

Taller 5. Cálculo I. CM0230.

Rectas Tangentes

1. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ paralelas a la recta $y - x = 1$. Hacer un dibujo. (Use la definición de pendiente).

2. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \sqrt{x} + 1$ en el punto $(4,3)$. Dibujar la gráfica y la recta tangente. **(Para la pendiente usar la definición)**

3. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = \frac{1}{1-x}$ perpendicular a la recta $2y + x = 6$. Después dibujar la gráfica.

4. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = 4x - x^2$ que pasen por el punto $(2,5)$. Hacer un gráfico de la situación. **(Para la pendiente usar la definición)**

5. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \sqrt{x} + 1$ en el punto $(4,3)$. Dibujar la gráfica y la recta tangente. **(Para la pendiente usar la definición)**

6. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ que es paralela a la recta $x + 2y + 7 = 0$. Dibujar la gráfica y la recta tangente

7. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x-1}$ en el punto $(2,1)$. Trace la gráfica y la recta tangente en el punto.

8. Encuentre valores de a y b tales que la pendiente de tangente a la gráfica de $f(x) = ax^2 + bx$ en $(1,4)$ sea -5 . Dar la ecuación de la recta tangente. Graficar.
9. Determinar el o los puntos en el intervalo en los que la gráfica de $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$ tiene una tangente horizontal.
10. Encontrar las ecuaciones de dos rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = 4x - x^2$ que pasen por el punto $(2,5)$.

11. Encontrar las ecuaciones de dos rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = x^2 + 1$ que pasen por el punto $(0,0)$. Dibujar la gráfica y las rectas tangentes

12. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x) = \frac{x}{x-1}$ que son paralelas a la recta $y = 2 - x$. Hacer el gráfico.

13. Encontrar a y b tales que f sea derivable en todos los puntos. Hacer gráfica

$$f(x) = \begin{cases} ax^3, & x < 2 \\ x^2 + b, & x \geq 2 \end{cases}$$

14. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de

$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ paralelas a la recta $2y + x = 6$. Después dibujar la gráfica de la función y las rectas tangentes. ¿En cuál (es) punto(s) la recta tangente es horizontal?

15. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de

$f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ paralelas a la recta $5y + x = 10$. Después dibujar la gráfica de la función y las rectas tangentes.

16. Desarrolle una fórmula general para obtener $f^{(n)}(x)$ y úsela para hallar

$$f^{(n)}(1) \text{ donde } f(x) = \frac{1}{x}.$$

1. Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 4}$. Se pide lo siguiente:

- a) Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
- b) Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
- c) Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
- d) Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.

2. Dada la función $f(x) = \frac{2x}{x-1}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
- b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
- c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
- d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.

3. Dada la función $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.

- b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
 - c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
 - d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.
-

4. Dada la función $f(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
 - b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
 - c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
 - d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.
-

5. Dada la función $f(x) = \frac{3}{9-x^2}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
 - b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
 - c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
 - d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.
-

6. Dada la función $f(x) = \frac{2x}{x-3}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
 - b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
 - c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
 - d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.
-

7. Dada la función $f(x) = \frac{2x}{3-x}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
 - b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
 - c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
 - d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.
-

8. Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{4-x^2}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
- b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.

- c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
- d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.

9. Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 1}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
- b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
- c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
- d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.

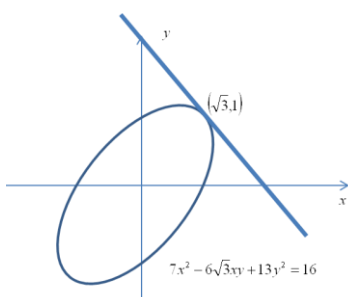
10. Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 - 18}{x^2 - 4}$. Se pide lo siguiente:

- a. Donde $f'(x) = 0$ o $f'(x)$ no existe.
- b. Intervalos donde $f'(x) < 0$, intervalos donde $f'(x) > 0$.
- c. Donde $f''(x) = 0$ o $f''(x)$ no existe.
- d. Intervalos donde $f''(x) < 0$, intervalos donde $f''(x) > 0$.

Derivación implícita

1. Encontrar $\frac{d^2y}{dx^2}$ en términos de x y y si $x^2y^2 - 2x = 3$.

2. $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 = 16$ en el punto $(\sqrt{3}, 1)$ Como se muestra en la figura:



Elipse rotada

3. Localizar los puntos en los que la gráfica de la ecuación $4x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0$ tiene recta tangente horizontal o vertical.

4. Localizar los puntos en los que la gráfica de la ecuación $x^2 + y^2 + 6xy = 8$ tiene recta tangente horizontal o vertical. Encontrar y'' .
5. $x^3 y^2 = 2x^2 + y^2$
6. $\frac{x+y}{x-y} = x$
7. $\frac{x}{y^2} + \frac{y^2}{x} = 5$
8. $xy = \sin(x+y)$
9. $(x^2 + y^2)^6 = x^3 - y^3$

) Determinar los extremos cada función:

a. (10%) $f(x) = 3x^4 - 4x^3$ en el intervalo $[-1, 2]$

b. (15%) $f(x) = 3x^{2/3} - 2x$ en el intervalo $[-1, 1]$

c. (15%) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$

1.) Determinar los extremos cada función:

d. (10%) $f(x) = 3x^4 - 4x^3$ en el intervalo $[-1, 2]$

e. (15%) $f(x) = 3x^{2/3} - 2x$ en el intervalo $[-1, 1]$

f. (15%) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$

2. Determinar los extremos cada función:

g. (10%) $f(x) = 4x^3 - 3x^4$ en el intervalo $[-1, 2]$

h. (15%) $f(x) = 2x - 3x^{2/3}$ en el intervalo $[-1, 1]$

15%) $f(x) = 2\operatorname{sen}x + \cos 2x$ en el intervalo $[0, 2\pi]$.

2.