned} \phi(k+j) &= \mathcal{P} \mathcal{M} u(k+j) + \mathcal{P} \mathcal{A} \xi(k+j) + \mathcal{P} \mathcal{O} y_0(k) \\ &= \frac{\mathcal{A}_j^*}{\mathcal{A}} \mathcal{M} u(k+j) + \frac{\mathcal{N}_j^*}{\mathcal{A}} \mathcal{M} \mathcal{O} y_0(k+j) + \mathcal{N}_j^* \xi(k+j) \\ &\quad + \frac{\mathcal{A}_j}{\mathcal{A}} y(k) \end{aligned} \quad (3.32)$$

系统的最优输出预测为

$$\begin{aligned}\hat{\phi}^*(k+j) &= \mathcal{PM}u(k+j) + \mathcal{PN}\xi(k+j) + \mathcal{PO}y_0(k) \\ &= \frac{\mathcal{N}_j^*}{\mathcal{N}}Mu(k+j) + \frac{\mathcal{N}_j^*}{\mathcal{N}}\mathcal{MO}y_0(k+j) + \frac{\mathcal{N}_j}{\mathcal{N}}y(k)\end{aligned}\quad (3.33)$$

输出误差为

$$e(k+j) = \mathcal{N}_j^* \xi(k+j)$$

为了将系统输出预测分为系统“过去”已知部分和“未来”预测部分,根据文献[13]有下述 Diophantine 方程:

$$\mathcal{PN} = \mathcal{N}_j^* + z^{-j}\mathcal{N}_j \quad (3.34)$$

代入式(3.31),有

$$\begin{aligned}P_n T_c &= P_d A \Delta \mathcal{N}_j^* + z^{-j} P_d A \Delta \mathcal{N}_j \\ &= P_d A \Delta E_j + z^{-j} F_j\end{aligned}$$

式中,  $E_j$  和  $\frac{F_j}{P_d A \Delta}$  分别对应于  $\mathcal{N}_j^*$  和  $\mathcal{N}_j$ 。

系统的输出预测可以写为

$$\begin{aligned}\hat{\phi}^*(k+j) &= \frac{\Delta E_j B}{T_c} u(k+j) + \frac{\Delta E_j}{T_c} y_0(k+j) + \frac{F_j}{P_d T_c} y(k) \\ &= \underbrace{\frac{F_j}{P_d T_c} \left[ y(k) - \frac{B}{A} u(k) - \frac{1}{A} y_0(k) \right]}_{\text{past}} \\ &\quad + \underbrace{\frac{P_n B}{P_d A} u(k+j) + \frac{P_n}{P_d A} y_0(k+j)}_{\text{predictive}}\end{aligned}\quad (3.35)$$

将上式进一步写为

$$\hat{\phi}^*(k+j) = G_j \Delta u(k+j) + \chi_j y_0(k+j)$$

$$+ \frac{F_j}{P_d T_c} y(k) + \frac{H_j}{T_c} \Delta u(k) + \frac{y_j}{T_c} y_0(k) \quad (3.36)$$

式中,  $G_j = \frac{P_u B}{P_d A \Delta}$ ;  $H_j = -\frac{F_j B}{P_d A \Delta}$ ;  $\chi_j = \frac{P_u}{P_d A}$ ;  $y_j = -\frac{F_j}{P_d A}$ 。从式 (3.34) Diophantine 方程中可以得到

$$\begin{cases} E_j B = G_j T_c + z^{-j} H_j \\ \Delta E_j = \chi_j T_c + z^{-j} y_j \end{cases} \quad (3.37)$$

式(3.35)写成向量形式为

$$\begin{cases} \hat{\varphi} = G \Delta u + f \\ f = F y + H \Delta u \end{cases} \quad (3.38)$$

式中

$$F = [F_1, F_2, \dots, F_{N_2}]^T,$$

$$H = [H_1, H_2, \dots, H_{N_2}]^T, y = [y(k), \dots, y(k - N_y)]^T$$

$$\Delta u = [\Delta u(k - 1), \dots, \Delta u(k - N_u)]^T$$

根据预测控制性能指标,

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{\varphi}(k+j) - r(k+j)]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} \Delta u^2(k+j-1)$$

当  $\Delta u(k+j-1)=0, j > N_u$  时, 得到控制律为

$$\Delta u(k) = [G^T G + \lambda I]^T G^T (r - f) \quad (3.39)$$

### 3.4 模糊预测控制的实质与多步输出预测

上述各种模糊预测控制算法均是针对非线性系统而讨论的, 实质上是利用了模糊推理系统对非线性系统的逼近性质, 该模型

可以看作是对非线性系统的动态线性化,每一时刻表现出的是线性系统的形式,但随着时间的递推,系统的隶属度是时变的、通过模糊推理得到的非线性系统的综合控制律。

基于 T-S 模糊模型的控制设计,现有研究成果中更多地采用 PDC (parallel distributed compensation) 的设计方法,即如图 1.1 所示的结构,对每一规则对应的线性子系统采用状态反馈控制律,然后通过模糊加权得到全局系统的控制器,并对全局系统的稳定性进行了分析,得到了系统全局稳定的充分性条件。

T-S 模糊模型写成状态空间形式为

$$\begin{aligned} R_j: & \text{ if } z_1 \text{ is } M_{j,1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_{n_z} \text{ is } M_{j,n_z} \\ & \text{ then } \dot{x}(k) = A_j x(k) + B_j u(k), y(k) = C_j x(k) \end{aligned} \quad (3.40)$$

式中,  $z(k) = [z_1, z_2, \cdots, z_{n_z}]^T$  为系统的前提变量;  $M_1, M_2, \cdots, M_{n_z}$  为系统前提变量的模糊隶属度函数,也可理解为系统的多个模态。根据模糊推理,全局系统的状态空间模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(k) = \sum_{j=1}^M \varphi_j(z) (A_j x(k) + B_j u(k)) \\ y(k) = \sum_{j=1}^M \varphi_j(z) C_j x(k) \end{cases} \quad (3.41)$$

$$\text{式中, } \varphi_j(z) = \frac{w_j(z)}{\sum_{j=1}^M w_j(z)}, w_j(z) = \prod_{i=1}^{n_z} M_{j,i}(z_i)。$$

对应的控制器为

$$\begin{aligned} R_j: & \text{ if } z_1 \text{ is } M_{j,1} \text{ and } \cdots \text{ and } z_{n_z} \text{ is } M_{j,n_z} \\ & \text{ then } u(k) = F_j x(k) \end{aligned} \quad (3.42)$$

全局系统的控制器为



$$u(k) = \sum_{j=1}^M \varphi_j(z) F_j x(k) \quad (3.43)$$

闭环系统方程为

$$\dot{x}(k) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M \varphi_j(z) \varphi_i(z) (A_j + B_j F_i) x(k) \quad (3.44)$$

对此系统,有如下结果<sup>[14]</sup>:

**定理 3.1** 如果存在公共正定矩阵  $P$ , 满足

$$(A_j + B_j F_i)^T P + P(A_j + B_j F_i) = -Q_{ji} \quad (j, i = 1, 2, \dots, M) \quad (3.45)$$

式中,  $Q_{ji}$  也为正定矩阵。则系统(3.41)全局闭环稳定。

为了分析方便,将(3.41)写成主导子系统和交叉子系统两部分,有下面的形式:

$$\begin{aligned} \dot{x}(k) = & \sum_{j=1}^M \varphi_j^2(z) (A_j + B_j F_j) x(k) \\ & + \sum_{j < i}^M 2\varphi_j(z) \varphi_i(z) \frac{[(A_j + B_j F_i) + (A_i + B_i F_j)]}{2} x(k) \end{aligned} \quad (3.46)$$

对此,有如下结果:

**定理 3.2** 如果存在公共正定矩阵  $P$ , 满足

$$\begin{cases} (A_j + B_j F_j)^T P + P(A_j + B_j F_j) = -Q_j & (j = 1, 2, \dots, M) \\ G_{ji}^T P + P G_{ji} = -\frac{1}{2} P_{ji} & (j < i) \end{cases} \quad (3.47)$$

式中,  $Q_j$  也为正定矩阵;  $G_{ij} = \frac{1}{2}[(A_j + B_j F_i) + (A_i + B_i F_j)]$ 。则系统(3.41)全局闭环稳定。

基于 T-S 模糊模型的非线性系统的控制,主要是利用 T-S 模

糊推理系统对非线性系统的逼近能力,将非线性系统分为多个线性子系统,进而利用线性系统控制理论设计局部子系统的状态反馈控制律,利用模糊加权的方式得到全局系统的控制律。进一步地分析全局系统的稳定性和其他性质。在分析全局系统的稳定性时,主要是利用 LMI 方法求出所有子系统的公共 Lyapunov 正定矩阵,或用分段 Lyapunov 函数分析全局系统的稳定性。

但在预测控制设计方法中,由于要用系统模型进行多步预测,因而在某一时间段内系统的模型是不变的,或可以理解为基于模糊模型的预测控制仅适合用于慢时变的非线性系统,但对于一般非线性系统采用基于模糊模型的多步预测控制,则应采用多步线性化的方法。

在预测时域  $i = k, k+1, k+2, \dots, k+N$  内,定义系统有  $N$  个模态变迁  $M(i)$ ,  $M(i) = \{z_1 \in A_{j_1} \text{ and } \dots \text{ and } z_{n_z} \in A_{j_{n_z}}\}$ , 即前提变量的变迁决定了系统模态的变迁,由于预测控制的实质是系统的滚动优化控制,模糊推理系统表示的非线性系统在系统的预测时域内是在不同的线性子系统之间的一种切换,因而根据局部子系统做出系统的多步预测控制不能很好地对非线性系统进行合理的控制,这是不同于基于 T-S 模糊系统的状态反馈控制律的主要区别:

① 在  $k$  时刻,根据模糊推理规则得到前提变量所对应的模态  $M(k)$ ,由于所对应的后件为一线性子系统,可以采用线性系统预测控制律设计子系统  $M(k)$  的预测控制律  $u(k)$ ;

② 由上步得到的  $u(k)$ ,利用系统模型  $M_i(k)$  得到系统的输出预测  $\hat{y}(k+1)$ ;

③ 利用模糊推理规则,根据  $\{\hat{y}(k+1), u(k)\}$  得到变迁模型  $M(k+1)$ ;

④ 根据新的模型  $M(k+1)$ ,得到  $k+1$  时刻的控制律  $u(k+1)$ ;

⑤ 进一步地,由  $\{\hat{y}(k+1), u(k), u(k+1)\}$  得到新的模型变迁  $M(k+2)$ ;

⑥ 在整个预测时域上重复上述步骤。

## 3.5 计算机仿真结果

### 1. 非线性系统控制

考虑非线性系统

$$y(k) = 0.72y(k-1) + 0.025y(k-2)u(k-2) \\ + 0.01u^2(k-3) + 0.2u(k-4)$$

基于 FCM 方法建立该系统的 T-S 模糊模型为

$R^1$ : if  $y(k)$  is  $A^1$

$$\text{then } y^1(k) = -0.2544 + 1.407y(k-1) \\ - 0.4875y(k-2) + 0.0557u(k-2) \\ + 0.0587u(k-3) + 0.0711u(k-4)$$

$R^2$ : if  $y(k)$  is  $A^2$

$$\text{then } y^2(k) = -0.9955 + 1.3162y(k-1) \\ - 0.4078y(k-2) + 0.7480u(k-2) \\ - 0.3379u(k-3) + 0.0133u(k-4)$$

$R^3$ : if  $y(k)$  is  $A^3$

$$\text{then } y^3(k) = 1.0832 + 2.2875y(k-1) \\ - 1.3261y(k-2) + 26.4532u(k-2) \\ - 53.9212u(k-3) + 27.5470u(k-4)$$

根据系统的 T-S 模型得到系统的多步预测,结合预测控制算法得到的控制结果如图 3.3~3.5 所示。

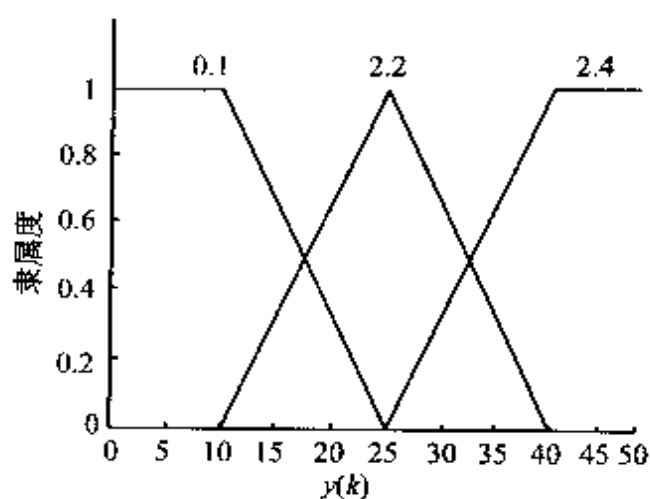


图 3.3 模糊隶属度函数

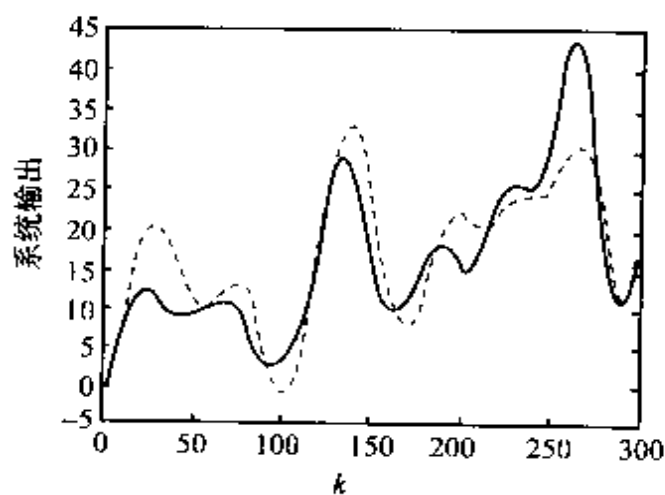


图 3.4 系统输出与模型输出

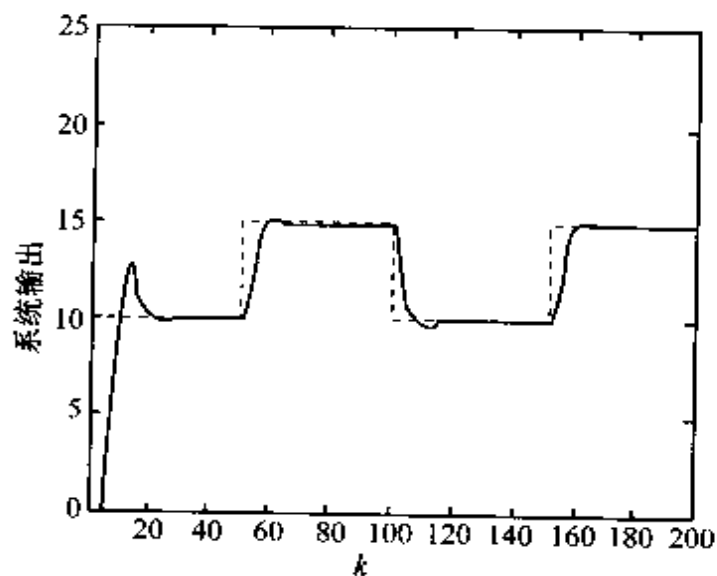


图 3.5 系统的控制结果

## 2. pH 控制

pH 控制是工业过程中典型的非线性控制系统,如图 3.6 所示。流量为  $F_1$  浓度为  $C_1$  的酸性流体与流量为  $F_2$  浓度为  $C_2$  的碱性流体经过中和形成一定 pH 的流体,一般是根据对 pH 的要求控制酸液或碱液的流量。

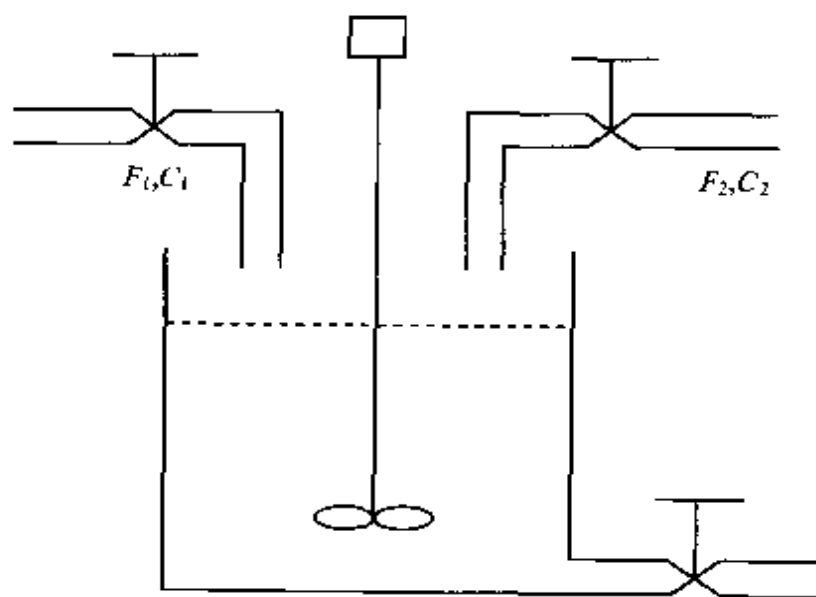


图 3.6 pH 中和系统框图

根据文献[15]提供的中和系统的机理模型,酸液流量  $F_1$  作为系统输入,pH 作为系统的输出,产生系统的输入输出数据,如图 3.7 所示。

根据 T-S 模糊模型的辨识方法,得到系统的 T-S 模糊模型为

$$\text{Rule 1: } \begin{cases} \text{if pH is low} \\ \text{then } y = 0.6367y(t-1) + 0.2352y(t-2) \\ \quad - 3.56u(t-1) - 1.81u(t-2) - 1.214 \end{cases}$$

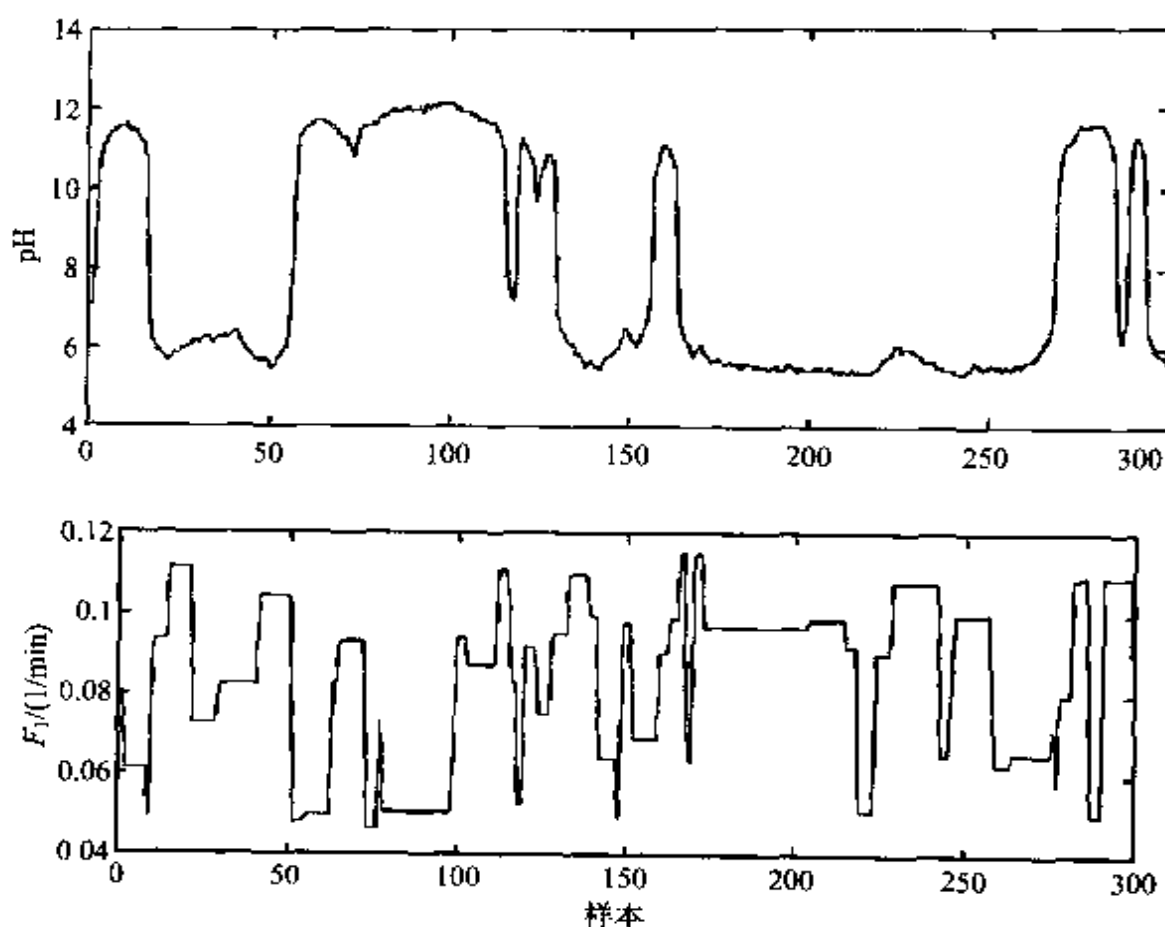


图 3.7 pH 中和系统训练数据

$$\text{Rule 2:} \begin{cases} \text{if pH is medium} \\ \text{then } y = 0.3309y(t-1) + 0.2798y(t-2) \\ \quad - 94.5u(t-1) - 22.53u(t-2) + 13.117 \end{cases}$$

$$\text{Rule 3:} \begin{cases} \text{if pH is high} \\ \text{then } y = 0.6631y(t-1) + 0.2595y(t-2) \\ \quad - 6.16u(t-1) - 1.12u(t-2) + 1.244 \end{cases}$$

其中的模糊隶属度如图 3.8 所示。

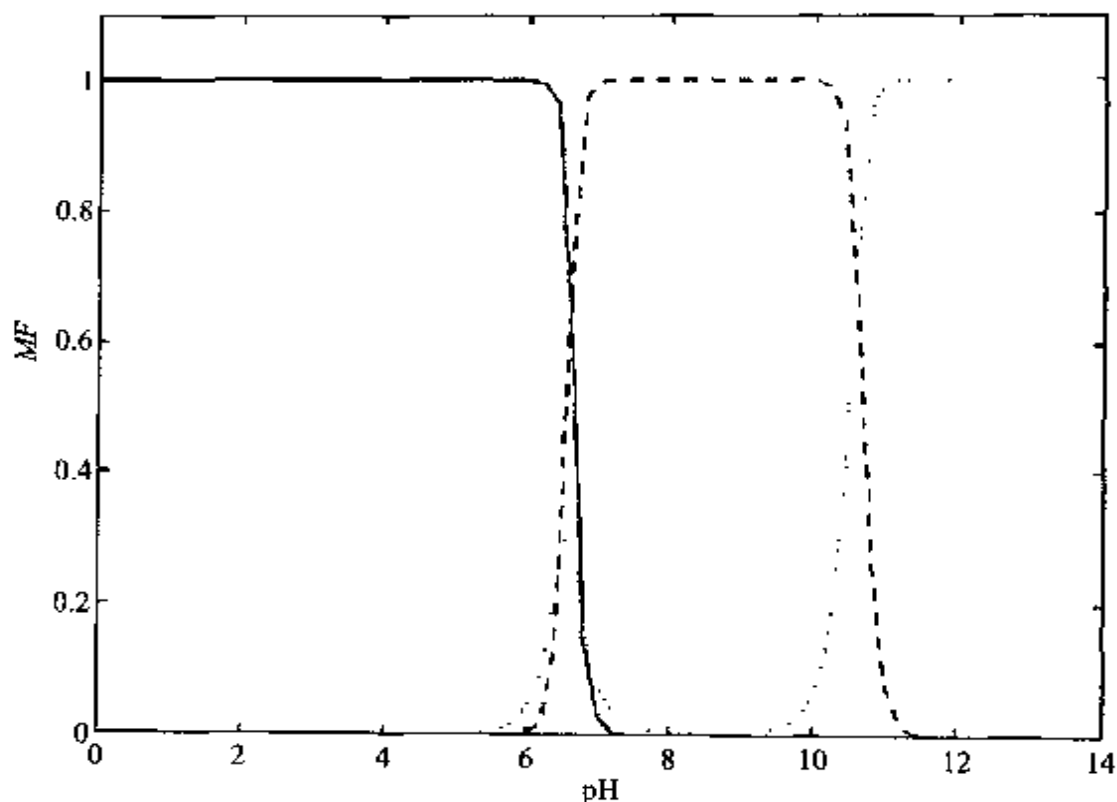


图 3.8 模糊隶属度函数

·····: pH low; ---- : pH medium; — : pH high

控制器为

$$u_i = \frac{\sum_{i=1}^3 \mu_i u_i}{\sum_{i=1}^3 \mu_i}$$

式中,  $u_i$  为根据每条规则所设计的预测控制器的输出。控制结果如图 3.9 所示。

为了验证算法的鲁棒性,对于碱液浓度  $C_2$  的扰动,控制结果如图 3.10 所示。

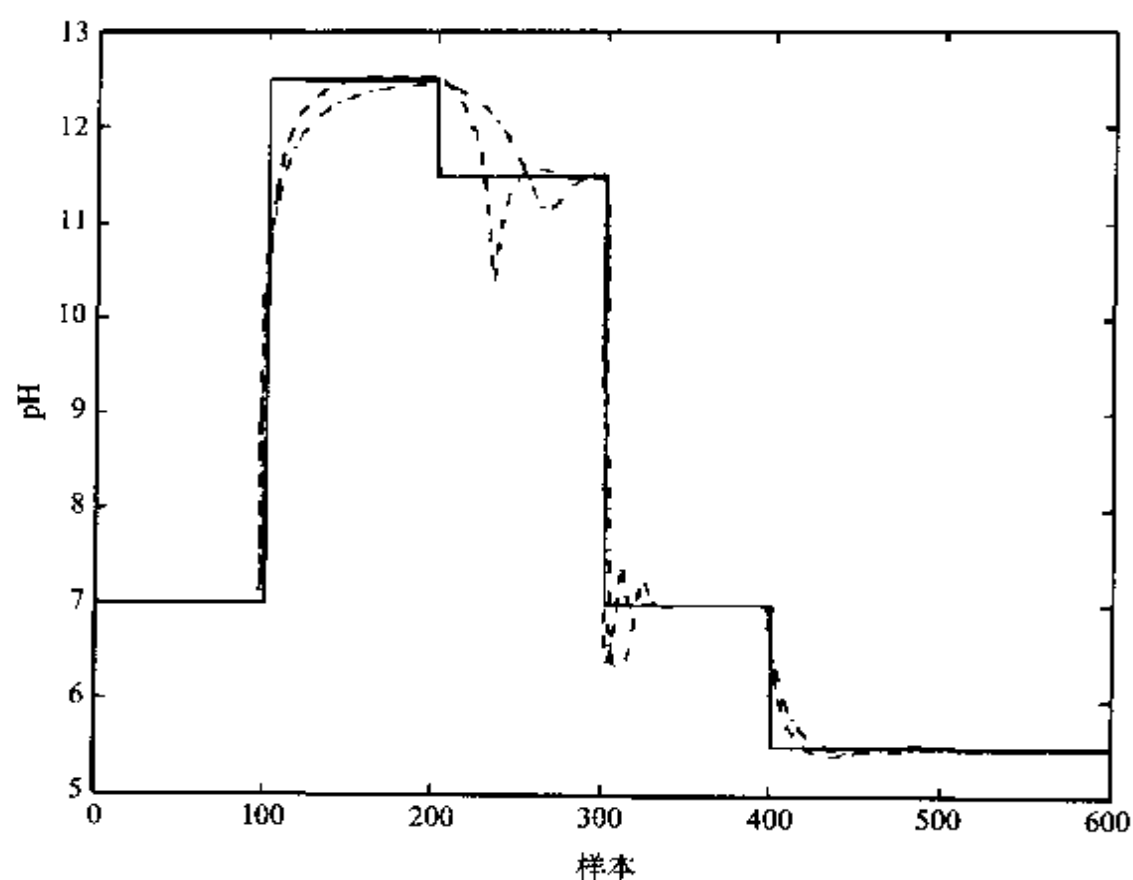


图 3.9 pH 的控制结果

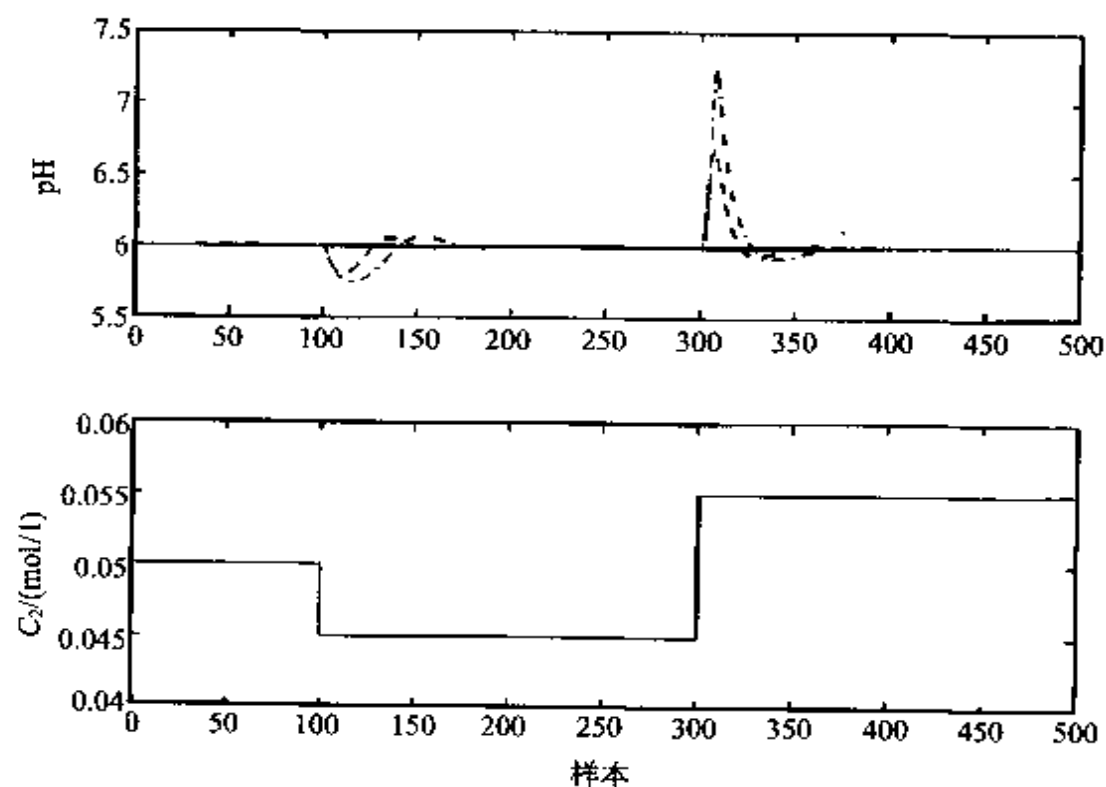


图 3.10  $C_2$  扰动下的控制结果



## 第四章 多变量系统的模糊预测控制

多变量是系统复杂性的特征之一,多变量系统的辨识和控制问题始终是控制界研究的主要内容。将 T-S 模糊模型善于表征复杂系统的优势同预测控制相结合以解决多变量系统的控制问题不失为有效的方法。本章将介绍基于 T-S 模糊模型的多变量预测控制系统的设计方法。

### 4.1 基于 T-S 模糊模型的多变量广义预测控制

#### 4.1.1 模型转化

考虑  $R$  维输入  $M$  维输出系统,将其解耦为  $M$  个 MISO 系统,假设其 MISO 系统均可用如式(2.31) T-S 模糊系统表示,以第  $l$  个 MISO 系统为例,

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1^l: \text{if } (\varphi_l, y_l) \in Z_1^l \\ \quad \text{then } y_l^1 = p_{0,l}^1 + p_{1,l}^1 \varphi_l(1) + \cdots + p_{d,l}^1 \varphi_l(d) \\ R_2^l: \text{if } (\varphi_l, y_l) \in Z_2^l \\ \quad \text{then } y_l^2 = p_{0,l}^2 + p_{1,l}^2 \varphi_l(1) + \cdots + p_{d,l}^2 \varphi_l(d) \\ \vdots \\ R_{c_l}^l: \text{if } (\varphi_l, y_l) \in Z_{c_l}^l \\ \quad \text{then } y_l^{c_l} = p_{0,l}^{c_l} + p_{1,l}^{c_l} \varphi_l(1) + \cdots + p_{d,l}^{c_l} \varphi_l(d) \end{array} \right. \quad (4.1)$$

式中,  $l=1,2,\cdots,M$ ;  $c_l$  表示第  $l$  个 MISO 系统被划分的聚类个数;  $Z_i^l$  如第二章所定义的对第  $l$  个 MISO 系统的第  $i$  个聚类。

通过简单的变形,式(4.1)可以转化为下列形式,以第  $l$  个 MISO 系统的第  $i$  条规则为例

$$R_l^i: \text{if } \varphi \text{ then } \Delta y_l^i = p_{1,l}^i \Delta \varphi(1) + \cdots + p_{d,l}^i \Delta \varphi(d) \quad (4.2)$$

式中,  $i=1,2,\cdots,c_l$ 。上述增量形式的优势在于可以抵消掉各线性多项式中的常数项  $p_0^i$ 。每一采样时刻,按式(2.33)计算各规则的隶属度,并将各 MISO 系统融合并表征全局系统如下:

$$\begin{aligned} \text{if } \varphi^1, \text{ then } \Delta y_1 &= \left( \sum_{i=1}^{c_1} \mu_i^1 p_{1,1}^i \right) \Delta \varphi^1(1) + \cdots + \left( \sum_{i=1}^{c_1} \mu_i^1 p_{1,d_1}^i \right) \Delta \varphi^1(d_1) \\ \text{if } \varphi^2, \text{ then } \Delta y_2 &= \left( \sum_{i=1}^{c_2} \mu_i^2 p_{2,1}^i \right) \Delta \varphi^2(1) + \cdots + \left( \sum_{i=1}^{c_2} \mu_i^2 p_{2,d_2}^i \right) \Delta \varphi^2(d_2) \\ \text{if } \varphi^M, \text{ then } \Delta y_M &= \left( \sum_{i=1}^{c_M} \mu_i^M p_{M,1}^i \right) \Delta \varphi^M(1) + \cdots + \left( \sum_{i=1}^{c_M} \mu_i^M p_{M,d_M}^i \right) \Delta \varphi^M(d_M) \end{aligned} \quad (4.3)$$

式中,  $\varphi^1 \sim \varphi^M$  表示对应  $M$  个 MISO 系统的广义输入向量(通常由系统输入  $u$  及输出  $y$  组成);  $y_1 \sim y_M$  为  $M$  个系统输出;  $c_1 \sim c_M$  表示  $M$  个 MISO 系统的子模型个数;  $d_1 \sim d_M$  为各广义输入向量的维数;  $\mu_i^j$  表示第  $j$  个 MISO 系统的第  $i$  个子模型的隶属度( $j=1,2,\cdots,M$ );  $\sum_{i=1}^{c_j} \mu_i^j = 1$ ,  $p_{j,d_j}^i$  表示第  $j$  个 MISO 系统的第  $i$  个子模型中的第  $d_j$  个参数。显然,经过系统模型的转换,容易将式(4.3)转化为如下的模型形式:

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = B(z^{-1})\Delta u(t-1) \quad (4.4)$$

式中,  $y = [y_1, y_2, \cdots, y_M]$ ,  $u$  与所选取的广义输入向量有关,系统矩阵  $A, B$  的元素与规则后件参数和规则权重有关。上述模型已转换成我们熟悉的 CARIMA 模型,与预测控制的结合也就非常自然了。

### 4.1.2 多变量 GPC 算法

为了利用 GPC 算法控制多变量系统,张化光等将单变量 GPC 算法直接推广到多变量系统中<sup>[61]</sup>。

假设一多变量 CARIMA 模型可由下式表示:

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = B(z^{-1})\Delta u(t-1) + \xi(t) \quad (4.5)$$

式中,  $\Delta = 1 - z^{-1}$ ;  $z^{-1}$  称为差分因子或后移因子;  $y(t)$ ,  $u(t)$ ,  $\xi(t)$  分别表示  $M$  维输出变量,  $R$  维输入变量和  $R_d$  维零均值不相关的白噪声向量;  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  是变量为  $z^{-1}$  多项式矩阵

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = I + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \cdots + A_{n_a} z^{-n_a} \\ B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \cdots + B_{n_b} z^{-n_b} \end{cases} \quad (4.6)$$

( $A_i \in R^{M \times M}$ ,  $B_i \in R^{M \times R}$ )

为获得输出预测,做如下定义:

$$\begin{cases} A(z^{-1})\Delta = I - z^{-1}\varphi \\ \varphi^{[k]} = z^k \left( \varphi - \sum_{i=0}^{k-1} \varphi_i z^{-i} \right) \\ B^{[k]} = z^k \left( B - \sum_{i=0}^{k-1} B_i z^{-i} \right) \quad (k = 1, 2, \cdots) \end{cases} \quad (4.7)$$

则系统输出的第  $k$  步预测可由式(4.5)和(4.6)推出

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+k) = & s(t+k) + H_0 \Delta u(t+k-1) \\ & + H_1 \Delta u(t+k-2) + \cdots + H_{k-1} \Delta u(t) \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$s(t+k) = Y_{k-1} y(t) + U_{k-1} \Delta u(t-1) \quad (4.9)$$

其中多项式矩阵  $Y_{k-1}$ ,  $U_{k-1}$  和参数矩阵  $H_{k-1}$  定义如下:

$$\begin{cases} Y_{k-1} = \varphi^{[k-1]} + \sum_{i=0}^{k-2} \varphi_i Y_{k-2-i} \\ U_{k-1} = B^{[k]} + \sum_{i=0}^{k-2} \varphi_i U_{k-2-i} \\ H_{k-1} = B_{k-1} + \sum_{i=0}^{k-2} \varphi_i H_{k-2-i} \end{cases} \quad (4.10)$$

为保证多变量系统的各个输出预测以最优的方式跟踪各自的参考轨迹,并限制输入信号的变化幅值,定义多变量 GPC 的性能指标如下:

$$\begin{aligned} \min J = \min & \left\{ \sum_{j=1}^N [y(t+j) - y_r(t+j)]^T P(j) [y(t+j) - y_r(t+j)] \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(t+j-1)^T Q(j) \Delta u(t+j-1) \right\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

式中,  $N$  为预测时域;  $N_u$  是控制时域;  $P(j)$ ,  $Q(j)$  分别为输出误差和控制增量的权重。求解式(4.11),则多变量广义预测控制律为

$$\Delta u = (H^T P H + Q)^{-1} H^T P (y_r - s) \quad (4.12)$$

式中,  $\Delta u = [\Delta u^T(t), \dots, \Delta u^T(t+N_u-1)]^T$  为  $RN_u$  维控制增量向量;  $y_r = [y_r^T(t+1), \dots, y_r^T(t+N)]^T$  是  $MN$  维参考向量,  $s = [s^T(t+1), \dots, s^T(t+N)]^T$  是  $MN$  维输出预测向量;  $P$ ,  $Q$  分别为  $MN \times MN$  和  $RN_u \times RN_u$  维矩阵:

$$P = \text{Block diag}\{P(1), P(2), \dots, P(N)\} \quad (4.13)$$

$$Q = \text{Block diag}\{Q(1), Q(2), \dots, Q(N_u)\} \quad (4.14)$$

$H$  是如下形式的  $MN \times RN_u$  维矩阵:

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \cdots & 0 \\ H_1 & H_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{N-1} & H_{N-2} & \cdots & H_{N-N_u} \end{bmatrix} \quad (H_i \in R^{M \times R}) \quad (4.15)$$

