

El taller tiene como objetivo repasar y fundamentar aspectos teóricos y prácticos sobre conceptos estudiados de la línea recta, funciones y modelación de problemas mediante funciones.

1. La línea recta

- 1.1. En la Tabla 1 se muestra diferentes puntos que están sobre una línea recta.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	7	5	3	1	-1	-3	-5	-7	-9

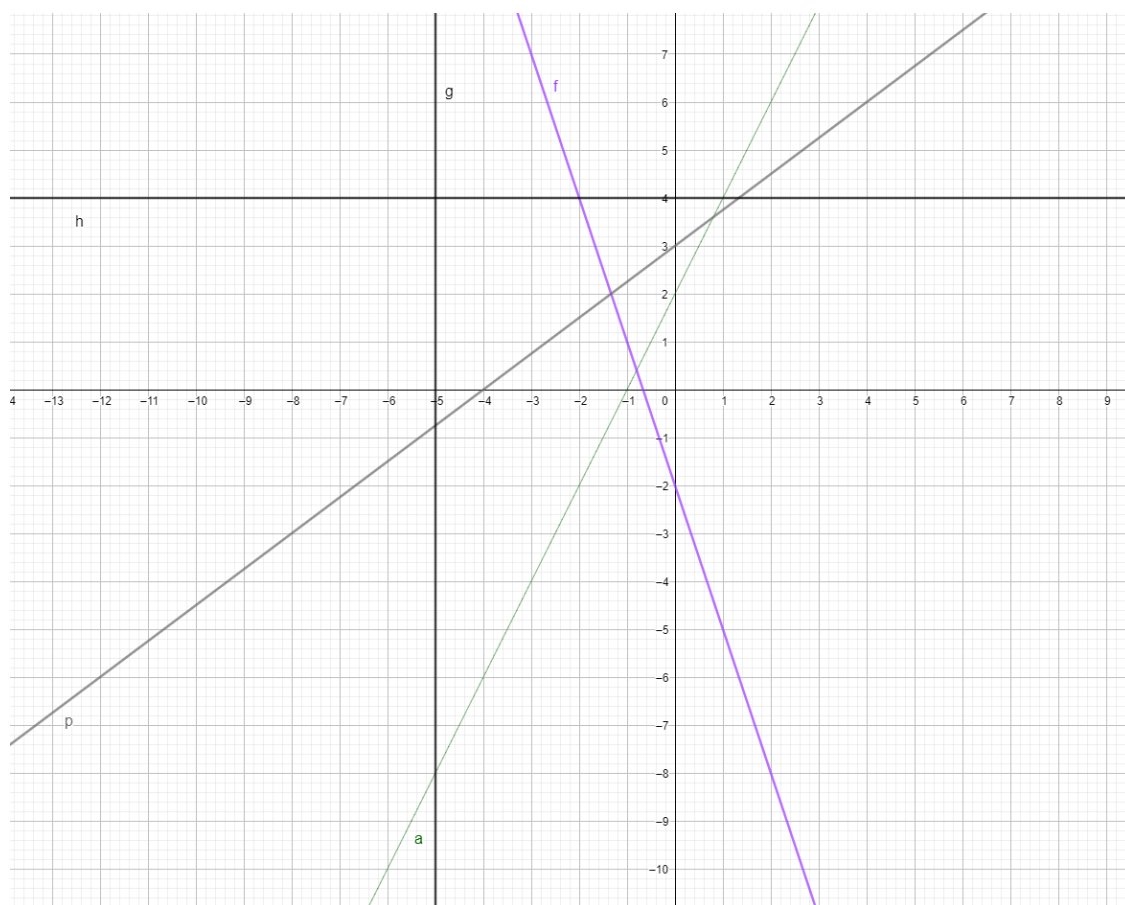
- Encuentre la ecuación de dicha recta.
- Grafique en el plano cartesiano la recta.
- Encuentre los puntos de corte con los ejes X e Y .
- Encuentre una ecuación paralela a la recta dada que pase por el punto $(-1, -2)$.
- Encuentre una ecuación perpendicular a la recta dada que pase por el punto $(1, 3)$.
- Encuentre el punto de corte entre la recta dada y la perpendicular encontrada.
- ¿Cuáles de los siguientes puntos están o no sobre la recta dada? $(1, 2)$, $(3, 4)$, $(10, -17)$, $(100, -197)$.

