Operaciones con fracciones algebraicas

Pedro Vicente Esteban Duarte

Presentación

Al realizar operaciones algebraicas de suma, resta, multiplicación, división y potenciación se puede escribir una expresión de manera equivalente de diferentes maneras. Para realizar este tipo de operaciones se requiere un manejo adecuado de las reglas de las potencias, de la radicación, de las fracciones, entre otras.

El módulo tiene los siguientes objetivos:

Objetivo general

Aplicar las reglas básicas para operar con las fracciones algebraicas e identificar las similitudes con las reglas aplicadas a fracciones aritméticas.

Objetivos específicos

- Identificar dentro de una fracción algebraica los términos semejantes que se puedan simplificar.
- Utilizar las propiedades de los exponentes para simplificar fracciones algebraicas.

Los conceptos expuestos y los ejercicios planteados son básicos para comprender conceptos fundamentales del Cálculo y de las Matemáticas en general.

El tiempo estimado para la solución del taller es de tres (3) horas.

En su estudio y solución le deseamos muchos éxitos.

1. Operaciones con fracciones algebraicas

Para determinar las fracciones algebraicas es necesario recordar la definición de polinomio: Una expresión de la forma $P(x) = a_nx^n + a_{n-1}nx^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ es un polinomio si $n \in \mathbb{Z}^+$, en donde $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ son constantes. Si $a_n \neq 0$ el grado de $P(x)$ es n.

Ejemplos

a. $x+1$ es un polinomio de grado 1.

b. $x^{\frac{1}{2}} + x + 2$, no es un polinomio. La potencia $\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}^+$.

c. $x^{-1} + 3x^2 + 2x - 2$, no es un polinomio. La potencia $-1 \notin \mathbb{Z}^+$.

d. $2x^3 - x^2 + \frac{1}{2}x + 1$, es un polinomio de grado 3.

Una fracción algebraica es el cociente de dos polinomios. Si $P(x)$ y $Q(x)$ son dos polinomios y $Q(x) \neq 0$, entonces $\frac{P(x)}{Q(x)}$ es una fracción algebraica.

Al realizar operaciones con fracciones algebraicas, en las que las variables están definidas en los números reales, se deben de tener en cuenta los valores de las variables que hacen cero (0) los denominadores que se encuentren en la expresión.

Ejemplo

En la suma $\frac{1}{x-2} + \frac{x}{x^2-1}$, en el primer término, si se reemplaza la x por el valor 2, se tiene un cero (0) en el denominador, por lo tanto x no puede tomar el valor de 2. En el segundo, el denominador se puede escribir como $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$, por lo que x no puede tomar los valores de 1 y -1.

Ejercicio

En la expresión $\frac{2x}{x^2-2x} - \frac{x^2}{x^2-9}$, los valores de x que hacen cero (0) los denominadores son

a. 3, 2

b. -3, 2, 0, 3

c. 0, 2, 3

d. -3, 2, 3

1.1. Simplificación de fracciones algebraicas

Para simplificar una fracción algebraica, cuando es posible, se factoriza el numerador y el denominador y se cancelan los factores comunes.

Ejemplo

Simplificar $\frac{x^2+x-12}{x^2-x-6}$.

Solución

$$\frac{x^2+x-12}{x^2-x-6}=\frac{(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+2)}=\frac{\cancel{(x-3)}(x+4)}{\cancel{(x-3)}(x+2)}=\frac{x+4}{x+2}$$

.

Observe que x no puede tomar los valores de 3 y -2, pues el denominador se hace cero (0) para estos valores.

Observaciones

Para simplificar fracciones algebraicas tenga en cuenta las siguientes recomendaciones:

a. Cuando sea posible, comience por factorizar el numerador y el denominador.

b. Se comparan los resultados y se simplifican los factores comunes.

c. Desde el momento en que se factoriza, se tienen en cuenta los ceros (0) en el denominador. El resultado es válido para todos los valores de x, menos para los que el denominador es cero (0).

