3

El Método de Deducción

3.1. Prueba Formal de Validez

Cuando los argumentos contienen más de dos o tres enunciados simples diferentes como componentes, se hace difícil y tedioso utilizar tablas de verdad para probar su validez. Un método más conveniente de establecer la validez de algunos argumentos es *deducir* las conclusiones de sus premisas por una secuencia de argumentos más cortos y más elementales que ya se conoce que son válidos. Considérese, por ejemplo, el siguiente argumento en el que aparecen enunciados simples diferentes:

O el procurador general ha impuesto una censura estricta o si Black envió la carta que escribió, entonces Davis recibió un aviso.
Si nuestras líneas de comunicación no se han interrumpido por completo, entonces si Davis recibió un aviso, entonces Emory fue informado del asunto.
Si el procurador general ha impuesto una censura estricta, entonces nuestras líneas de comunicación se han interrumpido por completo.
Nuestras líneas de comunicación no se han interrumpido por completo.
Por tanto, si Black envió la carta que escribió, entonces Emory fue informado del asunto.

Se puede traducir en nuestro simbolismo como

$$A \vee (B \supset D)$$
$$\sim C \supset (D \supset E)$$
$$A \supset C$$
$$\sim C$$
$$\therefore B \supset E$$

Establecer la validez de este argumento por medio de una tabla de verdad requeriría una tabla de treinta y dos renglones. Pero podemos probar el argumento dado como válido deduciendo su conclusión de sus premisas por una secuencia de solamente cuatro argumentos cuya validez se ha señalado ya. De la tercera y cuarta premisas, $A \supset C$ y $\sim C$, válidamente inferimos $\sim A$ por *Modus Tol-*

lens. De $\sim A$ y la primera premisa $A \vee (B \supset D)$, válidamente inferimos $B \supset D$, por un Silogismo Disyuntivo. De la segunda y cuarta premisas, $\sim C \supset (D \supset E)$ y $\sim C$, válidamente se infiere $D \supset E$ por *Modus Ponens.* Y finalmente, de estas dos últimas conclusiones (o subconclusiones), $B \supset D$ y $D \supset E$, válidamente inferimos $B \supset E$ por un Silogismo Hipotético. Que su conclusión se deduce de sus premisas usando argumentos válidos exclusivamente, *prueba* que el argumento original es válido. Aquí las formas argumentales válidas elementales *Modus Ponens* (M.P.), *Modus Tollens* (M.T.), el Silogismo Disyuntivo (D.S.), y el Silogismo Hipotético (H.S.) se usan como *Reglas de Inferencia* por medio de las cuales se deducen válidamente las conclusiones a partir de las premisas.

Una manera más formal y más concisa de escribir esta prueba de validez es hacer una lista de las premisas y de los enunciados deducidos de ellas en una columna, con las "justificaciones" para estos últimos escritas a un lado de los mismos. En cada caso, la "justificación" para un enunciado especifica los enunciados precedentes a partir de los cuales, y la regla de inferencia por medio de la cual, el enunciado en cuestión fue deducido. Es conveniente poner la conclusión a la derecha de la última premisa, separada de la misma por una línea diagonal que automáticamente señala que todos los enunciados que están por arriba de la misma son premisas. La prueba formal de validez para el argumento dado puede escribirse como

1.	$A \vee (B \supset D)$	
2.	$\sim C \supset (D \supset E)$	
3.	$A \supset C$	
4.	$\sim C$	$/ \therefore B \supset E$
5.	$\sim A$	3, 4, M.T.
6.	$B \supset D$	1, 5, D.S.
7.	$D \supset E$	2, 4, M.P.
8.	$B \supset E$	6, 7, H.S.

Una *prueba formal de validez* para un argumento dado se define como una sucesión de enunciados, cada uno de los cuales es una premisa de ese argumento o se sigue de los precedentes por un argumento válido elemental, y tal que el último enunciado de la secuencia es la conclusión del argumento cuya validez se está demostrando. Esta definición debe completarse y hacerse más precisa especificando qué es lo que va a contar como "argumento válido elemental". Primero definimos un *argumento válido elemental* como cualquier argumento que es una instancia de sustitución de una forma de argumento válida, y después presentamos una lista de sólo nueve formas de argumento suficientemente obvias para ser vistas como formas de argumento válidas elementales y aceptadas como Reglas de Inferencia.

Una cuestión que hay que recalcar es que *cualquier* instancia de sustitución de una forma de argumento válida elemental es un argumento válido elemental. Así, el argumento

$$\begin{array}{l} \sim C \supset (D \supset E) \\ \sim C \\ \therefore D \supset E \end{array}$$

es un argumento válido elemental porque es una instancia de sustitución de la forma de argumento válida elemental *Modus Ponens* (M.P.). Resulta de

$$\begin{array}{l} p \supset q \\ p \\ \therefore q \end{array}$$

sustituyendo $\sim C$ por p y $D \supset E$ por q, así que es de esa forma aun cuando *Modus Ponens* no es *la forma específica* del argumento dado.