- 1.2. Determine si los pares de rectas dadas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las anteriores.

a. $y = 2x - 1$ $2y = 4x + 1$	b. $y = -2x + 2$ $2y = x - 3$	c. $3x - 2y = 1$ $2x - 3y = 4$
d. $4y - 3x = 2$ $-3y + 4x = -3$	e. $0.5x + 5y = 3$ $(1/5)x - 2y = 6$	f. $0.1x - 0.6y = 1$ $10x - 50y = 3$

- 1.3. Escriba la ecuación lineal correspondiente a cada uno de los siguientes enunciados. Trace una gráfica para cada situación y encuentre otros puntos sobre la recta.
- Un móvil se desplaza sobre un plano inclinado en línea recta a 5 metros por minuto. Al momento de partir se encontraba a una altura de 2 metros.
 - En un sector de la ciudad el costo del agua está dada por 2000 pesos por metro cúbico y los costos fijos son de 5000 pesos por mes. Si el comportamiento del costo es lineal. Encuentre la ecuación que modela el costo del agua en ese sector.

- 1.4. En la siguiente gráfica, se encuentran dibujadas las líneas rectas marcadas como a, p, h, g y f. Encuentre la pendiente y el punto de corte con el eje Y y escriba la ecuación correspondiente para cada una de ellas.



- 1.5. **Problema.** El gerente de una fábrica de muebles encontró que cuesta 2200 dólares fabricar 100 sillas en un día y 4800 dólares producir 300 en un día.
- Expresa el costo como una función del número de sillas, que se producen, suponiendo que es lineal. Luego trace la gráfica.
 - ¿Cuál es la pendiente de la gráfica y que representa?
 - ¿Cuál es la intersección con eje vertical Y de la gráfica y que representa?
- 1.6. Resuelva cada uno de los siguientes ejercicios.
- Encuentre la ecuación de la recta tangente al círculo $x^2 + y^2 = 25$ en el punto $(4, 3)$. Recuerde que una recta tangente a un círculo en un punto sobre ella, es perpendicular al radio que tiene como extremo es punto.
 - Dado el triángulo con vértices en los puntos $A(1,3)$, $B(2,5)$ y $C(0,0)$. Encuentre la ecuación de la mediatriz correspondiente al lado \overline{AB} . Recuerde que la mediatriz es el segmento de recta que parte de un vértice y corta el lado opuesto en forma perpendicular.
 - Dado el triángulo con vértices en los puntos $A(1,3)$, $B(2,5)$ y $C(0,0)$. Encuentre la ecuación de la mediana correspondiente al

lado \overline{AB} . Recuerde que la mediana es la recta que va de un vértice al punto medio del lado opuesto.

- d. Determine el valor k , tal que la recta $kx - 3y = 10$ es perpendicular a la recta $2x + 3y = 6$.
- 1.7. En cada una de las siguientes situaciones, responda Verdadero o Falso y justifique en cada caso.
- Toda línea recta corta el eje Y .
 - Toda línea recta corta el eje X .
 - Si dos rectas tienen diferente pendiente, se cortan en algún punto.
 - Dos rectas con pendiente positiva no pueden tener punto de intersección.
 - Una línea recta puede tener pendiente variable.
 - Todas las líneas rectas son funciones.

2. Funciones

- 2.1. En las siguientes tablas se presentan puntos coordinados. Determinar cuáles de ellas representan funciones y cuáles no. Para las que son funciones determinar el dominio y el rango. Exponer justificaciones.

