EAFIT
Escuela de Ciencias - Departamento de Matemáticas
Cálculo en Varias Variables, 01-2020
Taller de Preparatorio Tercer Parcial

Integrales Iteradas

1. Calcule las siguientes integrales iteradas.

   a) $\displaystyle\int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \, dydx$ *b)* $\displaystyle\int_0^1 \int_0^3 e^{x+3y} \, dydx$

Integrales Dobles en regiones más generales

2. Encuentre el volumen del sólido en el primer octante acotado por el cilindro $z^2 + y^2 = 4$, y los planos $z = 0$, $x = 2y$, $x = 0$.

3. Dibuje la región de integración y cambie el orden de integración en la integral $\displaystyle\int_1^2 \int_0^{\ln x} f(x, y) \, dydx$.

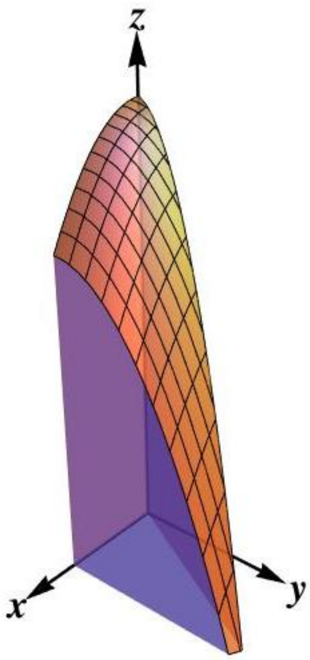
4. Evalúe la integral $\displaystyle\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} \, dxdy$.

5. Evalúe $\displaystyle\int_0^1 \int_0^1 \operatorname{sen}(e^x) \, dxdy + \int_1^e \int_{\ln y}^1 \operatorname{sen}(e^x) dxdy$ dibujando la región de integración y luego cambiando el orden de integración.

6. Calcule la integral $\displaystyle\int_0^1 \int_{\sqrt[3]{y}}^1 \sqrt{1 + x^4} \, dxdy$.

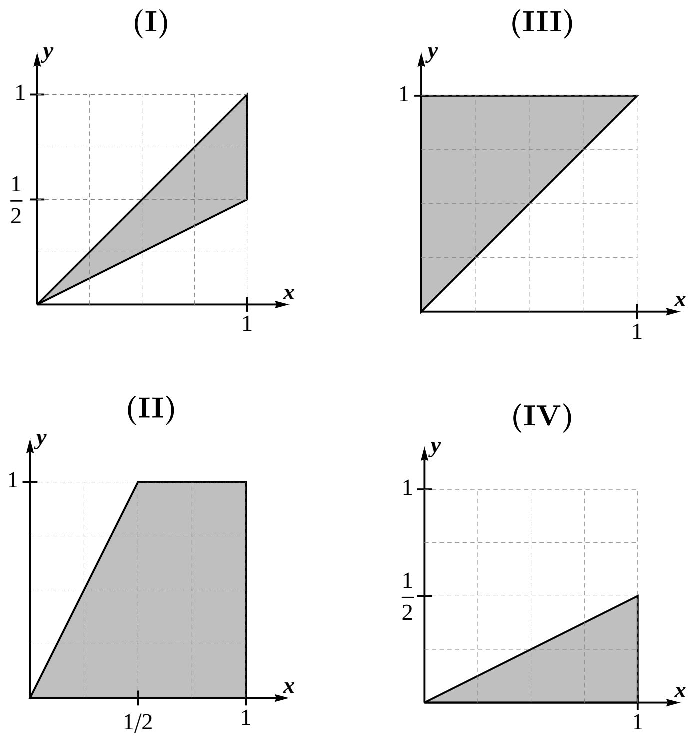
7. Evalúe la integral $\displaystyle\int\int_D y \, dA$, donde D es la región del primer cuadrante que está entre los circunferencias $x^2 + y^2 = 4$ y $x^2 + y^2 = 2x$.

8. Exprese la integral (sin evaluarla) que da el volumen del sólido en el primer octante limitado por las superficies: $z = 4 - x^2 - y^2$, $y = 2x$, $x = 1$, $z = 0$, $y = 0$.



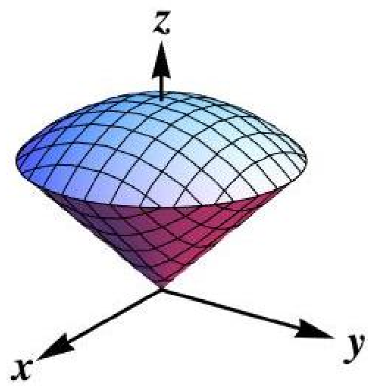
9. Asocie cada región con la integral dada

Integral	**Gráfica**
$\int_0^1 \int_0^{x/2} f(x,y)\,dy\,dx$	
$\int_0^1 \int_0^{y} f(x,y)\,dx\,dy$	
$\int_0^1 \int_{x/2}^{x} f(x,y)\,dy\,dx$	
$\int_0^1 \int_{y/2}^{1} f(x,y)\,dx\,dy$	



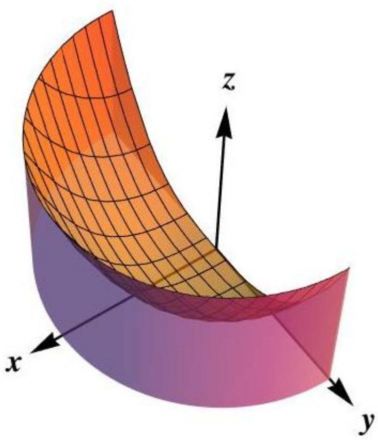
Integrales dobles en coordenadas polares

10. Calcular el volumen del sólido que se encuentra encima del cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, y debajo de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.