利用矩阵  $[H^T P H + Q]^{-1} H^T P$  的前  $R$  行组成一个新的矩阵  $R_g$ , 并将  $R_g$  分解为  $N$  块  $R_g = [R_{g1} \mid R_{g2} \mid \cdots \mid R_{gN}]$ , 其中  $R_{gi}$  是  $R \times M$  维矩阵, 则由式(4.12),  $\Delta u$  可表示为

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= R_g(y_r - s) \\ &= \sum_{i=1}^N R_{gi} y_r(t+i) - \sum_{i=1}^N R_{gi} s(t+i) \end{aligned} \quad (4.16)$$

将式(4.9)代入式(4.16), 则

$$\Delta u(t) = R(z)y_r(t) - R_y(z^{-1})y(t) - R_u(z^{-1})\Delta u(t-1) \quad (4.17)$$

式中,  $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$ ;  $R(z)$ ,  $R_y(z^{-1})$  和  $R_u(z^{-1})$  定义如下:

$$\begin{cases} R(z) = \sum_{i=1}^N R_{gi} z^i \\ R_y(z^{-1}) = \sum_{i=1}^N R_{gi} Y_{i-1} \\ R_u(z^{-1}) = \sum_{i=1}^N R_{gi} U_{i-1} \end{cases} \quad (4.18)$$

### 4.1.3 有约束的多变量 GPC 算法

实际系统往往存在约束, 本节将无约束的多变量 GPC 算法推广到存在输入/输出及其增量约束的情况。

如式(4.5)表示的  $R$  维输入  $M$  维输出的多变量系统约束控制问题的数学表示形式为

$$\begin{aligned} \min J &= \min \left\{ \sum_{j=1}^N [y(t+j) - y_r(t+j)]^T P(j) [y(t+j) - y_r(t+j)] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(t+j-1)^T Q(j) \Delta u(t+j-1) \right\} \quad (4.19) \end{aligned}$$

满足

$$u_{\min} \leq u(t+j-1) \leq u_{\max} \quad (j = 1 \sim N_u)$$

$$y_{\min} \leq y(t+j) \leq y_{\max} \quad (j = 1 \sim N)$$

$$\Delta u_{\min} \leq u(t+j-1) - u(t+j-2) \leq \Delta u_{\max} \quad (j = 1 \sim N_u)$$

$$\Delta y_{\min} \leq y(t+j) - y(t+j-1) \leq \Delta y_{\max} \quad (j = 1 \sim N)$$

由式(4.8), 预测输出  $\hat{y}(t+k)$  可表示为

$$\hat{y} = s + H\Delta U \quad (4.20)$$

式中,  $\hat{y} = [\hat{y}(t+1) \cdots \hat{y}(t+k)]^T$ ;  $\hat{y}(t+i) = [\hat{y}_1(t+i) \hat{y}_2(t+i) \cdots, \hat{y}_M(t+i)]^T$ ;  $s = [s(t+1), s(t+2), \cdots, s(t+N)]^T$ ;  $\Delta U = [\Delta u(t+1), \Delta u(t+2), \cdots, \Delta u(t+N_u-1)]^T$ ;  $\Delta u(t+i) = [\Delta u_1(t+i), \Delta u_2(t+i), \cdots, \Delta u_R(t+i)]^T$ ;  $H$  由式(4.15)定义。则式(4.19)的约束控制问题可转化为有约束的二次型优化问题。利用式(4.20), 目标函数(4.19)可写为

$$\begin{aligned} \min J &= \min \{ (y_r - s - H\Delta U)^T P (y_r - s - H\Delta U) \\ &\quad + (\Delta U)^T Q \Delta U \} \quad (4.21) \end{aligned}$$

移去常数项, 优化问题可写成如下二次型形式:

$$\min_{\Delta U} J = \min_{\Delta U} \left\{ \frac{1}{2} (\Delta U)^T (H^T P H + Q) (\Delta U) - E^T P H (\Delta U) \right\} \quad (4.22)$$

满足

$$\begin{bmatrix} H \\ -H \\ L \\ -L \\ \Delta H \\ -\Delta H \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} -s + Y_{\max} \\ s - Y_{\min} \\ -U(t-1) + U_{\max} \\ U(t-1) - U_{\min} \\ -\Delta s + \Delta Y_{\max} \\ \Delta s - \Delta Y_{\min} \end{bmatrix} \quad (4.22a)$$

$$\Delta U_{\min} \leq \Delta U \leq \Delta U_{\max} \quad (4.22b)$$

式中

$$E = y_t - s \quad (4.22c)$$

$$L_{N_u}^i = [\overbrace{0 \cdots 0}^{i-1} \quad \overbrace{1 \cdots 1}^{N_u-i+1}]^T \quad (4.22d)$$

$$L = \begin{bmatrix} L_{N_u}^0 & \cdots & 0 & L_{N_u}^1 & \cdots & 0 & \cdots & L_{N_u}^{R-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & L_{N_u}^0 & 0 & \cdots & L_{N_u}^1 & \cdots & 0 & \cdots & L_{N_u}^{R-1} \end{bmatrix}_{RN_u \times RN_u} \quad (4.22e)$$

$$\Delta H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \cdots & 0 \\ H_1 - H_0 & H_0 & \cdots & 0 \\ H_2 - H_1 & H_1 - H_0 & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{N-1} - H_{N-2} & H_{N-1} - H_{N-2} & \cdots & H_{N-N_u} - H_{N-N_u-1} \end{bmatrix} \quad (4.22f)$$

$$Y_{\max} = [\overbrace{y_{\max 1} \cdots y_{\max M}}^M, \cdots, \overbrace{y_{\max 1} \cdots y_{\max M}}^N]^T \quad (4.22g)$$

$$Y_{\min} = [\overbrace{y_{\min 1} \cdots y_{\min M}}^1, \cdots, \overbrace{y_{\min 1} \cdots y_{\min M}}^N]^T \quad (4.22h)$$

$$\Delta Y_{\max} = [\overbrace{\Delta y_{\max 1} \cdots \Delta y_{\max M}}^1, \cdots, \overbrace{\Delta y_{\max 1} \cdots \Delta y_{\max M}}^N]^T \quad (4.22i)$$

$$\Delta Y_{\min} = [\overbrace{\Delta y_{\min 1} \cdots \Delta y_{\min M}}^1, \cdots, \overbrace{\Delta y_{\min 1} \cdots \Delta y_{\min M}}^N]^T \quad (4.22j)$$

$$U_{\max} = [\overbrace{u_{\max 1} \cdots u_{\max R}}^1, \cdots, \overbrace{u_{\max 1} \cdots u_{\max R}}^N]^T \quad (4.22k)$$

$$U_{\min} = [\overbrace{u_{\min 1} \cdots u_{\min R}}^1, \cdots, \overbrace{u_{\min 1} \cdots u_{\min R}}^N]^T \quad (4.22l)$$

$$\Delta U_{\max} = [\overbrace{\Delta u_{\max 1} \cdots \Delta u_{\max R}}^1, \cdots, \overbrace{\Delta u_{\max 1} \cdots \Delta u_{\max R}}^N]^T \quad (4.22m)$$

$$\Delta U_{\min} = [\overbrace{\Delta u_{\min 1} \cdots \Delta u_{\min R}}^1, \cdots, \overbrace{\Delta u_{\min 1} \cdots \Delta u_{\min R}}^N]^T \quad (4.22n)$$

式(4.22)的无约束显式最小二乘解为  $\Delta U = (H^T P H + Q)^{-1} H^T P E$ 。考虑约束条件,上述问题可利用 MATLAB 软件提供的二次规划工具箱(QP)解决。

#### 4.1.4 基于 T-S 模糊模型的多变量广义预测控制

将多个 MISO 系统的 T-S 模型融合为全局模型后,得到 CARIMA 形式的线性参变模型,其中  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  由 T-S 模型规则权重及后件参数组成,且每一时刻根据当前件变量的数值动态在线计算。对于上述形式的系统模型,利用多变量 GPC 算法设计系统的模糊预测控制器,即在每一采样时刻,通过隶属度将各 MISO 系统的多个 T-S 模型融合为单一多变量 CARIMA 模型,利用多变量 GPC 算法计算控制增量。原理上,基于 T-S 模糊模型的多变量广义预测控制算法可通过图 4.1 表示。



对于线性时不变系统,控制律中的矩阵参数如  $H$ ,  $R_k$  等,只需离线求取一次即可,而对于 T-S 模糊模型形式的系统表述,由于模型参数(权重)随工况的变化而缓慢变化,因此每一时刻应根据当前融合后的全局模型重新设计控制器参数矩阵。从图 4.1 中还可以看出,系统结构分为两层,多变量 GPC 控制器处于下层,而决定控制器参数矩阵的全局模型则置于上层。

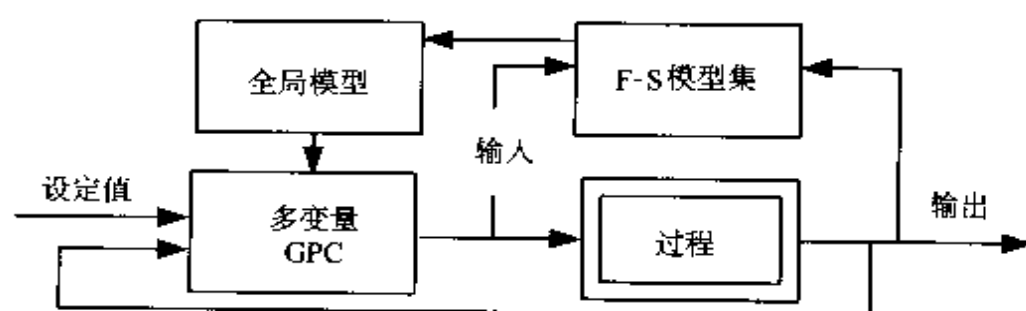


图 4.1 控制系统结构示意图

### 算法 I 基于 T-S 模糊模型的多变量广义预测控制

Step 1: 产生数据样本集, 离线辨识 MIMO 系统的 T-S 模糊模型;

Step 2: 检测实际输出  $y$ , 并利用  $\varphi^1 \sim \varphi^M$  和式(2.33)计算各局部模型隶属各 MISO 系统的程度;

Step 3: 设计 MIMO 系统的全局 CARIMA 模型;

Step 4: 利用多变量 GPC 算法计算控制增量  $\Delta u$ ;

Step 5: 计算系统控制输出  $u = u + \Delta u$ ;

Step 6: 返回 Step 2。

#### 4.1.5 性能分析

##### 1. 闭环稳态分析

由式(4.17), 控制系统闭环反馈结构可由图 4.2 所示, 其中  $G_p(z^{-1})$  是多变量系统的传递函数矩阵, 它由各局部模型产生,  $G_p(z^{-1})$  定义为

$$G_p(z^{-1}) = A^{-1}(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (4.23)$$

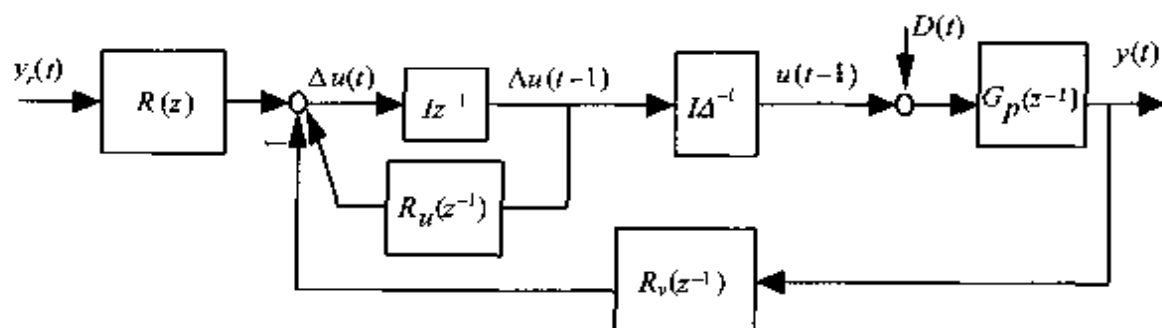


图 4.2 闭环系统结构示意图

式中,  $A(z^{-1})$  和  $B(z^{-1})$  的参数是时变(通常为慢时变)的, 是通过多模型辨识方法在线得出的, 图 4.2 可等价转化为图 4.3。

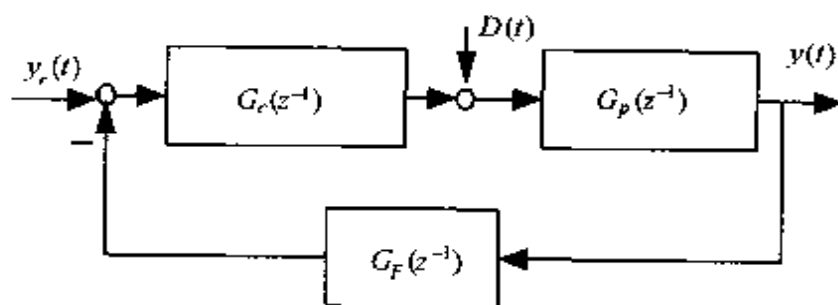


图 4.3 闭环系统结构简化示意图

由图 4.2 和图 4.3 可以得出下述关系:

$$G_c(z^{-1}) = [Iz + R_u(z^{-1})]^{-1} \Delta^{-1} R(z) \quad (4.24)$$

$$G_F(z^{-1}) = R^{-1}(z) R_v(z^{-1}) \quad (4.25)$$

设闭环传递函数是  $G(z^{-1})$ , 即  $y(t) = G(z^{-1})y_r(t)$ 。由图 4.3 可得出

$$\begin{aligned} G(z^{-1}) &= G_p(z^{-1})G_c(z^{-1})[I + G_p(z^{-1})G_c(z^{-1})G_F(z^{-1})]^{-1} \\ &= [G_c(z^{-1})G_p^{-1}(z^{-1}) + G_F(z^{-1})]^{-1} \end{aligned}$$

(4.26)

将式(4.23)~(4.25)代入式(4.26)得出

$$G(z^{-1}) = \{ R^{-1}(z) \Delta [Iz + R_u(z^{-1})] B^{-1}(z^{-1}) A(z^{-1}) + R^{-1}(z) R_y(z^{-1}) \}^{-1} \quad (4.27)$$

按照  $z$  变换终值定理, 闭环系统的稳态传递函数矩阵为

$$G(1) = \lim_{z \rightarrow 1} \{ R^{-1}(z) \Delta [Iz + R_u(z^{-1})] B^{-1}(z^{-1}) A(z^{-1}) + R^{-1}(z) R_y(z^{-1}) \}^{-1} \quad (4.28)$$

因为  $\lim_{z \rightarrow 1} \Delta = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) = 0$ , 可得到

$$G(1) = R_y^{-1}(1) R(1) \quad (4.29)$$

由式(4.7)和式(4.10)

$$\begin{cases} \varphi(1) = I \\ Y_0(1) = \varphi(1) = I \\ Y_1(1) = \varphi^{[1]}(1) + \varphi_0 Y_0(1) = \varphi^{[1]}(1) + \varphi_0 = I \\ \vdots \\ Y_{N-1} = \varphi^{[N-1]}(1) + \sum_{j=0}^{N-2} \varphi_j Y_{N-2-j}(1) = I \end{cases} \quad (4.30)$$

式中,  $Y_i(1) = \lim_{z \rightarrow 1} Y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N-1$ 。

由式(4.18)和式(4.29), 可推出下式:

$$G(1) = R_y^{-1}(1) R(1) = \left( \sum_{i=1}^N R_{gi} \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^N R_{gi} \right) = I \quad (4.31)$$

因此, 闭环控制系统对给定的参考轨迹的跟踪无稳态误差, 而且静态时, 系统是完全解耦的。

图 4.3 中  $D(t)$  表示扰动输入向量, 假设从扰动输入  $D(t)$  到输出  $y(t)$  的传递函数为  $G_d(z^{-1})$ , 则

$$G_d[z^{-1}] = G_p(z^{-1}) [I + G_c(z^{-1}) G_F(z^{-1}) G_p(z^{-1})]^{-1}$$

$$= G_p(z^{-1})[G_c^{-1}(z^{-1}) + G_F(z^{-1})G_p(z^{-1})]^{-1}G_c^{-1}(z^{-1}) \quad (4.32)$$

由式(4.24),可知 $\lim_{z \rightarrow 1} G_c^{-1}(z^{-1}) = 0$ ,则

$$\lim_{z \rightarrow 1} G_d^{-1}(z^{-1}) = 0 \quad (4.33)$$

因此,闭环控制系统输出对输入端恒值扰动的稳态误差为零。

## 2. 鲁棒稳定性分析

本节将针对特定形式的未建模不确定性给出系统鲁棒稳定的条件。由图 4.2 和图 4.3,从  $y_r(t)$  到  $y(t)$  的传递关系可表示为

$$\begin{aligned} y(t) &= G(z^{-1})y_r(t) = \frac{G_c(z^{-1})G_p(z^{-1})}{I + G_c(z^{-1})G_p(z^{-1})G_F(z^{-1})}y_r(t) \\ &= \frac{R(z)(Iz + R_u(z^{-1}))^{-1}\Delta^{-1}B(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})}{I + (Iz + R_u(z^{-1}))^{-1}\Delta^{-1}B(z^{-1})A^{-1}(z^{-1})R_y(z^{-1})}y_r(t) \\ &= \frac{FH_L}{I + H_L}y_r(t) \end{aligned}$$

式中,  $H_L = \frac{B(z^{-1})R_y(z^{-1})}{\Delta(Iz + R_u(z^{-1}))A(z^{-1})}$ ,  $F = \frac{R(z)}{R_y(z^{-1})}$ 。  $H_L$  称做回路传递函数(loop transfer function),而  $FH_L$  即为系统开环传递函数。

**引理 4.1** 若标称系统(基于系统模型的闭环系统)和实际系统的回路传递函数分别为  $\hat{H}_L(j\omega)$  和  $H_L(j\omega)$ ,则当标称系统和实际过程是稳定的情况下,闭环系统是稳定的,只要满足

$$|H_L(j\omega) - \hat{H}_L(j\omega)| < |1 + \hat{H}_L(j\omega)| \quad (\forall \omega \geq 0) \quad (4.34)$$

对于多变量预测控制系统,令  $X(z^{-1})$  的频域形式为  $X(e^{-j\omega T})$ ,其中  $\omega$  为角频率,  $T$  为采样周期,则有(为简便起见,令

$X(e^{-j\omega T})$  为  $X$ ,  $e^{-j\omega T}$  记作  $\bar{\omega}$ )

$$H_L = \frac{BR_y}{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)A} = H \frac{R_y}{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)} \quad (4.35)$$

$$\hat{H}_L = \frac{\hat{B}R_y}{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)\hat{A}} = \hat{H} \frac{R_y}{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)} \quad (4.36)$$

式中,  $H$  和  $\hat{H}$  分别是实际系统和模型的传递函数。

在鲁棒性分析中, 通常考虑两种形式的未建模不确定性: 加和与乘积不确定性。根据定义, 过程和模型传递函数之间满足下述关系:

$$H = \hat{H} + \epsilon_a = \hat{H}(1 + \epsilon_m) \quad (4.37)$$

其中,  $\epsilon_a$  和  $\epsilon_m$  分别代表加和与乘积建模误差。则由式(4.35)和式(4.36)可将式(4.34)改写为

$$|H - \hat{H}| < |1 + \hat{H}_L| \left| \frac{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)}{R_y} \right| \quad (\forall \omega \geq 0) \quad (4.38)$$

则由式(4.37)和式(4.38), 有

$$|\epsilon_a| < \left| \frac{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)\hat{A} + \hat{B}R_y}{\hat{A}R_y} \right| \quad (4.39)$$

同理可得到

$$|\epsilon_m| < \left| 1 + \frac{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)\hat{A}}{\hat{B}R_y} \right| \quad (4.40)$$

因此, 如果标称系统和实际系统均是稳定的, 则当系统加和或乘积建模误差满足式(4.39)或式(4.40), 闭环系统是稳定的。显然, 上述两式右边完全由模型及控制器的设计参数决定, 因此, 为了保证闭环系统的稳定性, 控制器设计参数的选取应满足

$$|\epsilon_a| < |\bar{\epsilon}_a| < \left| \frac{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)\hat{A} + \hat{B}R_y}{\hat{A}R_y} \right| \quad (\forall \omega \geq 0) \quad (4.41)$$

$$|\epsilon_m| < |\bar{\epsilon}_m| < \left| 1 + \frac{\Delta(I\bar{\omega}^{-1} + R_u)\hat{A}}{\hat{B}R_y} \right| \quad (\forall \omega \geq 0) \quad (4.42)$$

式中,  $|\bar{\epsilon}_a|$  和  $|\bar{\epsilon}_m|$  分别是  $|\epsilon_a|$  和  $|\epsilon_m|$  的上界。

**定理 4.1** 如果标称系统和实际系统均是稳定的, 且系统加和或乘积建模误差满足式(4.41)或式(4.42), 则所设计的闭环控制系统是稳定的。

由于  $R_u, R_y$  和多变量广义预测控制设计参数之间的关系非常复杂, 很难得出保证满足式(4.41)或式(4.42)的显式表达, 然而只要通过适当选取或调整设计参数, 上述关系是可以保证的。事实上, 即使标称系统是不稳定或非最小相位的, 只要设计参数( $N, N_u, P, Q$ )的选取保证  $R_u, R_y$  满足式(4.41)或式(4.42), 仍可作为系统的控制算法。

#### 4.1.6 仿真算例——pH 中和过程

pH 中和过程是被普遍承认的强非线性系统, 常常作为研究对象来检验不同的建模和控制方案。McAvoy 给出了 pH 系统的动态机理模型<sup>[17]</sup>, 后来线性差分方程、神经网络及模糊神经网络均被用来描述 pH 系统<sup>[10,18,19]</sup>。包括 PID、自适应、模糊控制等在内的多种控制方案也被应用到了 pH 系统中<sup>[15,19,20]</sup>。然而关于多变量 pH 系统的建模和控制方案的文献较少, 下面将利用基于 T-S 模糊模型的多变量预测控制方案对一两输入两输出 pH 过程进行调节。

##### 1. 系统描述

考虑一包含三股进入 CSTR 的反应物流的 pH 系统:  $\text{HNO}_3$ ,  $\text{NaOH}$  和  $\text{NaHCO}_3$ , 该系统同时又有两个输出: CSTR 中的液位  $h$  和流出物的 pH<sup>[10]</sup>, 见图 4.4, 图中分别以流量  $F_a, F_b, F_{bf}$  表示上述三种反应物。

在此定义

$$w_a = [\text{H}^+] - [\text{OH}^-] - [\text{HCO}_3^-] - 2[\text{CO}_3^{2-}]$$

$$w_b = [\text{H}_2\text{CO}_3] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}]$$

$$K_{a1} = \frac{[\text{HCO}_3^-][\text{H}^+]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]} \quad K_{a2} = \frac{[\text{CO}_3^{2-}][\text{H}^+]}{[\text{HCO}_3^-]} \quad K_w = [\text{H}^+][\text{OH}^-]$$

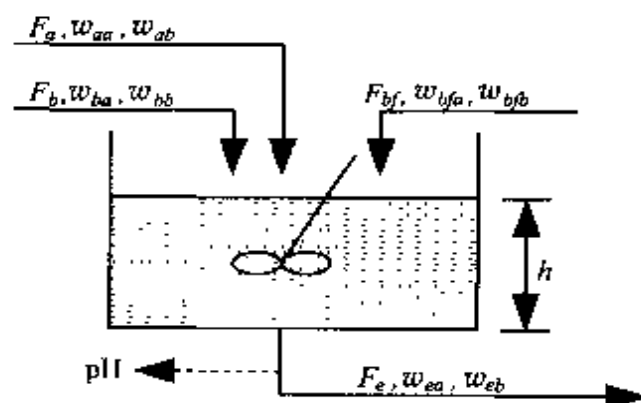
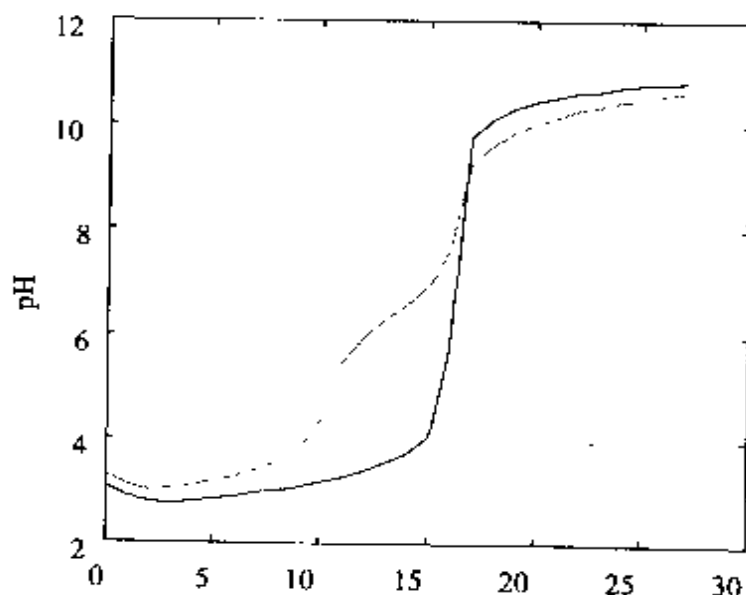


图 4.4 两输出中和过程

$$pk_1 = -\lg K_{a1} \quad pk_2 = -\lg K_{a2} \quad \text{pH} = -\lg[\text{H}^+]$$

系统静态滴定曲线(如图 4.5)由下式描述<sup>[10]</sup>:

$$w_a - 10^{-\text{pH}} + 10^{\text{pH}-14} + w_b \frac{1 + 2 \times 10^{\text{pH} - pk_2}}{1 + 10^{pk_1 - \text{pH}} + 10^{\text{pH} - pk_2}} = 0 \quad (4.43)$$



1ml/s NaOH 溶液加入到 16ml/s HNO<sub>3</sub> 中

图 4.5 pH 中和系统滴定曲线: 扰动 NaHCO<sub>3</sub> 流量为零(实线)和扰动流量  $F_{bf} = 0.55\text{ml/s}$ (点线)

pH 系统机理模型的动态部分表示为

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)u + p(x)d \quad (4.44)$$

$$c(x, y) = 0 \quad (4.45)$$

式中

$$\begin{aligned} x &= [h, w_{a4}, w_{b4}]^T & u &= [F_a, F_b]^T & d &= F_{bf} \\ y &= [h, \text{pH}]^T & c &= [c_1, c_2] \\ f(x) &= \left[ -\frac{c_v x_1^{1/2}}{A}, 0, 0 \right]^T \end{aligned} \quad (4.46)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & \frac{1}{A} \\ \frac{1}{Ax_1}(w_{aa} - x_2) & \frac{1}{Ax_1}(w_{ba} - x_2) \\ \frac{1}{Ax_1}(w_{ab} - x_3) & \frac{1}{Ax_1}(w_{bb} - x_3) \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$p(x) = \left[ \frac{1}{A}, \frac{1}{Ax_1}(w_{bfa} - x_2), \frac{1}{Ax_1}(w_{bfb} - x_3) \right]^T \quad (4.48)$$

$$c_1(x, y) = y_1 - x_1 \quad (4.49)$$

$$c_2(x, y) = 0 \quad (4.50)$$

式中,  $c_2(x, y)$  由式 (4.42) 定义;  $c_v$  是阀门参数;  $h$  代表液位;  $w_{aa}$ ,  $w_{ba}$ ,  $w_{bfa}$  和  $w_{ab}$ ,  $w_{bb}$ ,  $w_{bfb}$  表示反应常数, 各参数将在表 4.1 中给出。该 pH 中和过程可看做一两输入 ( $F_a, F_b$ ) 两输出 ( $h, \text{pH}$ ) 系统, 而流入的  $\text{NaHCO}_3$  则可看做系统的扰动。



表 4.1 pH 系统机理模型参数

| 参数       | 取值   | 参数       | 取值       |
|----------|--|----------|----------|
| $A$      | $207 \text{ cm}^2$   | $w_{aa}$ | 0.003    |
| $C_V$    | $8.75 \text{ ml} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ | $w_{ba}$ | -0.00305 |
| $pk_1$   | 6.35   | $w_{bf}$ | -0.03    |
| $pk_2$   | 10.25  | $w_{ab}$ | 0        |
| $w_{aa}$ | 0.003  | $w_{bb}$ | 0.00005  |

## 2. 模型描述

考虑图 4.4 所示 pH 过程,为方便辨识,定义系统输入输出关系如下:

$$\begin{aligned} \hat{y}_h(t) = \Psi_h[F_a(t-1), F_b(t-1), F_{bf}(t-1), \\ y_h(t-2), y_h(t-1)] \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_{\text{pH}}(t) = \Psi_{\text{pH}}[F_a(t-1), F_b(t-1), F_{bf}(t-1), \\ y_{\text{pH}}(t-2), y_{\text{pH}}(t-1)] \end{aligned} \quad (4.52)$$

显然,本例的模型辨识由于 pH 通道的非线性及其与液位通道的关联而变得非常复杂。给定各反应物料的流量变化为

$$F_a(t) = 16 + 4\sin(2\pi t/15) \quad (4.53)$$

$$F_b(t) = 16 + 4\cos(2\pi t/25) \quad (4.54)$$

$$F_{bf}(t) = 0.55 + 0.055\sin(2\pi t/10) \quad (4.55)$$

图 4.6(a),(b)给出了聚类个数为 6 时的两通道建模结果,可以看出对 pH 和  $h$ ,模型均有较好的拟合程度,这表明模型很好地逼近了系统的非线性特征。pH 和  $h$  通道的均方根误差 RMSE 分别为 0.2161 和 0.0439,均优于文献[10]中的 SSOC PN 方法。

## 3. 控制器设计

对应两个 MISO 子系统,采用算法 I 设计合适的广义预测控

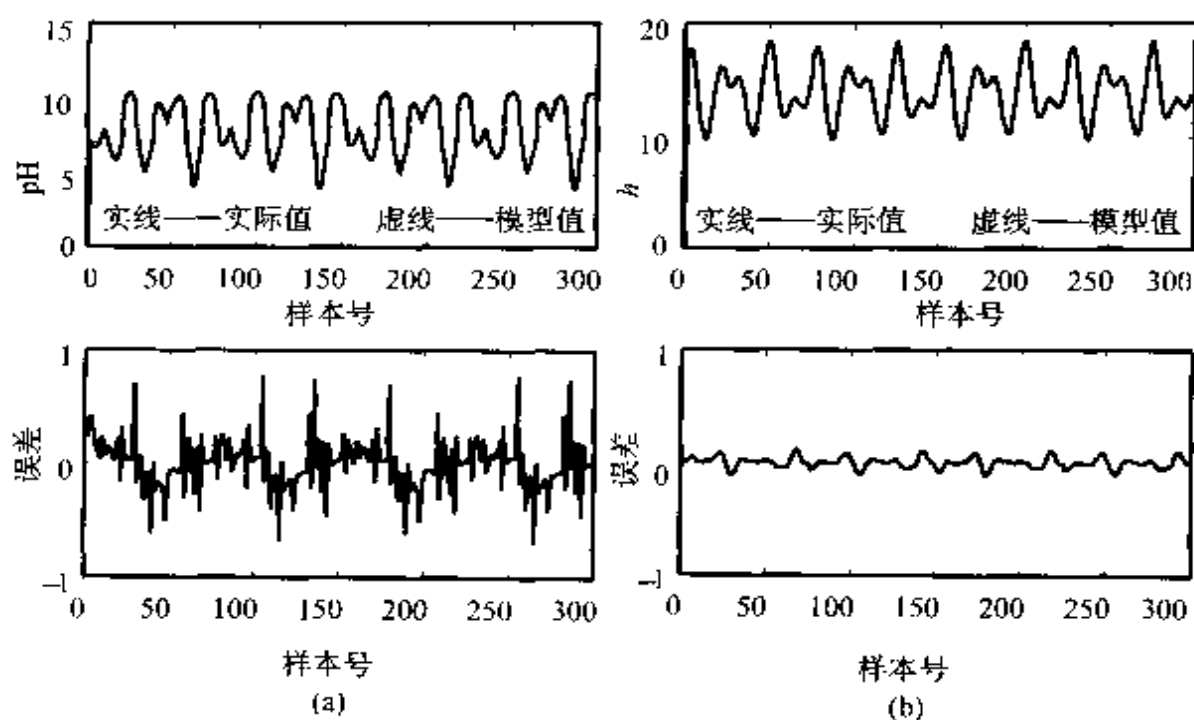


图 4.6 多变量 pH 系统辨识结果

(a) pH 通道 (b)  $h$  通道

制器参数,选取多变量广义预测控制器的设计参数为

$$N = 5 \quad N_u = 2 \quad P = \text{diag}[0.1, 0.1] \quad Q = \text{diag}[0.01, 0.01]$$

图 4.7 和 4.8 表明,当系统存在输入端恒值扰动分别为  $F_{bf} = 0.055\text{ml/s}$  和  $F_{bf} = 0.55\text{ml/s}$  时,无约束预测控制算法在跟踪 pH(9→5→6→7)和  $h$ (18→15→17→16)输出变量设定值变化时均表现出良好的性能,也进一步验证了控制算法保证系统输出对于恒值扰动无稳态误差的结论。从图中,还可看到  $h$  通道较 pH 通道具有更好却更慢的跟踪特性,原因之一在于 pH 定义为溶液中所含氢离子浓度的自然对数,这本身就增加了 pH 输出的非线性程度;另一个原因在于 pH 通道对于流量的变化非常敏感,尤其在中和点附近,如图 4.7 和 4.8 所示,换句话说,较小的流量变化就会使得 pH 发生较大变化,而对于液位  $h$  的影响则是微乎其微的。

对于系统存在的约束条件及所期望的工况条件,有

输出:  $\text{pH}=7.0$      $h=14\text{cm}$

约束条件:  $-1 \leq \Delta u_i \leq 1$  ( $i=1,2$ )     $0 \leq u_i \leq 15.8$  ( $i=1,2$ )

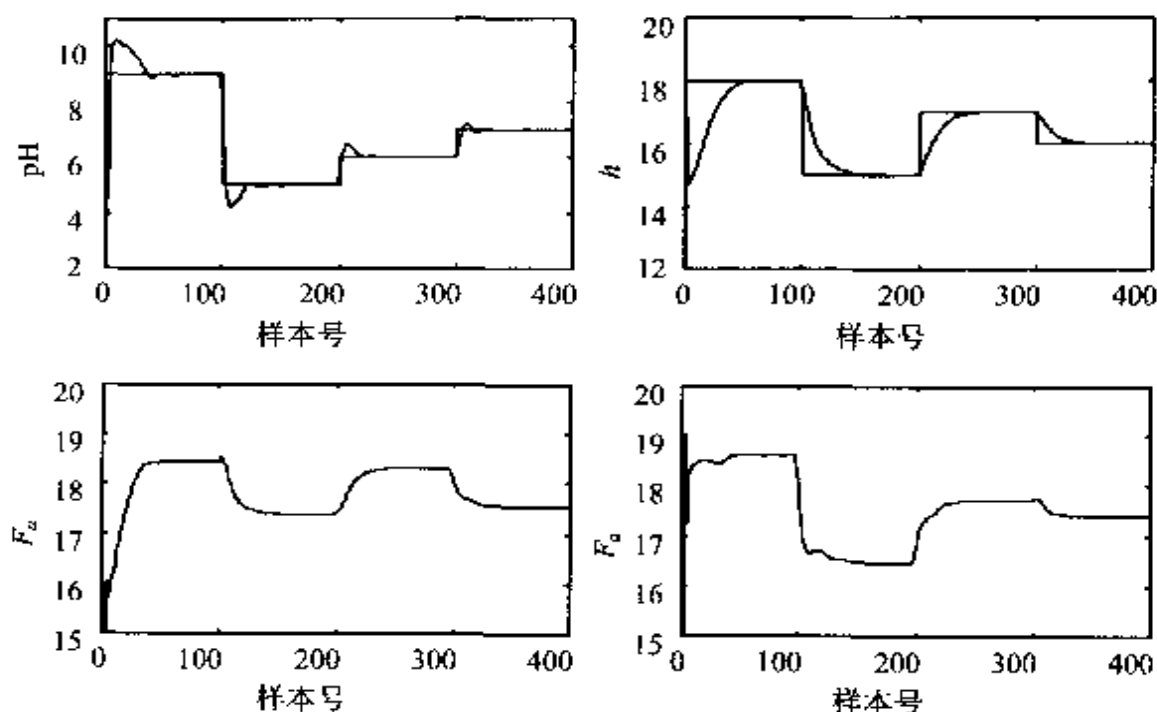


图 4.7 多变量 pH 系统 MMPC 控制效果 ( $F_{bf}=0.055\text{ml/s}$ )

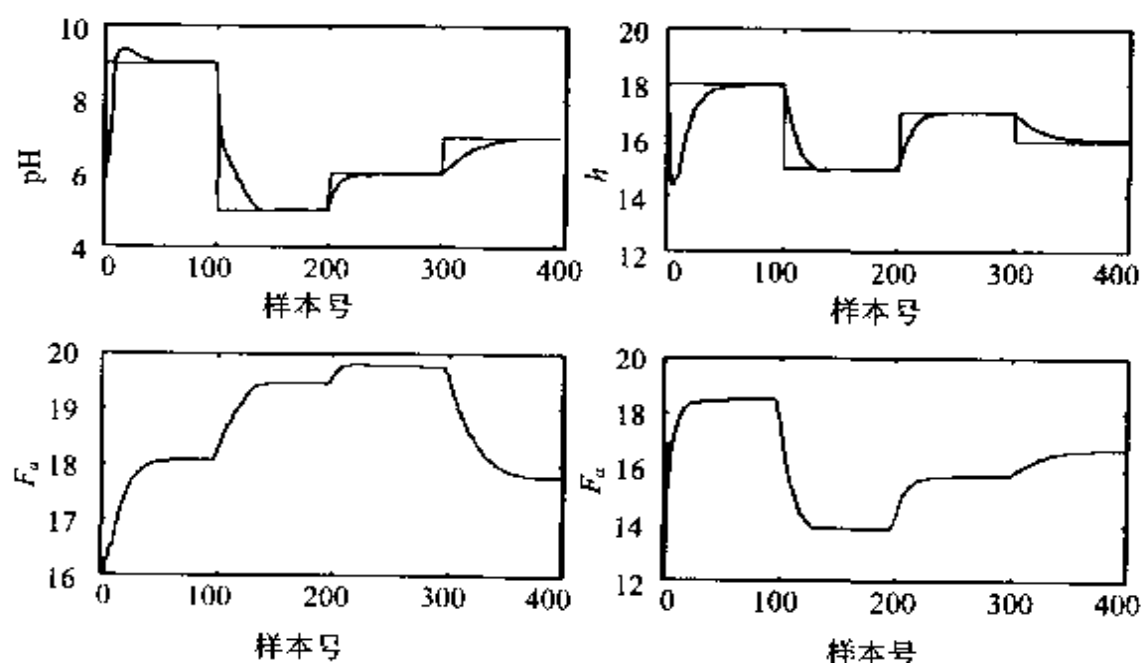


图 4.8 多变量 pH 系统 MMPC 控制效果 ( $F_{bf}=0.55\text{ml/s}$ )