Ejemplo

Simplificar $\frac{x-2}{2-x}$. En este caso, se observa que en el numerador y en el denominador aparecen los mismos términos con signos contrarios. Por lo tanto, se puede factorizar el signo en alguno de ellos.

Solución

$$\frac{x-2}{2-x}=\frac{-(-x+2)}{2-x}=\frac{-(2-x)}{2-x}=\frac{-\cancel{(2-x)}}{\cancel{2-x}}=-1$$

En este caso, x no puede tomar el valor de 2, pues el denominador sería cero (0) y en los números reales $\mathbb{R}$, la división por cero no está definida.

1.2. Suma y resta de fracciones algebraicas

Para sumar o restar fracciones algebraicas se procede de igual manera que con la fracciones aritméticas: se encuentra el mínimo común denominador y se realizan las operaciones de forma similar.

1.2.1. Suma y resta de fracciones con igual denominador

Para sumar o restar fracciones algebraicas con igual denominador se escribe el mismo denominador y se suman los numeradores.

$$\frac{P(x)}{Q(x)}+\frac{R(x)}{Q(x)}=\frac{P(x)+R(x)}{Q(x)}, Q(x)\neq 0$$

Ejemplos

a. Sumar $\frac{2x^2+3x+1}{2x-1}+\frac{4x-3}{2x-1}$

Solución

$\frac{2x^2+3x+1}{2x-1}+\frac{4x-3}{2x-1}=\frac{2x^2+3x+1+4x-3}{2x-1}=\frac{2x^2+7x-2}{2x-1}$

El resultado es válido para todos los $x\neq\frac{1}{2}$.

b. Restar $\frac{2x^2+3x+1}{x^2-4}-\frac{4x-3}{x^2-4}$

Solución $\frac{2x^2+3x+1}{x^2-4}-\frac{4x-3}{x^{\text{‘}2}-4}=\frac{2x^2+3x+1-(4x-3)}{x^2-4}=\frac{2x^2+3x+1-4x+3}{x^2-4}=\frac{2x^2-x+4}{x^2-4}$

El resultado es válido para todos los $x\neq 2$ y $x\neq -2$.

Observación

Note que al restar fracciones algebraicas, al término que tiene el signo menos $(-)$ se le cambia de signo al numerador y se procede a realizar las operaciones que queden indicadas.

Ejercicio

Al efectuar la operación $\frac{2x^2}{x^2-2x} - \frac{-3x^2+4x-1}{x^2-2x}$ se obtiene

a. $\frac{5x^2-4x-1}{x^2-2x}$

b. $\frac{-x^2-4x+1}{x^2-2x}$

c. $\frac{5x^2+4x+1}{x^2-2x}$

d. $\frac{5x^2-4x+1}{x^2-2x}$

1.2.2. Suma y resta de fracciones con distinto denominador

Para sumar o restar dos fracciones algebraicas con distinto denominador se multiplican los denominadores entre si, luego los numeradores de cada fracción se multiplican por los denominadores de la otra fracción. En el caso de que cada uno de los denominadores tenga factores iguales, que no es puedan cancelar con factores de sus respectivos numeradores, la forma más rápida de realizar la operación es encontrar el mínimo común múltiplo entre los denominadores. Para ello, se seleccionan los factores comunes y no comunes con el mayor exponente.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} + \frac{R(x)}{Z(x)} = \frac{P(x)Z(x)+R(x)Q(x)}{Q(x)Z(x)}, Q(x) \neq 0, Z(x) \neq 0$$

Ejemplos

a. Sumar $\frac{2x+1}{x+3} + \frac{3x-1}{x-1}$

   Solución $\frac{2x+1}{x+3} + \frac{3x-1}{x-1} = \frac{(2x+1)(x-1)+(3x-1)(x+3)}{(x+3)(x-1)} = \frac{2x^2-2x+x-1+3x^2+9x-x-3}{(x+3)(x-1)} = \frac{5x^2+7x-4}{(x+3)(x-1)}$.