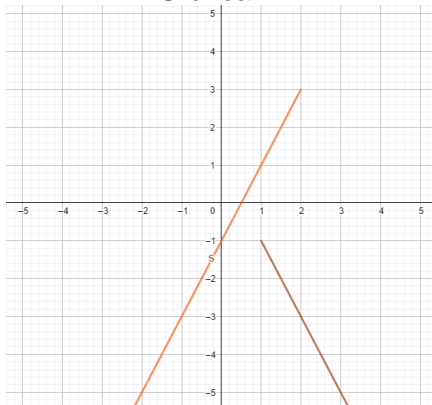
Tabla 2					
x	-3	1	5	7	9
y	-1	2	-3	2	10

Tabla 3					
x	0.5	0.1	0.2	0.2	0.4
y	-3	5	-4	6	7

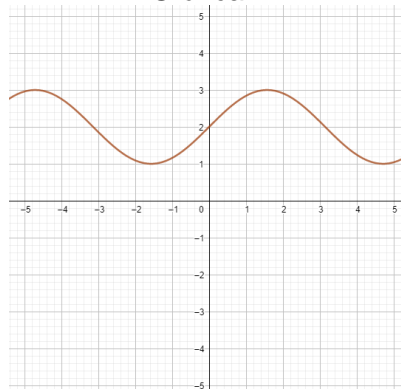
Tabla 4					
x	$1/2$	a	π	e	\perp
y	π	z	π	2.718281	\odot

- 2.2. Cada una de las siguientes gráficas representa una relación. Seleccione las que son funciones, escriba su dominio y su rango y de una justificación.

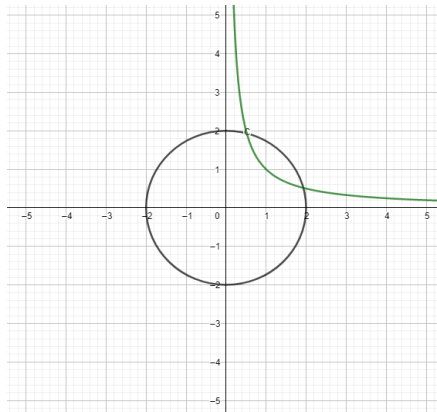
Gráfica 1.



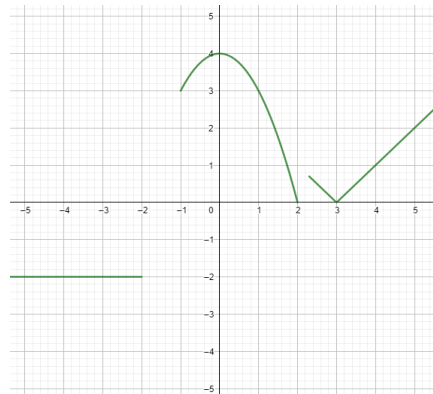
Gráfica 2



Gráfica 3

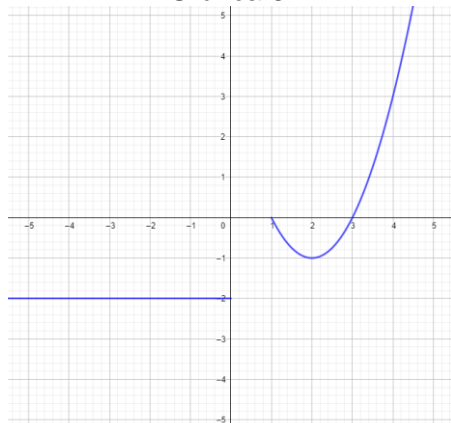


Gráfica 4

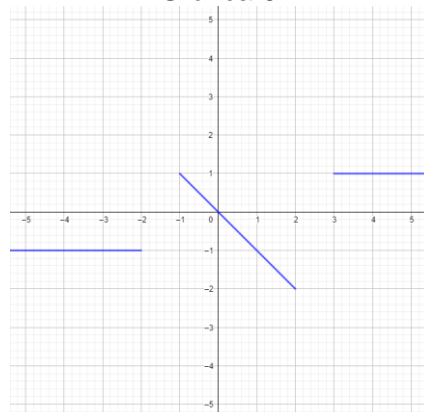


- 2.3. Las siguientes gráficas representan funciones por tramos. Encuentre la ecuación de cada una de ellas. Tome los extremos como puntos cerrados. En cada caso escriba el dominio y el rango. En algunos casos se requiere hacer lecturas aproximadas de valores.