图 4.9 显示算法仍能获得较好的控制效果,各约束条件在给

定的约束域内均得到满足。

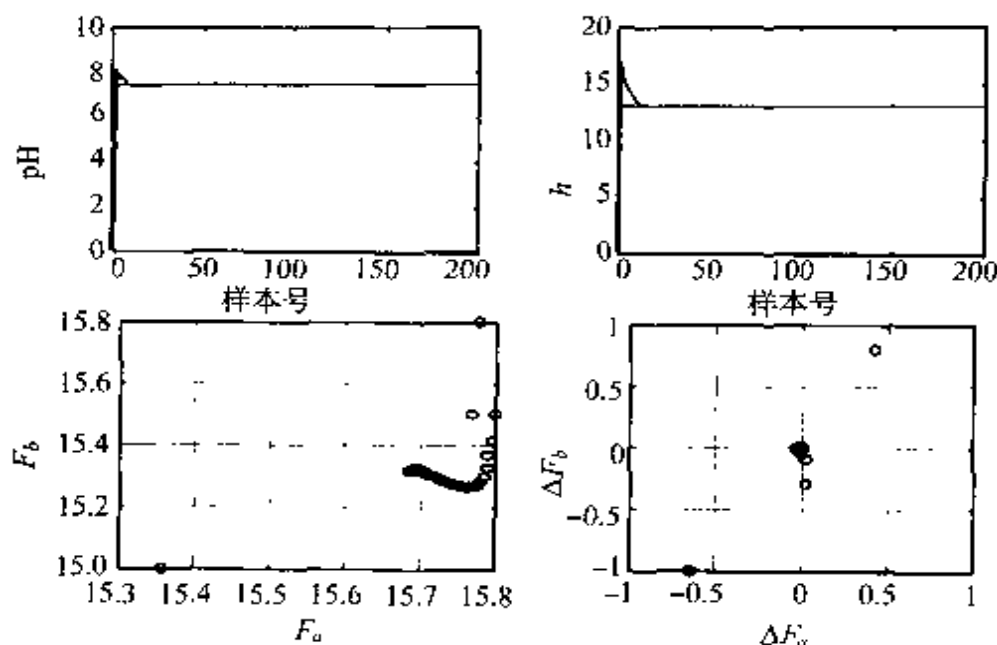


图 4.9 有约束 MMPC 控制效果

## 4.2 基于多步线性化的 T-S 模糊多变量预测控制

### 4.2.1 基于多步线性化的 T-S 模糊预测控制

考虑如下形式的多变量 T-S 模糊模型,以第  $l$  个 MISO 系统为例

$R_i^l$ : if  $x_{l1}(k)$  is  $\Omega_{li1}$  and  $\cdots$  and  $x_{lp}(k)$  is  $\Omega_{lip}$

$$\text{then } y_{li}(k+1) = \zeta_{li}y(k) + \eta_{li}u(k) + \theta_{li} \quad (i = 1, 2, \dots, K_l)$$
(4.56)

每一采样时刻通过计算 T-S 模型的隶属度函数,容易求解出当前时刻 T-S 模型的状态空间描述

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned}$$
(4.57)

注意到 T-S 系统状态空间模型的时变特性,根据系统当前状态对上述模型进行局部线性化(在此线性化的概念并非 Lyapunov 意义上的,而是相对 T-S 模型的时变特性而言的),有

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + A^*(x(k) - x_0) + B^*(u(k) - u_0) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (4.58)$$

式中,  $(x_0, u_0)$  是线性化平衡点,  $A^*$  和  $B^*$  是由当前时刻 T-S 模糊系统的隶属度组成的系统矩阵。采用上述线性化模型设计系统预测控制,若在整个预测时域内仅采用当前时刻的局部线性化模型预测系统变化,显然无法准确覆盖 T-S 系统状态空间模型的时变特性,因此需要利用整个预测时域内的所有线性化模型来解决这一问题,即需要由一个模型系列  $M(i)$  ( $i = k, k+1, \dots, k+N$ ,  $N$  为预测时域)来预测系统的动态特性,这个过程即称作多步线性化。此时将系统的局部线性化状态空间模型表示为

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + A_k[\Delta x(k)] + B_k[\Delta u(k)] \\ y(k) &= C_k x(k) \end{aligned} \quad (4.59)$$

式中,  $x(k+1)$  是预测的状态向量,  $\Delta x(k)$  和  $\Delta u(k)$  是状态和输入向量的变化,并简记  $k$  时刻的 T-S 局部线性化模型为  $M(k) = \{A_k, B_k, C_k\}$ 。基于多步线性化的 T-S 模糊预测控制算法可描述为

Step 1: 利用线性化模型  $M(k)$  在整个预测时域内计算控制输入  $u(k)$ ;

Step 2: 利用  $u(k)$  预测输出  $y_m(k+1)$ ;

Step 3: 在  $(y_m(k+1), u(k))$  附近求取 T-S 模型的线性化模型  $M(k+1)$ ;

Step 4: 利用  $M(k)$  和  $M(k+1)$  在整个预测时域内计算新的控制序列  $u$ ;

Step 5: 利用  $u(k)$  和  $u(k+1)$  获得线性化模型  $y_m(k+2)$ ;

Step 6: 在  $(y_m(k+2), u(k+1))$  附近求取线性化模型  $M(k+2)$ ;

Step 7: 利用  $M(k), M(k+1)$  和  $M(k+2)$  在整个预测时域内计算新的控制序列  $u$ 。

在  $i = k+2, k+3, \dots, k+N$  内重复 Step 5~Step 7, 获取系统的模型序列  $\{M(k), M(k+1), \dots, M(k+N)\}$ , 求解最终的控制输入  $u$  并下发给系统。基于模型序列的优化问题求解转化为如下的 QP 问题:

$$\min_{\Delta u} \left\{ \frac{1}{2} \Delta \tilde{u}^T H \Delta \tilde{u} + c^T \Delta u \right\} \quad (4.60)$$

式中,  $H = 2(R_u^T P R_u + Q)$ ;  $c = 2[R_u^T P^T (R_x A_k x(k) - r)]^T$ ;  $\tilde{u}$  是计算得出的最优控制序列, 约束条件为

$$\Lambda \Delta u \leq \omega \quad (4.61)$$

式中

$$\Lambda = \begin{bmatrix} I_{\Delta u} \\ -I_{\Delta u} \\ I^{Nn} \\ -I^{Nm} \\ R_u \\ -R_u \\ R_{u1} \\ dR_u \\ -R_{u1} \\ -dR_u \end{bmatrix}, \quad \omega = \begin{bmatrix} u_{\max} - I_u u(k-1) \\ -u_{\min} - I_u u(k-1) \\ \Delta u_{\max} \\ -\Delta u_{\min} \\ y_{\max} - R_r A_k x(k) \\ -y_{\min} - R_r A_k x(k) \\ dy_{\max} - R_{r1} A_k x(k) + y(k) \\ dy_{\max1} - dR_r A_k x(k) \\ -dy_{\min} + R_{r1} A_k x(k) - y(k) \\ -dy_{\min1} + dR_r A_k x(k) \end{bmatrix}$$

(4.62)

式中,  $I^{Nm}$  是  $Nm \times Nm$  维单位阵;  $I_u, I_{\Delta u}, R_x, R_u, dR_x, dR_u$  分别定义为

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ \bar{u}(k+1) \\ \vdots \\ \bar{u}(k+N_u-1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix}}_{I_u} u(k-1) + \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ I & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ I & I & \cdots & I \end{bmatrix}}_{I_{\Delta u}} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta \bar{u}(k+1) \\ \vdots \\ \Delta \bar{u}(k+N_u-1) \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

$$R_x = \begin{bmatrix} C_k \\ C_{k+1}A_k \\ \vdots \\ C_{k+N}A_{k+N-1} \cdots A_k \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

$$R_u = \begin{bmatrix} C_{k+1}B_k & \cdots & 0 \\ C_{k+2}A_{k+1}B_k & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ C_{k+N}A_{k+N-1} \cdots A_{k+1}B_k & \cdots & C_{k+N}A_{k+N-N_u} \cdots A_{k+1}B_{k+N_u} \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$dR_x = \begin{bmatrix} C_{k+1}A_k - C_k \\ C_{k+2}A_{k+1}A_k - C_{k+1}A_k \\ \vdots \\ C_{k+N}A_{k+N-1}\cdots A_k - C_{k+N-1}A_{k+N-2}\cdots A_k \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

$$dR_u = \begin{bmatrix} C_{k+2}A_{k+1}B_k - C_{k+1}B_k & \cdots & 0 \\ C_{k+3}A_{k+2}A_{k+1}B_k - C_{k+2}A_{k+1}B_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{k+N}A_{k+N-1}\cdots A_{k+1}B_k - C_{k+N-1}A_{k+N-2}\cdots A_{k+1}B_k & \cdots & C_{k+N}A_{k+N-1}\cdots A_{k+N-2}\cdots A_{k+N_u-1}B_{k-N_u} \end{bmatrix} \quad (4.67)$$



矩阵  $R_{r1} = C_k$ ,  $R_{u1} = C_{k+1}B_k - C_k$ ,  $N_u$  是控制时域。

#### 4.2.2 仿真算例——MIMO 液位控制

考虑如图 4.10 所示的多变量液位控制系统,定义系统的输入输出变量分别为  $u = [Q_1, Q_2]^T$ ,  $y = [h_1, h_2, h_3, h_4]^T$ , 其机理模型可表示为

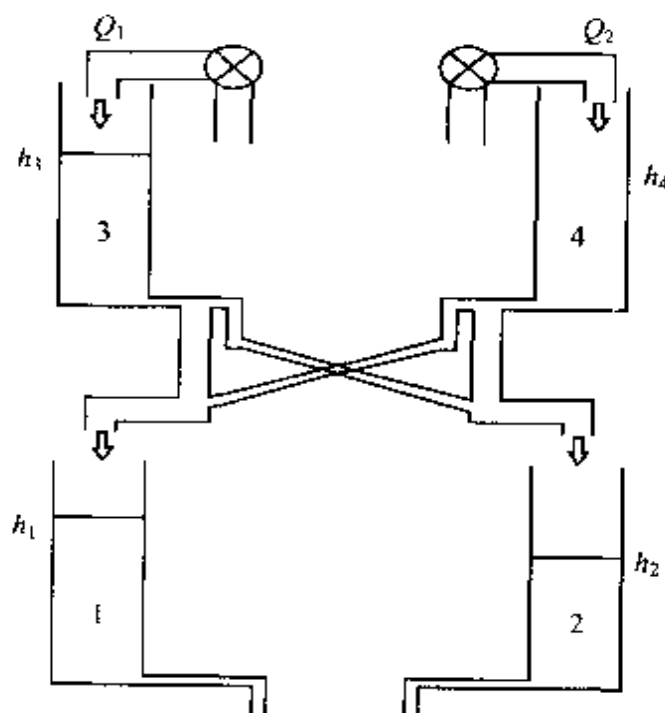


图 4.10 MIMO 液位控制系统

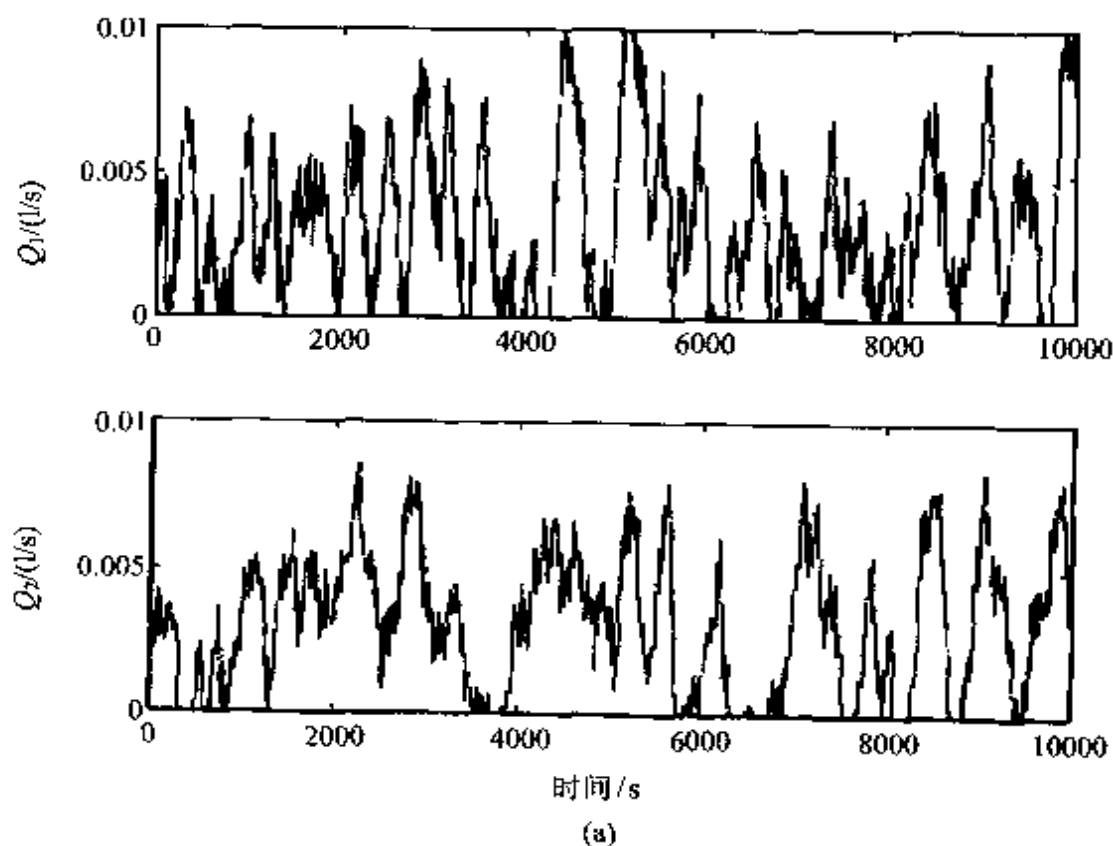
$$\dot{y} = \begin{bmatrix} -\frac{S_{21}}{S_{11}}\sqrt{2g} & 0 & t_{11}\frac{S_{23}}{S_{11}}\sqrt{2g} & t_{21}\frac{S_{24}}{S_{41}}\sqrt{2g} \\ 0 & -\frac{S_{22}}{S_{12}}\sqrt{2g} & t_{12}\frac{S_{23}}{S_{12}}\sqrt{2g} & t_{22}\frac{S_{24}}{S_{12}}\sqrt{2g} \\ 0 & 0 & -\frac{S_{23}}{S_{13}}\sqrt{2g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{S_{24}}{S_{14}}\sqrt{2g} \end{bmatrix} \sqrt{y}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{S_{13}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S_{14}} \end{bmatrix} u \quad (4.68)$$

式中,  $S = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 10^{-3} & 10^{-3} & 10^{-3} \\ 10^{-6} & 10^{-6} & 10^{-6} & 10^{-6} \end{bmatrix}^T$ ,  $t = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}^T$ 。

对上述过程,选取采样时间为 10s,在随机输入下产生 1000 组输入输出数据,对其辨识 T-S 模糊系统模型,每个 MISO 系统采用 3 条规则的 T-S 系统进行描述,辨识结果如图 4.11。

针对辨识得出的 4 个 3 规则 T-S 模型设计预测控制算法,选取控制时域  $N_u = 3$ ,预测时域  $N = 5$ ,优化矩阵  $P = \text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1])$ ,  $Q = \text{diag}([0 \ 0])$ ,则多变量液位系统的控制结果如图 4.12 所



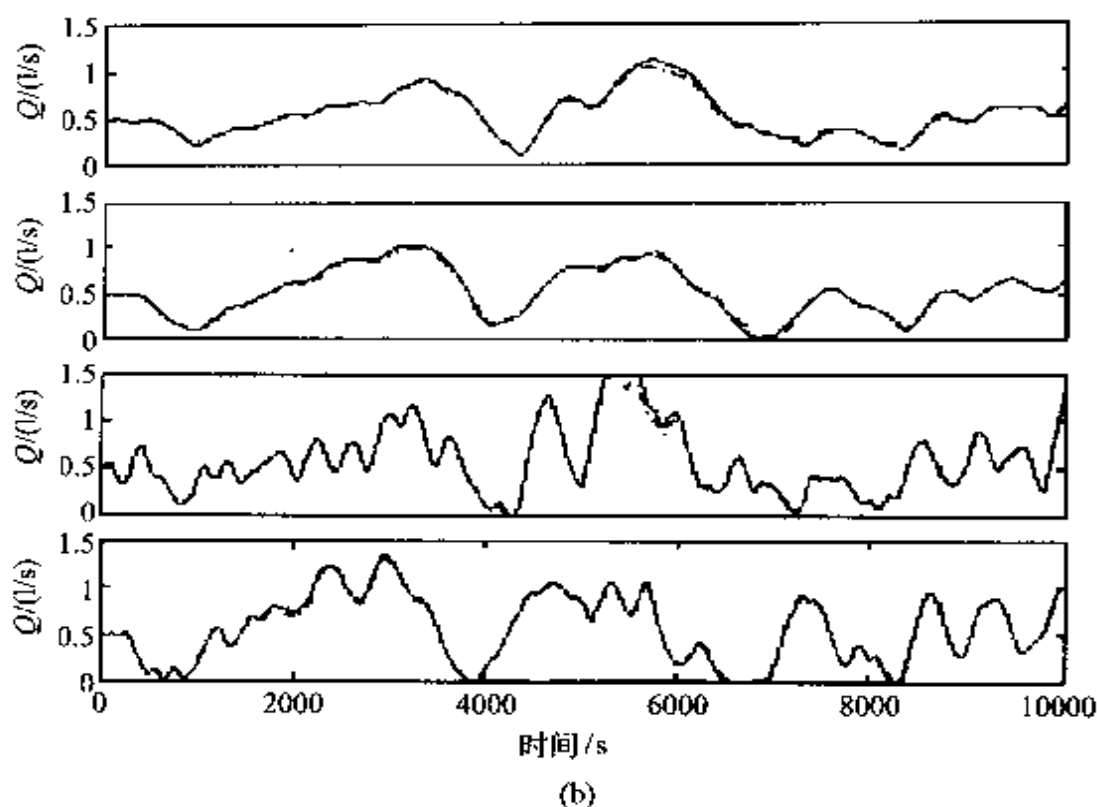
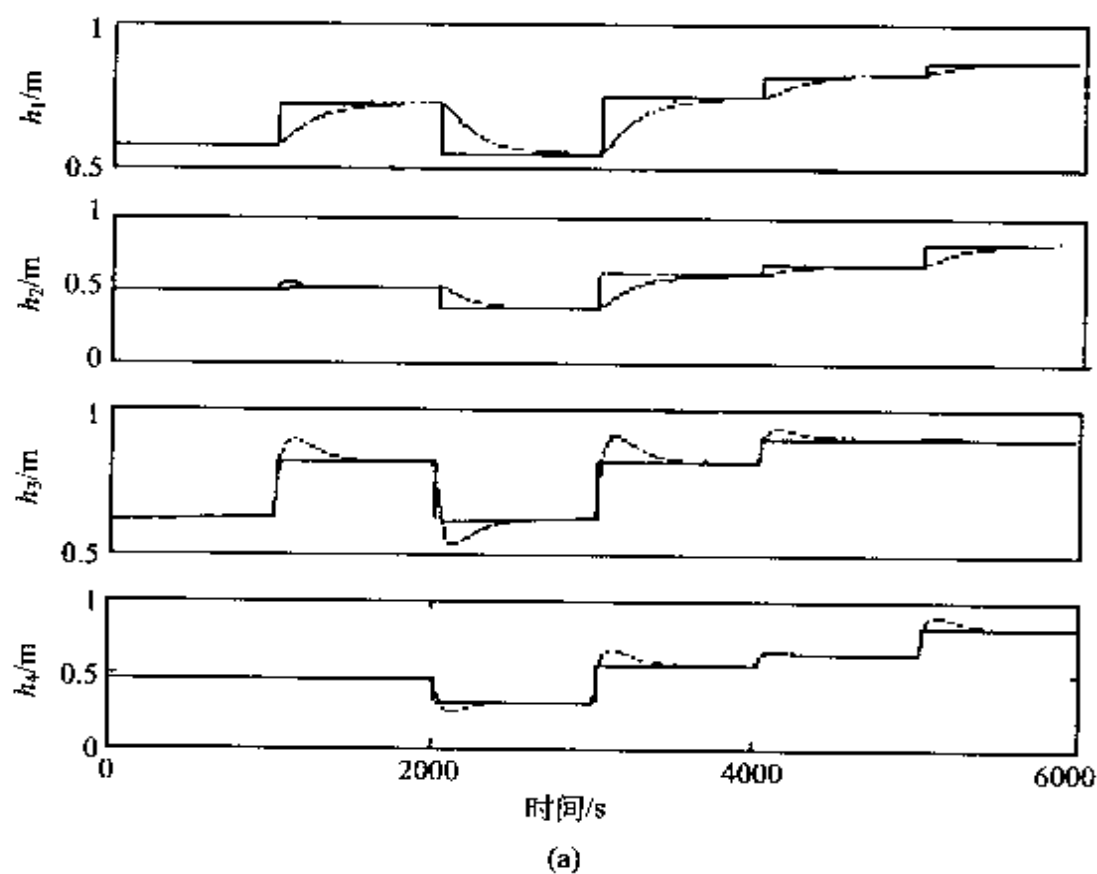


图 4.11 辨识结果

(a) 辨识输入信号 (b) 辨识结果比较(实线:实际值,虚线:模型值)



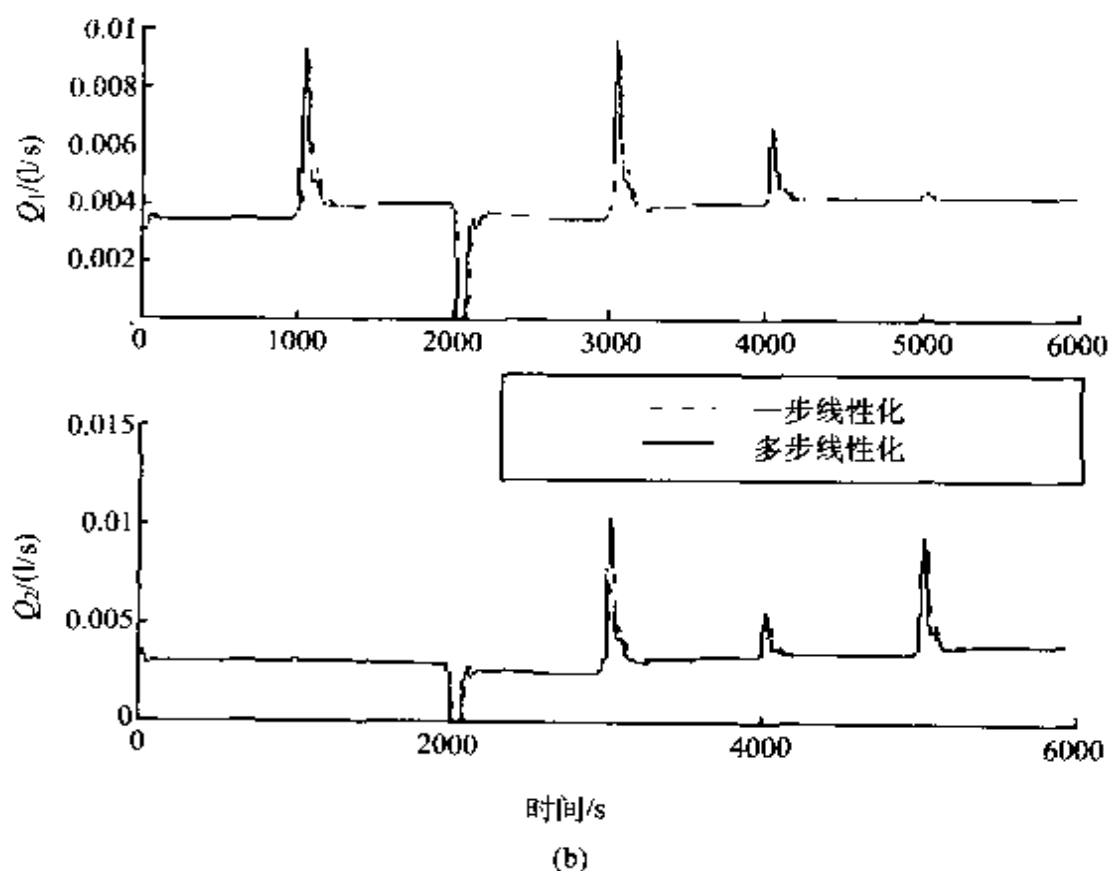


图 4.12 MIMO 液位系统控制结果

示。从仿真结果可以看出,基于多步线性化的 T-S 模糊预测控制较之仅采用一步线性化的预测控制过渡过程更好,显然这得益于在预测时域内采用多步线性化模型序列,从而获得了对系统更准确的预测。

## 第五章 基于模糊关系模型的预测控制

模糊关系模型是另一种常用的模糊模型。根据这一类模糊系统模型,结合预测控制基本方法,可以设计出多种基于模糊关系模型的模糊预测控制算法。这些算法当中的关键问题是如何得到模糊关系模型。因此在这一章里,我们将围绕模糊关系模型的辨识,介绍几种典型的模糊关系预测控制算法。

### 5.1 多步模糊关系预测模型的基本结构

与 T-S 模型不同,模糊关系模型主要通过一个关系矩阵  $R$  来描述动态系统的输入-输出之间的特性。典型的模糊关系模型的拓扑结构如图 5.1 所示。

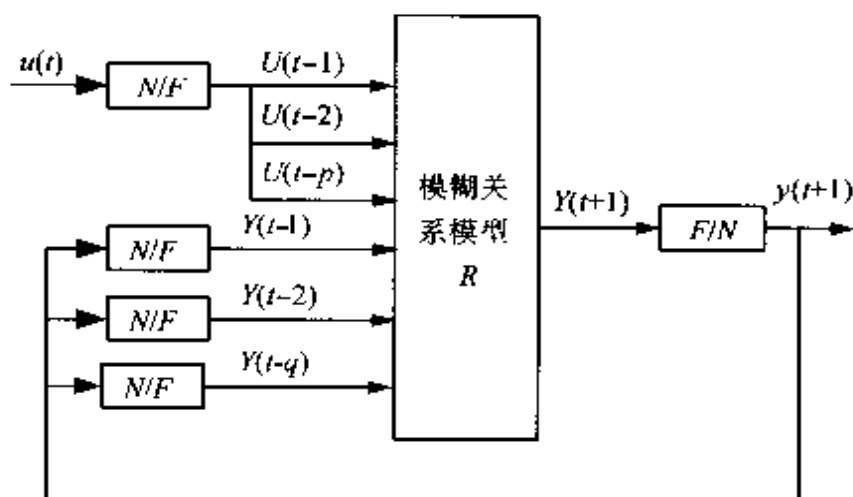


图 5.1 多步模糊关系预测模型拓扑结构

从图中我们可以看到,模糊关系模型通常包含如下两个部分:

(1) 输入/输出(I/O)模块

模糊系统的一个最重要的特征在于如何将实际系统中的数据

信息转化为人可以理解的模糊信息。作为一种模糊模型形式,模糊关系模型和 T-S 模型一样,都需要通过输入模块(N/F),采用模糊离散化方法将清晰的输入变量(crisp input variable)转化为模糊变量(fuzzy variable),这一过程称为模糊化(fuzzifier)。模糊模型输出(F/N)的作用是将模型的输出由模糊变量的形式转化为清晰值,于是这一过程被称为反模糊化,或去模糊化(defuzzifier)。由于输入模块与输出模块都是基于模糊离散化方法,即它们都是基于  $n$  个参考模糊集之上的。因此从这个意义上来看,一个输入/输出模块的设计问题可以退化为  $n$  个参考模糊集和  $n$  值的选择问题。

## (2) 模糊关系矩阵 $R$

这一部分是模型的语义处理模块,是整个模型的核心部分。模糊关系映射  $R$  反映了模糊模型的动态特性,其定义为

**定义 5.1** 模糊关系映射  $R$

$$R: U \times \cdots \times U \times Y \cdots \times Y \rightarrow [0,1]$$

$q \qquad \qquad \qquad p+1$

式中,“ $\times$ ”为模糊集合的笛卡儿乘积。

根据定义 5.1 和图 5.1 可得模块输出为

$$Y(k+p) = U(k) \circ U(k+1) \circ \cdots \circ U(k+q-1) \circ Y(k) \circ Y(k+1) \circ \cdots \circ Y(k+p-1) \circ R \quad (5.1)$$

也就是

$$Y(k+p) = U(k) \circ U(k+1) \circ \cdots \circ U(k+q-1) \circ L(N(Y(k))) \circ L(N(Y(k+1))) \circ \cdots \circ L(N(Y(k+p-1))) \circ R \quad (5.2)$$

式中, $p$  和  $q$  为模型的阶数,  $Y(k) = [Y_1(k) \cdots Y_j(k) \cdots Y_m(k)] \in [0,1]^m$ ,  $U(k) \in [0,1]^n$ , “ $\circ$ ”为 max- $\tau$  合成算子,  $\tau$  为三角范数。算子  $L$  和  $N$  为输入模块和输出模块所实现的映射关系:

$$L: B \rightarrow [0,1]^n; \quad N: [0,1]^n \rightarrow A$$

$A$  和  $B$  为  $R$  上的致密集。模糊关系式(5.1)具有分布式关系网络结构,模糊关系  $R$  中的元素对应了该网络结构的各个权重。

## 5.2 多步模糊关系预测模型辨识的 supervised 学习算法

由上一节的内容可知,多步模糊关系预测模型的辨识可分为输入输出模块参数的辨识和模糊关系矩阵  $R$  的辨识两个部分,其核心部分是模糊关系矩阵  $R$  的辨识。目前,关于模糊关系模型的辨识方法多种多样。按照学习方式划分,现有模糊关系模型辨识方法可分为无监督学习的非优化辨识方法和有监督学习的优化辨识方法<sup>[21,22]</sup>两种。由于预测控制是一种基于优化的控制策略,因此在模糊预测控制中多采用后一种辨识方法,即在某指标函数下模糊模型辨识和优化控制同步进行,从而有利于克服系统的不确定性。

根据采用的优化方法的不同,又出现了多种多样的优化辨识算法。下面简要介绍两种典型的优化辨识算法。

### 5.2.1 基于神经网络优化的辨识方法

这一辨识方法的基本思路是将预测控制中的滚动优化思想与神经网络优化方法结合起来,通过参数有 supervised 学习算法来对隶属度函数参数和模糊关系  $R$  中的权重进行在线辨识。

#### 1. 输入模块隶属度函数的辨识

首先初始化隶属度函数参数。这些参数包括:

- ① 模糊子集个数  $n$ ,在保证辨识精度的前提下, $n$  取一个较小的值;
- ② 隶属度函数的形状,如高斯型、指数型或正弦型;
- ③ 隶属度函数的中心点和半径。为简便起见,在初始化时模糊分割取等距分割。

设第  $l$  个隶属度函数为  $f(x, \theta_l)$ ,其中  $\theta_l = [\theta_{1l}, \theta_{2l}]$  是隶属

度函数的参数向量;  $x$  为系统输入变量;  $\theta 1_i$  是隶属度函数的中心;  $\theta 2_i$  为函数半径。则  $\theta 1$  可由如下有监督学习算法得到:

$$\theta_i(k+1) = \theta_i(k) + \eta \Delta \theta_i(k) \quad (5.3)$$

式中,  $\eta$  为学习速率。

考虑下面的性能指标

$$J_1 = \frac{1}{2}(x - \hat{x})^2 \quad (5.4)$$

式中

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) \theta 1_i}{\sum_{i=1}^n f(x, \theta_i)}, \quad \Delta \theta_i = -\partial J_1 / \partial \theta_i \quad (5.5)$$

又因  $\frac{\partial J_1}{\partial \theta_i} = -(x - \hat{x}) \frac{\partial \hat{x}}{\partial \theta_i}$ ,  $\frac{\partial \hat{x}}{\partial \theta_i} = \left[ \frac{\partial \hat{x}}{\partial \theta 1_i} \quad \frac{\partial \hat{x}}{\partial \theta 2_i} \right]$ , 有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \hat{x}}{\partial \theta 1_i} \\ &= \frac{\frac{\partial}{\partial \theta 1_i} \left[ \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) \theta 1_i \right] \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) - \left[ \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) \theta 1_i \right] \frac{\partial}{\partial \theta 1_i} \left[ \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) \right]}{\left[ \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) \right]^2} \\ &= \frac{\left[ \theta 1_i \frac{\partial f(x, \theta_i)}{\partial \theta 1_i} + f(x, \theta_i) \right] \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) - \left[ \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) \theta 1_i \right] \frac{\partial f(x, \theta_i)}{\partial \theta 1_i}}{\left[ \sum_{i=1}^n f(x, \theta_i) \right]^2} \\ &= \frac{\theta 1_i \frac{\partial f(x, \theta_i)}{\partial \theta 1_i} + f(x, \theta_i) - \hat{x} \frac{\partial f(x, \theta_i)}{\partial \theta 1_i}}{\sum_{i=1}^n f(x, \theta_i)} \\ &= \frac{f(x, \theta_i) + (\theta 1_i - \hat{x}) \frac{\partial f(x, \theta_i)}{\partial \theta 1_i}}{\sum_{i=1}^n f(x, \theta_i)} \quad (5.6) \end{aligned}$$



$$\frac{\partial \hat{x}}{\partial \theta_{2l}} = \frac{(\theta_{1l} - \hat{x}) \frac{\partial f(x, \theta_l)}{\partial \theta_{2l}}}{\sum_{i=1}^n f(x, \theta_i)} \quad (5.7)$$

由式(5.3), (5.5)~(5.7), 即可求得隶属度函数参数。

## 2. 输出模块隶属度函数的辨识

与输入模块参数辨识相类似, 设  $\bar{\theta}_l = [\bar{\theta}_{1l}, \bar{\theta}_{2l}]$  是输出模块的第  $l$  个隶属度函数的参数向量。考虑如下的全局性能指标

$$J = \frac{1}{2}(t - y)^2 \quad (5.8)$$

式中,  $t$  为某一采样时间段内的参考值,  $y$  为实际的模型预测值, 它由  $F/N$  模块对模糊模型在采样时刻的输出  $y$  采用重心法解模糊化得到。 $y$  的表达式如下:

$$y(k+i) = y = \frac{\sum_{j=1}^m Y_j(k+i) \bar{\theta}_{1l}}{\sum_{j=1}^m Y_j(k+i)} = \frac{\sum_{j=1}^m Y_j \bar{\theta}_{1l}}{\sum_{j=1}^m Y_j} \quad (5.9)$$

$\bar{\theta}_l$  的增量形式为

$$\Delta \bar{\theta}_l = - \frac{\partial J}{\partial \bar{\theta}_l}$$

式中,

$$\frac{\partial J}{\partial \bar{\theta}_l} = - (t - y) \frac{\partial y}{\partial \bar{\theta}_l} \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \bar{\theta}_l} = \left[ \frac{\partial y}{\partial \bar{\theta}_{1l}}, \quad \frac{\partial y}{\partial \bar{\theta}_{2l}} \right]$$

$$\frac{\partial y}{\partial \bar{\theta}_{1l}} = \frac{Y_l}{\sum_{j=1}^m Y_j} \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta 2_l} = 0 \quad (5.12)$$

### 3. 模糊关系矩阵 $R$ 的辨识

根据式(5.8)依照隶属度水平,式(5.1)可写成( $j=1,2,\dots,m$ )

$$\begin{aligned} Y_j(k+p) = & \bigvee_{i_0=1}^n \bigvee_{i_1=1}^n \cdots \bigvee_{i_{q-1}=1}^n \bigvee_{i_q=1}^m \bigvee_{i_{q+1}=1}^m \cdots \bigvee_{i_{p+q-2}=1}^m U_{i_0}(k) \tau U_{i_1}(k+1) \\ & \times \tau \cdots \tau U_{i_{q-1}}(k+q-1) \tau Y_{i_q}(k) \tau Y_{i_{q+1}}(k+1) \\ & \times \tau \cdots \tau Y_{i_{p+q-2}}(k+p-1) \tau R_{j,i_0,\dots,i_{p+q-2}} \end{aligned} \quad (5.13)$$

和

$$\begin{aligned} Y_j(k+p) = & U_{l_0}(k) \tau U_{l_1}(k+1) \tau \cdots \tau U_{l_q}(k) \\ & \times \tau Y_{l_q}(k) \tau Y_{l_{q+1}}(k+1) \cdots \\ & \times \tau Y_{l_{p+q-2}}(k+p-1) \tau R_{j,l_0,\dots,l_{p+q-2}} \end{aligned} \quad (5.14)$$

式中, $l_0, l_1, \dots, l_{p+q-2}$ 是最大化式(5.13)得到的下标。

$R_{l,l_0,\dots,l_{p+q-2}}$ 作为  $R$  一部分,它在每一个采样时刻的增量可由下式计算:

$$\begin{aligned} \Delta R_{l,l_0,\dots,l_{p+q-2}} &= - \frac{\partial J}{\partial R_{l,l_0,\dots,l_{p+q-2}}} \\ &= (t-y) \frac{\partial y}{\partial Y_l} \frac{\partial Y_l}{\partial R_{l,l_0,\dots,l_{p+q-2}}} \end{aligned} \quad (5.15)$$

由式(5.9):

$$\frac{\partial y}{\partial Y_l} = \frac{\frac{\partial}{\partial Y_l} \left( \sum_{j=1}^m Y_j \bar{\theta} 1_j \right) \sum_{j=1}^m Y_j - \left( \sum_{j=1}^m Y_j \bar{\theta} 1_j \right) \frac{\partial}{\partial Y_l} \left( \sum_{j=1}^m Y_j \right)}{\left( \sum_{j=1}^m Y_j \right)^2}$$

$$= \frac{\theta 1_l \sum_{j=1}^m Y_j - \sum_{j=1}^m Y_j \theta 1_j}{\left( \sum_{j=1}^m Y_j \right)^2} = \frac{\bar{\theta} 1_l - y}{\sum_{j=1}^m Y_j} \quad (5.16)$$

另一方面,若  $l, l_0, \dots, l_{p+q-2}$  分别等于  $j, i_0, \dots, i_{p+q-2}$ , 由式 (5.14):

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_l}{\partial R_{l, l_0, \dots, l_{p+q-2}}} &= \frac{\partial}{\partial R_{l, l_0, \dots, l_{p+q-2}}} (U_{l_0}(k) \tau U_{l_1}(k+1) \tau \dots \tau U_{l_q}(k) \\ &\quad \times \tau Y_{l_q}(k) \tau Y_{l_{q+1}}(k+1) \dots \\ &\quad \times \tau Y_{l_{p+q-2}}(k+p-1) \tau R_{j, l_0, \dots, l_{p+q-2}}) \end{aligned} \quad (5.17)$$

当采用某一种  $t$  范数形式时, 上式可以写成某一种具体的式子。例如, 当  $\tau$  取乘算子时, 则有

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_l}{\partial R_{l, l_0, \dots, l_{p+q-2}}} &= U_{l_0}(k) U_{l_1}(k+1) \dots U_{l_q}(k) \tau Y_{l_q}(k) \\ &\quad \times \tau Y_{l_{q+1}}(k+1) \dots Y_{l_{p+q-2}}(k+p-1) \\ &\quad \times R_{j, l_0, \dots, l_{p+q-2}} \end{aligned} \quad (5.18)$$

另外, 在初始化时输入模型的反馈值取对象输出而非模型预测值。采用这种方法通常可以获得较快的收敛速度。

#### 4. 辨识举例

以一个开环非线性慢时变过程的在线辨识为例。系统的差分方程如下:

$$y(k+1) = 0.1y(k)e^{1-0.25u^2(k)} + 0.5u(k) + a(k)y(k)$$

其中  $|a|$  为一个慢时变参数。输入  $|u|$  为  $-5$  到  $+5$  之间的一致分布序列。假设模型结构为

$$Y_{k+1} = U_k \cdot Y_k \cdot R$$

式中，“ $\cdot$ ”为最大-乘积合成。

图 5.2(a)是过程输出和模型在线一步超前预测；图 5.2(b)是参数  $a$  的变化曲线。图 5.3 为初始隶属度函数。图 5.4~图 5.6 为第 200, 300 和 400 个采样时刻时的隶属度函数曲线，它们反映了隶属度函数连续变化的过程。从中可以观察到，输出接口的隶属度函数在辨识过程中的变化大于输入接口隶属度函数的变化，其原因这是由于这种启发式调整方法采用了不同的性能指标，此外需要注意的是学习速率的选择。一方面，学习速率取值过小会使自适应调整速度变慢，从而导致隶属度函数参数的变化跟不上信号的变化；另一方面，学习速率取值过大，将导致接口参数的强烈摆动。在本例中，为了清楚地反映出隶属度函数连贯变化的情况，学习速率取一个较大的值，如 0.35，而关系矩阵  $R$  的学习速率取 0.25。另外，本例中引入了模糊约束条件。为保证语义条件具有一定的可区别性，惩罚因子  $K$  取一个足够大的值，如  $K = 10$ 。