   En el denominador, el producto se deja indicado o factorizado. En este ejemplo x no puede tomar los valores de -3 y 1.

b. Restar $\frac{x-1}{x} - \frac{2x-1}{x^2}$

   Solución $\frac{x-1}{x} - \frac{2x-1}{x^2} = \frac{x^2(x-1)-x(2x-1)}{(x)(x^2)} = \frac{x^3-3x^2+x}{(x)(x^2)} = \frac{x(x^2-3x+1)}{(x)(x^2)} = \frac{\cancel{x}(x^2-3x+1)}{\cancel{(x)}(x^2)} = \frac{x^2-3x+1}{x^2}$.

   El resultado se debe entregar en la forma más simplificada posible. En este caso, en el denominador, x no puede tomar el valor de cero (0).

Observación: Para sumar o restar expresiones con tres o más términos se puede agruparlas de a dos y efectuar las operaciones hasta trabajar con todos los términos. Otra forma es encontrar el mínimo común denominador y proceder de la misma manera que realizando la suma o resta de fracciones aritméticas.

Ejercicio

Al efectuar y simplificar la expresión $\frac{x}{3}+\frac{2}{x+1}-\frac{x-1}{x+2}$ se obtiene

a. $\frac{x^3+8x+15}{3(x+1)(x+2)}$

b. $\frac{x^3-8x+15}{3(x+1)(x+2)}$

c. $\frac{x^2+8x-15}{3(x+1)(x+2)}$

d. $\frac{x^2-8x-15}{3(x+1)(x+2)}$

1.3. Multiplicación de fracciones algebraicas

Para multiplicar dos fracciones algebraicas se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador de cada una de ellas. Para no manipular expresiones tan largas, si es posible se debe simplificar cada una de las fracciones antes de efectuar los productos. Como en las sumas y las restas, hay que tener en cuenta los ceros (0) en los denominadores.

$$\frac{P(x)}{Q(x)}\cdot\frac{R(x)}{T(x)}=\frac{P(x)R(x)}{Q(x)T(x)}, Q(x)\neq 0, T(x)\neq 0$$

Ejemplos

a. Multiplicar $\frac{x^2-x}{x^2-1}\cdot\frac{3x+6}{(x+2)^2}$

Solución $\frac{x^2-x}{x^2-1}\cdot\frac{3x+6}{(x+2)^2}=\frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{3(x+2)}{(x+2)(x+2)}=\frac{x\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)}\cdot\frac{3\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}(x+2)}=\frac{x}{x+1}\cdot\frac{3}{x+2}=\frac{3x}{(x+1)(x+2)}$.

Los valores que no puede tomar x en la expresión, se determinan antes de simplificar. En este caso, para el primer denominador son 1 y -1 y para el segundo es -2. Si el numerador y el denominador se pueden factorizar, la respuesta se presenta de esta forma.

b. Multiplicar $\frac{m^2-4}{m+2}\cdot\frac{m^2+2m-8}{m^3-8}$

Solución $\frac{m^2-4}{m+2}\cdot\frac{m^2+2m-8}{m^3-8}=\frac{(m-2)(m+2)}{m+2}\cdot\frac{(m+4)(m-2)}{(m-2)(m^2+2m+4)}=\frac{(m-2)\cancel{(m+2)}}{\cancel{m+2}}\cdot\frac{(m+4)\cancel{(m-2)}}{\cancel{(m-2)}(m^2+2m+4)}=\frac{(m-2)(m+4)}{m^2+2m+4}$

En este ejercicio la respuesta es valida para $m\neq-2$ y $m\neq 2$. El polinomio m^2+2m+4 no es factorizable en los números reales. Compruébalo utilizando la fórmula general para solucionar polinomios de segundo grado.