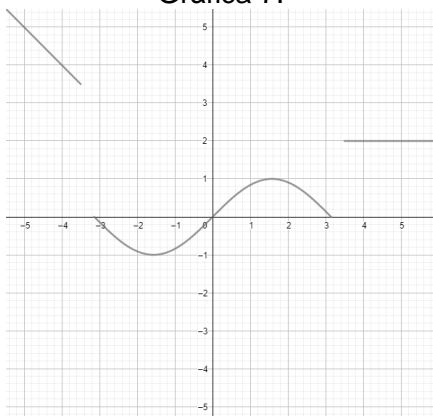
Gráfica 5.



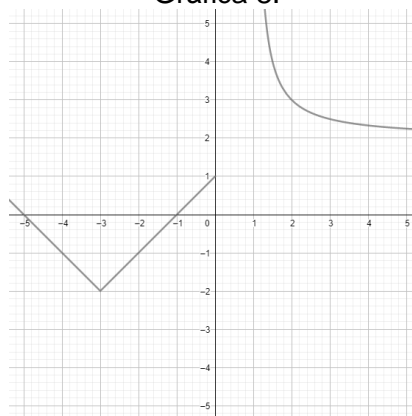
Gráfica 6.



Gráfica 7.



Gráfica 8.

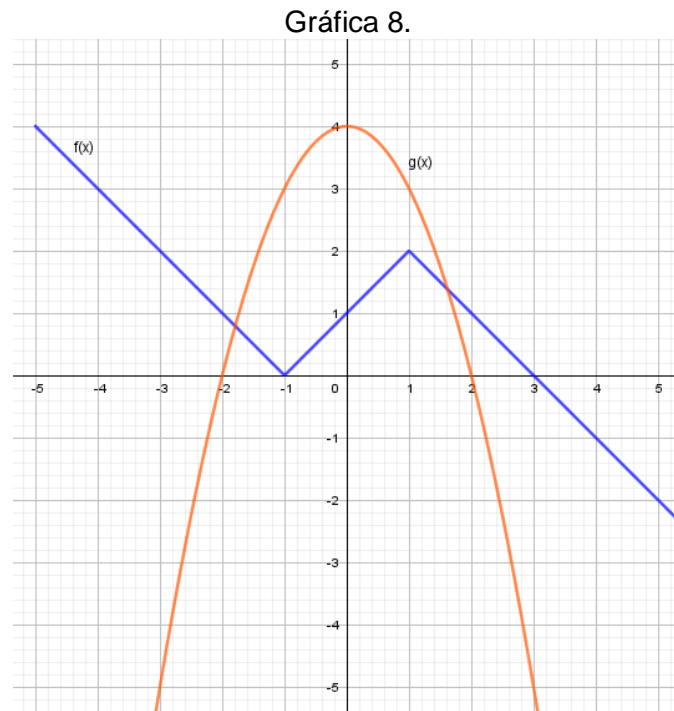


2.4. Operaciones con funciones. En la tabla 5, se presenta la ecuación de varias funciones

Tabla 5	
$f(x) = 3x - 2$	$g(x) = \frac{1}{x+3}$
$h(x) = \sqrt{2-x}$	$j(x) = \frac{x}{x-2}$

- Encuentre el dominio de cada una de ellas.
- Encuentre $w(x) = f(x) + g(x)$, su dominio y si es posible $w(1), w(3), w(-3)$.
- Encuentre $z(x) = f(x) - h(x)$, su dominio y si es posible $z(-1), z(0), z(8)$.
- Encuentre $p(x) = g(x)h(x)$, su dominio y si es posible $p(-3), p(0), p(10)$.
- Encuentre $d(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$, su dominio y si es posible $d(-3), d(10), d(-100)$.
- Encuentre $c(x) = g(f(x))$, su dominio y si es posible $c(1), c(-3)$.
- Encuentre $q(x) = j(h(x))$, su dominio y si es posible $q(10), q(2), q(0)$.