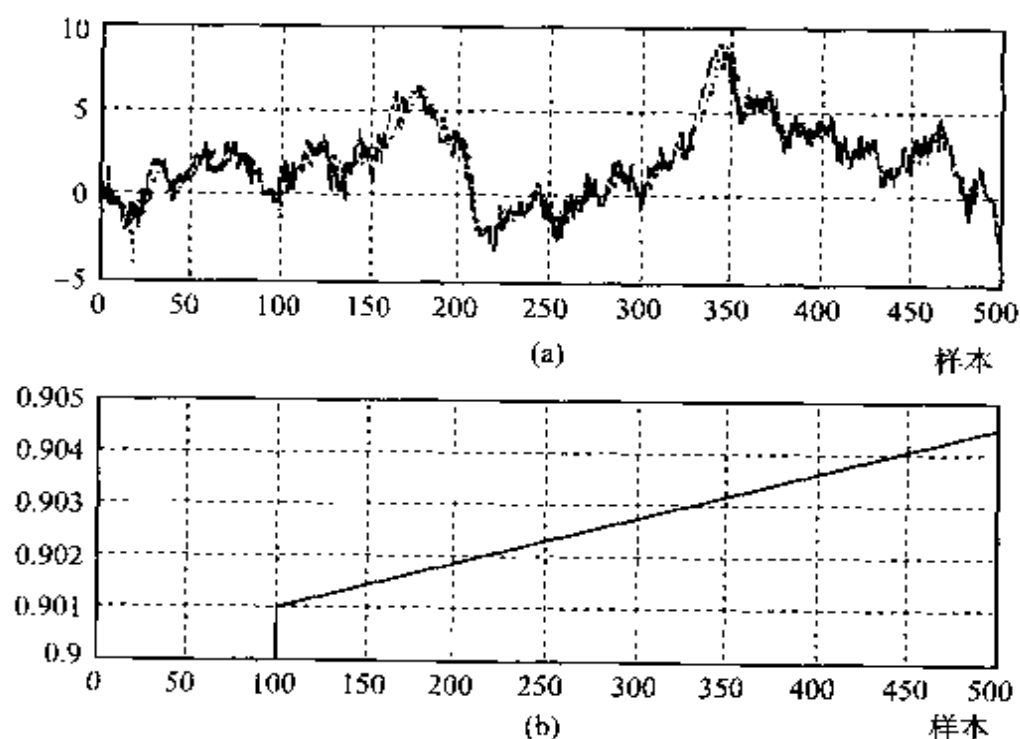


图 5.2

(a) 开环过程响应(实线)和在线模型预测(虚线) (b) 参数  $a$  的变化

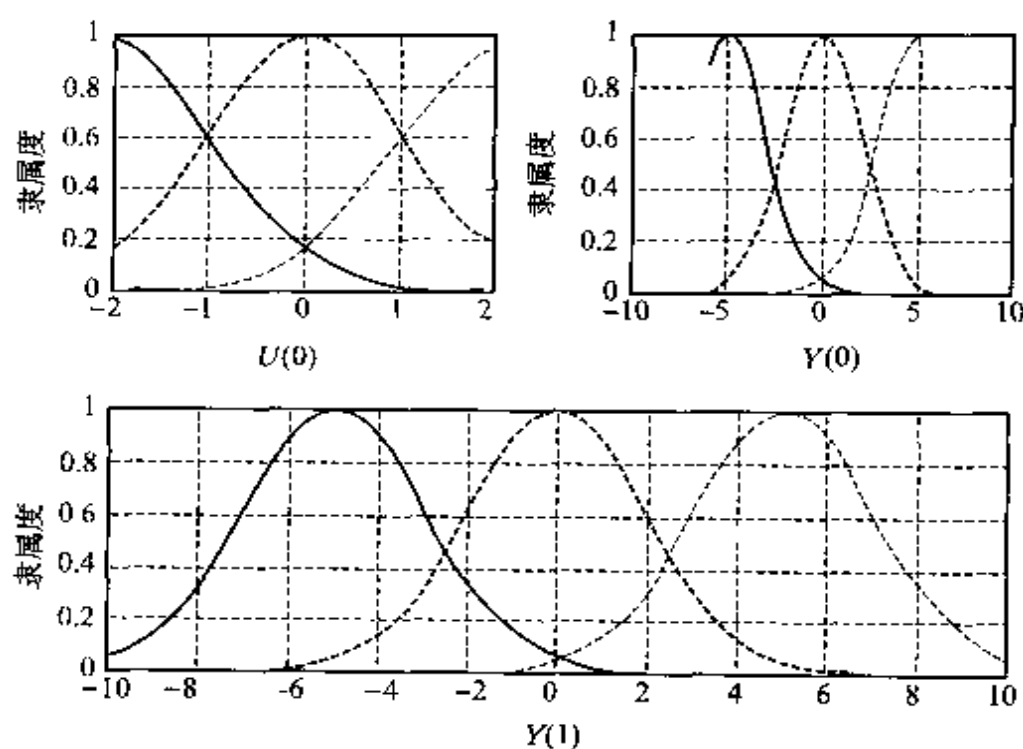


图 5.3 零时刻时的输入输出模块隶属度函数

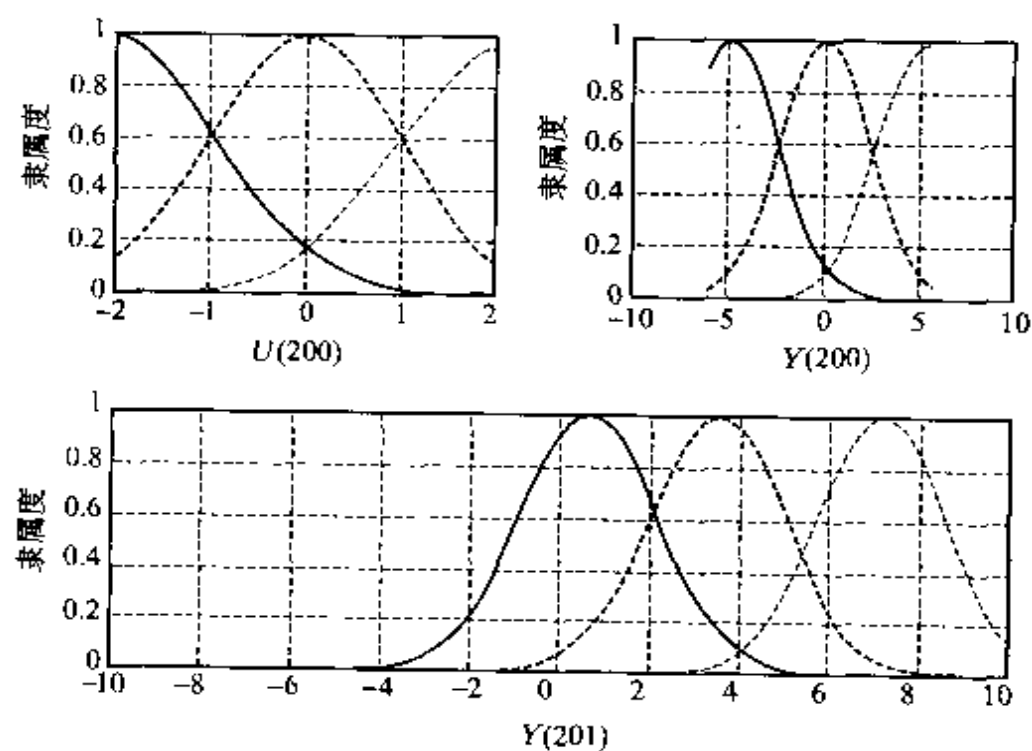


图 5.4 200 时刻时的输入输出隶属度函数

为了反映  $R$  中的参数在自适应调整过程中的不变性, 设  $R = [a_1 \ Ma_2 \ Ma_3]^T$ ,  $a_i = [R_{i1} \ MR_{i2} \ MR_{i3}]^T$  ( $i = 1, 2, 3$ )。  $R$  的初始值取一组随机数。

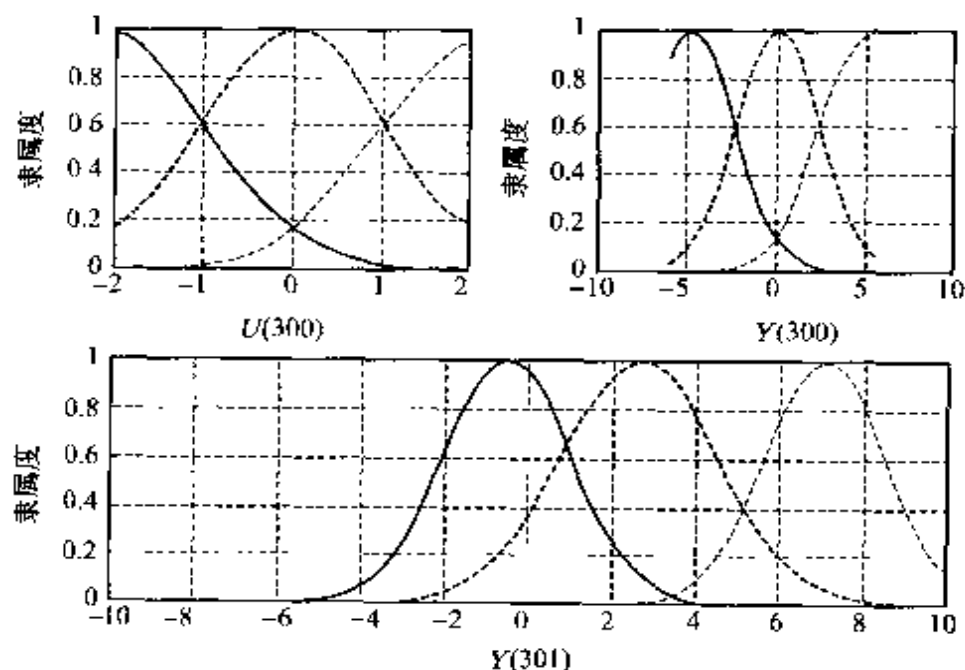


图 5.5 300 时刻时的输入输出隶属度函数

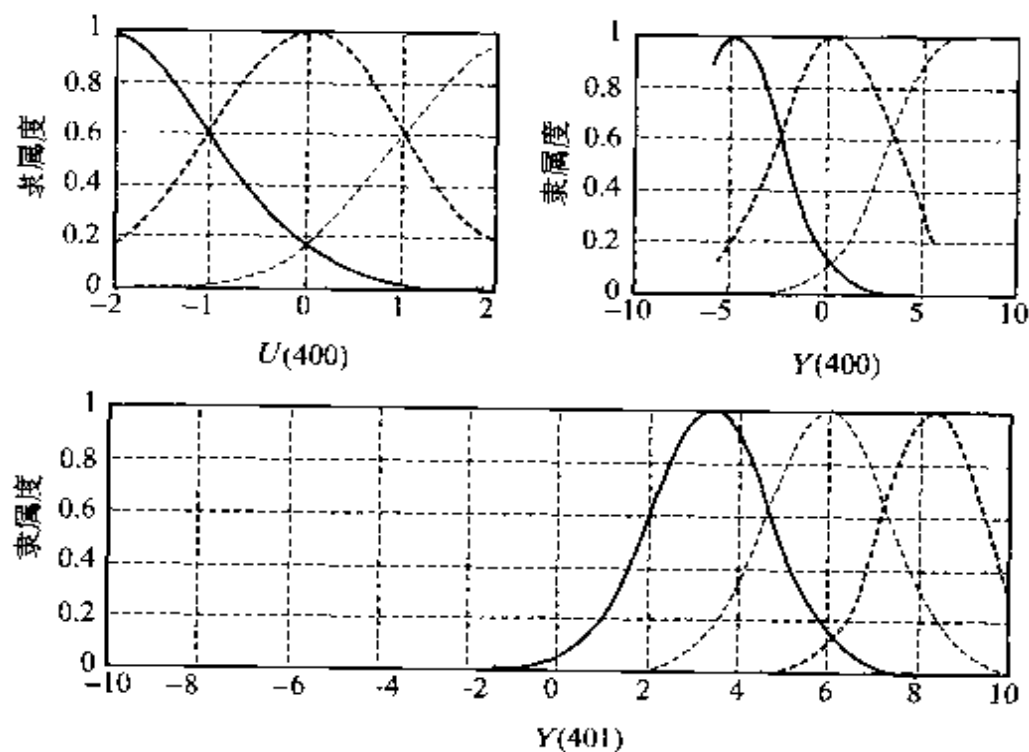


图 5.6 400 时刻时的输入输出隶属度函数

### 5.2.2 基于最小二乘的辨识方法

假设模糊模型的输入输出参数已经确定(这一部分的辨识可参见前面的内容)。传统的多步预测辨识算法的目标函数为

$$J_{ID} = \sum_{j=N_1}^{N_2} [y_{sp}(k+j) - \hat{y}(k+j|k)]^2 \quad (5.19)$$

式中,  $\hat{y}(k+j|k)$  为第  $k$  时刻对象输出  $y(k+j)$  的预测值,  $N_1$  到  $N_2$  为预测时段。类似的, 对于图 5.1 所示的模糊关系模型, 模型辨识的目标函数为

$$J_{FID,i} = \sum_{j=N_1}^{N_2} [Y_i(k+j) - \hat{Y}_i(k+j|k)]^2 \quad (5.20)$$

式中,  $i=1, 2, \dots, N_Y$ ;  $Y_i$  是模糊输出向量的第  $i$  个元素, 并有

$$\hat{Y}_i(k+j|k) = \bigvee_{s=1}^{N_U} \bigvee_{t=1}^{N_Y} U_s(k-d+j) Y_t(k-1) R_{i,s} \quad (5.21)$$

式中,  $d$  为系统时滞;  $N_U$  和  $N_Y$  分别是输入输出模糊空间的维数。设已知输入输出数据样本集  $U(k)$  和  $Y(k)$ ,  $k=1, 2, \dots, T$ 。于是式(5.20)可写成

$$J_{FID,i} = \frac{1}{T-N_2} \sum_{k=1}^{T-N_2} \frac{1}{N_p} \sum_{j=N_1}^{N_2} [Y_i(k+j) - \hat{Y}_i(k+j|k)]^2 \quad (5.22)$$

$$N_p = N_2 - N_1 + 1$$

定义预测误差

$$e(k+j) = Y_i(k+j) - \hat{Y}_i(k+j|k) \quad (j=1, 2, \dots, N_2) \quad (5.23)$$

令

$$\varepsilon_i(k) = \begin{bmatrix} e_i(k + N_1) \\ e_i(k + N_1 + 1) \\ \vdots \\ e_i(k + N_2) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

于是式(5.22)可写成如下的最小二乘形式:

$$J_{\text{FPII},i} = \frac{1}{N_p(T - N_2)} \sum_{k=1}^{T-N_2} \varepsilon_i^T(k) \varepsilon_i(k) \quad (5.25)$$

则根据递推最小二乘算法有

$$\begin{cases} K_i(k) = P_i(k-1) \Psi_i^T(k) [I + \Psi_i^T(k) P_i(k-1) \Psi_i(k)]^{-1} \\ P(k) = P_i(k-1) - K_i(k) \Psi_i^T(k) P_i(k-1) \\ \theta_i(k) = \theta_i(k-1) + K_i(k) \varepsilon_i(k) \end{cases} \quad (5.26)$$

现在要利用上述方程对  $R$  进行辨识,由此计算式(5.25)关于  $R$  的偏导数:

$$\frac{\partial J_{\text{FPII},i}}{\partial R_{i,s}} = \frac{1}{N_p(T - N_2)} \sum_{k=1}^{T-N_2} \frac{\partial [\varepsilon_i^T(k) \varepsilon_i(k)]}{\partial R_{i,s}}$$

$$(i = 1, 2, \dots, N_Y; \quad s = 1, 2, \dots, N_U; \quad t = 1, 2, \dots, N_Y)$$

为简化计算,把关系矩阵  $R$  变成如下的一个二维雅可比矩阵



$$\theta_{i,w} = \begin{bmatrix} R_{i,11} \\ R_{i,21} \\ \vdots \\ R_{i,12} \\ R_{i,22} \\ \vdots \\ R_{i,N_U N_Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{i,1} \\ R_{i,2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ R_{i,n} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

式中,  $n = N_U N_Y$ ;  $w = 1, 2, \dots, n$ 。于是得到关于  $\theta_{i,w}$  的偏微分:

$$\begin{aligned} \Psi_i(k) &= - \left( \frac{\partial \varepsilon_i(k)}{\partial \theta_{i,w}} \right)^T \\ &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial e_i(k+N_1)}{\partial \theta_{i,1}} & \frac{\partial e_i(k+N_1+1)}{\partial \theta_{i,1}} & \dots & \frac{\partial e_i(k+N_2)}{\partial \theta_{i,1}} \\ \frac{\partial e_i(k+N_1)}{\partial \theta_{i,2}} & \frac{\partial e_i(k+N_1+1)}{\partial \theta_{i,2}} & \dots & \frac{\partial e_i(k+N_2)}{\partial \theta_{i,2}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial e_i(k+N_1)}{\partial \theta_{i,n}} & \frac{\partial e_i(k+N_1+1)}{\partial \theta_{i,n}} & \dots & \frac{\partial e_i(k+N_2)}{\partial \theta_{i,n}} \end{bmatrix} \\ \frac{\partial e_i(k+j)}{\partial R_{i,\alpha}} &= \frac{\partial [Y_i(k+j) - \hat{Y}_i(k+j|k)]}{\partial R_{i,\alpha}} \\ &= - \frac{\partial}{\partial R_{i,\alpha}} \{ [\bigvee_{p \neq s} \bigvee_{q \neq s} U_p(k-d+j) Y_q(k-1) R_{i,pq}] \\ &\quad \bigvee [U_s(k-d+j) Y_s(k-1) R_{i,\alpha}] \} \end{aligned} \quad (5.28)$$

因此

$$\frac{\partial e_i(k+j)}{\partial R_{i,\alpha}} = \begin{cases} U_s(k-d+j) Y_s(k-1) & (\text{满足 } \Phi_i) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases} \quad (5.29)$$

式中,  $\Phi_i$  的定义是

$$U_i(k-d+j)Y_i(k-1)R_{i,x} < (\bigvee_{p \neq i} \bigvee_{q \neq i} U_p(k-d+j)Y_q(k-1)R_{i,\mu}).$$

上述分析适用于三角范数算子和高阶模糊关系方程。需要注意的是式(5.29)没有定义。

$$U_i(k-d+j)Y_i(k-1)R_{i,x} = (\bigvee_{p \neq i} \bigvee_{q \neq i} U_p(k-d+j)Y_q(k-1)R_{i,\mu})$$

的情况,一种解决办法是用某个光滑函数来近似最大函数,例如采用 Sigmoid 函数,如图 5.7,这样式(5.29)变成

$$\frac{\partial e_i(k+j)}{\partial R_{i,x}} = \begin{cases} U_i(k-d+j)Y_i(k-1) \frac{1}{1+e^{-(x-a)/k_i}} & (\text{满足 } \Omega_i) \\ 0 & (\text{满足 } \Phi_i) \end{cases} \quad (5.30)$$

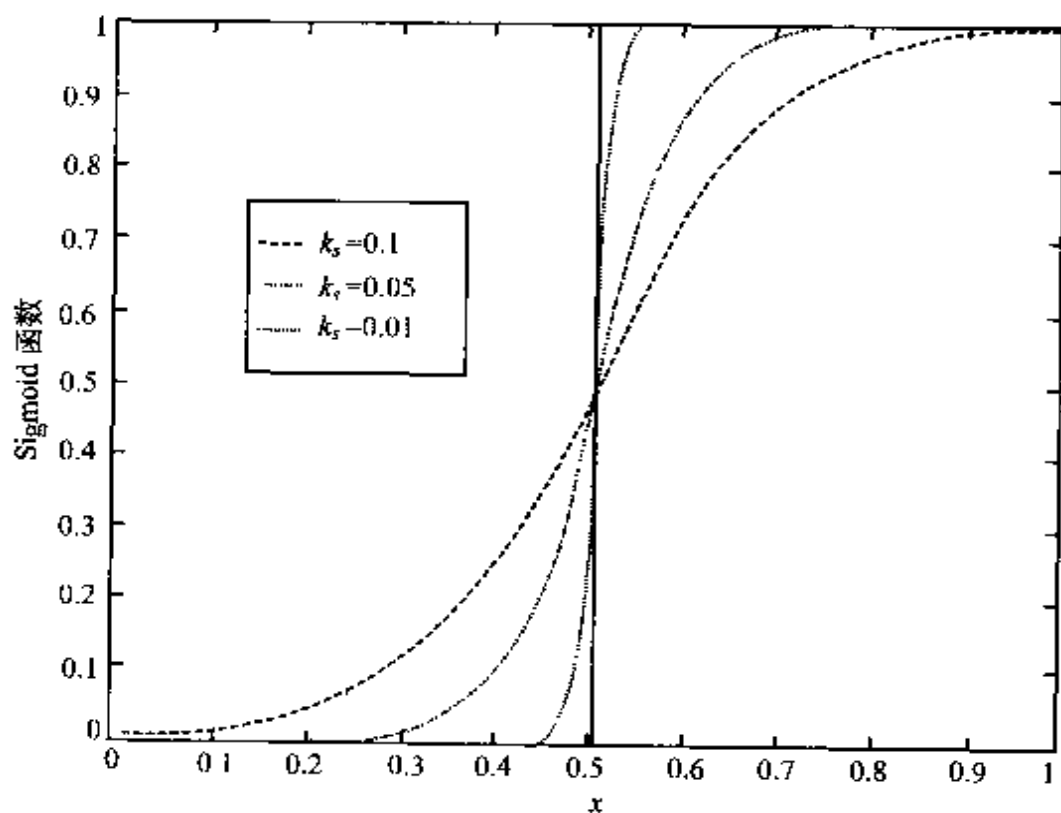


图 5.7  $k_i$  对 Sigmoid 函数的影响( $\alpha=0.5$ )

式中,  $\Omega_i$  的定义是

$$U_i(k-d+j)Y_i(k-1)R_{i,\alpha} > (\bigvee_{p \neq i} \bigvee_{q \neq i} U_p(k-d+j)Y_q(k-1)R_{i,pq})$$
  
 $x = U_i(k-d+j)Y_i(k-1)R_{i,\alpha}; \alpha = [\bigvee_{p \neq i} \bigvee_{q \neq i} U_p(k-d+j) \times$   
 $Y_q(k-1)R_{i,pq}]; k_s$  用于控制函数对形状。对 Sigmoid 函数形状的影响如图 5.8 所示。

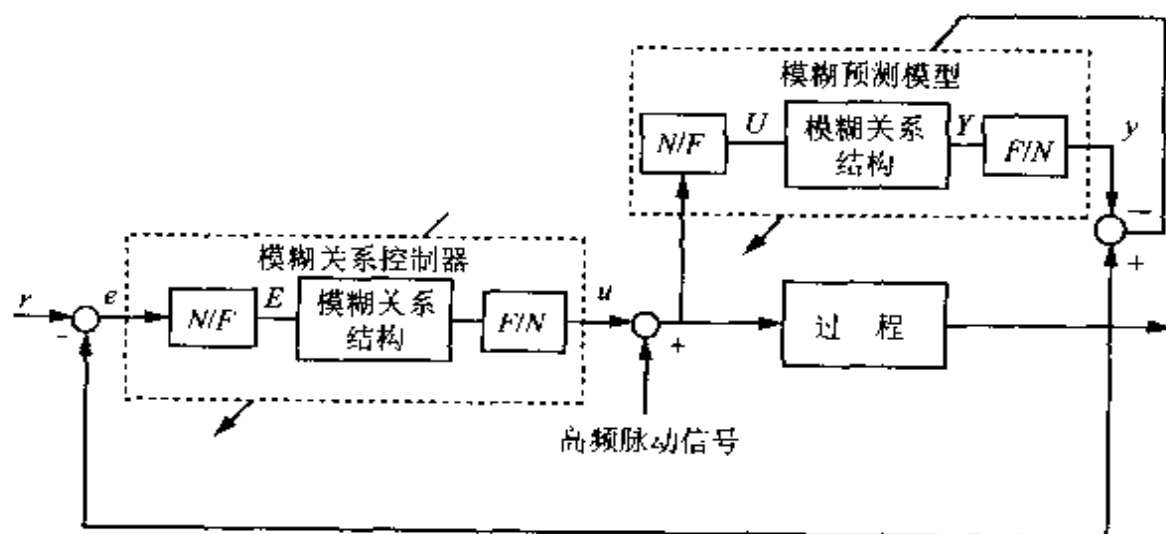


图 5.8 直接模糊关系预测控制

这样,  $\Psi_i(k)$  就可以完全确定下来。这时, 利用式(5.26)递推得到模糊关系矩阵中的元素  $\theta_i$ 。但是计算  $\theta_i$  时,  $\theta_{i,w}$  的值会超出模糊系统所要求的  $[0, 1]$  范围, 因此必须检查每一步的递推结果  $R_i$ 。必要时需要对模糊关系矩阵的元素进行调整, 使之满足模糊系统的要求。

总结上述辨识算法, 对于模糊预测输出向量  $\hat{Y}_i$  的第  $i$  元素, 计算步骤如下:

- (1) 由式(5.23)计算  $e_i(k+j)$ ;
- (2) 由式(5.24)计算  $\varepsilon_i(k)$ ;
- (3) 由式(5.30)求  $\partial e_i(k+j)/\partial R_{i,\alpha}, i=1, 2, \dots, N_Y; s=1, 2, 3, \dots, N_U; t=1, 2, \dots, N_Y; j=N_1, \dots, N_2$ ;
- (4) 按式(5.28)构造  $\Psi_i$ ;

- (5) 由式(5.26)分别计算  $K_i(k)$  和  $P_i(k)$ ;
- (6) 由式(5.26)计算  $\theta_i$ ;
- (7) 根据上一步的结果,由式(5.27)得到  $R_i$  中的各个元素;
- (8) 确保  $R_{i,w} \in [0, 1]$ ,  $w = 1, 2, \dots, n$ 。然后由式(5.27)计算  $\hat{Y}_i$ 。

### 5.3 基于模糊关系模型的间接预测控制算法

预测控制是一种基于优化的控制方法。但是对于那些复杂的非线性被控对象而言,单纯的预测控制已不能获得满意的控制效果。一种改进方案就是引入自适应机制,构成自适应预测控制。根据控制器优化过程的不同,自适应预测控制算法可分成间接自适应预测控制算法和直接自适应预测控制算法。这一节里,将在上一节的基础上介绍一种基于模糊关系模型的间接自适应预测控制算法。在下一节里,将介绍直接自适应预测控制算法。为简单起见,以 SISO 非线性对象的控制为例来加以说明。

#### (1) 多步性能指标

给出如下多步二次型性能指标:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T [e^2(k+i) + \rho u^2(k+1-i)] \quad (5.31)$$

式中,  $e(k+i)$  为跟踪误差:

$$e(k+i) = r(k+i) - y(k+i)$$

$r(k+i)$  为  $k+i$  时刻的参考值;  $y(k+i)$  为同一时刻系统输出值;  $\rho \geq 0$  为与控制作用有关的惩罚因子;  $T$  为控制时域。

在每一个采样时刻最小化  $J$ , 得到最优控制量序列  $u(k)$ ,  $u(k+1), \dots, u(k+T-1)$ , 而只有  $u(k)$  作用于被控对象, 在下一采样时刻重复上述计算过程。这一控制策略被称为滚动优化

策略。

## (2) 增量式预测控制器

设预测控制器的控制律如下:

$$u(k+1) = u(k) + \alpha \Delta u(k) \quad (5.32)$$

$$\Delta u(k) = - \frac{\partial J}{\partial u(k)} \quad (5.33)$$

式中,  $\alpha$  为预先设定的增益系数,  $0 \leq \alpha \leq 1$ 。

根据式(5.31)有

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial u(k)} = & \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left\{ -[r(k+i) - y(k+i)] \frac{\partial y(k+i)}{\partial u(k)} \right. \\ & \left. + \rho u(k+i-1) \frac{\partial u(k+i-1)}{\partial u(k)} \right\} \end{aligned} \quad (5.34)$$

设  $u(k)$  自由, 且  $u(k+i) = u(k), i=1, 2, \dots, T$ 。  $y(k+i)$  为式(5.9)所给出的模型输出预测, 并由式(5.17)给出的  $Y_j(k+i)$  有

$$\begin{aligned} & \frac{\partial y(k+i)}{\partial u(k)} \\ = & \frac{\sum_{j=1}^m \theta_1 [\partial Y_j(k+i) / \partial u(k)] - y(k+i) \sum_{j=1}^m \partial Y_j(k+i) / \partial u(k)}{\sum_{j=1}^m Y_j(k+i)} \end{aligned} \quad (5.35)$$

在选定了模型阶次和  $t$ -范数  $\tau$  之后, 就可求得微分  $\partial Y_j(k+i) / \partial u(k)$ 。

若  $l_1, l_2, \dots, l_4$  取最大, 模型结构如下:

$$\begin{aligned}
 Y_j(k+i) &= \bigvee_{l_1=1}^n \bigvee_{l_2=1}^n \bigvee_{l_3=1}^m \bigvee_{l_4=1}^m U_{l_1}(k+i-1) U_{l_2}(k+i-2) \\
 &\quad \cdot Y_{l_3}(k+i-1) Y_{l_4}(k+i-2) R_{j,l_1,\dots,l_4} \\
 &= U_{l_1}(k+i-1) U_{l_2}(k+i-2) Y_{l_3}(k+i-1) \\
 &\quad \cdot Y_{l_4}(k+i-2) R_{j,l_1,\dots,l_4}
 \end{aligned} \tag{5.36}$$

设模型取最大-乘积合成算子

$$\begin{aligned}
 Y(k+i) &= U(k+i-1) \cdot U(k+i-2) \cdot Y(k+i-1) \\
 &\quad \cdot Y(k+i-2) \cdot R
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

现在讨论如何计算  $\frac{\partial Y_j(k+i)}{\partial u(k)}$ ,  $i=1,2,\dots,T$ 。

当  $i=1$  时, 式(5.24)与  $u(k)$  有关的只有  $U_{l_1}(k)$  一项。于是有

$$\frac{\partial Y_j(k+1)}{\partial u(k)} = U_{l_2}(k-1) Y_{l_3}(k) Y_{l_4}(k-1) R_{j,l_1,\dots,l_4} \frac{\partial U_{l_1}(k)}{\partial u(k)} \tag{5.38}$$

进一步有

$$\frac{\partial U_{l_1}(k)}{\partial u(k)} = \frac{\partial f(u(k); \theta)}{\partial u(k)} \tag{5.39}$$

$f(\cdot)$  是预先取定的定义在模型控制信号空间内关于参数  $\theta$  的某种隶属度函数, 例如取的钟形隶属度函数

$$f(x; \theta) = \exp \left[ - \frac{(x - \theta_{l_1})^2}{(\theta_{l_2})^2} \right]$$

当  $i=2$  时,  $U_{l_2}(k)$  和  $Y_{l_3}(k+1)$  都与  $u(k)$  有关, 因此有

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_j(k+2)}{\partial u(k)} = & U_{l_1}(k+1) Y_{l_4}(k) R_{j, l_1, \dots, l_4} \left[ \frac{\partial U_{l_2}(k)}{\partial u(k)} Y_{l_3}(k+1) \right. \\ & \left. + U_{l_2}(k) \frac{\partial Y_{l_3}(k+1)}{\partial u(k)} \right] \end{aligned} \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial Y_{l_3}(k+1)}{\partial u(k)} = \frac{\partial Y_{l_3}(k+1)}{\partial y(k+1)} \frac{\partial y(k+1)}{\partial u(k)} \quad (5.41)$$

其中,  $\frac{\partial Y_{l_3}(k+1)}{\partial y(k+1)}$  的计算与式(5.26)相同,  $\frac{\partial y(k+1)}{\partial u(k)}$  可在  $i=1$  计算式(5.22)时求得。

同样, 当  $i \geq 3$  时, 与  $u(k)$  有关的项只有  $Y_{l_3}(k+i-1)$  和  $Y_{l_4}(k+i-2)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_j(k+1)}{\partial u(k)} = & U_{l_2}(k+i-1) U_{l_2}(k+i-2) R_{j, l_1, \dots, l_4} \\ & \cdot \left[ \frac{\partial Y_{l_3}(k+i-1)}{\partial u(k)} Y_{l_4}(k+i-2) \right. \\ & \left. + Y_{l_3}(k+i-1) \frac{\partial Y_{l_4}(k+i-2)}{\partial u(k)} \right] \end{aligned} \quad (5.42)$$

## 5.4 基于模糊关系模型的直接预测控制算法

相对于间接预测控制算法, 直接预测控制算法的基本原理是引入自校正机制, 其控制器优化和预测模型的辨识同时进行。众所周知, 模糊关系模型与模糊关系控制器的本质相同, 且具有相似的结构。于是, 可以运用 5.2 节中的模糊关系模型在线辨识方法设计模糊关系控制器, 从而得到下面的直接预测控制算法。

### (1) 控制器结构

根据图 5.1 可得模糊关系控制器输出为

$$U(k) = E(k) \circ E(k-1) \circ \cdots \circ E(k-p) \circ U(k-1) \\ \circ U(k-2) \circ \cdots \circ U(k-q) \circ S \quad (5.43)$$

式中,  $S$  为采样时刻  $k$  时控制信号语义描述  $U_k$  和当前与过去时刻偏差的语义描述  $E = N/F(r-y)$  以及过去时刻的控制量  $U$  之间的控制关系;  $\circ$  为最大- $\tau$  合成算子。

图 5.8 为控制系统闭环结构框图。需要说明的是, 为了保证闭环辨识时满足持续激励条件, 控制信号  $u(k)$  中加入了一个高频脉动信号。通常, 该高频脉动信号取一个低功率的高斯白噪声序列。

### (2) 模糊关系控制器的自校正

与模糊关系模型辨识过程类似, 模糊关系控制器的参数包括输入输出参数和模糊关系矩阵  $S$  三个部分, 其中输入参数的自校正过程与 5.2 节相同, 这里不再赘述。

模糊关系  $S_{(\cdot)}$  的自校正则根据下式得到:

$$S_{(\cdot)}(k+1) = S_{(\cdot)}(k) + \Delta S_{(\cdot)}(k) \quad (5.44)$$

$$\Delta S_{(\cdot)}(k) = - \frac{\partial J}{\partial S_{(\cdot)}(k)} \quad (5.45)$$

由式(5.19)并参照图 5.8, 式(5.45)又可以写成

$$\Delta S_{(\cdot)}(k) = - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left\{ - [r(k+i) - y(k+i)] \frac{\partial y(k+i)}{\partial S_{(\cdot)}(k)} \right. \\ \left. + \rho u(k+i-1) \frac{\partial u(k+i-1)}{\partial S_{(\cdot)}(k)} \right\}$$



$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left\{ -[r(k+i) - y(k+i)] \frac{\partial y(k+i)}{\partial u(k)} \cdot \frac{\partial u(k)}{\partial S_{(\cdot)}(k)} \right. \\
&\quad \left. + \rho u(k+i-1) \frac{\partial u(k+i-1)}{\partial S_{(\cdot)}(k)} \right\} \quad (5.46)
\end{aligned}$$

式中,  $u$  为控制器输出  $U = [U_1 \cdots U_j \cdots U_n]$  采用重心法得到的去模糊化以后得到的清晰值, 即

$$u = \frac{\sum_{j=1}^n U_j \phi 1_j}{\sum_{j=1}^n U_j} \quad (5.47)$$

式中,  $\phi 1_j$  为定义在控制器输出空间的第  $j$  个隶属度函数的模态值;  $U_j$  是  $U$  的第  $j$  个隶属度水平。于是, 微分  $\partial u / \partial S_{(\cdot)}$  为

$$\frac{\partial u}{\partial S_{(\cdot)}} = \frac{\partial u}{\partial U_l} \frac{\partial U_l}{\partial S_{(\cdot)}} \quad (5.48)$$

$$\frac{\partial u}{\partial U_l} = \frac{\phi 1_l - u}{\sum_{j=1}^m U_j} \quad (5.49)$$

## 5.5 仿真实例

考虑下面的离散非最小相位非线性过程

$$y(k+1) = -u(k) + 1.1u^2(k-1) + 1.5e^{-y^2(k)} - 0.7y(k-1)$$

图 5.9 为该系统的阶跃响应序列。

模糊关系模型得到的预测表达式为

$$Y(k+1) = U(k) \odot U(k-1) \odot Y(k) \odot Y(k-1) \odot R$$

式中,  $\odot$  为最大-乘积合成算子。因此模型有 4 个  $N/L$  接口, 每个接口包含 3 个参考模糊集合, 模型输出也离散化成为 3 个参考模糊集合, 模糊关系阵  $R$  初始值随机选取。学习速率参数分别为:

- ① 输入模块:  $\eta_{N/L} = 10^{-5} |e(k)| / |y(k)|$ ;
- ② 模糊关系结构:  $\eta_R = |e(k)| / |y(k)|$ ;
- ③ 输出模块:  $\eta_{L/N} = 10^{-3} |e(k)| / |y(k)|$ 。

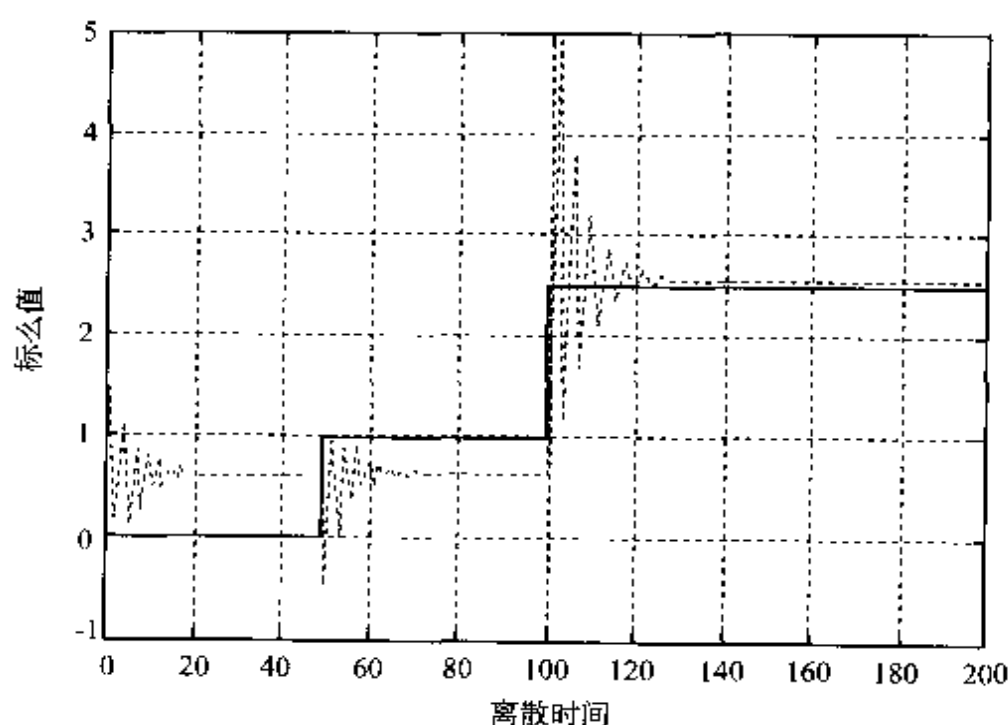


图 5.9 非线性过程的开环响应曲线

对于 5.3 节提出的增量控制器, 分别定义如下多步误差 (multi step error, MSE) 指标  $I_1$  和  $I_2$ :

$$I_1 = \frac{1}{3200} \sum_{k=1}^{3200} [r(k) - y(k)]^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2200} \sum_{k=1}^{3200} [r(k) - y(k)]^2$$