Ejercicio

Al multiplicar y simplificar la expresión $\frac{27m^3-8}{9m^2-4} \cdot \frac{1}{9m^2+6m+4}$ se obtiene

a. $\frac{1}{3m+2}$

b. $\frac{3m-2}{3m+2}$

c. $\frac{m^2}{3m+2}$

d. $\frac{3m+2}{3m-2}$

1.4. División de fracciones algebraicas

Para dividir fracciones algebraicas se intercambia el numerador y el denominador de la fracción que este a la derecha del signo de división y se procede como en la multiplicación. Como en las operaciones de suma, resta y multiplicación, para realizar la operación hay que tener en cuenta los ceros en los denominadores.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \div \frac{R(x)}{Z(x)} = \frac{P(x)}{Q(x)} \frac{Z(x)}{R(x)}, Q(x) \neq 0, Z(x) \neq 0, R(x) \neq 0$$

Ejemplos

a. Dividir $\frac{x^2}{3x^2+2x} \div \frac{x+3}{3x^2+11x+6}$

Solución

$\frac{x^2}{3x^2+2x} \div \frac{x+3}{3x^2+11x+6} = \frac{\cancel{x}x}{\cancel{x}(3x+2)} \div \frac{\cancel{x+3}}{(3x+2)\cancel{(x+3)}} = \frac{x}{3x+2} \div \frac{1}{3x+2} = \frac{x}{3x+2} \cdot \frac{3x+2}{1} = \frac{x(3x+2)}{3x+2} = x$

Note que x no puede tomar los valores de 0, $-\frac{2}{3}$ y -3. Antes de hacer multiplicaciones largas conviene factorizar y simplificar al máximo.

b. Dividir $\frac{m^2-5m+6}{m^2-9} \div \frac{12-4m}{m^2-6m+9}$

Solución

$\frac{m^2-5m+6}{m^2-9} \div \frac{12-4m}{m^2-6m+9} = \frac{(m-3)(m-2)}{(m-3)(m+3)} \div \frac{-4(m-3)}{(m-3)(m-3)} = \frac{\cancel{(m-3)}(m-2)}{\cancel{(m-3)}(m+3)} \div \frac{-4\cancel{(m-3)}}{\cancel{(m-3)}(m-3)} = \frac{m-2}{m+3} \cdot \frac{m-3}{-4} = -\frac{(m-2)(m-3)}{4(m+3)}$

En este caso $m \neq \pm 3$. El signo menos $(-)$, puede escribirse afectando a toda la fracción (como en el ejemplo) o ser factor común del numerador o del denominador.

Ejercicio Al simplificar la expresión $\frac{x^2+x-2}{x-1} \div \frac{x+2}{x-5}$ se obtiene

a. $x+5$

b. $x-1$

c. x

d. 1

1.4.1. Simplificación de fracciones complejas

Una fracción compleja es aquella que en el numerador o el denominador o ambos están compuestos por fracciones. Para simplificarlas, se reduce el numerador y el denominador a una sola fracción y al final se aplica la regla de extremos y medios.

Ejemplo

Simplificar la expresión $\dfrac{\frac{3y-1}{2y+1}+\frac{2y}{4y^2-1}}{\frac{3}{2y-1}+3}$. Como se puede observar, el numerador esta compuesto por la suma $\frac{3y-1}{2y+1}+\frac{2y}{4y^2-1}$ y el denominador por la suma $\frac{3}{2y-1}+3$. Para simplificar la expresión se realizan las operaciones indicadas en cada una de las partes.

Solución

$$\dfrac{\frac{3y-1}{2y+1}+\frac{2y}{4y^2-1}}{\frac{3}{2y-1}+3} = \dfrac{\frac{3y-1}{2y+1}+\frac{2y}{(2y-1)(2y+1)}}{\frac{3+3(2y-1)}{2y-1}} = \dfrac{\frac{(3y-1)(2y-1)+2y}{(2y+1)(2y-1)}}{\frac{6y}{2y-1}} = \dfrac{\frac{6y^2-3y+1)}{(2y+1)(2y-1)}}{\frac{6y}{2y-1}} =$$

$$\frac{(2y-1)(6y^2-3y+1)}{6(2y+1)(2y-1)} = \frac{\cancel{(2y-1)}(6y^2-3y+1)}{6(2y+1)\cancel{(2y-1)}} = \frac{6y^2-3y+1}{6(2y+1)}$$

El numerador de la última expresión no se puede factorizar en los números reales. En esta fracción y no puede tomar los valores de $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$ y 0.