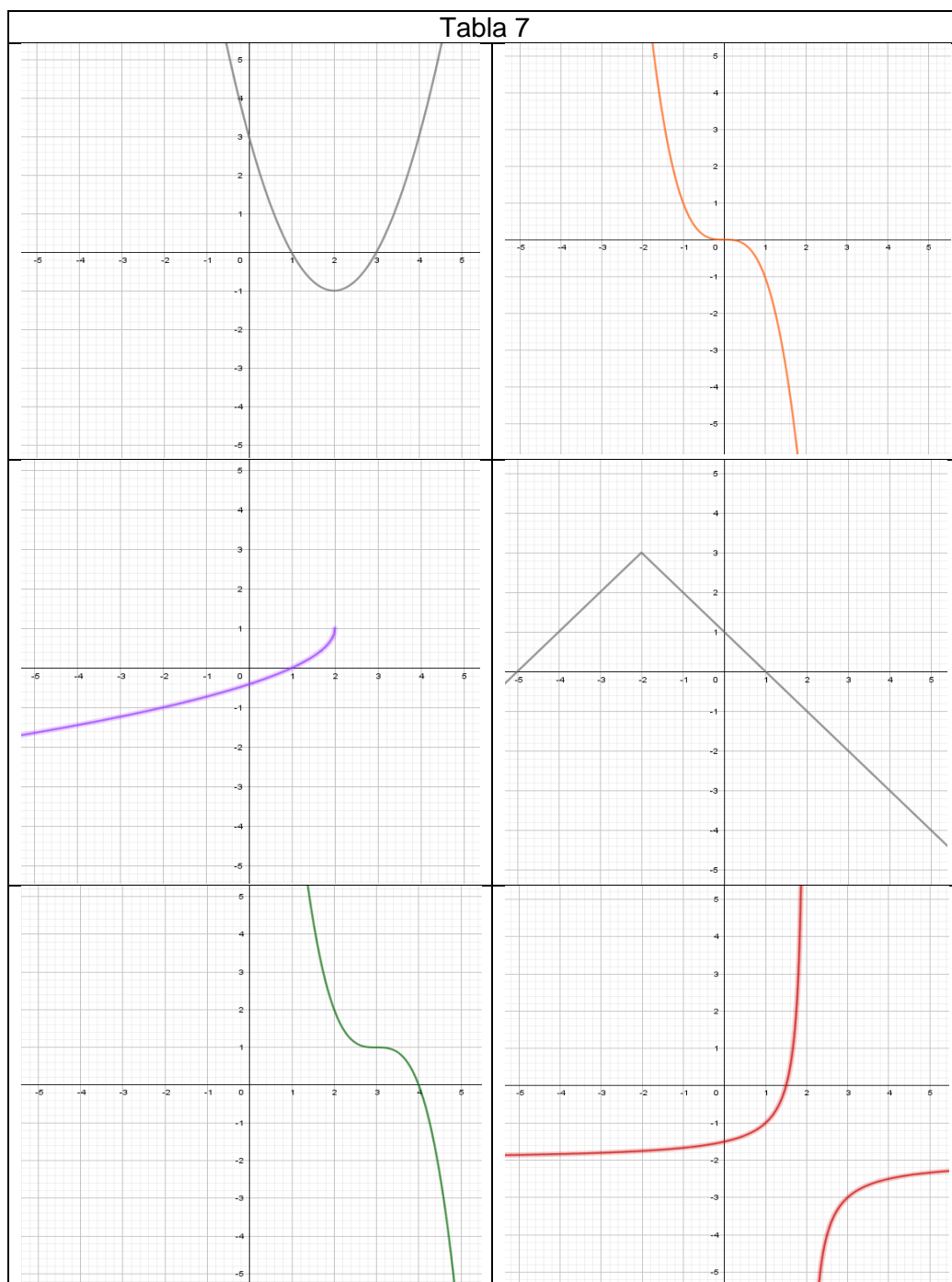
- 2.5. La Gráfica 8, muestra dos funciones f y g . Resuelva cada uno de los ejercicios planteados a continuación.