表 5.1 给出了不同控制时域  $T$  下的 MSE 值, 其中  $\rho=0, \alpha=0.5$ 。

表 5.1 不同控制时域下的 MSE 值

| 控制时域 | 多步误差指标 $I_1$ | 多步误差指标 $I_2$ |
|------|--------------|--------------|
| 1    | 33.3731      | 48.1768      |
| 2    | 25.9986      | 19.4418      |
| 3    | 2.5990       | 0.0977       |
| 4    | 0.9611       | 0.0152       |
| 5    | 0.5225       | 0.0410       |
| 6    | 0.6598       | 0.0246       |
| 7    | 0.7365       | 0.0267       |
| 8    | 0.7947       | 0.0394       |
| 9    | 0.7652       | 0.0373       |
| 10   | 0.7949       | 0.0391       |
| 11   | 8.0999       | 4.1885       |
| 12   | 1.2074       | 0.0522       |
| 13   | 0.9966       | 0.0458       |
| 14   | 1.3484       | 0.0567       |
| 15   | 2.0442       | 0.6679       |
| 16   | 6.1991       | 7.6161       |

图 5.10 为  $I_2$  随控制时域变化的过程。数据表明控制系统的性能随着控制时域的增加先是快速提高,尔后随之缓慢下降。这

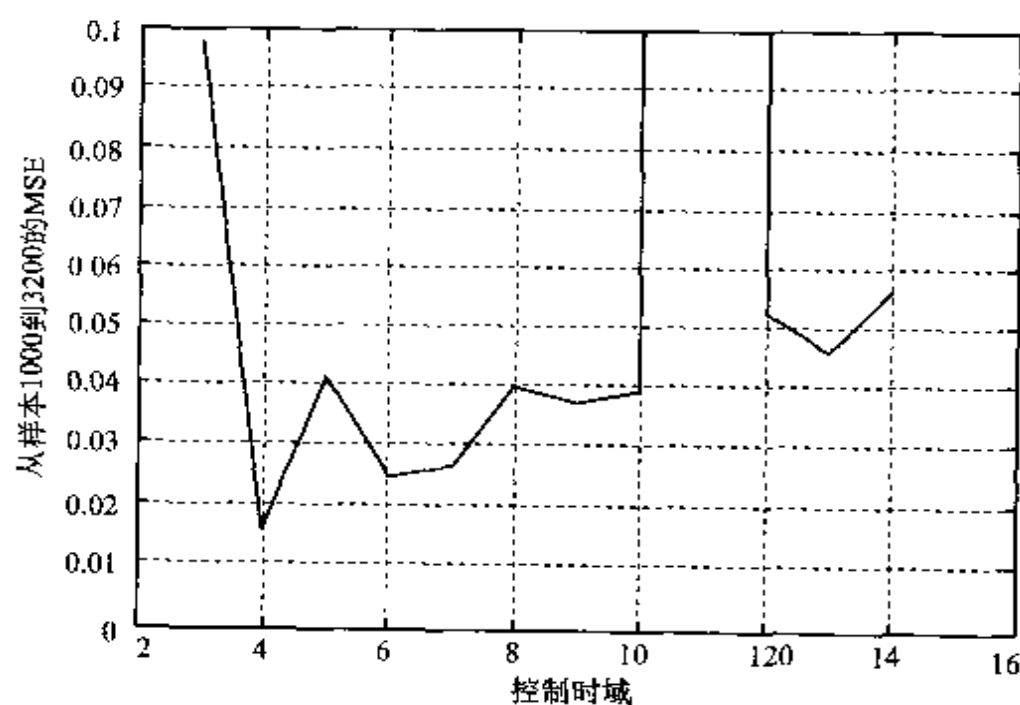


图 5.10 不同控制时域下的闭环性能指标

也可以从图 5.11 中的控制时域分别取 3, 4, 7, 14 时的闭环响应曲线看出来。图 5.11 表明, 控制时域增加, 系统响应的超调减小, 但是响应速度变慢。另外, 当控制时域过大导致模型预测的准确性降低时, 系统响应的抗干扰能力也下降。而且, 表 5.1 和图 5.10 的结果表明该算法对控制时域非常敏感。特别是当  $T$  取 11 和 16 时, 闭环响应出现摆动,  $I_1$  和  $I_2$  的值偏大。

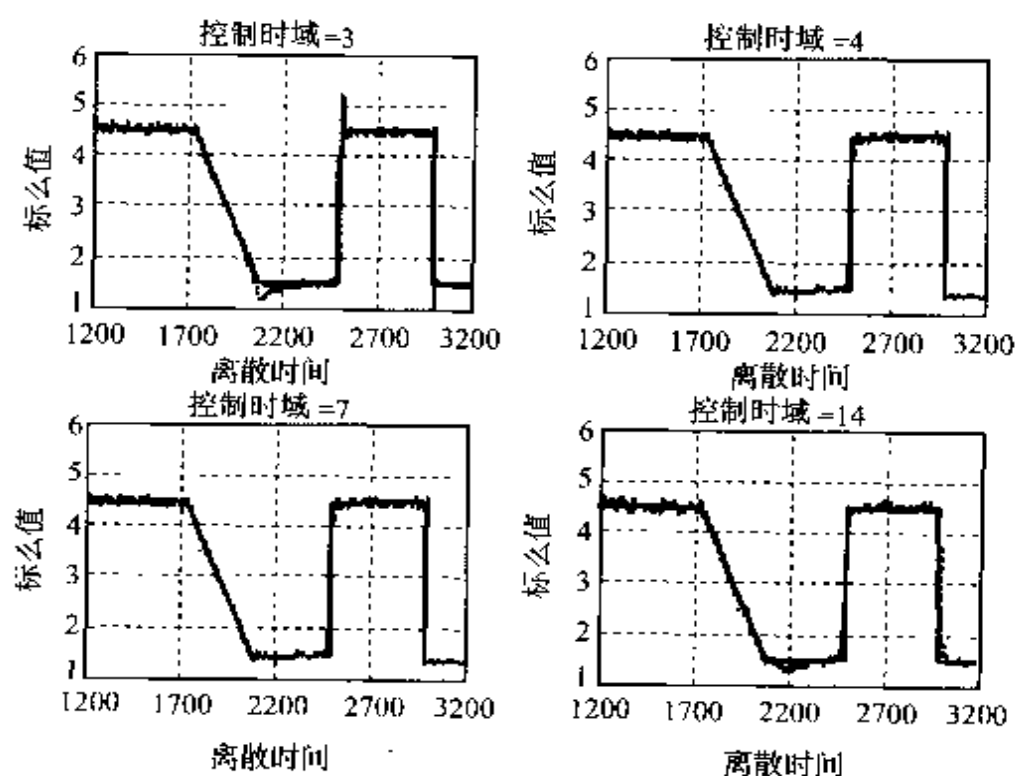


图 5.11 不同控制时域下的闭环响应曲线

每一个预测控制器在设计阶段都需要寻找它自己的最优时域, 从应用的观点来看这是很不方便的。当然, 从鲁棒性(稳定性)的角度来说分析性研究是必需的。分析多模型预测器控制算法, 在线性系统框架下已有一些结果。但是在模糊框架下, 这种分析是非常复杂的, 目前还没有一种有效的分析方法。然而, 在仿真试验的基础上, 即使对于那些诸如非线性反向响应或具有未建模动态的难以控制的复杂对象, 通过调整某些预先设定的参数(如学习速率等)即可使控制器达到满意的控制效果。例如, 图 5.10 和

5.11 给出了控制时域增加时的系统控制特性。图 5.12 为取最佳参数( $T=4$ )时的仿真曲线。

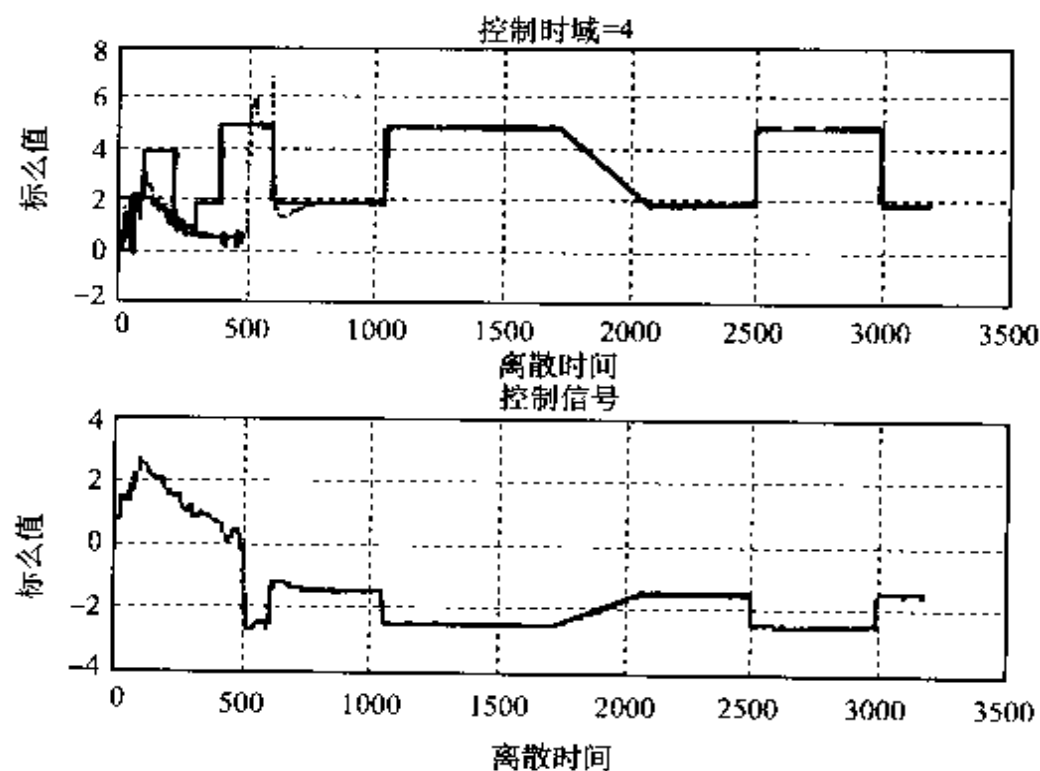


图 5.12 控制时域  $T=4$  时的系统响应和控制作用曲线

## 第六章 具有模糊软约束系统的预测控制

工业过程的对象一般很难以精确的数学模型描述,基于精确数学模型的控制方法在应用上受到很大限制,尤其对复杂非线性或部分未知的工业系统控制问题,经典的线性控制理论往往受到限制或只能应用于局部线性的情况,不能得到全局工况的满意控制。此外,工业环境中存在着各种扰动,对过程动态带来很大影响。由于机构、能量、工艺条件以及安全性等方面的考虑,工业过程中的物理量受到形式多样的约束,使得控制器的控制动作受到限制。复杂工业过程的规模日益庞大,生产者已不可能对生产全部过程参数提出控制要求,转而根据生产要求提出不同指标,并尽可能综合考虑这些指标的优化,从而构成了在动态环境下的满意控制问题。

满意控制的核心是以有限的操作自由度,去满足生产的多种要求,包括不同性能指标的优化及各种软、硬约束。不同要求的重要程度是由用户确认、并以控制算法予以保证的,从而构成了一个人机合作、以使用户满意为目标的控制模式。在以往的相关研究中,如文献[4],不同性能指标及约束均是以确定的形式描述的,人对各种要求重要性的权衡,仅仅用不同的权系数加以表达,这无疑加大了人在满意控制中做出判断的难度。事实上,对性能指标的要求和对可变约束的容忍范围均带有一定的模糊性,人们很难用一个简单的系数把它表示清楚,因此,有必要把模糊推理的机制引入满意控制中,借以提高对各种要求重要性描述的准确性。

本章针对复杂工业过程在模糊环境中存在生产约束时的满意控制问题,将系统约束和控制目标模糊化,将模糊环境中有限时域的优化问题转化为等价的确定性规划问题,提出一种解决复杂工业过程在模糊动态环境下的满意优化控制方法。

## 6.1 问题的描述

通常情况下,复杂工业过程中所遇到的约束——由系统本身物理特性(机械、热力、电气等等)所决定的约束和由产品经济效益(产品质量、利润率等等)所决定的约束——都在控制系统中归结为对于控制量及其变化率和对于输出量的约束。它们通常具有上下界非时变常数型约束形式,即

$$\begin{cases} u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} \\ \Delta u_{\min} \leq \Delta u(t) \leq \Delta u_{\max} \\ y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max} \end{cases} \quad (6.1)$$

在传统的约束规划中,约束条件本身是不能逾越、不能改变的。但在满意控制的优化问题中,部分约束具有可调整性,称为“软约束”。这样,每一个约束变量都具有在一定范围内可调整的性质,并且有一个函数反映用户对于约束变量界域的模糊性。我们可以用模糊变量来描述这一特性。对于模糊变量 $\tilde{b}$ 可以定义隶属度函数 $\mu(\tilde{b})$  ( $0 \leq \mu \leq 1$ )来反映该变量隶属于某一集合的程度。 $\mu = 1$ 表示对应的模糊变量属于这一集合, $\mu = 0$ 则反之。其实,在这里我们可以直接把 $\mu$ 作为满意度来理解。一种模糊边界如图6.1,隶属度函数取为线性函数(也可以取其他的函数形式),有利于计算的简单化。这样计算隶属度可用下式来进行:

$$\mu(b) = \begin{cases} 0, & b < b_{\min} - p_1 \\ 1 - \frac{b_{\min} - b}{p_1}, & b_{\min} - p_1 \leq b < b_{\min} \\ 1, & b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \\ 1 - \frac{b - b_{\max}}{p_2}, & b_{\max} < b \leq b_{\max} + p_2 \\ 0, & b_{\max} < b \end{cases} \quad (6.2)$$

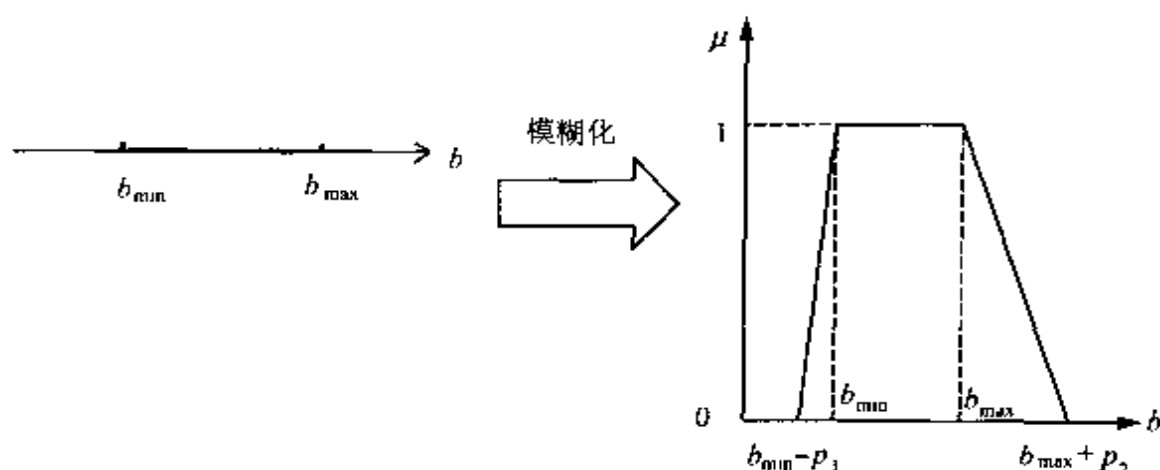


图 6.1 模糊边界条件

式中,  $p_1, p_2$  称为模糊宽度或容忍宽度;  $b_{\min}, b_{\max}$  均称为模糊量  $\tilde{b}$  的期望界限。显然, 模糊宽度等于零的情况就对应于“硬约束”。

调整“软约束”是基于人与计算机的交互, 实质上是人的经验和判断—知识库和规则库—与计算机的交互。很自然的一种设想便是在计算机中建立针对特定工业过程的专家系统, 实时地对输入、输出各种状态进行判断, 调整边界, 实现滚动优化。用户只需在特别的情况下才参与控制, 换句话说, 这时用户是处于一个更高的层面上对整个系统提出建议或命令(例如生产计划的更改、实施新的产业标准等), 而涉及底层的一些简单的逻辑判断就可完全交给控制系统去处理了。而且, 这种专家系统由于是针对某一特定的工业环境, 需要的知识库与规则库不会十分庞大, 所需的建造与运行成本是完全可行的。

表述专家系统规则库通常所用的一个数学方法是模糊推理方法。它具有运算简便、含义清晰、可以用自然语言表达等优点, 符合人们一般的思维习惯。我们可以先设定一系列的模糊变量, 在满意控制问题中通常是需要调整的约束边界、控制算法参数等, 再根据已有的经验给出在各种条件下模糊变量之间应遵循的关系, 制定模糊规则和模糊矩阵。实际在线运算时, 需要解决的是边界条件模糊时的滚动优化问题, 也就是模糊约束优化问题, 使模糊边



界的隶属度达到最大,若隶属度等于零,代表现有的模糊边界没有可行解,那么就要根据规则库重新设定模糊边界,再来进行优化。这一过程就相当于用户和计算机交互信息的过程。

## 6.2 满意控制中系统约束的模糊化处理

### 6.2.1 模型预测控制

满意控制是基于模型的预测控制,其本质是利用系统的预测信息,在有限时域内对某一性能指标进行优化,为了克服系统的不确定性,在预测控制中采用滚动优化策略。系统的预测输出  $\hat{y}(k+i)$ ,  $i = N_1, \dots, N_2$  是由系统当前时刻  $k$  的信息和未来的控制信号  $u(k+i)$ ,  $i = 1, \dots, N_u$  得到的,其中  $[N_1, N_2]$  为系统的预测时域,优化目标为

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} [\hat{e}(k+i)]^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda_i [\Delta u(k+i-1)]^2 \quad (6.3)$$

式中,  $\hat{e}(k+i)$  为系统的预测误差;  $\Delta u(k+i-1)$  为系统控制增量;  $\lambda_i$  分别为控制增量的加权系数。

对于用 CARIMA 模型描述的系统

$$\Lambda(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \frac{C(q^{-1})\xi(t)}{\Delta} \quad (6.4)$$

式中,

$$\Lambda(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_p q^{-p}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_l q^{-l}$$

系统的预测方程为

$$\hat{y} = G\bar{u} + f$$

式中,

$$\hat{y} = [\hat{y}^T(t+1|t), \dots, \hat{y}^T(t+N_2|t)]^T, \quad (1 \times N_2 p)$$

$$\bar{u} = [\Delta u^T(t), \dots, \Delta u^T(t+N_u)]^T, \quad (1 \times N_u m)$$

$$f = [f_1^T(t), \dots, f_{N_2}^T(t)]^T, \quad (1 \times N_2 p)$$

其控制律为

$$u(t) = u(t-1) + g^T(w - f) \quad (6.5)$$

式中,  $g^T$  是矩阵  $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$  的前  $m$  行。其参数的意义参见文献[23]。

### 6.2.2 模糊约束的处理

本节具体讨论如何解模糊边界优化问题。首先考虑到约束方程中的控制变量  $u$  和输出变量  $y$  在 GPC 算法滚动优化的求解过程中都是由控制变量的变化率  $\Delta u$  决定的。边界条件(6.1)可表示为

$$A\Delta u \leq b(t) \quad (6.6)$$

式中,

$$A = [C_1^T \quad -C_1^T \quad C_2^T \quad -C_2^T \quad C_3^T \quad -C_3^T]^T \quad (6.7)$$

$$b(t) = \begin{bmatrix} b_2(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \\ b_4(t) \\ b_5(t) \\ b_6(t) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

$$\Delta u = [\Delta u^T(t+1), \dots, \Delta u^T(t+N_u)]^T \quad (6.9)$$

这里各矩阵定义如下:

$$C_1 = I, \quad (mN_u \times N_u)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ I & \cdots & \cdots & I \end{bmatrix}, \quad (mN_u \times mN_u)$$

$$C_3 = G, \quad (p(N_2 - N_1 + 1) \times mN_u)$$

$$b_1(t) = [u_{\max}^T, \cdots, u_{\max}^T]^T, \quad (mN_u \times 1)$$

$$b_2(t) = [-u_{\min}^T, \cdots, -u_{\min}^T]^T, \quad (mN_u \times 1)$$

$$b_3(t) = [(\Delta u_{\max} - u(t-1))^T, \cdots, (\Delta u_{\max} - u(t-1))^T]^T, \\ (mN_u \times 1)$$

$$b_4(t) = [(-\Delta u_{\min} + u(t-1))^T, \cdots, (-\Delta u_{\min} + u(t-1))^T]^T, \\ (mN_u \times 1)$$

$$b_5(t) = [(y_{\max} - f_{N_1}(t))^T, \cdots, (y_{\min} - f_{N_2}(t))^T]^T, \\ (p(N_2 - N_1 + 1) \times 1)$$

$$b_6(t) = [(-y_{\min} + f_{N_1}(t))^T, \cdots, (-y_{\min} + f_{N_2}(t))^T]^T, \\ (p(N_2 - N_1 + 1) \times 1)$$

要注意到对于控制量和控制量变化率的约束应考虑将来  $N_u$  个周期,而对于输出量的约束则在将来第  $N_1$  个周期到第  $N_2$  个周期。但从计算角度来看,解有约束的最优化问题的计算复杂度与约束条件的个数有很大关系。因此,有些情况下,可只考虑最近几个周期的约束,以减少计算量。

另外,因为式(6.6)中的  $b(t)$  是由原先的边界条件式(6.1)转换而来的,而且转换只是一系列的平移和取反,所以如果从模糊边界条件出发,得到的  $\tilde{b}(t)$  从形式上仍与非模糊约束一样,而且各

模糊量的模糊宽度不改变。用下式来表示:

$$A\Delta u(t) \leq \tilde{b}(t) \quad (6.10)$$

并且  $\tilde{b}(t)$  各元素(模糊量)的模糊宽度用向量  $p$  表示

$$p = \left[ \overbrace{p_{u_{\min}}^T, \dots, p_{u_{\max}}^T}^{N_1}, \overbrace{p_{u_{\min}}^T, \dots, p_{u_{\max}}^T}^{N_2}, \overbrace{p_{\Delta u_{\min}}^T, \dots, p_{\Delta u_{\max}}^T}^{N_3}, \right. \\ \left. \overbrace{p_{\Delta u_{\min}}^T, \dots, p_{\Delta u_{\max}}^T}^{N_4}, \overbrace{p_{y_{\min}}^T, \dots, p_{y_{\max}}^T}^{N_2 - N_1 + 1}, \overbrace{p_{y_{\min}}^T, \dots, p_{y_{\max}}^T}^{N_2 - N_1 + 1} \right]^T \quad (6.11)$$

式中,  $p_x$  代表模糊量  $x$  的模糊宽度。

### 6.3 基于模糊优化的预测控制算法

对于约束条件式(6.10)以及优化指标[一般采用二次型形式(6.3)],求解作用于对象的下一时刻最优控制量,其主要困难在于约束是模糊变量。这是一个求解模糊规划的问题。实际上,约束的模糊性隐含了一个优化指标,就是要使约束中模糊变量的隶属度达到最大,用式子表达为

$$\max \tilde{J} = \min_{\Omega} \mu_{\Omega} \quad (6.12)$$

式中,  $\tilde{J}$  代表来自于模糊约束的目标函数;  $\Omega$  代表约束中的模糊变量空间;  $\mu_{\Omega}$  是来自  $\Omega$  的各模糊变量的隶属度,  $\min_{\Omega} \mu_{\Omega}$  是对  $\Omega$  中所有的模糊变量的隶属度求最小。

众所周知,用模糊数学解决问题的一般步骤就是先把具体问题的数学模型模糊化(fuzzy),求解时再把模糊变量非模糊化(defuzzy)。我们也将遵循此步骤进行。首先,由式(6.2)注意到

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & A_i \Delta u(t) \leq b_i(t) \\ 1 - \frac{A_i \Delta u(t) - b_i(t)}{p_i}, & b_i(t) < A_i \Delta u(t) \leq b_i(t) + p_i \\ 0, & b_i(t) + p_i < A_i(t) \Delta u(t) \end{cases} \quad (6.13)$$

式中,  $A_i$  是矩阵  $A$  的第  $i$  行向量;  $b_i$  是模糊向量  $\tilde{b}$  的第  $i$  个元素的期望值;  $\mu_i$  是相应的隶属度。由优化指标式(6.12)可定义变量  $\mu$  为

$$\mu = \min_n \mu_n \quad (6.14)$$

联合优化指标(6.12)得到

$$\begin{aligned} \max \tilde{J} &= \mu \\ \mu &\leq \mu_i \quad (\forall b_i) \end{aligned} \quad (6.15)$$

从  $b_i(t) < A_i \Delta u(t) \leq b_i(t) + p_i$  区间入手, 代入消去  $\mu_i$ , 上面的不等式可以化为

$$\mu \leq 1 - \frac{A_i \Delta u(t) - b_i(t)}{p_i} \quad (\forall b_i) \quad (6.16)$$

也就是

$$A_i \Delta u(t) + p_i \mu \leq b_i(t) + p_i \quad (6.17)$$

定义矩阵  $\bar{A}, \bar{b}(t)$  为

$$\begin{aligned} \bar{A} &= [A, p] \\ \bar{b}(t) &= b(t) + p \end{aligned} \quad (6.18)$$

并定义优化变量  $x$  为

$$x = [\Delta u^T(t), \mu]^T \quad (6.19)$$

则模糊规划问题就可非模糊化为以下标准规划问题:

$$\begin{aligned} \max \tilde{J} &= \mu \\ \bar{A}x &\leq \bar{b} \end{aligned} \quad (6.20)$$

当  $\tilde{J} > 1$  时, 实际上是  $\mu = 1$ , 即控制增量、控制量以及输出量完全属于满意集。把  $\mu = 1$  代入式(6.20)也满足不等式, 因此可以再加上一个约束条件  $\mu \leq 1$ , 反映出在满意集中的解无彼此优先的事实, 矩阵  $\bar{A}, \bar{b}$  可修改为

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{b}(t) &= \begin{bmatrix} b(t) + p \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

当  $\tilde{J} < 0$  时, 从模糊集的定义来考虑就是  $\mu = 0$ , 换言之, 此时无满足约束的可行解, 这种情况下就需要对边界做进一步的调整, 即通过用户界面或专家系统对约束值和模糊参数等进行高一层次的调节。由此形成下述算法:

(1) 求解线性规划问题式(6.20), 得到满意度  $\mu$ 。

(2) 如果  $\mu = 1$ , 说明无需调整边界即存在可行解, 直接通过约束条件式(6.6)和控制指标式(6.3)求解带有约束的二次型规划得到下一时刻的控制增量。如果  $0 < \mu < 1$ , 说明需要调整边界, 由满意度的定义可得调整后的边界  $b'(t)$  为  $b'(t) = b(t) + \mu p$ 。用  $b'(t)$  代替式(6.6)中的  $b(t)$ , 联合式(6.3)求有约束二次型规划得到控制解。如果  $\mu \leq 0$ , 说明无可行解, 终止优化算法, 通过其他途径(人机交互、专家系统等)修改约束参数。

(3) 下一采样时刻回到步骤①。

该算法的核心思想是针对复杂工业过程在模糊不确定性环境中存在生产约束时的满意控制问题, 在预测控制的框架下把具有

模糊边界约束的有限时域的优化问题转化为等价的确定性规划问题。当系统受到边界约束时,系统优化可能无解,文献[4]则要求操作者通过人机交互修改边界再进行求解,只是这时的解不是最优解,而是满意解。而实际系统在运行中,其系统的约束都有一定的“容忍”宽度,本文利用模糊隶属度将边界模糊化,而在求解规划问题时,优化目标是向满意度增大的方向求解的,其满意度取决于系统的约束情况,这样,操作者具有更大的自由度。

## 6.4 仿真结果

根据上述分析,在 MATLAB 环境下建立系统仿真结构,取控制系统传递函数为  $\frac{s-0.5}{s^3+s^2+1}$  的 SISO 对象,它是一个非最小相位开环不稳定对象,参考输入为阶跃输入。仿真结果如图 6.2 和 6.3 所示。

在图 6.2 中,系统在控制量约束为  $[-1.7, 0]$ ,控制增量约束为  $[-1, 1]$ ,输出量约束为  $[0, 1.2]$ ,它们对应的模糊宽度均为 0.3,图 6.2(a)是系统的阶跃响应,6.2(b)是系统的控制量,6.2(c)是系统的满意度,在此组约束条件下,系统的输出和控制量没有受到限制,在优化过程中,系统的满意度逐渐增大,最终达到 1。在图 6.3 中,系统在另外一组约束条件下,控制量约束为  $[-1.5, 0]$ ,控制增量约束为  $[-1, 1]$ ,输出量约束为  $[0, 1.5]$ ,它们对应的模糊宽度均为 0.5,系统的控制量在  $-1.5$  处受到硬的约束,如果没有模糊宽度,系统没有解,按照本章所提出的算法,对系统的约束边界进行了模糊化处理,在优化求解过程中,逐渐放松系统的硬约束,优化的方向是模糊隶属度最大,图 6.3(a)是系统的输出,6.3(b)是系统的控制量,6.3(c)表示系统的模糊满意度,可以看出,系统的满意度在优化过程中不断调整,向着逐渐大的方向对系统的控制量进行求解,说明本文方法的有效性。

通过定义控制目标和系统约束的模糊隶属度,并利用模糊推

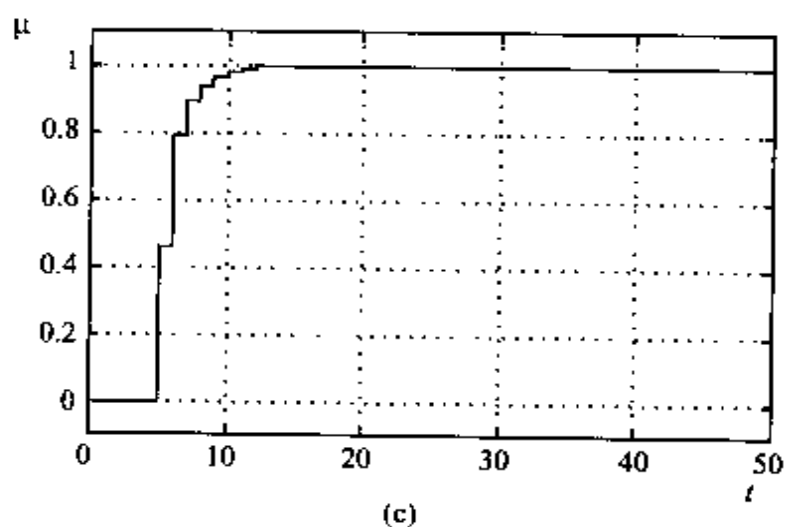
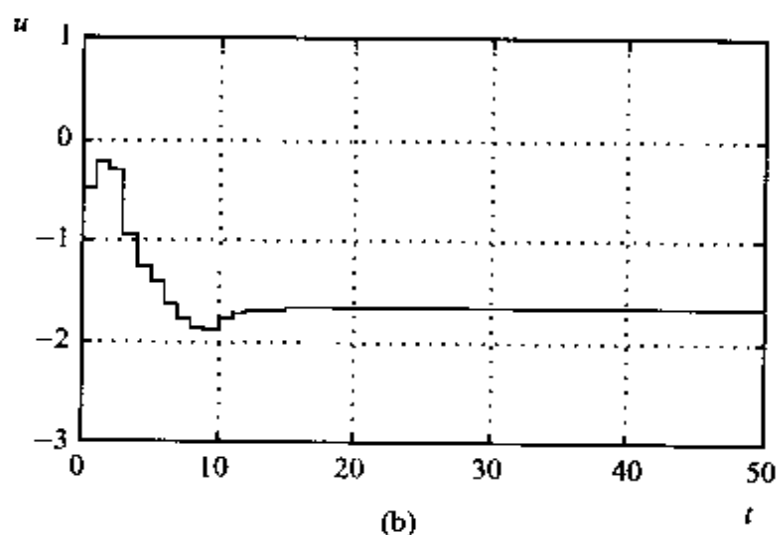
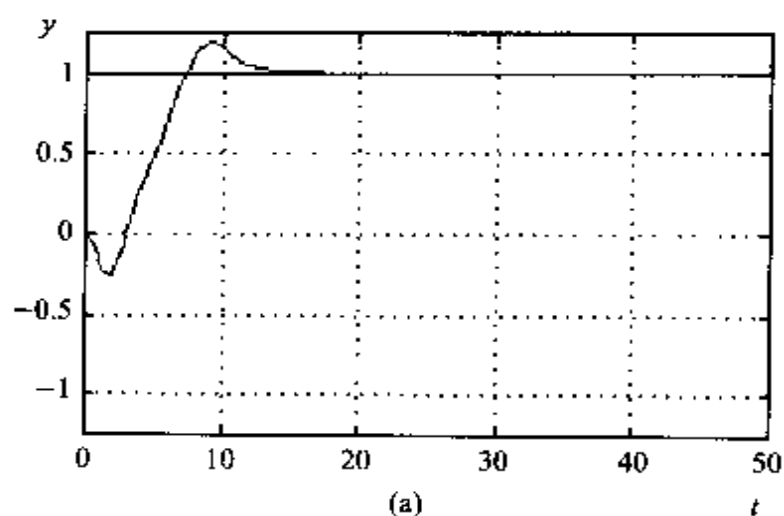


图 6.2 仿真结果 (控制量约束为  $[-1.7, 0]$ )

理运算,将有约束多目标多自由度优化控制(CMMO)转化为凸优化问题,便于用有效的优化算法进行求解,并保证了求得的解为



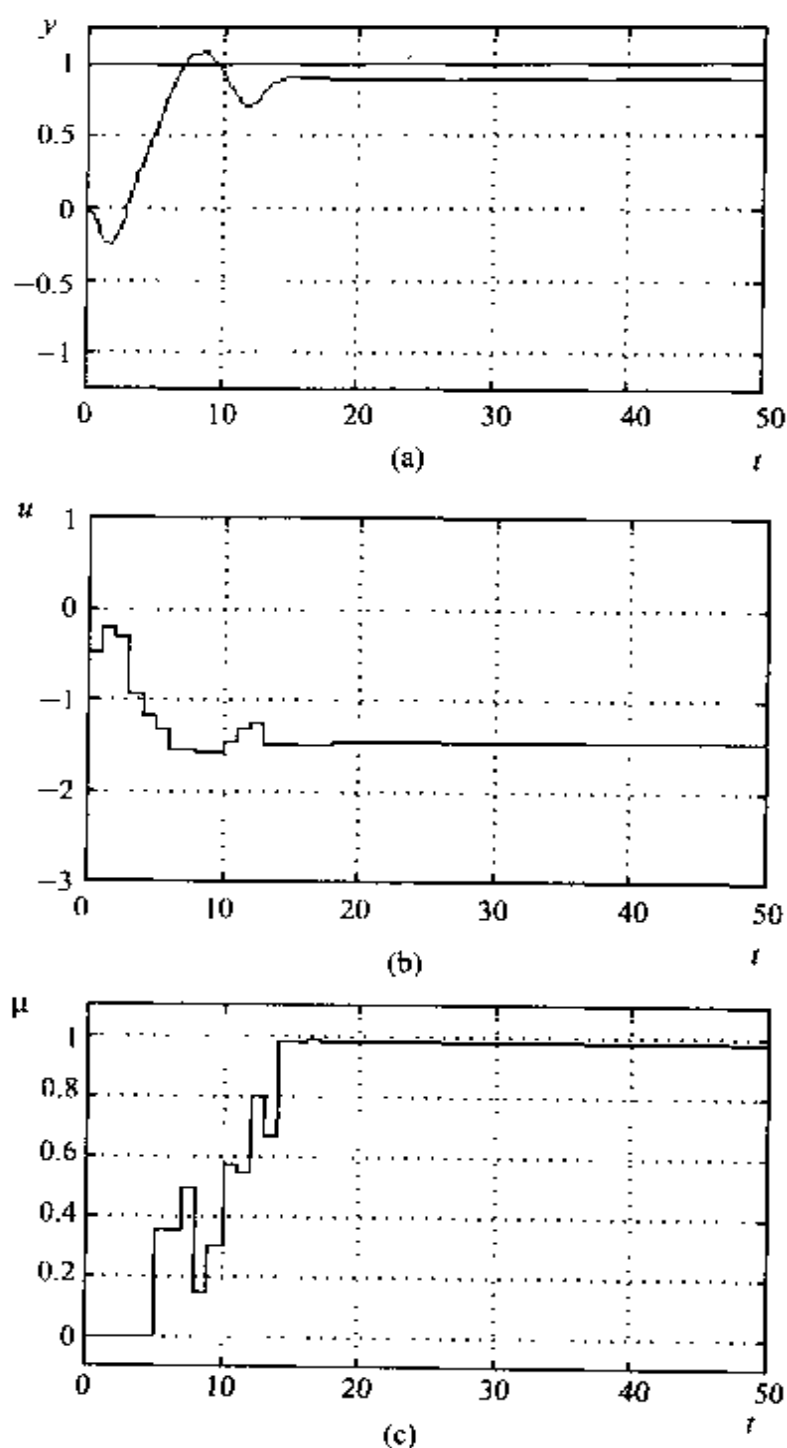


图 6.3 仿真结果 (控制量约束为  $[-1.5, 0]$ )

全局最优解。更重要的是可以通过调整与控制目标和系统约束直接有关的模糊隶属度的参数而增加控制的自由度,设计者对控制目标和系统约束的控制经验可以通过语言变量的模糊推理而加以利用,对控制性能的影响有更直观的理解。

## 第七章 不确定性系统的模糊优化预测控制

预测控制本质上是在有限时间内的优化控制算法,并通过滚动优化机制克服系统不确定性因素的影响。系统预测和模糊推理都是人们在处理复杂工业过程控制问题时的自然想法,在现有的模糊预测控制文献中,大多是先通过模糊推理建立全局系统的模型,然后利用这一模型对系统的输出进行预测,利用预测控制算法得到控制量;然而,这一做法与预测控制的初衷是不一致的,因为预测控制以滚动优化机制来降低对控制模型的要求,而用模糊推理建立非线性系统的全局模型是很复杂的事情,再结合预测控制算法反而增加了复杂性。另外,在现有模糊预测控制研究中,也没有考虑多目标和多约束的实际控制问题。

本章针对复杂工业过程在模糊不确定性环境中存在生产约束时的满意控制问题,将系统约束和控制目标模糊化,将模糊环境中有限时域的优化问题转化为等价的确定性规划问题,提出一种解决复杂工业过程在模糊动态环境下的满意控制的方法。

### 7.1 预测控制中的模糊决策

模型预测控制的本质是利用系统的预测信息,在有限时域内对某一性能指标进行优化,为了克服系统的不确定性,在预测控制中采用滚动优化策略。系统的预测输出  $\hat{y}(k+i)$ ,  $i=N_1, \dots, N_2$  是由系统当前时刻  $k$  的信息和未来的控制信号  $u(k+i)$ ,  $i=1, \dots, N_u$  得到的,其中  $N=N_2-N_1$  为系统的预测时域。为了优化问题的简化,一般取控制时域  $N_u < N_2-N_1$ , 即  $u(k+i) = u(k+N_u-1)$ ,  $i=N_u, \dots, N_2-1$ , 优化目标为

$$J = \sum_{i=-N_1}^{N_2} [\hat{e}(k+i)]^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda_i [\Delta u(k+i-1)]^2 \quad (7.1)$$

系统在无约束情况下,可以得到系统优化的解析控制器表达式(6.5)。在复杂工业过程控制中,往往存在着多个系统的控制目标和实际约束,设控制目标和系统约束分别为  $G_1, \dots, G_p; C_1, \dots, C_q$ , 优化控制的目的是在满足控制约束的前提下,使得控制目标尽量得以满足。而当控制目标受到系统约束时,控制目标不能得到满足,这时需要兼顾控制目标和系统约束,保持系统的稳定和性能优化,称为有约束多目标多自由度优化控制(CMMO)<sup>[4]</sup>。由于系统的高度复杂性,系统约束和控制目标往往是用模糊语言变量来表述的,因而上述问题可以扩展为多目标的模糊决策问题<sup>[24]</sup>。