Ejercicio

Al simplificar la expresión $\dfrac{\frac{3}{(x+h)^2}-\frac{3}{x^2}}{h}$ se obtiene

a. $\frac{3(2x+h)}{x(x+h)^2}$

b. $\frac{-3(2x+h)}{x(x+h)^2}$

c. $\frac{(2x+h)}{x^2(x+h)^2}$

d. $\frac{-3(2x+h)}{x^2(x+h)^2}$

2. Ejercicios

1. La expresión $\frac{2x-3}{x-3}+\frac{6-3x}{x-3}$ es igual a

   a. -1

   b. $\frac{9-x}{x-3}$

   c. 1

   d. $\frac{x-9}{x-3}$

2. La expresión $\frac{4x-2}{x-5}-\frac{2x+8}{x-5}$ es igual a

   a. -2

   b. 2

   c. $\frac{6x-4}{x-5}$

   d. $\frac{4-6x}{x-5}$

3. La expresión $\frac{2x+10}{x-2}-\frac{5x+4}{x-2}$ es igual a

   a. -3

   b. 3

   c. $\frac{7x+6}{x-2}$

   d. $\frac{3x+6}{x-2}$

4. La expresión $\frac{2x-4}{x-4}-\frac{x-8}{4-x}$ es igual a

   a. $\frac{3x+12}{x-4}$

   b. $\frac{x-12}{x-4}$

   c. -3

   d. 3

5. La expresión $\frac{3x-5}{x-1}+\frac{4x-5}{1-x}$ es igual a

   a. $\frac{-x}{x-1}$

   b. $\frac{x}{x-1}$

   c. $\frac{-x}{1-x}$

   d. $\frac{-10}{x-1}$

6. La expresión $\frac{x+4}{x-3}+\frac{4x-1}{3-x}-\frac{x-5}{3-x}$ es igual a

   a. $\frac{2x}{x-3}$

b. $\frac{-2x}{x-3}$
c. $\frac{4x}{x-3}$
d. $\frac{6x-8}{x-3}$

7. La expresión $\frac{2}{x+3} - \frac{2}{x-2}$ es igual a

a. $\frac{10}{(x+3)(x-2)}$
b. 0
c. $\frac{4x+2}{(x+3)(x-2)}$
d. $\frac{-10}{(x+3)(x-2)}$

8. La expresión $\frac{3}{x-2} - \frac{5}{x+3}$ es igual a

a. $\frac{8x-1}{(x+3)(x-2)}$
b. $\frac{-2}{(x+3)(x-2)}$
c. $\frac{-2x+19}{(x+3)(x-2)}$
d. $\frac{-2}{2x+1}$

9. La expresión $\frac{5}{x+3} - \frac{4}{x-3}$ es igual a

a. $\frac{1}{x-3}$
b. $\frac{x-27}{(x+3)(x-3)}$
c. $\frac{9x-3}{(x+3)(x-3)}$
d. $\frac{1}{x-3}$

10. La expresión $\frac{x-2}{x-1} - \frac{x}{x+1} - \frac{x-2}{2-x}$ es igual a

a. $\frac{1-x^2}{(x+1)(x-1)}$
b. $\frac{x^2-1}{(x+1)(x-1)}$
c. $\frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)}$
d. $\frac{x^2-3}{(x+1)(x-1)}$

