

Taller: Problemas de Optimización.

Objetivos: Aplicar los conceptos trabajados en el curso para interpretar modelos funcionales.

Modelación y formas de comunicación:

Para cada enunciado, encontrar la expresión solicitada. Luego, describir en un párrafo el proceso realizado para encontrar la solución.

1. La suma de dos números positivos a y b es 36. Escriba una expresión para el producto de los números en términos de a . Hallar el dominio de esta expresión.
2. El producto de dos números positivos a y b es 100. Escribir una expresión para la suma de estos números en términos de b . Hallar el dominio de esta expresión.
3. El producto de dos números a y b es 25. Hallar una expresión para la suma del doble de a más el triple de b en términos de a .
4. La suma de k veces el número a y m veces el número b es 36. Suponiendo que tanto a como b son positivos, escriba una expresión para el producto de los números en términos de a . Hallar el dominio de esta expresión. Suponga que k y m son constantes diferentes de cero.
5. Cuatro veces un número L más el triple de un número R tiene como resultado 72. Suponiendo que tanto L como R son positivos, escriba una expresión para la suma del cuadrado de L más un medio del cuadrado de R en términos:
 - a) De L (hallar el dominio).
 - b) De R (hallar el dominio).

Modelación y Resolución de Problemas:

1. Encontrar dos números positivos que satisfagan los requerimientos dados:
 - a) La suma es S y el producto es un máximo.
 - b) El producto es 147 y la suma del primero más tres veces el segundo es un mínimo.
 - c) El segundo número es el recíproco del primero y la suma es un mínimo.
 - d) La suma del primer número al cuadrado y el segundo es 54 y el producto es un máximo.
2. Un ganadero tiene 400 pies de cercado para encerrar un pastizal adyacente a un río (Ver figura). ¿Qué dimensiones deben utilizarse de manera que el área delimitada sea un máximo si no es necesario vallar a lo largo del río?



Figura tomada de Larson, R. Edwards, B. (2010) Cálculo Tomo I. Novena edición. Editorial Mc. Graw Hill

3. Un granjero planea cercar un pastizal rectangular adyacente a un río (utilizar la misma figura del problema anterior). El pastizal debe contener $245\,000\text{ m}^2$ para proporcionar suficiente pastura para el rebaño. ¿Qué dimensiones requeriría la cantidad mínima de cercado si no es necesario vallar a lo largo del río?
4. Una caja abierta de volumen máximo se va a construir a partir de una pieza cuadrada de material, de 24 pulgadas de lado, cortando cuadrados iguales a partir de las esquinas y doblando los bordes (Ver figura).

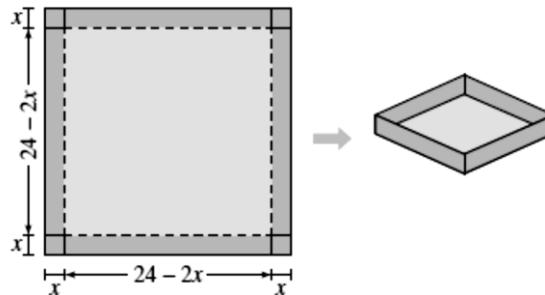


Figura tomada de Larson, R. Edwards, B. (2010) Cálculo Tomo I. Novena edición. Editorial Mc. Graw Hill

Encontrar las dimensiones de la caja con máximo volumen. ¿Cuál es el volumen máximo?

5. Un paquete rectangular que se va a enviar por un servicio postal puede tener una longitud y un perímetro que tiene un máximo de 108 pulgadas (ver la figura). Determinar las dimensiones del paquete de volumen máximo que puede enviarse. ¿Cuál es el volumen máximo? (Suponer que la sección transversal es cuadrada.)

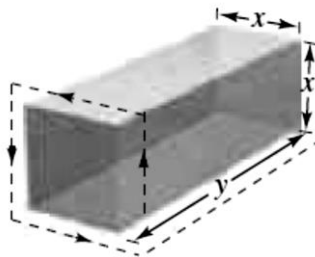


Figura tomada de Larson, R. Edwards, B. (2010) Cálculo Tomo I. Novena edición. Editorial Mc. Graw Hill

6. Una ventana Norman se construye juntando un semicírculo a la parte superior de una ventana rectangular ordinaria (ver la figura). Encontrar las dimensiones de una ventana Norman de área máxima si el perímetro total es de 16 pies. ¿Cuál es el área máxima?