设  $\mu_{G_1}, \dots, \mu_{G_p}$  表示控制目标的模糊隶属度,  $\mu_{C_1}, \dots, \mu_{C_q}$  表示系统约束的模糊隶属度,分别为

$$\mu_{G_i}(x) = \begin{cases} 0, & g_i(x) > g_i^{\max} \\ -\frac{g_i(x) - g_i^{\min}}{g_i^{\max} - g_i^{\min}}, & g_i^{\min} < g_i(x) \leq g_i^{\max} \\ 1, & g_i(x) \leq g_i^{\min} \end{cases} \quad (7.2)$$

式中,  $\mu_{G_i}(x): R^n \rightarrow [0, 1]$  表示控制目标  $G_i(x)$  满足的隶属度;  $[g_i^{\min}, g_i^{\max}]$  表示模糊论域, 且  $g_i^{\min} \triangleq \min_i g_i(X^*)$ ,  $g_i^{\max} \triangleq \max_i g_i(X^*)$ ,  $X^*$  为隶属度取最大值的向量空间。

$$\mu_{C_j}(x) = \begin{cases} 0, & c_j(x) > b_j + d_j \\ 1 - \frac{c_j(x) - b_j}{d_j}, & b_j < c_j(x) \leq b_j + d_j \\ 1, & c_j(x) \leq b_j \end{cases} \quad (7.3)$$

式中,  $\mu_{C_j}(x): R^n \rightarrow [0, 1]$  表示系统约束  $C_j(x)$  满足的隶属度;

$[b_j, d_j]$  表示第  $j$  个约束的域。 $\mu_{C_j}(x) = 1$  表示系统受到最小约束, 而  $\mu_{C_j}(x) = 0$  表示系统受到最大约束。

通过定义模糊隶属度函数, 控制目标和系统约束均变换到  $[0, 1]$  上, 最后的决策是在模糊信息下, 寻找满意的控制策略  $\nu$ , 满足

$$\mu_\nu(X^*) = \Psi(\mu_{C_1}, \dots, \mu_{C_p}, \mu_{C_1}, \dots, \mu_{C_q}) = \max_{\nu} \mu_\nu(X) \quad (7.4)$$

式中,  $\Psi(\cdot)$  为模糊运算。文献[25]讨论了各种模糊算子对优化决策的影响。

### 7.1.1 目标函数

在时域中, 系统的控制目标一般直观表示为系统的上升时间、超调量、调整时间及稳态误差等, 而在模型预测控制中, 由于采用了基于二次型目标函数的优化技术, 系统的控制目标常表示为预测误差和控制增量的二次型加权, 如式(7.1)所示, 这样做的目的在于形成凸优化问题, 便于问题求解。更进一步地, 如要使得系统的变化平稳, 则目标函数可写成

$$\begin{aligned} J = & \sum_{i=N_1}^{N_2} \alpha_i [e(k+i)]^2 + \sum_{i=N_1}^{N_2} \beta_i [\Delta \hat{y}(k+i)]^2 \\ & + \sum_{i=1}^{N_u} \gamma_i [\Delta u(k+i-1)]^2 \end{aligned} \quad (7.5)$$

系统设计的灵活性主要表现在加权系数的选择上, 当然, 在预测控制中, 预测时域  $N_1, N_2$  和控制时域  $N_u$  对系统稳定性和性能也有一定的影响, 在文献[26]中已有结果。另外当系统受到约束, 或对于非线性系统的预测控制, 这样的性能指标往往导致非凸优化, 在这种情况下, 可借助上述的模糊化的隶属度函数, 将模糊目标和模糊约束通过模糊  $t$ -范数运算进行综合, 得到如下的性能

指标

$$\begin{aligned} \mu_v = & \sum_{i=N_1}^{N_2} (\bar{\mu}_e(e(k+i)))^p + \sum_{i=N_1}^{N_2} (\bar{\mu}_y(\Delta \hat{y}(k+i)))^p \\ & + \sum_{i=1}^{N_u} (\bar{\mu}_u(\Delta u(k+i-1)))^p, \quad p > 0 \end{aligned} \quad (7.6)$$

式中,  $\bar{\mu}(\cdot)^p$  表示归一化的  $t$ -范数模糊运算,  $\mu(\cdot)^p \rightarrow R^n$ 。优化就是在一定时域内寻找一控制策略,使得

$$\mu_v^* = \max(0, 1 - \mu_v^{\frac{1}{p}}), \quad p > 0 \quad (7.7)$$

### 7.1.2 模糊预测控制中的优化

非线性系统的优化问题一般可以表示为

$$\begin{aligned} & \min_{x \in R^n} f(x) \\ & \text{s. t. } c_i(x) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ & \quad c_i(x) \leq 0, \quad i = r+1, \dots, R; \end{aligned} \quad (7.8)$$

式中, 目标函数  $f(x)$  和约束函数  $c_i(x)$  均为实函数。如果  $f(x)$  是凸函数, 等式约束是线性的, 并且不等式约束是凸的, 则上述问题为凸优化问题。在模糊多目标决策中, 由于控制目标和系统约束均已表示为模糊隶属度, 在式(7.8)所示的优化问题中, 已将有约束多目标的满意控制问题转化为无约束的优化, 系统的控制性能取决于式(7.6), 因此, 优化的凸性只取决于  $f(x)$  的凸性。

控制目标和系统约束的隶属度函数可按式(7.2)和(7.3)求取, 在给定的论域上, 保证  $\mu_v$  非空, 则有

**定理 7.1** 控制目标和系统约束分别为  $G_1, \dots, G_p; C_1, \dots, C_q$  的系统, 其满意的隶属度分别按式(7.2)和式(7.3)定义, 在有限预测时域内优化目标如式(7.6), 则有约束多目标多自由度优化控制(CMMO)为一凸优化问题。

证明:通过定义控制目标和系统约束的模糊隶属度,其对系统控制性能的满意程度已在优化目标式(7.4)中得到反映,CMMO问题转化为无约束的优化问题,其凸性取决于优化目标的凸性。

在优化目标(7.6)中,对控制目标和系统约束是通过模糊隶属度加权的,只要每一部分是凸性的,则整个目标函数是凸性的。以预测误差的隶属度为例证明:

预测误差的隶属度取三角形,即

$$\mu(r(i) - \hat{y}(i)) = \max\left(1 - \frac{|r(i) - \hat{y}(i)|}{K}, 0\right) \quad (7.9)$$

对照式(7.8),取目标函数为

$$\left\{ \sum_{i=1}^{N_1} [1 - \overline{\mu}_e(\hat{e}(k+i))]^p \right\}^{\frac{1}{p}} \rightarrow \min \quad (7.10)$$

而

$$1 - \overline{\mu}_e(\hat{e}(k+i)) = \frac{|\hat{e}(k+i)|}{K} \quad (7.11)$$

为一凸函数, $t$ -范数满足凸运算,则式(7.10)为凸函数,由此可得证 CMMO 为一凸优化问题。

## 7.2 基于模糊优化的视觉机器人路径规划

机器人路径规划是机器人研究领域里重要的问题,总的控制目标是使机器人运动到目标点,总的约束是在整个过程中,机器人不碰到任一障碍物。这一问题可以分成两类:一类是环境信息已知;另一类环境信息未知。前一问题现在已经有大量的研究,如位姿空间法,人造势场法等等。但环境未知时,这个问题还没有很好的解决方法。文献[27]中提出基于滚动窗口的机器人路径规划,机器人依据可测范围内的环境信息决定当前的前进方向,向前行进一步后刷新可测范围内的信息,依同样的方法和策略决定新的

行进方向,基于预测控制中滚动优化策略,可以提前避开障碍物。其过程中惟一的优化变量是机器人与目标的距离,该文对环境的要求是很严格的,同时也要求机器人能够探测到障碍物后面的环境信息,这些在实现上有很大的困难和局限性。本节我们基于模糊优化和满意控制的思想,介绍基于模糊优化和滚动窗口的视觉机器人路径规划算法<sup>[28]</sup>。

### 7.2.1 问题描述

在空间二维平面中,视觉机器人 Robot 在以 Edge 为界且有障碍物的凸形工作环境中,由起点  $P_i$  到终点  $P_d$ ,不碰到所有障碍物。Robot 没有记忆功能,对经过的环境信息无从知晓,但知道  $P_d$  的方位,且基于视觉可以“看到”半径为  $r_v$  的范围里的信息,边界记为  $\partial S$ ,称这个区域为机器人的视野。机器人在视野围内依据视觉能够辨识出障碍物,但不可以绕过障碍物看到后面的信息。机器人依视觉可辨识的点我们称为可测的或称可以看到。在平面建立直角坐标系,每点用横纵坐标表示。环境中存在有限个障碍物,表示为  $Ob_1, Ob_2, \dots, Ob_n$ ,已经按 Robot 的尺寸做了相应的“膨化”处理,使 Robot 可以看做质点。这里我们只要求障碍物为凸形,且两两不相交,也都不与边线相交。定义  $d(P_i, P_j)$  为平面两点  $P_i(x_i, y_i), P_j(x_j, y_j)$  的距离,用欧氏空间距离表示为

$$d(P_i, P_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (7.12)$$

在全局环境未知时,基于滚动窗口的路径规划是指移动机器人根据实时可测的有限范围内信息,按照某种策略决定当前前进方向,是按某种规则的优化决策过程。这种方法一般是不能得到全局最优的,但可以在结合反馈作用的同时实现局部的优化。此时,我们总的控制目标是要求机器人 Robot 行进到终点  $P_d$ ,约束是 Robot 必须绕开所有障碍物。在后面我们将按空间角度把这目标和约束分成子目标和子约束。

定义子目标集  $p_{sb}$ : 机器人 Robot 在视野内依据视觉探测到的  $\partial S$  与障碍物的交点以及沿障碍物边界方向的视线与障碍物或  $\partial S$  的交点组成的集合称为子目标集  $p_{sb}$ 。考虑在任一时刻, 机器人 Robot 依据视觉探测到局部环境信息和子目标集, 如图 7.1 中的  $A, B, C, D$  点组成的集合。

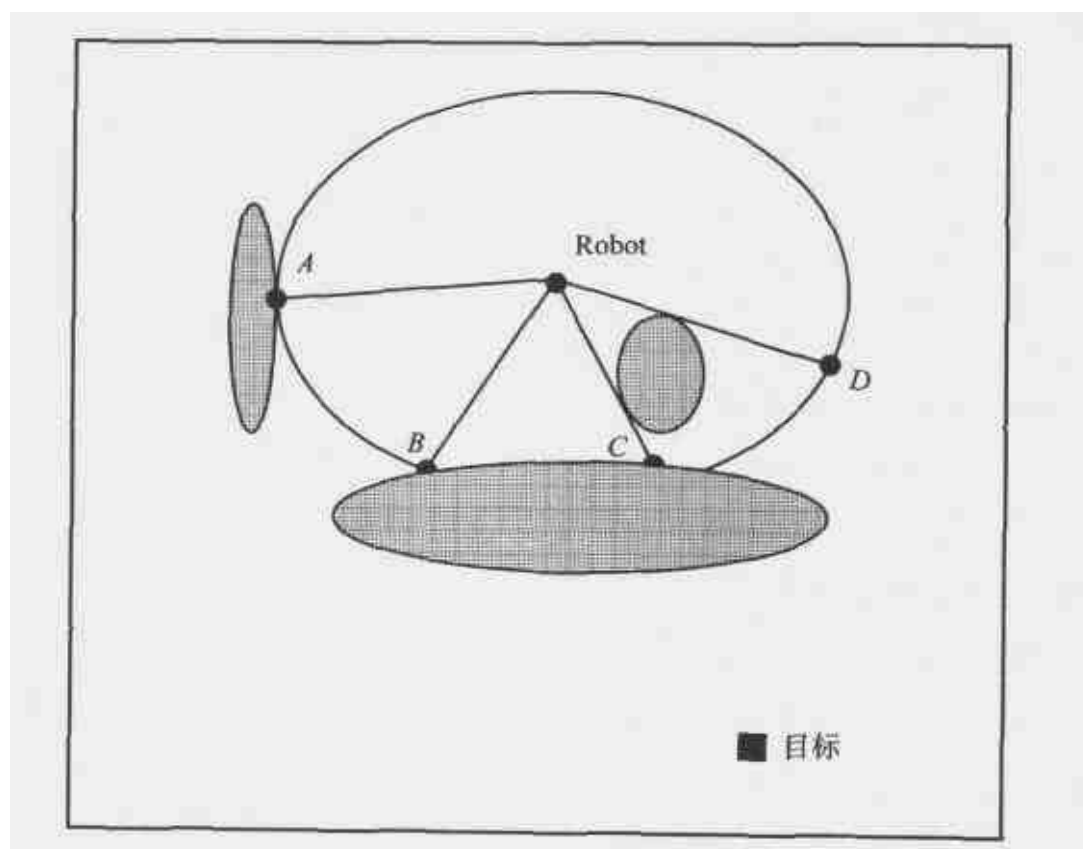


图 7.1 机器人路径规划中的质点描述

图中阴影部分代表障碍物, 机器人 Robot 和目标  $P_d$  (destination) 均表示出来。Robot 的视野用图中的圆形表示。障碍物后面的部分是不可测的。考虑到避障问题, 如果在  $P_d$  方向上遇到障碍物, Robot 只能沿局部可测范围内障碍物的边界行走, 文献[27]称为滚动窗口, 因为不能确定范围外障碍物的情况, 所以在  $A, B, C, D$  四点中做出选择是局部优化的结果, 也是合理的, 同时计算量也大大减少。



### 7.2.2 路径规划的模糊优化算法

基于滚动窗口,将总目标  $P_d$  按空间分成许多子目标。现在需要在子目标集  $p_{\text{sub}}$  中做出选择。依据满意优化方法,给出若干评价指标,并用隶属度函数表示。

对于  $p_{\text{sub}}$  中的点  $P_{*k}$ ,记  $P_c$  和  $P_{*k}$  的连线方向记为  $D_{ck}$ ,  $P_c$  和  $P_d$  的连线方向记为  $D_{cd}$ 。所涉及的指标可以人为规定,这里给出的有:  $D_{ck}$  与  $D_{cd}$  夹角  $\theta_{kd}$ ,  $D_{ck}$  与上一时刻子方向  $D_{ck}$  的夹角  $\theta_{kr}$ ,这些也可看做优化目标,用隶属度函数  $f_1(\theta_{kd})$ ,  $f_2(\theta_{kr})$  表示。

避障是过程中的约束,同样分成子约束,这里给出  $D_{ck}$  上障碍物的数量及分别与  $P_c$  的距离,用  $g_j (0 < j < m)$  表示。

最后考虑不同因素间的权重,建立相应的隶属度函数和加权系数,就可以寻找满意解  $P_{*k}$  使下式最优:

$$D = \sum_{i=1}^2 a_i f_i - b \left( \sum_{j=1}^m c_j g_j \right)$$

$$\text{s. t. } P_{*k} \in P_{\text{sub}} \quad (7.13)$$

其中,参数  $b$  是可调的,反映了目标和约束之间的权衡,控制结果将是保持这种权衡时的满意解。

在起点、终点、机器人视野和步长等规定好后,按下面的方法进行路径规划:

- (1) 将终点  $P_d$  作为初始子目标,连接起点  $P_c$  和终点  $P_d$  的方向作为初始子方向  $D_{cd}$ ;
- (2) 如果终点  $P_d$  可以被看到,则向终点前进直到到达,规划结束;
- (3) 刷新视野内的信息,测得子目标集  $p_{\text{sub}}$ ;
- (4) 在当前点  $P_c$ ,按照模糊优化的方法在  $p_{\text{sub}}$  中寻找最满意点  $P_{*k}$  作为子目标;

(5) 沿此方向前进一个步长, 将此方向作为新的子方向  $D_s$ , 重复(2)。

### 7.2.3 仿真实例

以文献[27]中的环境为例进行仿真, 这里只要求障碍物为凸形, 定义隶属度函数为

$$f_1 = \cos\theta_{kl}, \quad f_2 = \cos\theta_{kl}, \quad g_j = \frac{1}{1 + d(P_c, P_{so})} \quad (7.14)$$

式中,  $d(P_c, P_{so})$  是该视线方向与障碍物切点或交点  $P_{so}$  到  $P_c$  的距离, 同时  $g_j$  的个数也与此方向上障碍物的个数有关。

函数  $g_j$  的图像如图 7.2。

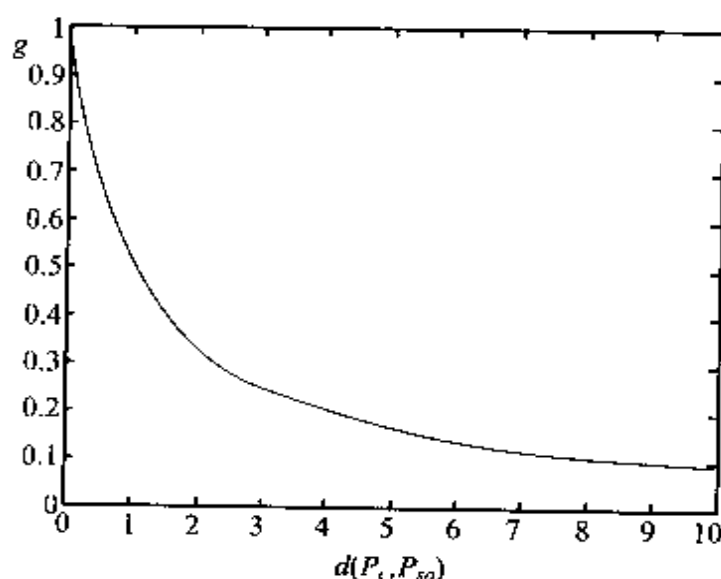


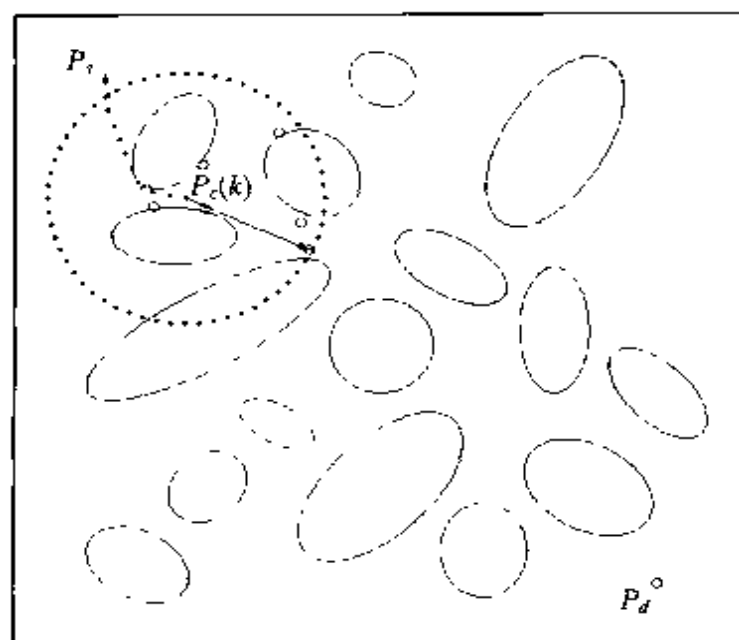
图 7.2  $g_j$  的函数图像

考虑一定的权重, 则总的满意优化指标为

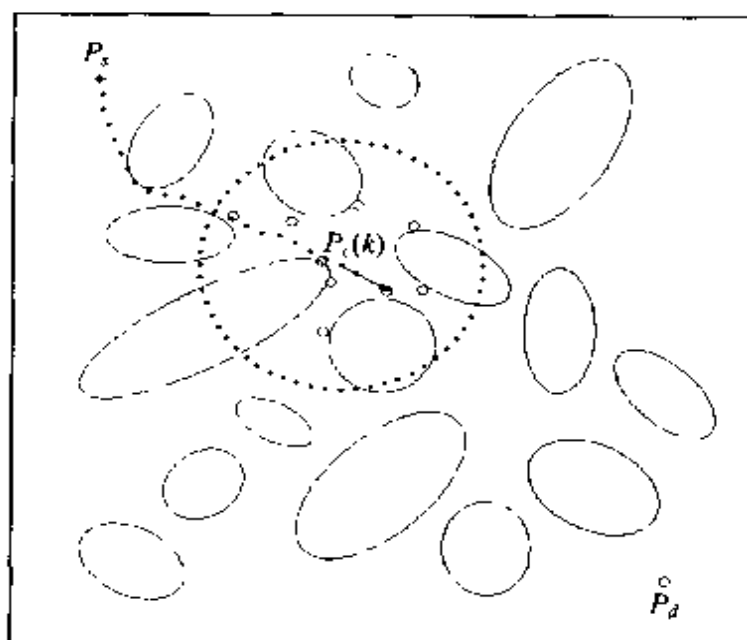
$$D = \sum_{i=1}^2 \alpha_i f_i - b \left( \sum_{j=1}^m \beta_j g_j \right) \quad (7.15)$$

$b$  是可调参数, 反映了目标和约束之间的权衡。

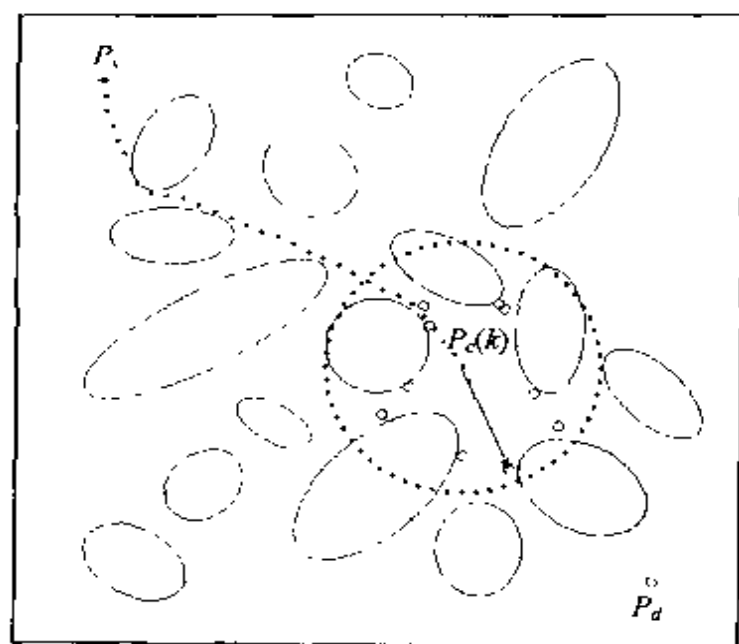
图 7.3 给出了机器人在第 10,20,30,40 步时的子目标选择过程和实际行走路径。



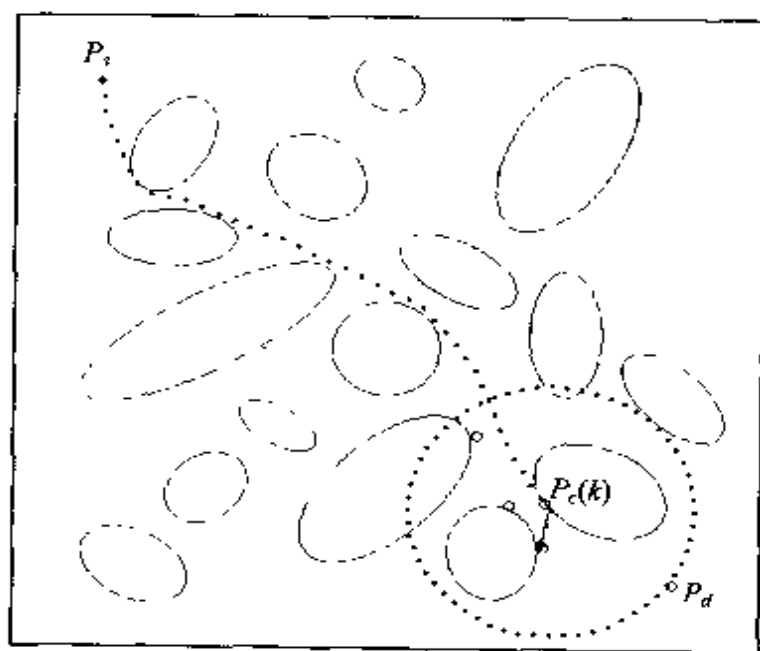
(a) 步长=10



(b) 步长=20



(c) 步长=30



(d) 步长=40

图 7.3 优化过程

图 7.4 显示了机器人在运动过程中突然加入移动障碍,在进入滚动窗口时,通过上述的模糊优化算法进行重新规划后,可以很好地避开障碍。

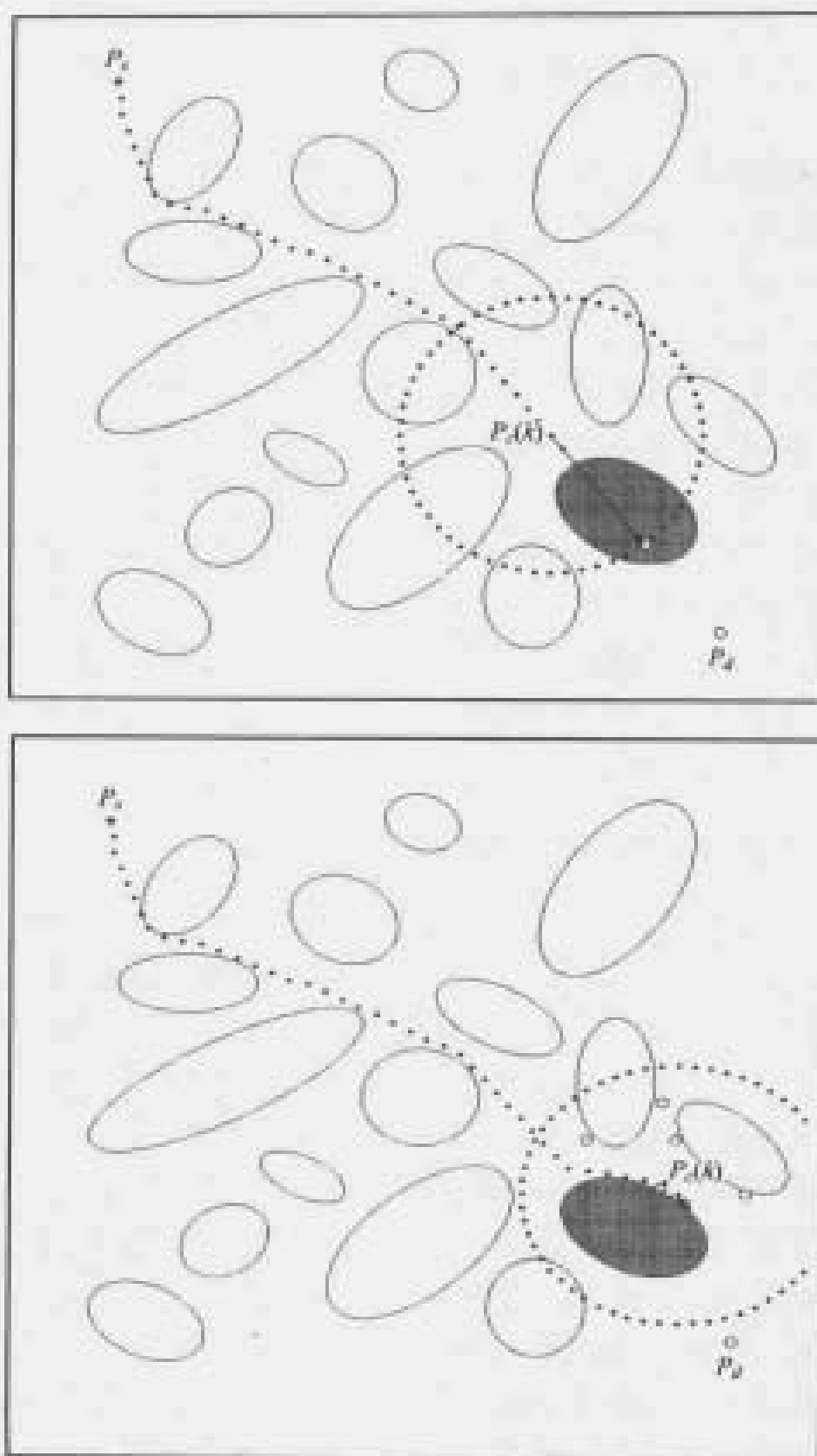


图 7.4 突加障碍后的优化路径

## 7.3 基于模糊性能指标的广义预测控制器参数调整

预测控制器如同其他控制器一样也具有可调参数,影响系统的控制性能和系统的鲁棒性等。如在广义预测控制(GPC)中,目标函数中对控制量的加权系数 $\lambda$ 的选取关系到控制器的控制增量问题, $\lambda$ 的作用是限制控制增量 $\Delta u$ 的剧烈变化,减小 $\Delta u$ 的突变对系统的过大冲击。但随着 $\lambda$ 的增大,系统的控制作用减弱,系统的动态响应速度降低,这两方面的要求对 $\lambda$ 的调整是相矛盾的,为此可将 $\lambda$ 设为一个可调参数以不断进行调整,成为预测控制器参数调整的一个主要方向。文献[29]提出了基于BP神经网络的参数调整学习算法,但是由于BP网络需要大量的样本训练,不适合在线对 $\lambda$ 值进行调整,难以在实际的工业控制中得到应用。文献[30]将 $\lambda$ 的调整等价成一个多目标的优化问题,无疑其计算量大不能实时控制。

### 7.3.1 系统约束和控制目标的模糊性

在实际的生产过程中,一方面,由于系统的机构、能量、工艺条件以及对生产安全性的考虑,工业过程中的物理量受到形式多样的约束,大致可以分为两类:①硬约束,即约束的上下界是不可变化的约束。主要由装置的物理性质或者性能极限要求所决定,如阀门开度的上下界值,产品中某含量的合格值等。②软约束,即约束的上下界可以在一定范围内变化的约束。主要来源于对性能的期望和非极限要求,如希望控制量尽可能在某一范围内变动、输出尽可能控制在某一区域范围等。另一方面,往往对系统的控制性能,诸如上升时间、超调量等提出一定的要求,甚至对某些经济性的指标提出一定的要求,这些有关控制目标和效能的要求和条件同样也具有硬约束和软约束的特性。对于软约束条件的满意性具有模糊性,可以用模糊隶属度函数进行描述。对于硬约束可以理解为软约束的边界值不可变化时的特例。对于任意一个变量 $x$

受到的约束可以同样定义于硬约束,相应地  $\Delta x = 0$ ; 对于软约束:

$$x_{\min} - \Delta x_{\min} \leq x \leq x_{\max} + \Delta x_{\max} \quad (7.16)$$

则允许  $\Delta x \geq 0$ 。

### 7.3.2 模糊约束和模糊目标的表达

对于式(7.6)所示的约束和目标条件,可以理解为一定范围内对变量  $x$  的要求是严格的,超过了这一范围则具有一定的满意度。这样就可以用模糊变量来描述这一特性,即根据模糊变量的模糊隶属度来描述系统满足约束条件的满意度。我们引入一个一般的模糊变量  $\tilde{x}$ , 其隶属度函数为  $\mu(\tilde{x})$ ,  $\mu(\tilde{x}) \in [0, 1]$ 。隶属度函数  $\mu(\tilde{x})$  的具体形式可以采用以下几种主要的曲线表式,如图 7.5 所示。其中函数曲线(a), (b), (c), (d)对应的隶属度函数分别为式(7.17), (7.18), (7.19)和(7.20)所示。

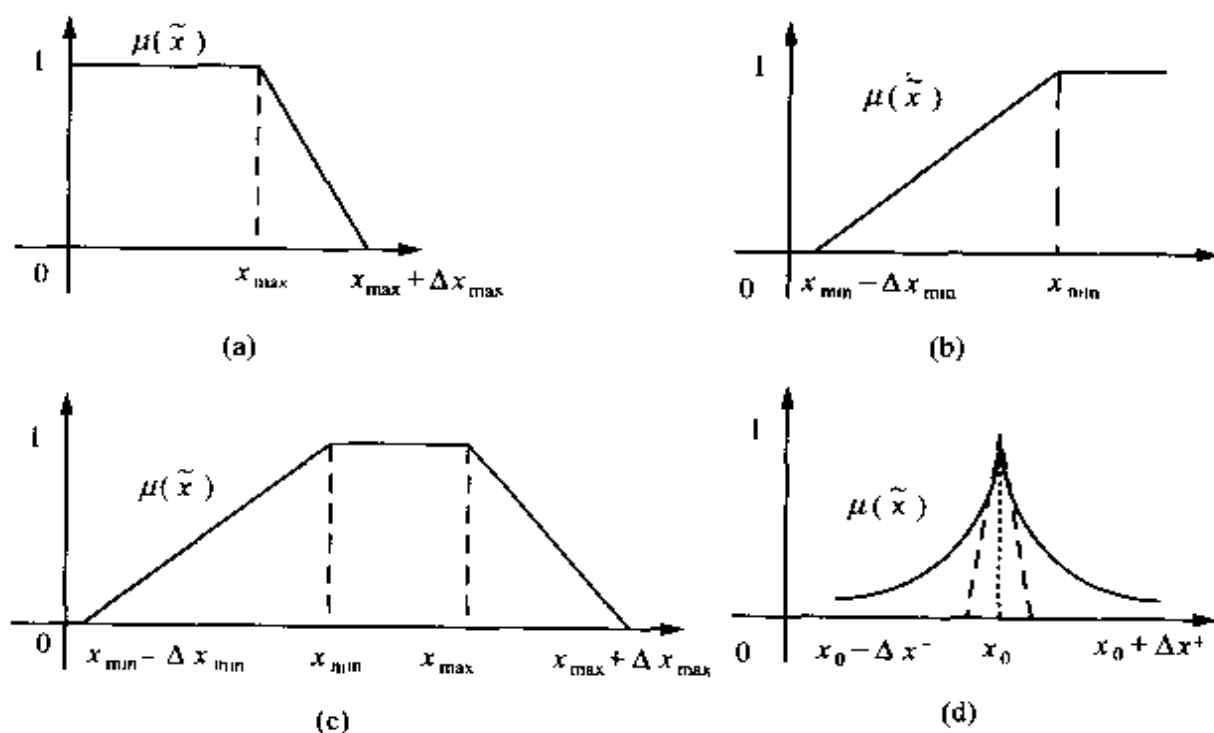


图 7.5 满意隶属度曲线

$$\mu(\tilde{x}) = \begin{cases} 1, & x < x_{\max} \\ 1 - \frac{x - x_{\max}}{\Delta x_{\max}}, & x_{\max} \leq x < x_{\max} + \Delta x_{\max} \\ 0, & x \geq x_{\max} + \Delta x_{\max} \end{cases} \quad (7.17)$$

$$\mu(\tilde{x}) = \begin{cases} 0, & x < x_{\min} - \Delta x_{\min} \\ 1 + \frac{x - x_{\min}}{\Delta x_{\min}}, & x_{\min} - \Delta x_{\min} \leq x < x_{\min} \\ 1, & x \geq x_{\min} \end{cases} \quad (7.18)$$

$$\mu(\tilde{x}) = \begin{cases} 0, & x < x_{\min} - \Delta x_{\min} \\ 1 + \frac{x - x_{\min}}{\Delta x_{\min}}, & x_{\min} - \Delta x_{\min} \leq x < x_{\min} \\ 1, & x_{\min} \leq x < x_{\max} \\ 1 - \frac{x - x_{\max}}{\Delta x_{\max}}, & x_{\max} \leq x < x_{\max} + \Delta x_{\max} \\ 0, & x \geq x_{\max} + \Delta x_{\max} \end{cases} \quad (7.19)$$

$$\mu(\tilde{x}) = \begin{cases} \exp\left(\frac{x - x_0}{\Delta x^-}\right), & -\infty < x < x_0 \\ \exp\left(\frac{x - x_0}{\Delta x^+}\right), & x_0 \leq x < +\infty \end{cases} \quad (7.20)$$

由上述对一个模糊变量的描述可知,对于具有一定模糊性的约束条件和控制目标可以采用以上几种满意隶属度函数,通过改变隶属度函数中的参数来灵活的描述。例如图 7.5(c)的隶属度曲线中,通过改变  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$ ,  $\Delta x_{\max}$ ,  $\Delta x_{\min}$  可以得到三角形隶属度曲线,区间硬约束隶属度曲线,单值点儿约束隶属度曲线等。对于隶属度曲线图 7.5(d),则类似于钟形隶属度曲线一样,具有非线性



性和非零特性,比较适合于描述误差约束条件。当然还有其他类型的隶属度曲线形式,可以根据所要描述的具体的模糊变量的特性来选择。

### 7.3.3 模糊决策函数

在模糊动态环境中,面对多个模糊约束条件和模糊目标,需要选定一种合适的模糊决策函数来描述系统对这些约束满足的满意度。不妨设  $\bar{c}_i (i=1,2,\dots,r)$  为  $r$  个模糊约束条件,其隶属度函数表示为  $\mu(\bar{c}_i)$ ; 设  $\bar{g}_j (j=1,2,\dots,p)$  为  $p$  个模糊目标,由隶属度函数  $\mu(\bar{g}_j)$  来描述。引入 Zimmermann 提出的广义平均合成运算,定义系统对  $r$  个模糊约束条件和  $p$  个模糊目标的满意度函数分别为式(7.21)和(7.22)所示。

$$\mu_c = \left\{ \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r [\mu(\bar{c}_i)]^{\omega_c} \right\}^{\frac{1}{\omega_c}}, \quad \omega_c \in R \quad (7.21)$$

$$\mu_g = \left\{ \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p [\mu(\bar{g}_j)]^{\omega_g} \right\}^{\frac{1}{\omega_g}}, \quad \omega_g \in R \quad (7.22)$$

由广义平均值定义可知,当  $\omega_c, \omega_g$  由  $-\infty$  到  $+\infty$  变化时,  $\mu_c, \mu_g$  的值可以分别覆盖  $\mu(\bar{c}_i), i=1,2,\dots,r$  及  $\mu(\bar{g}_j), j=1,2,\dots,p$  中的最小值到最大值区间。选取一组随机的数作为决策分量值  $\mu_i \in [0,1], i=1,2,\dots,10$ , 其函数曲线如图 7.6 所示。通过选择不同的  $\omega$  值可以起到调和各个决策分量的作用。这样  $\omega_c, \omega_g$  的选取可以视具体情况而定,当一个决策要尽可能反映这组决策分量的综合满意度时,可以选择较小的  $\omega_c, \omega_g$  使决策倾向于各个决策分量的平均值;相反,当一个决策要求反映出决策分量中的特殊情况时(例如,特别不满意的决策分量或者特别满意的决策分量),可以选择  $\omega_c, \omega_g$  为一个正的较大的数或者一个绝对值较大的负数以使决策值分别可以取为决策分量中的最满意的分量或者最不

满意的分量。特别是当  $\omega_c, \omega_g$  趋近于 0 时, 决策值可以理解为决策分量值的几何平均数。对于具有不同重要性的模糊变量的情况, 还可以在式(7.21)和(7.22)中引入权重因子  $\xi_i, \zeta_j$  进行调整。

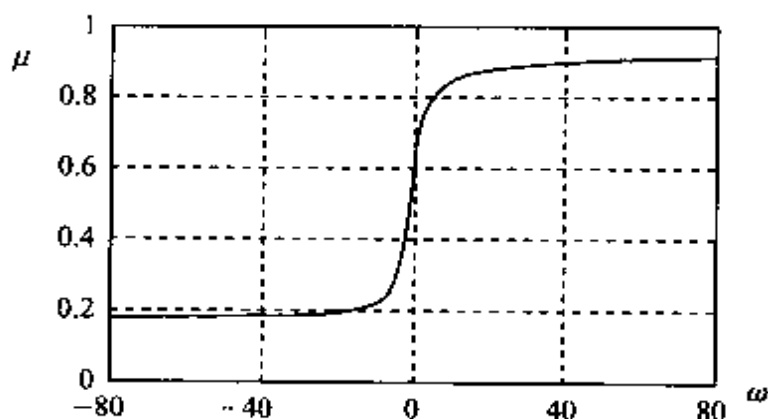


图 7.6 决策值  $\mu$  随参数  $\omega$  的变化曲线

基于以上的定义和分析, 我们定义系统对所有的模糊约束条件和模糊目标总的满意度为式(7.23)。这样, 我们可以通过改变  $\alpha$  的值来调整约束和目标在决策中的偏重关系; 调整  $\omega$  的值来调整各个决策分量间的妥协程度:

$$\mu = \left\{ \frac{1}{2} [\alpha \mu_c^\omega + (1 - \alpha) \mu_g^\omega] \right\}^{\frac{1}{\omega}}, \quad \omega \in R, \alpha \in [0, 1] \quad (7.23)$$