11. La expresión $\frac{3x}{x^2-2x} - \frac{x^2+4x+3}{x^2-x-2}$ es igual a

a. $\frac{1}{x-2}$
b. $\frac{x}{x-2}$

c. $\frac{-x}{x-2}$

d. $\frac{x+6}{x-2}$

12. La expresión $\frac{x}{x+3} \cdot \frac{x-1}{x-2}$ es igual a

a. $\frac{2x^2-x}{x^2+x-6}$

b. $\frac{x^2-x}{x^2+x-6}$

c. $\frac{x^2-2x}{x^2+x-6}$

d. $\frac{2x-1}{x^2+x-6}$

13. La expresión $\frac{x^2+x-6}{x^2+2x-3} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-4x+3}$ es igual a

a. $\frac{x+2}{x+3}$

b. $\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+3}$

c. $\frac{x-2}{x+3}$

d. $\frac{x^2-x-2}{x^2-4x+3}$

14. La expresión $\frac{x^2-6x}{x^2+2x} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-7x+5}$ es igual a

a. $\frac{x+2}{x-1}$

b. $\frac{x-2}{x-1}$

c. $\frac{x-2}{x+3}$

d. $\frac{x-2}{x+2}$

15. La expresión $\frac{x^2-4}{x^2-2x} \cdot \frac{x^2-3x}{x^2-x-6}$ es igual a

a. 1

b. -1

c. $\frac{x-3}{x+2}$

d. $\frac{x-2}{x-3}$

16. La expresión $\frac{x^2+x-6}{x^2-x-2} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-9}$ es igual a

a. $\frac{x-1}{x-3}$

b. $\frac{x+1}{x-3}$

c. $\frac{x-1}{x+3}$

   d. $\frac{x+1}{x+3}$

17. La expresión $\frac{x^2-9}{x^2+2x-3} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-5x+6}$ es igual a

   a. $\frac{x-3}{x-2}$
   b. $\frac{x+1}{x+2}$
   c. $\frac{x-1}{x-2}$
   d. $\frac{x+3}{x-2}$

18. La expresión $\frac{x^2-5x}{x^2-25} \cdot \frac{x^2+10x+25}{x^2+2x}$ es igual a

   a. $\frac{x+5}{x^2+2x}$
   b. $\frac{x+5}{x-5}$
   c. $\frac{x+5}{x+2}$
   d. $\frac{x-5}{x+5}$

19. La expresión $\frac{m^2-4m}{m^2-m-6} \cdot \frac{m^2-2m-3}{m^2-3m-4}$ es igual a

   a. $\frac{m+1}{m-3}$
   b. $\frac{m-4}{m+1}$
   c. $\frac{m-3}{m+2}$
   d. $\frac{m}{m+2}$

20. La expresión $\frac{3m^2+m-2}{2m^2+m-1} \cdot \frac{4m^2-1}{4m^2+4m+1}$ es igual a

   a. $\frac{3m+1}{2m+1}$
   b. $\frac{3m-2}{2m+1}$
   c. $\frac{3m-2}{2m-1}$
   d. $\frac{2m-1}{2m+1}$

21. La expresión $\frac{x^2-2x}{x^2-4} \div \frac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$ es igual a

   a. $\frac{x}{x^2-4}$
   b. $\frac{x}{x+1}$
   c. $\frac{x}{x-1}$
   d. $\frac{x-2}{x+2}$

22. La expresión $\frac{x^2-9}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2-3x+1}{x^2-2x+1}$ es igual a

    a. $\frac{x-1}{x-3}$
    b. $\frac{x+3}{2x-1}$
    c. $\frac{x+3}{2x+1}$
    d. $\frac{2x-1}{x+3}$

23. La expresión $\frac{2x^2+7x+3x}{x^2+2x-3} \div \frac{4x^2-1}{2x^2-3x+1}$ es igual a

    a. $\frac{x}{x+3}$
    b. $\frac{2x-1}{2x+1}$
    c. 1
    d. $\frac{x-1}{x+3}$

24. La expresión $\frac{2x^2-5x+2}{x^2-5x} \div \frac{2x^2-5x+2}{x^2-25}$ es igual a

    a. $\frac{2x-1}{x-2}$
    b. $\frac{x-2}{x}$
    c. $\frac{2x-1}{x+5}$
    d. $\frac{x+5}{x}$