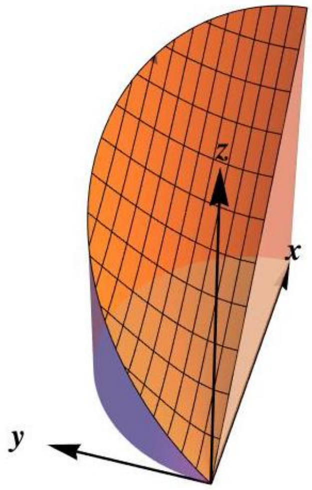
11. Evaluar la integral iterada:

$$\int_{-a}^{a} \int_0^{\sqrt{a^2-y^2}} (x^2 + y^2)^{3/2}\,dxdy.$$

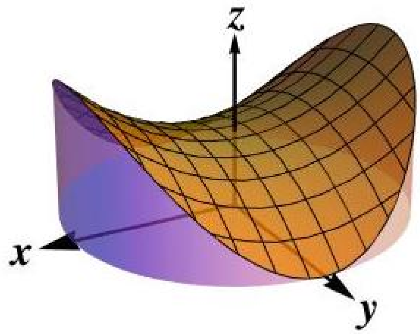


12. Evaluar la integral:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}\, dydx.$$



13. Encontrar el volumen del sólido que se encuentra por debajo de la silla de montar $z = x^2 - y^2 + 1$ y por encima del disco $x^2 + y^2 \leq 1$.



14. Pasar cada una de las siguientes integrales a coordenadas polares y calcular su valor

   a) $\displaystyle\int_{-3}^{3} \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \sec^2(x^2+y^2)\, dydx$

   b) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} e^{x^2+y^2}\, dxdy$

15. Para cada una de las siguientes integrales en coordenadas polares, pasar a coordenadas cartesianas.

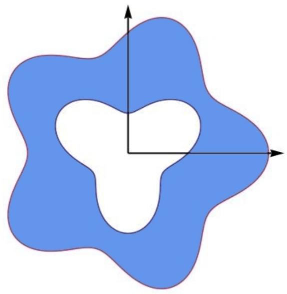
   a) $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^4 \sin(r) r\, drd\theta$

   b) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \int_{2\cos(\theta)}^{2} r\cos(r^2)\, drd\theta$

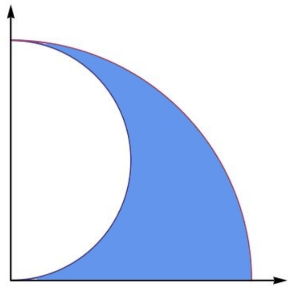
16. Asocie cada región con la integral dada

Integral	**Gráfica**
$\int_0^{2\pi}\int_1^2 f(r,\theta)r\,dr\,d\theta$	
$\int_0^{\pi/2}\int_{2\sin(\theta)}^1 f(r,\theta)r\,dr\,d\theta$	
$\int_0^{2\pi}\int_{3+\sin(3\theta)}^{6+\cos(5\theta)} f(r,\theta)r\,dr\,d\theta$	
$\int_0^{\pi/2}\int_0^1 f(r,\theta)r\,dr\,d\theta$	

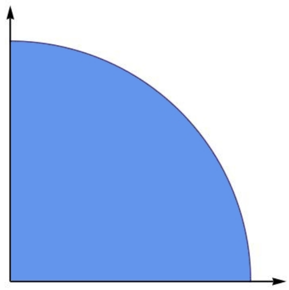
(I)



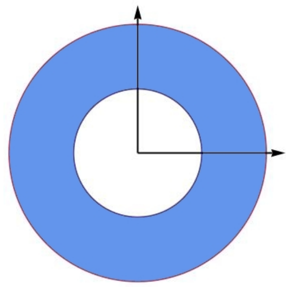
(III)



(II)



(IV)



17. Considere el sólido en el primer octante limitado por las superficies $z = 2 - x^2 - y^2$ y los planos $x = 0$ y $y = 0$ $z = 1$. Haga un dibujo del sólido y luego encuentre una integral en coordenadas cilíndricas que calcule el volumen de dicho sólido.

18. Considere el sólido en el primer octante limitado por las superficies $z = 6 - x^2 - y^2$ y $z = \sqrt{x^2+y^2}$ y los planos $x = 0$ y $y = 0$. Haga un dibujo del sólido y luego encuentre una integral en coordenadas cilíndricas que calcule el volumen de dicho sólido.

19. Considere el sólido limitado por las superficies $z = 6 - \sqrt{x^2+y^2}$ y $z = x^2 + y^2$, tal que $x \geq 0$ y $z \geq 0$. Haga un dibujo del sólido y luego encuentre una integral en coordenadas cilíndricas que calcule el volumen de dicho sólido.

20. Halle el volumen del sólido en el primer octante limitado por $z^2 = x^2 + y^2$, $z = 2 - x^2 - y^2$, $y = \dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ y $y = \sqrt{3}x$. (Use coordenadas cilíndricas)