避免了取最小合成运算的单一性, 增加了决策的灵活性和适应性。

#### 7.3.4 控制加权系数 $\lambda$ 的调整

在预测控制器的设计中, 设计参数的整定是很重要的, 它关系到控制器的稳定性、鲁棒性, 对控制器的控制效果有很大的影响。Clarke 在文献[26]中对预测控制的目标函数式中的控制量加权系数  $\lambda$  进行了详细的研究。根据这一结果,  $\lambda$  的选取关系到控制器增益问题, 它的作用是限制控制增量  $\Delta u$  的剧烈变化, 减少系统的冲击, 保证实际生产过程的稳定性和安全性。 $\lambda$  增大, 系统控制作

用减少,系统动态响应变慢,不易得到满意的动态响应; $\lambda$ 减少,系统控制作用增强,系统动态响应的速度加快,如果 $\lambda$ 太小则可能使系统输出产生振荡,影响系统的稳定性。所以将 $\lambda$ 设计为一个可调参数,根据系统对系统约束和控制目标的满意度 $\mu$ 来调节 $\lambda$ 的值。

鉴于在理论上难以建立系统性能与控制加权系数 $\lambda$ 之间显式函数关系和避免在前述文献中将满意度 $\mu$ 对 $\lambda$ 线性映射的单一性和局限性,引入一维搜索法,从而对 $\lambda$ 进行渐进地优化调整。由文献[26]对 $\lambda$ 的讨论知道, $\lambda$ 在一定的范围内,即 $\lambda \in [0, \lambda_{\max}]$ 时,可以保证 GPC 闭环系统渐进稳定。对于 $k+1$ 时刻 $\lambda_{k+1}$ 的迭代公式定义为式(7.24)。这样当给定一个 $\lambda$ 的初值 $\lambda_0$ 后,各个时刻 $\lambda$ 的值可以由下式来确定:

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \operatorname{sgn}\{\mu_{k+1} - \mu_k\} \times e^{|\mu_{k+1} - \mu_k|} \times \operatorname{step} \quad (7.24)$$

式中, $\operatorname{step} \in R, \operatorname{step} > 0$ 为一个定常的值。以尽可能地使系统对约束条件和控制目标的满意度向增大的方向发展。

### 7.3.5 仿真结果

根据以上的讨论,用 MATLAB 仿真软件建立系统仿真结构,控制对象选用一个电厂汽稳控制回路的三阶系统,如下式所示<sup>[31]</sup>:

$$G(s) = \frac{458}{(s+1)(s^2+30s+229)}$$

对于该控制对象,我们取控制约束为对控制量 $u(t)$ 和控制量的变化量 $\Delta u(t)$ 的约束,目标约束取为对误差 $e(t)$ 和输出及预测输出量 $\hat{y}(t+i), i=0,1,\dots,N_u-1$ 的约束,其中 $e(t)=y(t)-y_r(t)$ 。对于 $\tilde{u}(t), \Delta \tilde{u}(t), \tilde{\hat{y}}(t+i)$ 用图 7.5 (c) 隶属度曲线表示, $\tilde{e}(t)$ 用图 7.5 (d) 隶属度曲线表示。广义预测控制器中预测时域 $N=5$ ,控制时域 $N_u=2, \lambda=1,2,3$ 时的控制效果如图 7.7 所示,系统在不同 $\lambda$ 值时,控制效果有着很大的差别。图 7.8 是根

据本节方法在线调整  $\lambda$  值的控制结果,得到了满意的动态控制品质,图 7.9 是时变的  $\lambda$  值和满意隶属度  $\mu$  的变化曲线。

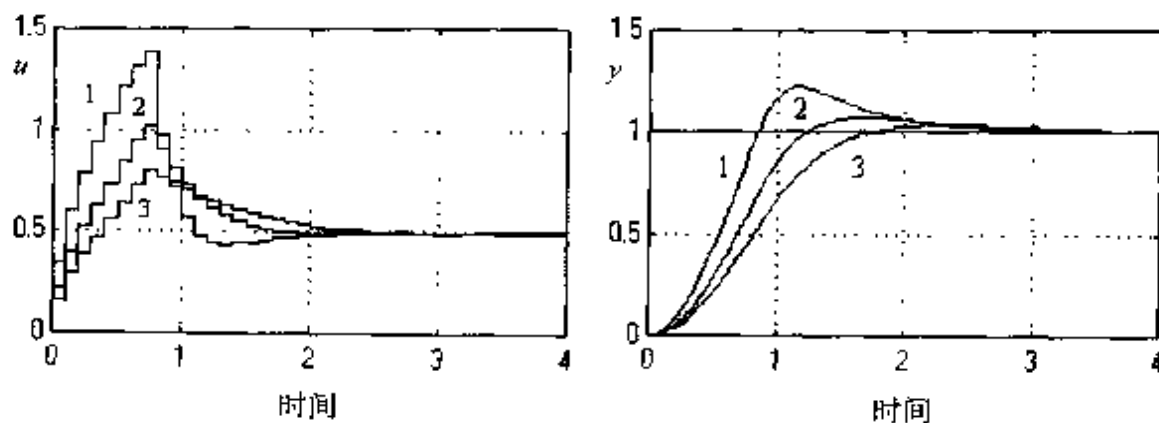


图 7.7  $\lambda = 1, 2, 3$  时的仿真结果

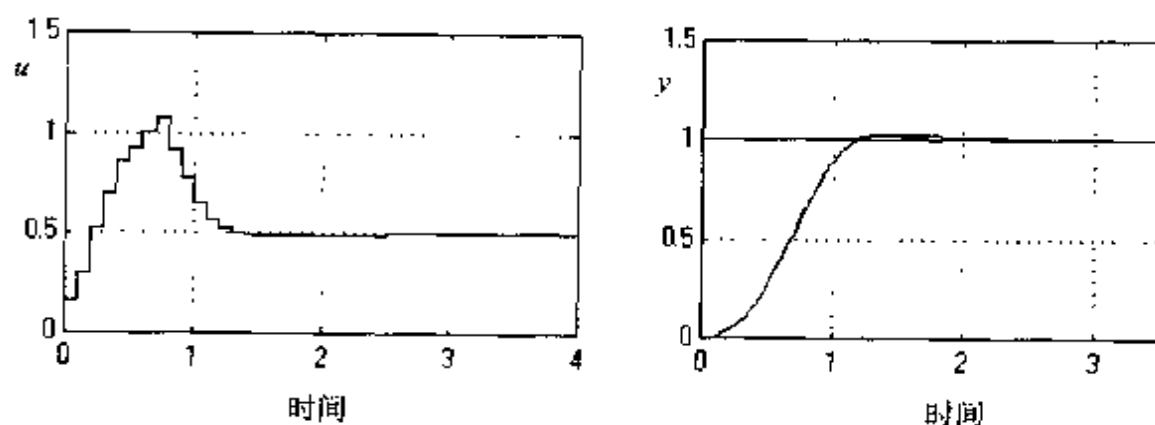


图 7.8 时变  $\lambda$  值时的仿真结果

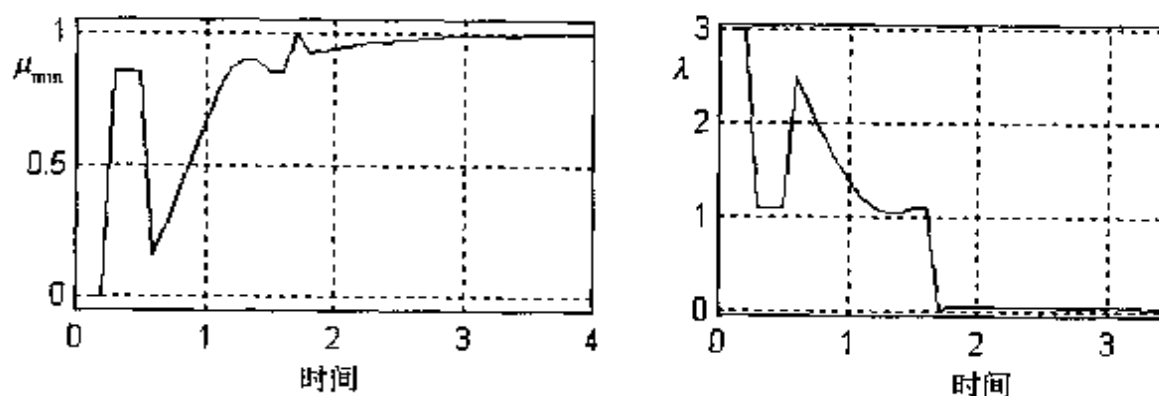


图 7.9  $\mu$  和  $\lambda$  值的变化曲线

比较图 7.7 和图 7.8 中的输出曲线,可以看出手动调节  $\lambda$  时很难达到动态效果,由图 7.9 中  $\lambda$  曲线随着  $\mu$  的变化而变化,可以看出采用本文提出的方法,可以根据系统对约束的满意度,利用一维搜索的方法,在线调整广义预测控制器目标函数中的控制量加权系数  $\lambda$ ,从而得到较好的仿真结果,说明了该方法的有效性。

## 第八章 模糊预测控制在电厂主汽温控制中的应用

大多数电厂热工过程都是本质非线性、时变且具有较大滞后特性的复杂对象,机组经常工作在负荷大范围变化的条件下,特别是在广泛应用的滑压运行工况,蒸汽压力的设定值按照与电负荷对应的蒸汽流量成比例变化,使得锅炉侧被控过程呈现与负荷水平密切相关的明显非线性特性。在这一章里,我们将以某锅炉主汽温对象为例具体说明该算法在电厂主汽温控制中的应用。

### 8.1 火电厂主汽温对象特性分析

#### 8.1.1 主汽温对象的一般特性

在现代火力发电厂热工控制中,锅炉出口过热蒸汽温度(主汽温)是锅炉的主要参数之一,对电厂的安全经济运行有重大影响。主汽温偏高会使过热器和汽轮机高压缸承受过高的热应力而损坏,威胁机组的运行安全。主汽温偏低则会降低机组的热效率,影响机组运行的经济性;同时主汽温偏低会使蒸汽的含水量增加,从而缩短汽轮机叶片的使用寿命。因此必须将主蒸汽温度严格控制在给定值附近,例如,亚临界压力机组的主蒸汽温度通常要求其暂态偏差不能超过 $\pm 8^{\circ}\text{C}$ ,稳态偏差不允许超过 $\pm 2^{\circ}\text{C}$ 。

然而,随着电力事业的发展,现代锅炉机组大多采用那些大容量、高参数、高效率的大型锅炉,其过热器管道相应地加长,其结构也更复杂。此外,在电力生产过程中,过热器出口温度还受到诸如蒸汽流量(负荷)变化、炉膛热负荷变化、烟气量及烟气温度波动、过热器管壁结焦等可测的或不可测的外部因素影响。在这些外部因素的共同作用下,主汽温对象除了具有多容大惯性、大迟延特性

之外,往往又表现出一定的非线性和时变特性。

理论分析和大量的实践表明,在影响过热汽温的诸多因素当中,蒸汽流量(负荷)、烟气扰动(热负荷)、过热器入口温度(减温水量)是三个最主要的因素。根据不同的调节机理,在实际应用中可采用设置摆动式燃烧器、烟气挡板和多级喷水减温等调节方式。其中,喷水减温因为调节方式灵活、设备相对简单、易于控制,是电厂主汽温调节,特别是高温过热器出口汽温调节,是最主要的调节手段。由于各种过热器的构造不同,它们的动态特性和静态特性也有差异,所以在本章里,我们将应用前一章所介绍的模糊自适应预测控制算法,着重研究高温过热器出口汽温的调节问题。

### 8.1.2 减温水扰动下高温过热器汽温对象动态特性分析

众所周知,锅炉过热器出口汽温对减温水扰动的响应特性是随锅炉工况参数(流量、压力、温度)变化而变化的。应用线性化分布参数建模方法可得到某工况点附近减温水扰动下汽温特性的传递函数为

$$\frac{T(s)}{D_p(s)} = K_{D1} \exp\left(-\tau_0 s - \frac{a_D T_m s}{1 + T_m s}\right) \quad (8.1)$$

式中,

$$\tau_0 = V\rho/D$$

$$a_D = (a_2 A)/(D C_p)$$

$$T_m = (M_j C_j)/(a_2 A), \quad a_2 = B \frac{\lambda^{0.6} C_p^{0.4}}{\mu^{0.4}} D^{0.8}$$

$$K_{D1} = (I_1 - I_{sp})/(D C_{p2})$$

$T$  为过热器出口温度; $D$  和  $D_p$  分别为主蒸汽流量和喷水流量; $I_1$  和  $I_{sp}$  分别为喷水处的蒸汽焓和喷水焓; $C_p$  和  $C_{p2}$  分别为环节中工质的平均定压比热和环节出口工质的定压比热; $\tau_0$  为工质流过整个受热管的平均时间; $a_D$  称为动态参数; $T_m$  为金属蓄热时间常

数;  $V, \bar{\rho}$  分别为环节容积和环节内工质的平均密度;  $A$  为环节的表面积;  $M, C$  分别为管壁金属的质量和比热;  $a_2$  为对流传热系数;  $\lambda, \mu$  分别为流体的热导率和动力黏度;  $B$  为常数。

由式(8.1)我们可得到如下结论:① 减温水扰动下过热汽温特性中包含一个纯滞后环节  $\exp(-\tau_0 s)$  和一个超然函数项  $\exp[-a_p T_m s / (1 + T_m s)]$ ; ② 工况参数发生改变将导致模型参数相应地变化, 因此式(5.1)中所有的模型参数都可以看做工况参数(主要是蒸汽流量  $D$ 、蒸汽压力  $P$  和过热器入口温度  $T'$ ) 的非线性函数, 但是要在一定的连续域内拟合出模型参数与工况参数之间的精确函数关系将是非常困难的。

由于超然函数形式的传递函数不便于应用, 人们通常用一个高阶惯性环节  $K_0 / (1 + Ts)^n$  代替式(8.1)。而且, 为减少控制通道上的惯性和滞后并提高控制系统抗内扰的能力, 在工程上常采用串级控制方案。为此过热器又被分为导前区和惰性区两部分, 各部分的近似传递函数分别为:

导前区:

$$W_1(s) = - \frac{K_1}{(1 + T_1 s)^{n_1}} \quad (8.2)$$

惰性区:

$$W_2(s) = \frac{K_2}{(1 + T_2 s)^{n_2}} \quad (8.3)$$

整个汽温对象:

$$W(s) = W_1(s) W_2(s) = \frac{K_0}{(1 + Ts)^n} \quad (8.4)$$

其中, 导前区的时间常数和阶次都远小于惰性区的时间常数和阶次, 而且  $K_1, K_2, K, T_1, T_2, T, n_1, n_2, n$  皆为工况参数的非线性函数。



## 8.2 主汽温对象模型的模糊辨识

### 8.2.1 模糊前提变量的选择

正如前面章节中所述,与神经网络等辨识方法相比,模糊辨识技术的突出优点在于它能够充分利用数据信息与语言信息,通过模糊推理在一些看似无关的变量之间建立起某种联系。这就使得它在待辨识数据的选择上具有很大的灵活性。

由上一小节的论述可知,锅炉主汽温对象模型的参数与蒸汽流量(负荷)、压力和过热器入口温度等工况参数以及其他的不可测扰动量有关。因此,根据模糊建模的基本思想,我们可以以这些可测或不可测量作为模糊模型的前提变量,通过模糊推理来描述这些量与主汽温模型参数之间的某种不确定性关系。

值得注意的是,从辨识的角度来看,前提变量取得越多,模糊模型反映系统不确定性的能力就越强;但从控制的角度来看,前提变量取得太多增加了辨识的复杂程度,不利于控制的实时性,而且太高的辨识精度有时也是不必要的。大量的试验表明,在蒸汽流量(负荷)、压力和过热器入口温度这三个工况参数当中,蒸汽流量(负荷)变化对模型参数的影响最大,压力次之,入口温度变化对模型参数的影响最小。此外,当机组升降负荷或启停时,蒸汽流量的变化与压力的变化是耦合的,即蒸汽流量增加,压力上升,反之下降。且这一过程相对于焓增通道来讲速度是非常快的,此时压力可以近似地看成是蒸汽流量的函数。因此我们可以认为式(8.1)所示的主汽温对象传递函数参数主要受到蒸汽流量(负荷)的影响,在模糊建模时可以取蒸汽流量(负荷)作为模糊规则的前提变量。

### 8.2.2 主汽温对象辨识模型的选取

为便于说明问题,我们下面以某 600MW 锅炉高温过热器在 4 个特定工况点下的动态特性(表 8.1)为例进行说明。

由于为减少系统的惯性,提高系统抗内扰的能力,人们在主汽温控制中常常采用图 8.1 所示的串级控制方式。

表 8.1 特定负荷下汽温对喷水扰动的动态特性

| 对象<br>负 荷                            | 导前区 $W_1$                  | 惯性区 $W_2$                   |
|--------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 37%<br>( $D = 179.2 \text{ kg/s}$ )  | $-\frac{5.072}{(1+28s)^2}$ | $\frac{1.048}{(1+56.6s)^8}$ |
| 50%<br>( $D = 242.2 \text{ kg/s}$ )  | $-\frac{3.067}{(1+25s)^2}$ | $\frac{1.119}{(1+42.1s)^7}$ |
| 75%<br>( $D = 347.9 \text{ kg/s}$ )  | $-\frac{1.657}{(1+20s)^2}$ | $\frac{1.202}{(1+27.1s)^7}$ |
| 100%<br>( $D = 527.8 \text{ kg/s}$ ) | $\frac{0.815}{(1+18s)^2}$  | $\frac{1.276}{(1+18.4s)^6}$ |

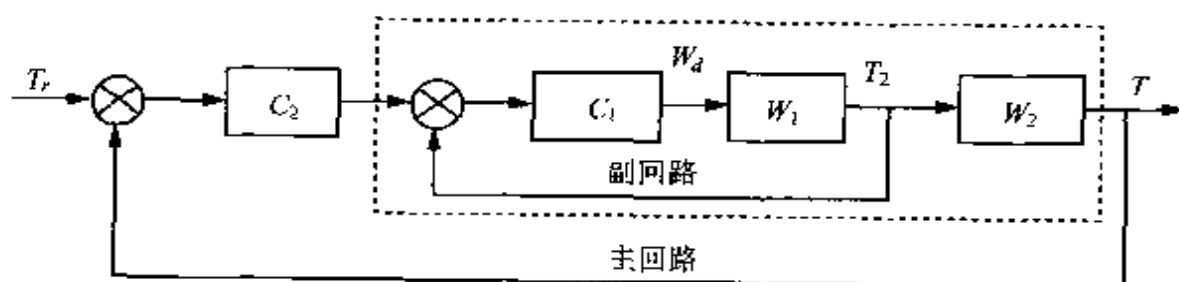


图 8.1 串级控制系统框图

图 8.1 中,  $C_1, C_2$  分别代表副调节器和主调节器;  $T, T_2$  和  $T_r$  分别为过热器出口温度、导前汽温和汽温设定值;  $W_d$  为广义被控对象的传递函数。设  $C_1$  为一比例系数为  $K$  的比例控制器, 由图 8.1 和式(8.2)得到副回路的闭环传递函数  $W'$  为

$$W' = \frac{K K_1 / (1 + T_1 s)^2}{1 + K K_1 / (1 + T_1 s)^2} = \frac{K K_1}{T_1^2 s^2 + 2 T_1 s + K K_1} \quad (8.5)$$

当  $K$  取较大值<sup>①</sup> 时, 副回路成为一个快速随动系统。由式(8.5),

<sup>①</sup> 试验表明,  $K$  值即使在很大范围内变动对广义汽温对象特性的影响也是很小的。因此, 在对上述广义汽温对象进行辨识时可忽略它的影响。

此时有  $W' \approx 1$ ,  $W_d$  近似等于  $W_2$ 。因此在辨识时,建议以广义被控对象作为待辨识模型。于是由式(8.5),对于表 8.1 所给出的主汽温对象,通过工程整定法我们可以确定一组副调节器比例系数  $K$  (对应的副回路衰减率  $\Psi = 0.75$ ),并以此构成广义汽温对象(见表 8.2)。

表 8.2 特定负荷下副调节器比例系数  $K$  及其广义汽温对象( $\psi = 0.75$ )

| 负 荷                                  | $1/K$ | 广义汽温对象的传递函数 $W_d$  |
|--------------------------------------|-------|--|
| 37%<br>( $D = 179.2 \text{ kg/s}$ )  | 0.04  | $\frac{16.91}{784s^2 + 56s + 17.91} \frac{1.048}{(1 + 56.6s)^8}$ |
| 50%<br>( $D = 242.2 \text{ kg/s}$ )  | 0.081 | $\frac{20.45}{625s^2 + 50s + 21.45} \frac{1.119}{(1 + 42.1s)^7}$ |
| 75%<br>( $D = 347.9 \text{ kg/s}$ )  | 0.15  | $\frac{20.46}{400s^2 + 40s + 21.46} \frac{1.202}{(1 + 27.1s)^7}$ |
| 100%<br>( $D = 527.8 \text{ kg/s}$ ) | 0.3   | $\frac{20.38}{324s^2 + 36s + 21.38} \frac{1.276}{(1 + 18.4s)^6}$ |

从表 8.2 中我们可以发现随着负荷的增加,广义汽温对象传递函数的静态增益、时间常数和阶次呈现出单调递减的变化趋势。于是,根据表 8.2,我们可以通过模糊辨识方法,在负荷与传递函数各参数之间建立某种非线性映射关系。虽然这种连续型模型辨识完全可行,但是它也存在着某些不足。首先,阶次的辨识,尤其是惰性区传递函数阶次  $n_2$  的辨识,相对于其他参数的辨识来说是相当麻烦的。而这种参数化模型辨识又要求已知模型的阶次,若模型阶次辨识得不准,将直接影响辨识的准确度。其次,我们在前面章节中介绍的模糊自适应预测控制算法是基于离散模型的,所以不能直接应用上述连续传递函数。

为了进一步观察广义汽温对象随负荷变化的情况,假设在没有其他噪声干扰的情况下,从表 8.2 中所给出的 4 个负荷下广义汽温对象的单位脉冲响应(如图 8.2 所示),其中采样时间  $T$  取 30s,截断长度  $N$  取 50。从图 8.2 中我们可以发现,不同负荷下随

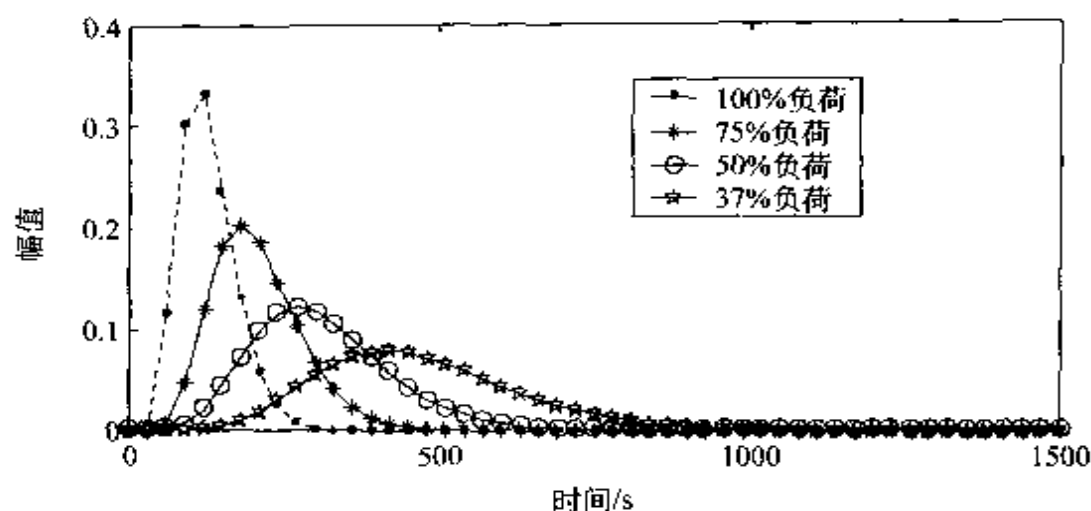


图 8.2 不同负荷下广义汽温对象的单位脉冲响应

着广义汽温对象阶次、参数的变化,它的脉冲响应峰值呈单调递减趋势,同时响应的速度变慢,响应曲线趋于平坦;在保证截断长度覆盖系统整个动态过程的前提下,由此建立的广义汽温对象 FIR 模型系数的个数将不随负荷变化,避免了参数化模型因为阶次辨识不准带来的未建模动态问题。此外,对于这种非参数模型来说,即使个别系数与实际存在很大出入也不会对整个模型的特性造成很大的影响——即模型具有很好的鲁棒性。

综上所述,从控制的角度来看,采用这种非参数化的广义汽温对象 FIR 模型较之一般的连续传递函数具有鲁棒性强、能直接应用于计算机控制等优点。

### 8.2.3 不同负荷下广义汽温对象近似 FIR 模型的模糊辨识

设负荷  $D$  在  $[d, 100\%]$  范围内变动,其中  $d > 0$ 。我们将输入  $D \in [d, 100\%]$  量化为介于 0 和 1 之间的输入变量  $x$ ,其变换公式为

$$x = \frac{D - d}{1 - d}, \quad x \in \{X: [0, 1]\} \quad (8.6)$$

在论域  $[0, 1]$  上定义  $n$  个模糊集合  $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 且

满足完备性条件。于是由式(2.35)我们可以建立如下具有  $n$  条规则的 SISO 模糊模型:

$$\begin{aligned}
 R_i: \quad & \text{if } x \text{ is } A_i, \\
 & \text{then } y_i(k) = g_{0,i}u(k-1) + g_{1,i}u(k-2) + \cdots \\
 & \quad + g_{N-1,i}u(k-N) \\
 & (i = 1, 2, \cdots, n)
 \end{aligned} \tag{8.7}$$

模糊规则(8.7)所确定的模糊模型可以看做是常规的 T-S 模糊模型的一种特例,即模糊规则(8.7)等价于如下一组规则:

$$\begin{aligned}
 R_i: \quad & \text{if } D \text{ is } A_i, u(k-1) \text{ is } U, \text{ and } u(k-2) \text{ is} \\
 & U, \cdots, \text{ and } u(k-N) \text{ is } U, \\
 & \text{then } y_i(k) = b_i D + g_{0,i}u(k-1) + g_{1,i}u(k-2) \\
 & \quad + \cdots + g_{N-1,i}u(k-N) \\
 & (i = 1, 2, \cdots, n)
 \end{aligned} \tag{8.8}$$

式中,  $U$  表示全集;“ $u(k-i)$  is  $U$ ”表示对于任意的  $u(k-i) \in R$  在全集  $U$  上的隶属度  $\mu_{u(k-i)} = 1$ , 即  $u(k-i)$  可以在实数域内任意取值,  $b_i \equiv 0$  ( $i = 1, 2, \cdots, N$ )。设  $x$  属于模糊集合  $A_i$  的隶属度为  $\mu_{A_i}$ , 模糊“与”算子取“乘”算子, 我们可得到负荷  $D$  下的近似 FIR 模型为

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i^\alpha \left[ \sum_{j=0}^{N-1} g_{j,i} u(k-j-1) \right]}{\sum_{i=1}^n \mu_i^\alpha} \quad (0 < \alpha < +\infty) \\
 &= \sum_{j=0}^{N-1} \left( \sum_{i=1}^n \beta_i g_{j,i} \right) u(k-j-1) \\
 &= \sum_{j=0}^{N-1} \hat{g}_{j,D} u(k-j-1)
 \end{aligned} \tag{8.9}$$

式中,

$$\mu_i = \mu_{A_i} \mu_{u(k-1)} \cdots \mu_{u(k-N)} = \mu_{A_i} \quad (8.10)$$

$$\beta_i = \mu_i^a / \sum_{i=1}^n \mu_i^a \quad (8.11)$$

$$\hat{g}_{j,D} = \sum_{i=1}^n \beta_i g_{j,i} \quad (8.12)$$

因为向量 $(\hat{g}_{j,D}, j=0, 1, 2, \dots, N-1)$ 中各元素是互不相关的,所以模糊模型(8.6)的辨识问题又可转化为如下  $N$  个简单的具有  $n$  条规则的 SISO 零阶 T-S 模糊模型的辨识问题:

$$R_i: \quad \text{if } D \text{ is } A_i, \quad (8.13)$$

$$\text{then } g_{j,i} = c_{ji}, \quad \hat{g}_{j,D} = \sum_{i=1}^n \beta_i g_{j,i} \quad (8.14)$$

式中,  $\beta_i$  的表达式同式(8.11)。这样,我们就可以运用第二章所介绍的零阶 T-S 模糊模型启发式辨识方法对这  $N$  个 SISO 模型进行辨识。

对于表 8.1 所给出的某锅炉高温过热器出口汽温对象来说,假设已知传递函数(8.2)~(8.4)中各参数随负荷呈三次样条函数规律变化,副调节器比例系数  $K$  随负荷按分段线性规律变化并构成广义汽温对象。采样时间  $T$  取 30s,截断长度  $N$  取 50,附录 A 给出了广义汽温对象在不同负荷下无其他噪声干扰的有限脉冲响应序列。

现在,我们以  $D = 37\%, 50\%, 75\%$  和  $100\%$  负荷下的有限脉冲响应序列为样本。于是按照前面章节给出的辨识方法,其中取  $\gamma = 100, \alpha = 2$ ,建立广义主汽温对象的模糊模型。利用该模糊模型,我们可以得到某一时刻论域范围内任何负荷下的近似 FIR 模型。由 2.5 节的内容可知,对于小样本辨识问题,模糊论域的划分对辨识精度影响是非常大的。表 8.3 给出了不同划分下的辨识精度,其性能指标分别为

$$I_1 = \sum_{i=1}^N |\tilde{g}_i - \hat{g}_i|; \quad I_2 = \left| \sum_{i=1}^N \hat{g}_i \right|$$

表 8.3 不同划分下的模糊模型辨识精度比较

| 负<br>荷 | 线性划分<br>( $M=3$ ) |        | 非线性划分<br>( $M=3$ ) |        | 负<br>荷 | 线性划分<br>( $M=3$ ) |        | 非线性划分<br>( $M=3$ ) |        |
|--------|-------------------|--------|--------------------|--------|--------|-------------------|--------|--------------------|--------|
|        | A                 | B      | C                  | D      |        | E                 | F      | G                  | H      |
| 37%    | 0                 | 0.9895 | 0                  | 0.9895 | 69%    | 0.2627            | 1.1102 | 0.1454             | 1.1388 |
| 41%    | 0.1768            | 0.9935 | 0.1278             | 1.0022 | 75%    | 0.0512            | 1.1418 | 0                  | 1.1460 |
| 46%    | 0.4142            | 0.4142 | 0.0936             | 1.0541 | 81%    | 0.1963            | 1.1468 | 0.1432             | 1.1524 |
| 50%    | 0.2523            | 1.0456 | 0                  | 1.0668 | 89%    | 0.2844            | 1.1778 | 0.4088             | 1.1895 |
| 58%    | 0.364             | 1.0668 | 0.2097             | 1.0812 | 95%    | 0.1368            | 1.2100 | 0.1606             | 1.2122 |
| 66%    | 0.421             | 1.0886 | 0.1645             | 1.1270 | 100%   | 0                 | 1.2163 | 0                  | 1.2163 |

从表 8.3 中可以看出,对于该广义汽温对象来说,采用非线性模糊划分的辨识精度要略好于线性划分,尤其是在样本负荷下,可以实现模型的完全匹配。

最后需要强调的是,上述模糊模型辨识所依据的脉冲响应序列都是在没有其他噪声干扰的情况下得到的。然而由现场脉冲响应试验得到数据中,不可避免的存在各种各样的噪声干扰。这将导致模糊模型辨识精度严重下降。解决办法除了对测量信号进行滤波外,还可以采用相关分析法<sup>[32]</sup>等具有强抗干扰性能的辨识方法来提高脉冲响应序列的准确性。

### 8.3 电厂主蒸汽温度的模糊自适应预测控制

对于一个线性对象,可通过离线或在线辨识,得到它的单位脉冲响应在采样时刻  $t = T, 2T, \dots$  ( $T$  为采样周期)的值  $g_1, g_2, \dots$ 。于是该对象输入输出关系的离散卷积表达式为

$$y(k+i) = \sum_{j=1}^{\infty} g_j u(k+i-j) \quad (8.15)$$

式中,  $u, y$  分别为输入量、输出量相对于稳定工作点的偏移值。

对于渐近稳定的对象,由于  $\lim_{j \rightarrow \infty} g_j = 0$ , 故总能找到一时刻  $t_N = NT$ , 使得  $j > N$  后的脉冲响应值  $g_j$  与测量和量化误差有相同的数量级, 以致可视为 0 而忽略不计。这时对象的离散脉冲响应便可以近似地用有限个脉冲响应值  $g_1, g_2, \dots, g_N$  来描述, 对象在未来时刻的输出也可由如下有限脉冲响应 (finite impulse response, FIR) 模型得到

$$y_m(k+i) = \sum_{j=1}^N g_j u(k+i-j) \quad (8.16)$$

式中,  $y$  的下标  $m$  表示预测模型输出。

然而, 由于实际对象中时变或非线性等因素造成的模型误差, 以及系统中的各种随机干扰, 使得预测模型输出不可能与实际对象的输出完全一致, 因此需要对上述开环模型进行修正。具体做法是采用输出误差反馈启发式校正的方法, 即将第  $k$  步的实际对象输出测量值  $y(k)$  与预测模型输出  $y_m(k)$  之间的误差加到模型的预测输出上, 从而得到闭环输出预测, 用  $y_p(k+1)$  表示:

$$\begin{aligned} y_p(k+1) &= y_m(k+1) + h_1 [y(k) - y_m(k)] \\ &= y_m(k+1) + h_1 e(k) \end{aligned} \quad (8.17)$$

式中,  $e(k)$  为  $k$  时刻预测模型输出误差 (预测误差);  $e(k) = y(k) - y_m(k)$ ;  $h_1$  为误差修正系数, 通常可取为 1。

系统的多步输出预测为

$$y_m(k+1) = g_1 u(k) + g_2 u(k-1) + \dots + g_N u(k-N+1)$$

$$\vdots$$

$$y_m(k+M) = g_1 u(k+M-1) + g_2 u(k+M-2)$$

$$+ \dots + g_N u(k+M-N)$$

$$y_m(k+M+1) = (g_1 + g_2) u(k+M-1)$$



$$\begin{aligned}
& + g_3 u(k+M-2) + \cdots + g_N u(k+M+1-N) \\
& \vdots \\
y_m(k+P) = & (g_1 + \cdots + g_{P+M-1}) u(k+M-1) \\
& + g_{P+M} u(k+M-2) + \cdots + g_N u(k+P-N)
\end{aligned}$$

上式用向量和矩阵形式简记为

$$y_m(k) = G_1 u_1(k) + G_2 u_2(k) \quad (8.18)$$

式中,

$$\begin{aligned}
y_m(k) &= [y_m(k+1), \cdots, y_m(k+P)]^T \\
u_1(k) &= [u(k), \cdots, u(k+M-1)] \\
u_2(k) &= [u(k-1), \cdots, u(k-N+1)]
\end{aligned}$$

注意到式(8.18)中,  $G_1, G_2$  是由模型参数构成的已知矩阵,  $u_1(k)$  在该时刻是已知的, 因为它只包含该时刻以前的控制输入, 而  $u_2(k)$  则为所要求的当前和未来时刻的控制输入量。

令  $\frac{\partial J}{\partial u_1(k)} = 0$ , 即可求出最优控制律

$$u_1(k) = (G_1^T Q G_2^T + R)^{-1} G_1^T Q [y_r(k) - G_2 u_2(k) - h e(k)] \quad (8.19)$$

式中,  $Q = \text{diag}[\omega_1, \cdots, \omega_P]$ ;  $R = \text{diag}[r_1, \cdots, r_M]$ 。

由此可得当前时刻的控制量

$$u(k) = d^T [y_r(k) - G_2 u_2(k) - h e(k)] \quad (8.20)$$

式中,  $d^T = [1, 0, \cdots, 0](G_1^T Q G_2^T + R)^{-1} G_1^T Q$

综合上面电厂主汽温控制对象的特点, 我们对主汽温对象的模糊自适应预测控制的一般步骤总结为:

(1) 根据实际情况合理选择样本负荷点。

(2) 在样本负荷下将内回路投闭环,整定副调节器,使得内回路成为快速系统。

(3) 运用传统辨识方法(如相关分析法等)离线求取样本负荷点下广义汽温对象的脉冲响应序列。

(4) 按 8.2 节的方法,采用非线性模糊划分,建立广义汽温对象的模糊模型。

(5) 系统投闭环。由模糊模型,根据当前采样时刻的负荷在线计算广义汽温对象的近似 FIR 模型参数  $\{\hat{g}_{j,x}\}$ 。

(6) 根据  $\{\hat{g}_{j,x}\}$  确定预测时域  $P$ 。对于上述广义汽温对象而言,设  $L$  为序列  $\{\hat{g}_{j,x}\}$  中所有大于  $10^{-4}$  的元素个数,仿真试验表明, $P$  取在  $L/4$  与  $L/3$  之间时,系统具有最佳的动态性能和鲁棒稳定性。若在运行过程中需要进一步对系统性能进行调整,则可由运行人员手动调整  $P$  的值。

(7) 由式(8.20)计算当前时刻的控制律(主调节器输出)。

从以上步骤可以看出,充分利用了模糊系统强大的泛化能力,将离线模型辨识与在线控制有机地结合起来,既避免了模型在线辨识引起的算法复杂性问题,提高了控制的实时性,又能保证系统具有相当的鲁棒性和动态性能,改善了系统的负荷适应性。

## 8.4 仿真结果

在这一小节里,我们将以表 8.1 所给出的主汽温对象为例,通过仿真实验来验证本文所提出的模糊自适应预测控制算法的有效性。

### 8.4.1 设定值扰动试验

分别采用单值 MAC 和 PID 控制器构成串级主汽温控制系统,做 37%, 50%, 75% 和 100% 四个负荷下的温度设定值阶跃扰动试验,其中副调节器  $K$  的取值如表 8.2 所示,单值 MAC 算法中预测时域  $P$  取  $L/3$  ( $L$  的定义同前),PID 参数按  $IST^2E$  准则确定。