25. La expresión $\frac{3x^2+5x-2}{x^2-4x} \div \frac{x^2-2x-8}{x^2-8x+16}$ es igual a

    a. $\frac{3x-1}{x}$
    b. $\frac{x-4}{x}$
    c. $\frac{x+2}{x-4}$
    d. $\frac{3x-1}{x-4}$

26. La expresión $\frac{x^2+x-2}{2x^2-6x} \div \frac{x^2+2x-3}{4x^2+12x}$ es igual a

    a. $\frac{2x(x+2)}{x-3}$
    b. $\frac{x-1}{x}$
    c. $\frac{x+2}{x-3}$
    d. $\frac{2(x+2)}{x-3}$

27. La expresión $\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3} \div \frac{x^3+x^2-2x}{x^3-x}$ es igual a

a. $\frac{x+1}{x-3}$
b. 1
c. $\frac{x+2}{x+1}$
d. $\frac{x-3}{x+1}$

28. La expresión $\frac{x-x^2}{x^2-1} \div \frac{(x+2)(x+1)}{x^2+3x+2}$ es igual a

a. $\frac{x}{x+2}$
b. $\frac{x}{x+1}$
c. $\frac{-x}{x+1}$
d. $\frac{-x}{x-1}$

29. La expresión $\frac{m-m^2}{m^2+m-2} \div \frac{m+1}{m^2-2m-3}$ es igual a

a. $\frac{m(m-3)}{m+2}$
b. $\frac{m(m+1)}{3-m}$
c. $\frac{m-1}{m-3}$
d. $\frac{m(3-m)}{m+2}$

30. La expresión $\frac{1-\frac{1}{x-3}}{1+\frac{1}{x-3}} \div \frac{1-\frac{3}{x-1}}{1-\frac{1}{x-1}}$ es igual a

a. $\frac{x-4}{x-1}$
b. $\frac{x-4}{x-2}$
c. 1
d. $\frac{x-2}{x-4}$

31. La expresión $\frac{1+\frac{4}{x-5}}{1+\frac{4}{x-3}} \div \frac{1-\frac{2}{x+1}}{1-\frac{5}{x}}$ es igual a

a. $\frac{x}{x-3}$
b. $\frac{x-3}{x}$
c. $\frac{x+3}{x}$
d. $\frac{1}{x^2-3x}$

32. La expresión $\frac{1+\frac{3}{m}}{1-\frac{1}{m}} \div \frac{1+\frac{2}{m+1}}{1+\frac{1}{m+1}}$ es igual a

a. $\frac{m+3}{m-1}$

b. $\frac{m+2}{m-1}$

c. $\frac{m-3}{m+1}$

d. $\frac{m+2}{m+3}$

33. La expresión $\frac{1-\frac{3}{m+1}}{1+\frac{7}{m-2}} \div \frac{1+\frac{1}{m+1}}{1+\frac{4}{m-2}}$ es igual a

a. $\frac{m-2}{m+5}$

b. $\frac{m+2}{m+5}$

c. $\frac{m-2}{m+1}$

d. $\frac{m}{m-2}$

3. Bibliografía

1. Zill, D. G., & Dewar, J. M. (2008). Precálculo con avances de cálculo. McGraw-Hill Interamericana.

2. James, S., Redlin, L., Watson, S., Vidaurri, H., Alfaro, A., Anzures, M. B. J., & Fragoso Sánchez, F. (2007). Precálculo: matemáticas para el cálculo. México: Thomson Learning, 847.

3. Leithold, L., & González, F. M. (1998). Matemáticas previas al cálculo: funciones, gráficas y geometría analítica: con ejercicios para calculadora y graficadora. Oxford University Press.

4. Sullivan, M. (1998). Precálculo. Pearson Educación.