- a. Si $w(x) = f(x) + g(x)$, encuentre $w(1)$, $w(2)$, $w(-2)$.
- b. Si $z(x) = f(x) - g(x)$, encuentre $z(-1)$, $z(0)$, $z(-2)$.
- c. Si $p(x) = g(x)f(x)$, encuentre $p(-3)$, $p(0)$, $p(2)$.
- d. Si $d(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$, encuentre, si es posible $d(-2)$, $d(10)$, $d(-100)$.
- e. Si $c(x) = g(f(x))$, encuentre, si es posible $c(1)$, $c(-3)$, $c(0)$.
- f. Si $q(x) = f(g(x))$, encuentre, si es posible $q(-1)$, $q(0)$, $q(1)$.

- 2.6. La Tabla 6 muestra las ecuaciones de varias funciones. La Tabla 7 muestra gráficas de algunas funciones. Relacionar las ecuaciones de la Tabla 6 con las gráficas de la Tabla 7.

Tabla 6	
$f(x) = - x + 2 + 3$	$g(x) = \frac{1}{x-2} - 2$
$h(x) = -\sqrt{2-x} + 1$	$j(x) = x^2 - 4x + 3$



- 2.7. A continuación, se presenta la ecuación de varias funciones. Determinar si son pares, impares o ninguna de las anteriores. Justificar sus respuestas. Puede ayudarse con la gráfica de ellas.
- $f(x) = \text{sen}(x)$
 - $g(x) = \cos(x)$
 - $z(x) = |x|$
 - $p(x) = 2x^2 - x + 2$
 - $n(x) = -\frac{1}{x}$
 - $s(x) = (x - 3)^3$
- 2.8. A continuación, se presentan algunas afirmaciones acerca de funciones. Verifique, si cada una de ellas, es falsa o verdadera, puede ayudarse de contraejemplos. En cada caso escriba una justificación.
- Si para una función $y = f(x)$, se tiene que $f(a) = f(b)$, entonces $a = b$.
 - Si $y = f(x)$ y $y = g(x)$ son dos funciones, entonces $f(g(x)) = g(f(x))$.
 - Si dos funciones tienen el mismo dominio, entonces son iguales, es decir para valores iguales en el dominio se obtienen imágenes iguales.
 - Si $y = f(x) = x^2$, entonces $f(-x) = -f(x)$.
 - La función $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ es polinómica.
 - La función $f(a) = x^3a^2 + xa - 2$, es polinómica de grado 3.
 - La función $g(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-1}$ es racional.
- 2.9. Para cada una de las siguientes funciones encuentre el dominio y el rango. Compruebe su respuesta con la gráfica de cada una de ellas.
- $f(x) = 1 - \sqrt{-2 - x}$
 - $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$
 - $h(x) = 1 - 3x - x^2$
- 2.10. Proporcionalidad directa e inversa
- Se sabe que las funciones $y = f(x)$ y $y = g(x) = 2x^2 - 2x + 1$ son directamente proporcionales y que $f(1) = -3$. Encuentre la ecuación de la función $y = f(x)$.
 - Las funciones $y = f(x)$ y $y = g(x) = 3x - 5$, son inversamente proporcionales y $f(2) = 4$. Encuentre la ecuación de la función $y = f(x)$. ¿Los dominios de f y g son iguales?
- 2.11. Para cada uno de los siguientes ejercicios, a partir del enunciado dado, construya un modelo funcional y encuentre el dominio en el que la solución tiene sentido.
- Un grupo de ingenieros construye una cisterna que debe de contener 600 metros cúbicos de agua. La cisterna tiene como base un cuadrado, cuatro caras verticales, todas hechas de concreto y una tapa cuadrada de acero. Si el concreto cuesta 1.5 miles de pesos el metro cuadrado y el acero 4 miles de pesos el metro cuadrado, determinar el costo total como una función de la longitud del lado de la base cuadrada.
 - El propietario de una finca cuenta con 300 metros de cerca para cercar dos potreros contiguos.
 - Escribir el área total A de ambos potreros como una función de x (ancho de uno de los potreros). ¿Cuál es el dominio de A ?

- Representar gráficamente área y estimar a partir del gráfico las dimensiones que producen la mayor área de los potreros.
- Encontrar las dimensiones que producen la mayor cantidad de área del potrero completando el cuadrado.