各负荷下的响应曲线如图 8.3 所示。

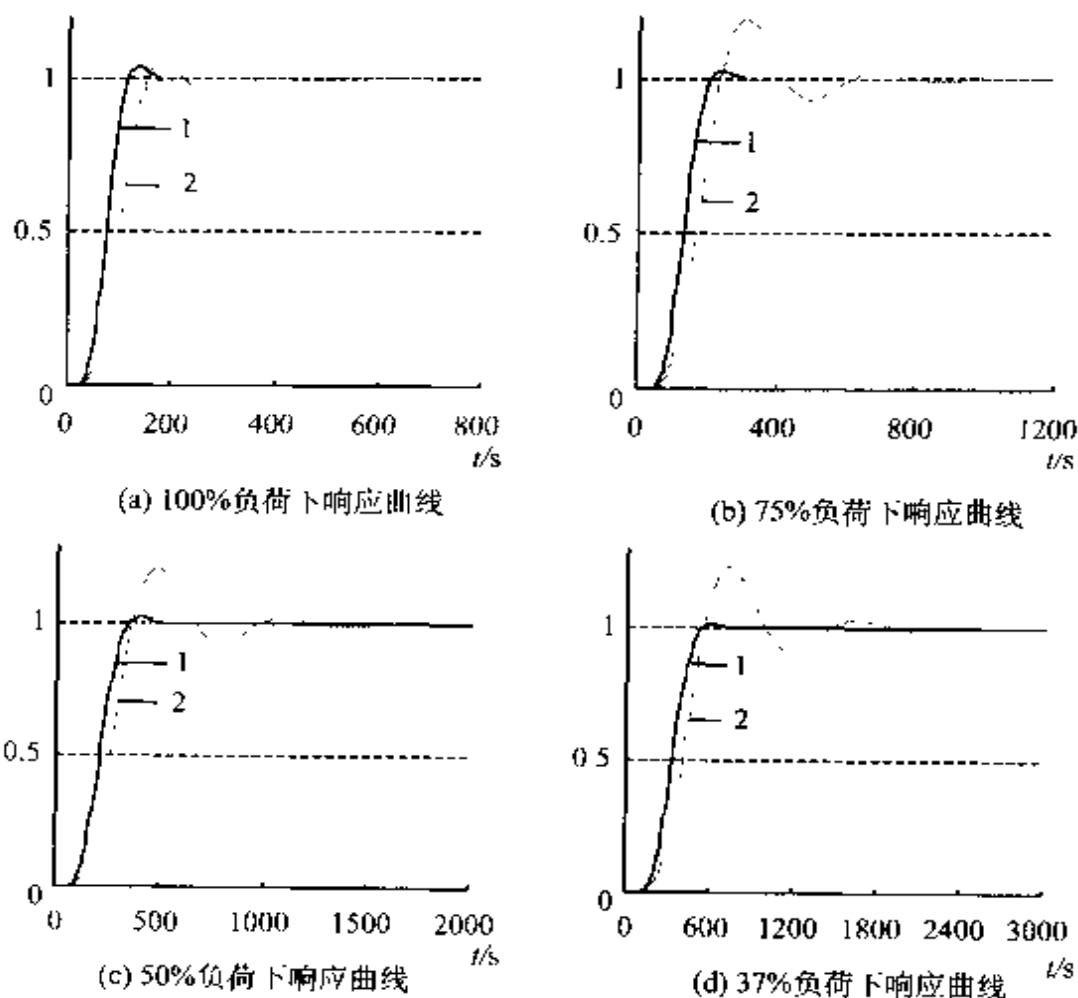


图 8.3 主汽温串级控制系统温度设定值阶跃扰动响应曲线

1——串级单值 MAC 响应曲线；2——串级 PID 控制响应曲线

其中,① 单值 MAC:  $T = 30\text{s}$ ,  $N = 50$ ,  $P = 3$ ;

PID 控制器:  $K_p = 0.7959$ ,  $T_i = 82.8729$ ,  $T_d = 18.96$ ;

② 单值 MAC:  $T = 30\text{s}$ ,  $N = 50$ ,  $P = 5$ ;

PID 控制器:  $K_p = 0.8450$ ,  $T_i = 145.0276$ ,  $T_d = 33.18$ ;

③ 单值 MAC:  $T = 30\text{s}$ ,  $N = 50$ ,  $P = 8$ ;

PID 控制器:  $K_p = 0.9074$ ,  $T_i = 214.0884$ ,  $T_d = 48.98$ ;

④ 单值 MAC:  $T = 30\text{s}$ ,  $N = 50$ ,  $P = 12$ ;

PID 控制器:  $K_p = 0.9807$ ,  $T_i = 338.3978$ ,  $T_d = 77.42$ 。

上述试验结果表明,当锅炉机组处在较高负荷时,主汽温对象

的惯性和迟延都比较小,此时预测控制算法和常规 PID 控制器二者的控制效果比较接近。随着负荷的降低,主汽温对象的惯性和迟延也随之增大,此时预测控制的控制效果要明显优于 PID 控制器。此外,在负荷变动时,对于单值 MAC 算法来讲,只需要调整预测时域  $P$  一个参数;而对于 PID 控制器来讲,则有三个参数需要调整,因而降低了控制的实时性。

### 8.4.2 升降负荷扰动试验

与其他控制算法相比,模糊预测控制系统最大的特点在于它具有良好的负荷适应能力,即机组负荷在很大范围内变动时,主蒸汽温度仍可以维持在设定值附近。

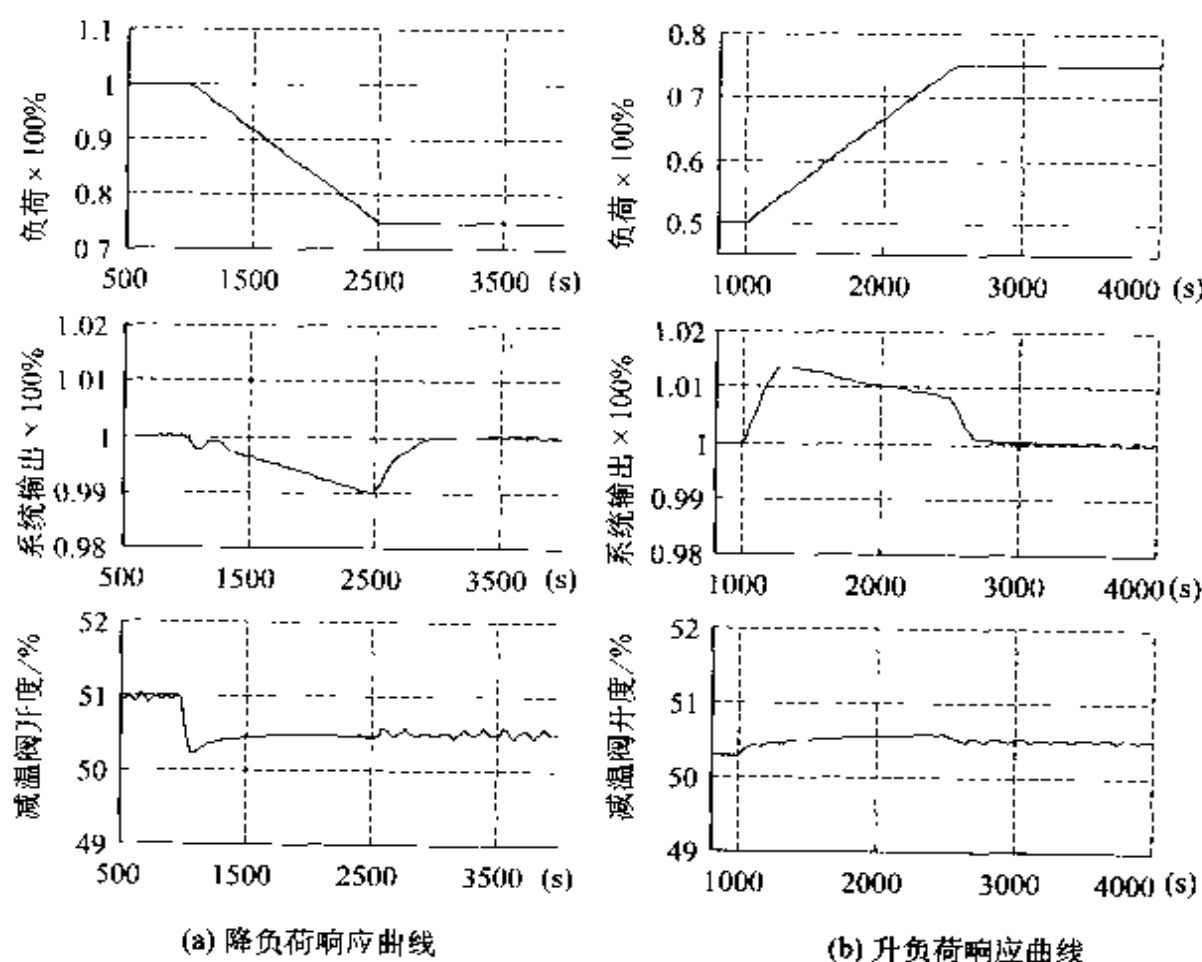


图 8.4 升降负荷扰动下主汽温响应曲线

为进一步验证该模糊自适应预测算法的负荷适应性,我们分别做如下  $\pm 25\%$  负荷扰动试验:

(1) 降负荷。工况点从 100% 稳定负荷下,以  $1\%/min$  的速率降负荷至 75% 负荷。

(2) 升负荷。工况点从 50% 稳定负荷下,以  $1\%/min$  的速率将负荷升至 75% 负荷。

在上述负荷扰动下主蒸汽温度动态响应曲线如图 8.4 所示,其中,图 8.4(a)为降负荷扰动下的主汽温响应曲线,图 8.4(b)为升负荷扰动下的主汽温响应曲线。从这两张图可以看出,当负荷发生改变时,本书所提出的自适应控制系统能够根据负荷的变化情况及时调整减温水量并使汽温保持在设定值附近  $\pm 1\%$  范围以内。

### 8.4.3 算法鲁棒性试验

以上试验是假设已知对象参数变化规律的情况下做出的。然而,在实际应用中,对象参数变化规律是不可知的,因此在样本负荷点以外的负荷下,预测模型输出与真实对象模型之间可能会出现较大的辨识误差。这就要求模糊自适应预测控制算法本身具有一定的鲁棒性。

由前面的内容可知,当工况参数一定时,根据模糊模型得到的预测模型也就是一定的,此时本文给出的模糊自适应预测控制算法的鲁棒性问题就转化为采用该预测模型的单值 MAC 系统的鲁棒性问题。于是通过改善单值 MAC 系统的鲁棒性就可以间接地改善自适应算法的鲁棒性。根据第三章的相关结论,单值 MAC 系统的鲁棒稳定性主要由预测时域  $P$  决定,而参考轨迹的时间常数  $a$  的大小直接影响着系统的鲁棒性能。这一点可由下面的仿真试验验证:

以 75% 负荷主汽温对象为例,由 8.2.2 小节可知,对于串级控制系统而言,广义汽温对象特性主要由惰性区模型参数决定。于是有

(1)  $T_2$  出现 + 50% 摄动, 单值 MAC 系统输出曲线如图 8.5 (a) 示;

(2)  $K_2$  出现 + 50% 摄动, 单值 MAC 系统输出曲线如图 8.5 (b) 示;

(3)  $T_2$  出现 - 50% 摄动, 单值 MAC 系统输出曲线如图 8.5 (c) 示;

(4)  $K_2$  出现 - 50% 摄动, 单值 MAC 系统输出曲线如图 8.5 (d) 示。

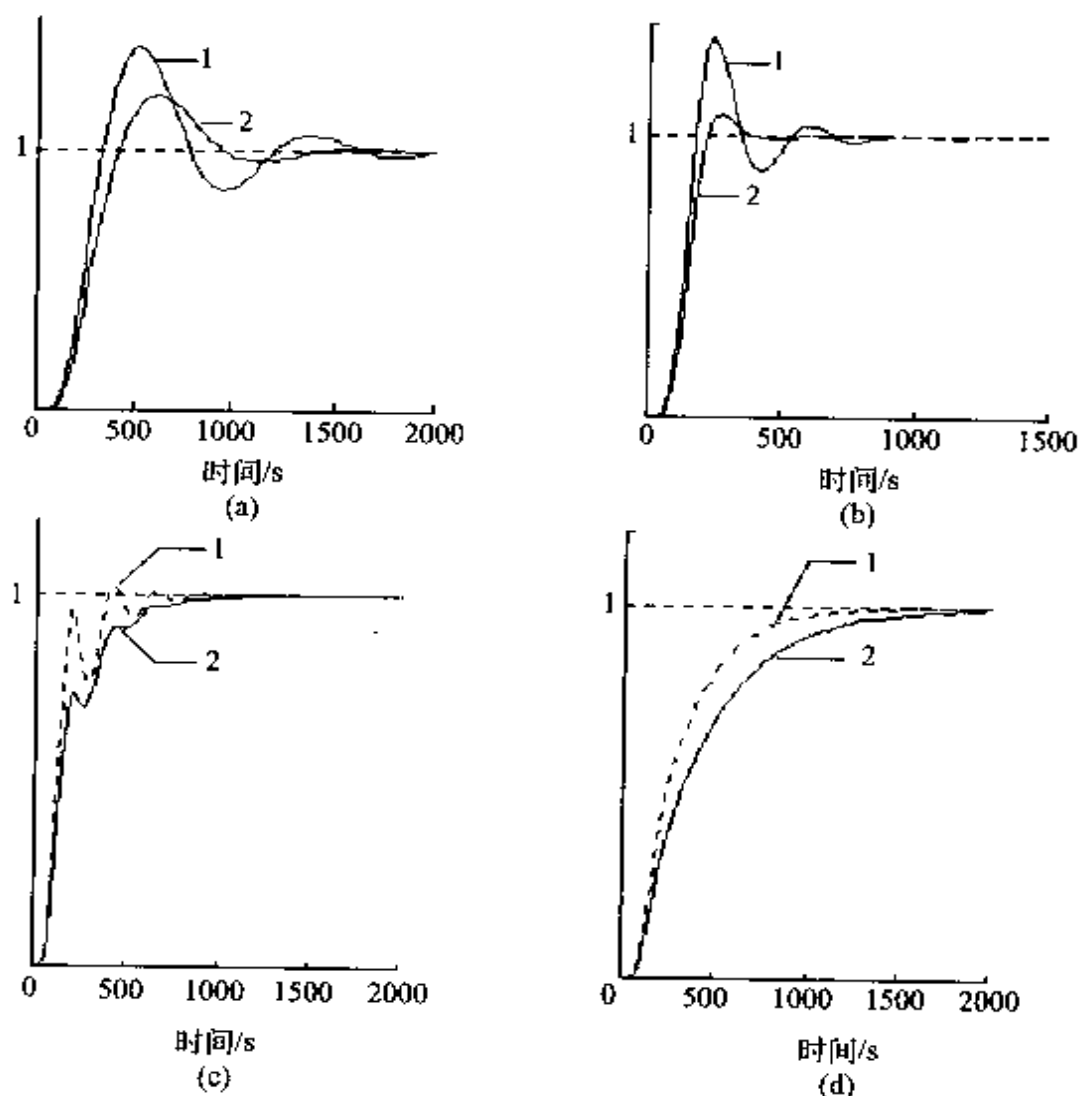


图 8.5 单值 MAC 系统的鲁棒性(75% 负荷下,  $P=6$ )

1——参考轨迹时间常数  $\alpha = 0$ ; 2——参考轨迹时间常数  $\alpha = 0.8$

通过这一仿真试验我们不难发现,当模型出现失配时,适当增加  $a$  的值将使系统输出变得平滑,从而有利于自适应控制系统鲁棒性能的改善。

#### 8.4.4 小结

过热器出口温度是锅炉运行的重要参数之一。在这一章里,我们简要分析了主汽温对象的一般特性,然后根据对象的特点,将本文提出的模糊自适应预测控制应用于主汽温控制当中,并给出了具体的实现方案。仿真结果表明,该自适应控制算法具有良好的负荷适应性,实现简单,且参数易于在线调整等优点。

## 第九章 结 束 语

从基于调节的控制到基于优化的控制,是工业过程控制的一大进步,这意味着人们可以把各种要求以性能指标的形式结合到控制中加以考虑。典型的控制问题常常是要求控制器达到某个基本目标,如调节问题、跟踪问题或终端控制问题;或者是要求控制器满足一定的性能指标,如规定超调量和振荡次数、最小代价控制、最小时间问题等。通常把这两种控制要求结合而形成单独的性能指标,应用极小值原理或 Bellman 最优性原理等使其最小,从而获得最优解,这样的解遵循最优性原理。然而对许多问题来说,最优解或者是难以求得的,需要附加一些无保证的假设,或者代价是昂贵的。特别当系统信息不完全或行为难以描述时,最优解的求解更是无从着手,在这种情况下,寻求满意而非最优的控制,已成为一种现实的需要。

上述问题可以归结为复杂工业过程在动态不确定环境下并且存在约束时的多目标优化控制问题,由于工业过程控制中的许多不确定性,如控制参数、约束、控制目标等都随着生产条件的变化表现出不确定性,传统的优化方法受到挑战。Yu-Chi Ho 先生在第 14 届 IFAC 世界大会的报告中指出<sup>①</sup>:优化是自动化工作者长期追求的目标,随着控制系统的日益复杂化,传统的优化方法应向智能、次优、满意的方向发展。这一报告引起与会者的极大关注,也是今后一个时期的主要研究方向。

模糊集合理论和预测控制分别产生于 20 世纪 60~70 年代,均是来自于对实际复杂问题的考虑而出现的具有方法论创新思想

---

<sup>①</sup> Yu-Chi Ho. Optimization: A Many-Splendored Thing. Proc. of 14<sup>th</sup> IFAC World Congress (Plenary Report), Beijing, 1999



的控制策略,是人们对待复杂系统问题而采取的自然的和有效的解决方法,经过几十年的发展均已在实际控制系统中取得了大量的成功应用。本书主要介绍了这两种先进控制策略在解决非线性系统的控制问题和在模糊不确定信息条件下的优化问题,详细介绍了两者相结合的实用化和多样化发展。

模糊预测控制作为一种新颖的先进控制算法,尽管已有较多的研究和成功应用,但还有许多问题需要进一步研究和开发:

### (1) 非线性系统的模糊预测控制实时性算法

现有的利用模糊系统或神经网络对非线性系统进行逼近,再利用多步输出预测得到系统的控制律,多是采用两步法,即先离线FS或NN逼近,再在线预测控制,针对实际控制系统的要求,应研究快速实用的在线算法。

### (2) 模糊目标和模糊约束下的优化算法

复杂系统的控制问题首先是系统在模糊不确定性信息条件下的约束满足问题,这一问题实质上是多目标的优化决策问题,很多情况下可能是数值寻优问题,应结合现有智能方法中的许多优化技术在滚动优化机制下进行针对性研究。

### (3) 系统的理论研究和更多的实际应用

现在模糊预测控制还仅仅属于策略研究,缺乏系统的理论分析,如模糊优化中性能指标和模糊隶属度之间的关系、模糊预测控制中模糊约束与优化可行性之间的关系等,都有待进一步深入研究;同时也期待着有更多的实际应用,推动这一先进控制方法的发展。

作为一种新的控制策略,模糊预测控制对于复杂系统的控制与优化必将产生重要影响,这一策略所具有的方法论思想无疑对于解决复杂的系统问题(不仅仅是控制问题)有着很大的吸引力。模糊预测控制的深入研究和推广应用将对我国工业过程系统的控制和复杂系统的优化决策产生积极的影响。

## 参考文献

- [1] Richalet J. Model Predictive Heuristic Control; Application to Industrial Processes. *Automatica*, 1978, 14(5):413 - 428
- [2] Sugeno M, Tanaka K. A Fuzzy-logic-based Approach to Qualitative Modeling. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1993, 1(1): 7 - 31
- [3] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control. *IEEE Trans. SMC*, 1985 (15): 116 - 132
- [4] 席裕庚, 谷寒雨. 有约束多目标多自由度优化的可行性分析及软约束调整. *自动化学报*, 1998, 24(6): 727 - 732
- [5] 李少远, 席裕庚. 基于模糊目标和模糊约束的满意控制. *控制与决策*, 2000, 15(6): 674 - 677
- [6] 李少远, 王群仙等. Sugeno 模糊模型的辨识与控制. *自动化学报*, 1999, 25(4): 488 - 492
- [7] Gustafsson D, Kessel W C. Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance Matrix. *Proceedings of IEEE CDC*, San Diego, CA, 1979, 761 - 766
- [8] Nakanishi H, Turksen I B, Sugeno M. A review and Comparison of Six Reasoning Method. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 57: 257 - 294
- [9] Eikens B, Karim M N. Process Identification with Multiple Neural Network Models. *Int. J. Control*, 1999, 72(7/8): 576 - 590
- [10] Nie J H, Loh A P, Hang C C. Modeling pH Neutralization Processes Using Fuzzy-neural Approaches. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 78: 5 - 22
- [11] Nozaki K, Ishibuchi H, Tanaka H. A Simple but Powerful Heuristic Method for Generating Fuzzy Rules from Numerical Data. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997, 86(3): 251 - 270
- [12] Garcia C E, Morari M. Internal Model Control. 1: A Unifying Review and Some New Results. *Ind. Eng. Chem. Des. Dev.* 1982, 21(2): 308 - 323
- [13] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized Predictive Control, Part 1 and Part 2. *Automatica*, 1987, 23(2): 137 - 160
- [14] 李少远. 模糊智能预测控制研究. 博士学位论文. 天津: 南开大学, 1997
- [15] Gustafsson T K, Waller K V. Dynamic Modeling and Reaction Invariant Control of pH. *Chem. Eng. Sci.* 1983, 38(3): 389 - 398
- [16] Abonyi J, Nagy L, Szeifert F. Fuzzy Model-based Predictive Control by Instanta-

- nexus Linearization. *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 120: 109 - 122
- [17] McAvoy T J, Hsu E, Lowenthal S. Dynamic of pH in a Controlled Stirred Tank Reactor. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.* 1972, 11(1): 68 - 70
- [18] Bhat N V, Minderman P A, McAvoy T et al. Modeling Chemical Process Systems Via Neural Computation. *IEEE Control Systems Magazine*, 1990, 10(3): 24 - 30
- [19] Pajunen G A. Comparison of Linear and Nonlinear Adaptive Control of a pH-process. *IEEE Control Systems Magazine*, 1987, 39 - 44
- [20] Karr C L, Gentry E J. Fuzzy Control of pH Using Genetic Algorithms. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 1993, 1: 46 - 53
- [21] Bourke M M, Fisher D G. Identification Algorithms for Fuzzy Relational Matrices, Part 1: Non-optimizing Algorithms. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 109: 305 - 320
- [22] Bourke M M, Fisher D G. Identification Algorithms for Fuzzy Relational Matrices, Part 2: Optimizing algorithms. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 109: 321 - 341
- [23] 席裕庚. 预测控制. 北京: 国防工业出版社, 1993
- [24] 李少远, 席裕庚. 模糊动态环境下复杂系统的满意优化控制. *自动化学报*, 2002, 28(3): 408 - 412
- [25] Sousa J M, Kaymak. Uzun Model Predictive Control Using Fuzzy Decision Functions. *IEEE Trans. SMC, Part B*, 2001, 31(1): 54 - 65
- [26] Clarke D W, Mohtadi C. Properties of Generalized Predictive Control. *Automatica*, 1989, 25(6): 859 - 875
- [27] Zhang C G, Xi Y G. Robot Path Planning in Globally Unknown Environments Based on Rolling Windows. *Science in China (Ser. E)*, 2001, 44(2): 131 - 139
- [28] 杨翊鹏, 李少远. 模糊优化算法及在视觉机器人路径规划中的应用. *控制与决策*, 2002, 17(增刊)
- [29] 王群仙, 陈增强, 袁著祉. 基于 BP 网络的 PID 型预测自校正控制器. *控制与决策*, 1998, 13(2): 185 - 188
- [30] Ghazzawi A, Ali E, Noun A et al. On-line Tuning Strategy for Model Predictive Controllers. *J. Process Control*, 2001, 11: 265 - 284
- [31] 刘红波. 先进控制技术在大型火力发电机组中的应用研究. 博士学位论文. 沈阳: 东北大学, 2000
- [32] 李柠, 李少远, 席裕庚. 基于 LPF 算法的多模型建模方法. *控制与决策*, 2002, 17(1): 11 - 14
- [33] Asano M, Yamamoto T, Oki T et al. Design of Neural-net Based Predictive PID Controllers. *Proceedings of the IEEE SMC*, 1999, IV: 1113 - 1118
- [34] Babuska B. *Fuzzy Modeling for Control*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998
- [35] Baptista L F, Sousa J M, SaH J M G. Fuzzy Predictive Algorithms Applied to Real-

- time Force Control. Control Engineering Practice, 2001, 9: 411~423
- [36] Clarke D W. Advances in Model-based Predictive Control. Oxford: Oxford University Press, 1994
- [37] Fischer M, Nelles O, Isermann R. Adaptive Predictive Control of a Heat Exchanger Based on a Fuzzy Model. Control Engineering Practice, 1998, 6: 259~269
- [38] George E P Box, Gwilym M Jenkins (Eds). Time Series Analysis Forecasting and Control. San Francisco, Holden-Day, CA, 1970
- [39] Henson M A. Nonlinear Model Predictive Control: Current Status and Future Directions. Computers and Chemical Engineering, 1998, 23(2): 187~202
- [40] Lee J H, Ricker N L. Extended Kalman Filter Based Nonlinear Predictive Control. Ind. Eng. Chem. Res., 1994, 33(6): 1530~1541
- [41] Li Ning, Li Shaoyuan, Xi Yugeng. Application of Multiple Model Predictive Control to a pH Neutralization Experiment. Information, 2002, 5(3): 363~371
- [42] Li Shaoyuan. Online Tuning Scheme for Generalized Predictive Controller via Simulation-optimization. Proc. of the 2002 IEEE International Conference on Fuzzy Systems(FUZZ-IEEE'02), 2002, 2: 1381~1386
- [43] Li Shaoyuan. Satisfactory Optimization Control Algorithm Based on Infinite-norm Performance Index. Proc. of the 2002 IEEE International Conference on Fuzzy Systems(FUZZ-IEEE'02), 2002, 2: 1387~1392
- [44] Mahfouf M, Kandiah S, Linkens D A. Fuzzy Model-based Predictive Control Using an ARX Structure with Feedforward. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 125: 39~59
- [45] Masatoshi S, Kosuke K. Interactive Decision Making for Large-scale Multiobjective Linear Programs with Fuzzy Numbers. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 88: 161~172
- [46] Miyamoto S. Fuzzy Sets in Information Retrieval and Cluster Analysis. Kluwer Academic Publishers, 1990
- [47] Oliveira J V, Lemos J M. Long-range Predictive Adaptive Fuzzy Relational Control. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 70: 337~357
- [48] Predrag D, Vukovi C. One-step Ahead Predictive Fuzzy Controller. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 122: 107~115
- [49] Ran K Y, Unbehauen H. Study of Predictive Controller Tuning Methods. Automatica, 1997, 33(12): 2243~2248
- [50] Roubos J A, Molloy S, Babuska R et al. Fuzzy Model-based Predictive Control Using Takagi-Sugeno Models. International Journal of Approximate Reasoning, 1999, 22: 3~30
- [51] Shridhar R, Cooper D J. A Novel Tuning Strategy for Multivariable Model Predictive Control. ISA Transactions, 1998, 36(4): 273~280

- [52] Sousa J M, Babuska R, Verbruggen H B. Fuzzy Predictive Control Applied to an Air-conditioning System. *Control Engineering Practice*, 1997, 5:1395~1406
- [53] Wong C H, Shah S L, Fisher D G. Fuzzy Relational Predictive Identification. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 113:417~426
- [54] Yu Wenshyong, Sun Chihjen. Fuzzy model Based Adaptive Control for a Class of Nonlinear Systems. *IEEE Trans. FS*, 2001, 9(3): 413~425
- [55] Zhang J, Morris A J. Long Range Predictive Control of Nonlinear Processes Based on Recurrent Neuro-fuzzy Network Models. *Neural Comput. & Applic.*, 2000, 9(1): 50~59
- [56] 陈增强,袁著祉. PI型广义预测平均控制器及其仿真. *控制与决策*, 1996, 11(6): 702~706
- [57] 李柠. 多模型建模与控制的若干问题研究 博士学位论文. 上海:上海交通大学, 2002
- [58] 李柠, 李少远, 席裕庚. 利用模糊满意聚类建立 pH中和过程模型. *控制与决策*, 2002, 17(2): 143~147
- [59] 李少远, 席裕庚. 具有模糊约束模拟的广义预测控制. *上海交通大学学报*, 2001, 35(11): 1631~1634
- [60] 王伟, 李晓理. 多模型自适应控制. 北京:科学出版社, 2001
- [61] 张化光. 复杂系统的模糊辨识与模糊自适应控制. 沈阳:东北大学出版社, 1993

# 附录

## 附录 A 广义汽温对象有限脉冲响应序列 (无噪声干扰)

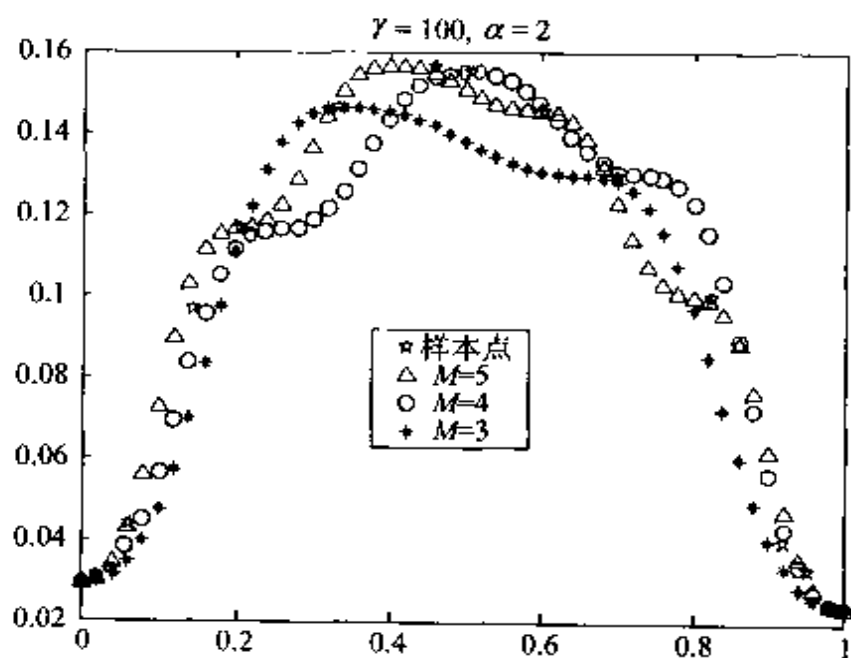
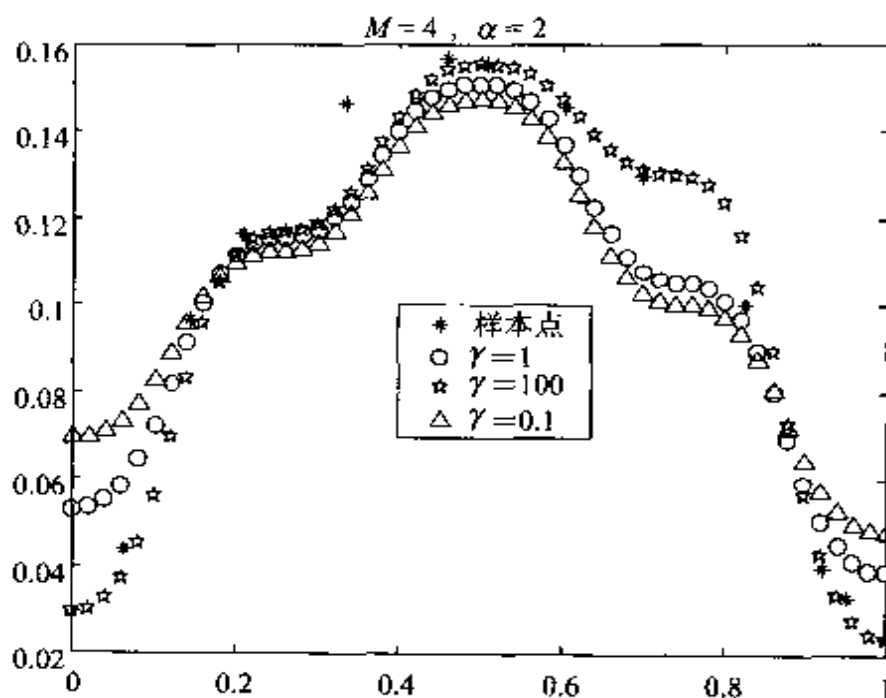
(采样时间  $T = 30\text{s}$ ,  $N = 50$ )

| 负荷       | 37%    | 50%    | 66%    | 75%    | 89%    | 100%   |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $g_0$    | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0001 | 0.0003 | 0.0047 |
| $g_1$    | 0.0000 | 0.0005 | 0.0030 | 0.0067 | 0.0203 | 0.1160 |
| $g_2$    | 0.0002 | 0.0051 | 0.0245 | 0.0466 | 0.1075 | 0.3033 |
| $g_3$    | 0.0011 | 0.0195 | 0.0721 | 0.1187 | 0.2139 | 0.3327 |
| $g_4$    | 0.0038 | 0.0443 | 0.1269 | 0.1811 | 0.2560 | 0.2355 |
| $g_5$    | 0.0093 | 0.0737 | 0.1640 | 0.2028 | 0.2254 | 0.1283 |
| $g_6$    | 0.0180 | 0.0997 | 0.1725 | 0.1850 | 0.1616 | 0.0588 |
| $g_7$    | 0.0294 | 0.1165 | 0.1568 | 0.1457 | 0.1001 | 0.0238 |
| $g_8$    | 0.0420 | 0.1220 | 0.1276 | 0.1029 | 0.0556 | 0.0088 |
| $g_9$    | 0.0543 | 0.1173 | 0.0954 | 0.0667 | 0.0284 | 0.0030 |
| $g_{10}$ | 0.0649 | 0.1054 | 0.0667 | 0.0404 | 0.0135 | 0.0010 |
| $g_{11}$ | 0.0727 | 0.0896 | 0.0441 | 0.0232 | 0.0061 | 0.0003 |
| $g_{12}$ | 0.0771 | 0.0727 | 0.0278 | 0.0127 | 0.0026 | 0.0001 |
| $g_{13}$ | 0.0781 | 0.0567 | 0.0169 | 0.0067 | 0.0011 | 0.0000 |
| $g_{14}$ | 0.0761 | 0.0428 | 0.0099 | 0.0034 | 0.0004 | 0.0000 |
| $g_{15}$ | 0.0717 | 0.0314 | 0.0057 | 0.0017 | 0.0002 | 0.0000 |
| $g_{16}$ | 0.0655 | 0.0225 | 0.0031 | 0.0008 | 0.0001 | 0.0000 |
| $g_{17}$ | 0.0584 | 0.0157 | 0.0017 | 0.0004 | 0.0000 | 0.0000 |
| $g_{18}$ | 0.0508 | 0.0108 | 0.0009 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 |
| $g_{19}$ | 0.0433 | 0.0073 | 0.0005 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 |
| $g_{20}$ | 0.0362 | 0.0048 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |

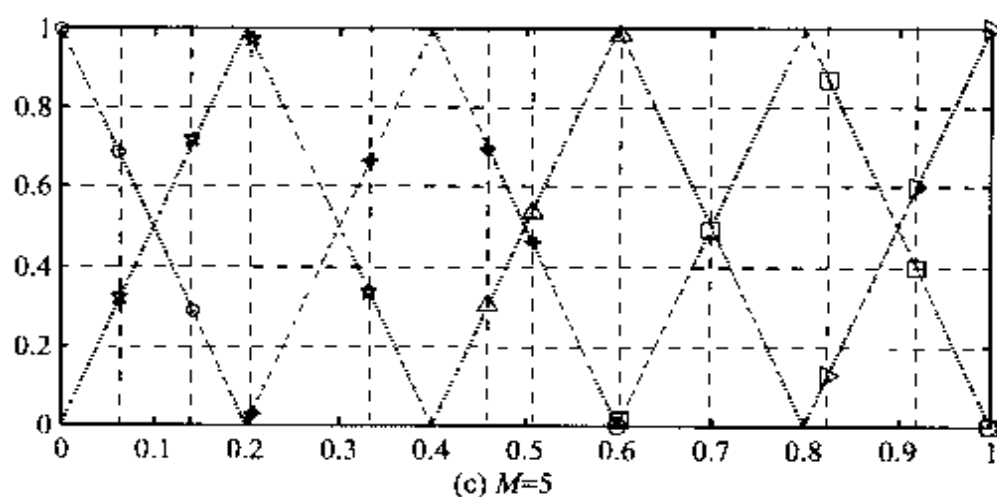
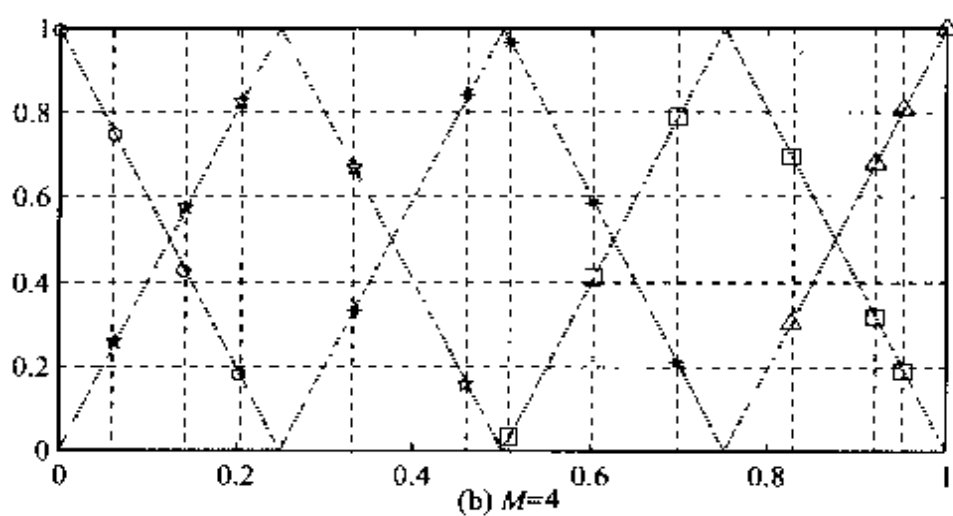
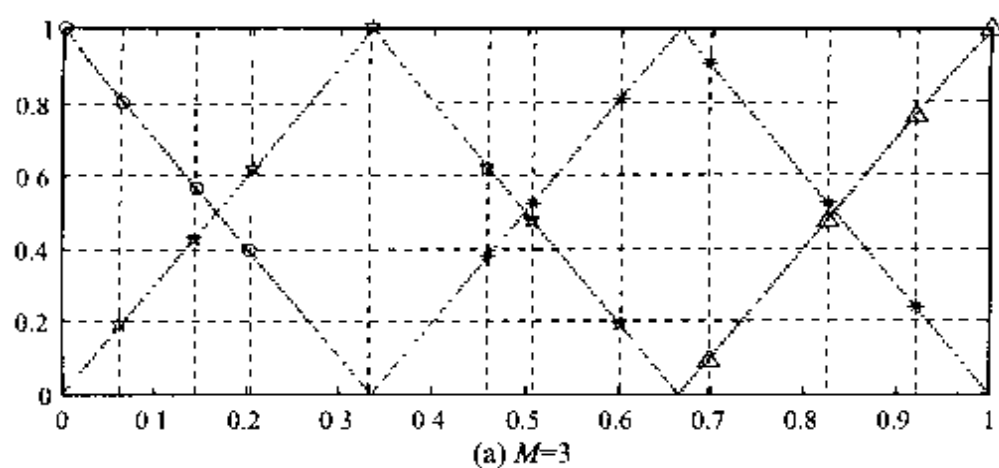
续表

| 负荷              | 37%    | 50%    | 66%    | 75%    | 89%    | 100%   |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| R <sub>21</sub> | 0.0298 | 0.0031 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>22</sub> | 0.0242 | 0.0020 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>23</sub> | 0.0193 | 0.0013 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>24</sub> | 0.0152 | 0.0008 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>25</sub> | 0.0119 | 0.0005 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>26</sub> | 0.0092 | 0.0003 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>27</sub> | 0.0070 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>28</sub> | 0.0053 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>29</sub> | 0.0040 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>30</sub> | 0.0030 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>31</sub> | 0.0022 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>32</sub> | 0.0016 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>33</sub> | 0.0012 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>34</sub> | 0.0008 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>35</sub> | 0.0006 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>36</sub> | 0.0004 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>37</sub> | 0.0003 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>38</sub> | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>39</sub> | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>40</sub> | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>41</sub> | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>42</sub> | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>43</sub> | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>44</sub> | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>45</sub> | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>46</sub> | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>47</sub> | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>48</sub> | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| R <sub>49</sub> | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |

## 附录 B







附图 B3 输入样本在不同模糊划分下的分布