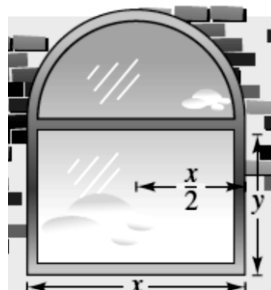


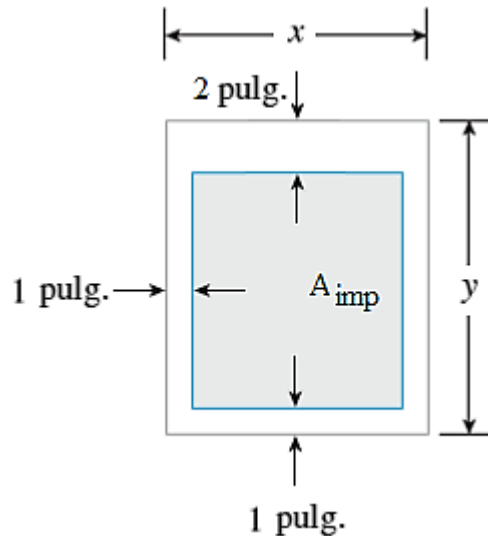
Figura tomada de Larson, R. Edwards, B. (2010) Cálculo Tomo I. Novena edición. Editorial Mc. Graw Hill

7. Un pedazo de alambre de 10 m de largo está cortado en dos piezas. Una pieza está doblada en forma de cuadrado y la otra de un triángulo equilátero. ¿Cómo debe cortarse el alambre para que el área total encerrada sea a) un máximo?, ¿b) un mínimo?

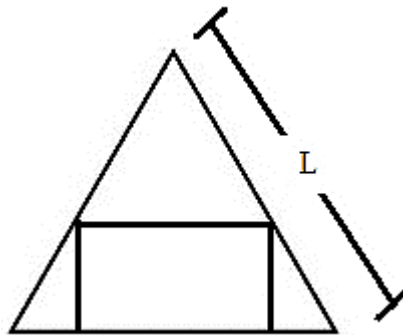
8. Un cartel debe tener un área de 180 pulg^2 con márgenes de 1 pulg en la parte inferior y laterales, y un margen de 2 pulg en la parte superior. (Ver figura)

a) ¿Qué dimensiones darán la mayor área de impresión?

b) Suponga ahora que el área de impresión debe ser de 180 pulg^2 . Encuentre las dimensiones del cartel con la menor área.



9. Encuentre las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede ser inscrito en un triángulo equilátero de lado L si uno de los lados del rectángulo se encuentra sobre la base del triángulo



10. Si se conecta una resistencia de R ohms a través de una batería de E volts con resistencia interna de r ohms, entonces la potencia (en vatios) en la resistencia externa es:

$$P = \frac{E^2 R}{(r + R)^2}$$

Si E y r son fijos, pero R varía, ¿cuál es el valor máximo de la potencia?

11. La gerencia de la tienda departamental UNICO ha decidido incluir un área de 800 m^2 en la zona exterior del edificio para exponer las plantas en macetas y flores. Un lado estará formado por la pared exterior de la tienda, dos partes estarán construidas con tablas de pino y el cuarto lado se hará con valla de acero galvanizado. Si la tabla de pino cuesta \$6 por metro y la valla de acero galvanizado \$3 por metro, determine las dimensiones del recinto que puede levantar a un costo mínimo.

12. Una caja que contiene unos altavoces será rectangular y tendrá un volumen interior de 2.4 pies^3 . Por razones estéticas, se ha decidido que la altura de la caja será de 1.5 veces su ancho. Si la parte superior, inferior y laterales de la caja están construidas con chapa de madera que cuesta $40\text{¢}/\text{pie}^2$ cuadrado y el frente (haga caso omiso de los recortes de la pantalla acústica) y trasera están contruidos con tablonos que cuestan $20\text{¢}/\text{pie}^2$ cuadrado, ¿cuáles son las dimensiones de la caja que se puede construir a un costo mínimo?

13. Una viga de madera tiene una sección transversal rectangular de una altura h y un ancho w en pulgadas (vea la siguiente figura). La fuerza S de la viga es directamente proporcional a su ancho y al cuadrado de su altura. ¿Cuáles son las dimensiones de la sección transversal de la viga que puede cortarse en troncos de 24 pulgadas de diámetro?

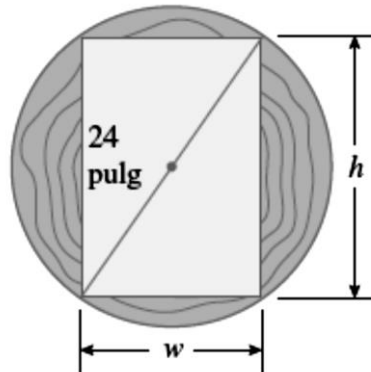


Figura tomada de Tan, S.T. (2010). *Matemáticas aplicadas a los negocios, las ciencias sociales y de la vida*. Quinta edición.. Editorial Cengage Learning