Iniciamos nuestro desarrollo del método de deducción presentando una lista de sólo nueve formas de argumento válidas elementales que pueden usarse al construir pruebas formales de validez:

REGLAS DE INFERENCIA

1. *Modus Ponens* (M.P.)
$$\begin{array}{l} p \supset q \\ p \\ \therefore q \end{array}$$
2. *Modus Tollens* (M.T.)
$$\begin{array}{l} p \supset q \\ \sim q \\ \therefore \sim p \end{array}$$
3. Silogismo Hipotético (H.S.)
$$\begin{array}{l} p \supset q \\ q \supset r \\ \therefore p \supset r \end{array}$$
4. Silogismo Disyuntivo (D.S.)
$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \therefore q \end{array}$$
5. Dilema Constructivo (C.D.)
$$\begin{array}{l} (p \supset q) \cdot (r \supset s) \\ p \vee r \\ \therefore q \vee s \end{array}$$
6. Dilema Destructivo (D.D.)
$$\begin{array}{l} (p \supset q) \cdot (r \supset s) \\ \sim q \vee \sim s \\ \therefore \sim p \vee \sim r \end{array}$$
7. Simplificación (Simp.)
$$\begin{array}{l} p \cdot q \\ \therefore p \end{array}$$
8. Conjunción (Conj.)
$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \therefore p \cdot q \end{array}$$
9. Adición (Ad.)
$$\begin{array}{l} p \\ \therefore p \vee q \end{array}$$

Estas nueve reglas de inferencia son formas válidas elementales de argumentos cuya validez fácilmente se establece mediante tablas de verdad. Pueden usarse para construir pruebas formales de validez para una amplia clase de argumentos más complicados. Los nombres de la lista son estándar en su mayor parte, y el uso de sus abreviaciones permite presentar las pruebas formales con un mínimo de escritura.

EJERCICIOS

I. Para cada uno de los argumentos siguientes enuncie la Regla de Inferencia por la que su conclusión sigue de su o sus premisas:

*1. $(A \supset \sim B) \cdot (\sim C \supset D)$
$\therefore A \supset \sim B$

2. $E \supset \sim F$
$\therefore (E \supset \sim F) \vee (\sim G \supset H)$

3. $(I \equiv \sim J) \cdot (I \equiv \sim J)$
$\therefore I \equiv \sim J$

4. $K \vee (L \vee M)$
$\therefore [K \vee (L \vee M)] \vee [K \vee (L \vee M)]$

*5. $N \supset (O \equiv \sim P)$
$(O \equiv \sim P) \supset Q$
$\therefore N \supset Q$

6. $(R \equiv \sim S) \supset (T \supset U)$
$R \equiv \sim S$
$\therefore T \supset U$

7. $(V \supset W) \vee (X \supset Y)$
$\sim (V \supset W)$
$\therefore X \supset Y$

8. $(A \supset \sim B) \cdot [C \supset (D \cdot E)]$
$\sim \sim B \vee \sim (D \cdot E)$
$\therefore \sim A \vee \sim C$

9. $(F \supset \sim G) \supset (\sim H \vee \sim I)$
$F \supset \sim G$
$\therefore \sim H \vee \sim I$

*10. $[\sim (J \cdot K) \supset \sim L] \cdot (M \supset \sim N)$
$\sim (J \cdot K) \vee M$
$\therefore \sim L \vee \sim N$

11. $O \supset \sim P$
$\sim P \supset Q$
$\therefore (O \supset \sim P) \cdot (\sim P \supset Q)$

12. $(\sim R \equiv S) \vee (T \vee U)$
$\sim (\sim R \equiv S)$
$\therefore T \vee U$

13. $[(V \cdot \sim W) \supset X] \cdot [(W \cdot \sim Y) \supset Z]$
$(V \cdot \sim W) \vee (W \cdot \sim Y)$
$\therefore X \vee Z$

14. $[A \supset (B \vee C)] \supset [(D \cdot E) \equiv \sim F]$
$\sim [(D \cdot E) \equiv \sim F]$
$\therefore \sim [A \supset (B \vee C)]$

15. $\sim [G \supset (H \vee I)] \cdot \sim [(J \cdot K) \supset L]$
$\therefore \sim [G \supset (H \vee I)]$

II. Cada una de las siguientes es una prueba formal de validez para el argumento indicado. Enuncie la "justificación" de cada renglón que no sea una premisa:

*1.
1. $(A \cdot B) \supset [A \supset (D \cdot E)]$
2. $(A \cdot B) \cdot C \quad / \therefore D \vee E$
3. $A \cdot B$
4. $A \supset (D \cdot E)$
5. A
6. $D \cdot E$
7. D
8. $D \vee E$

2.
1. $F \vee (G \vee H)$
2. $(G \supset I) \cdot (H \supset J)$
3. $(I \vee J) \supset (F \vee H)$
4. $\sim F \quad /\therefore H$
5. $G \vee H$
6. $I \vee J$
7. $F \vee H$
8. H

3.
1. $K \supset L$
2. $M \supset N$
3. $(O \supset N) \cdot (P \supset L)$
4. $(\sim N \vee \sim L) \cdot (\sim M \vee \sim O)$
   $/\therefore (\sim O \vee \sim P) \cdot (\sim M \vee \sim K)$
5. $(M \supset N) \cdot (K \supset L)$
6. $\sim N \vee \sim L$
7. $\sim M \vee \sim K$
8. $\sim O \vee \sim P$
9. $(\sim O \vee \sim P) \cdot (\sim M \vee \sim K)$

4.
1. $Q \supset (R \supset S)$
2. $(R \supset S) \supset T$
3. $(S \cdot U) \supset \sim V$
4. $\sim V \supset (R \equiv \sim W)$
5. $\sim T \vee \sim (R \equiv \sim W)$
   $/\therefore \sim Q \vee \sim (S \cdot U)$
6. $Q \supset T$
7. $(S \cdot U) \supset (R \equiv \sim W)$
8. $[Q \supset T] \cdot [(S \cdot U) \supset (R \equiv \sim W)]$
9. $\sim Q \vee \sim (S \cdot U)$

***5.**
1. $(\sim X \vee \sim Y) \supset [A \supset (P \cdot \sim Q)]$
2. $(\sim X \cdot \sim R) \supset [(P \cdot \sim Q) \supset Z]$
3. $(\sim X \cdot \sim R) \cdot (\sim Z \vee A)$
   $/\therefore A \supset Z$
4. $\sim X \cdot \sim R$
5. $(P \cdot \sim Q) \supset Z$
6. $\sim X$
7. $\sim X \vee \sim Y$
8. $A \supset (P \cdot \sim Q)$
9. $A \supset Z$

6.
1. $A \supset B$
2. $C \supset D$
3. $\sim B \vee \sim D$
4. $\sim \sim A$
5. $(E \cdot F) \supset C \quad /\therefore \sim (E \cdot F)$
6. $(A \supset B) \cdot (C \supset D)$
7. $\sim A \vee \sim C$
8. $\sim C$
9. $\sim (E \cdot F)$

7.
1. $(G \supset H) \supset (I \equiv J)$
2. $K \vee \sim (L \supset M)$
3. $(G \supset H) \vee \sim K$
4. $N \supset (L \supset M)$
5. $\sim (I \equiv J) \quad /\therefore \sim N$
6. $\sim (G \supset H)$
7. $\sim K$
8. $\sim (L \supset M)$
9. $\sim N$

8.
1. $(O \supset \sim P) \cdot (\sim Q \supset R)$
2. $(S \supset T) \cdot (\sim U \supset \sim V)$
3. $(\sim P \supset S) \cdot (R \supset \sim U)$
4. $(T \vee \sim V) \supset (W \cdot X)$
5. $O \vee \sim Q \quad /\therefore W \cdot X$
6. $\sim P \vee R$
7. $S \vee \sim U$
8. $T \vee \sim V$
9. $W \cdot X$

9.
1. $[(A \vee \sim B) \vee C] \supset [D \supset (E \equiv F)]$
2. $(A \vee \sim B) \supset [(F \equiv G) \supset H]$
3. $A \supset [(E \equiv F) \supset (F \equiv G)]$
4. $A \quad /\therefore D \supset H$
5. $A \vee \sim B$
6. $(A \vee \sim B) \vee C$
7. $D \supset (E \equiv F)$
8. $(E \equiv F) \supset (F \equiv G)$
9. $D \supset (F \equiv G)$
10. $(F \equiv G) \supset H$
11. $D \supset H$

***10.**
1. $H \supset (I \supset J)$
2. $K \supset (I \supset J)$
3. $(\sim H \cdot \sim K) \supset (\sim L \vee \sim M)$
4. $(\sim L \supset \sim N) \cdot (\sim M \supset \sim O)$
5. $(P \supset N) \cdot (Q \supset O)$
6. $\sim (I \supset J) \quad /\therefore \sim P \vee \sim Q$
7. $\sim H$
8. $\sim K$
9. $\sim H \cdot \sim K$
10. $\sim L \vee \sim M$
11. $\sim N \vee \sim O$
12. $\sim P \vee \sim Q$

III. Construir una prueba formal de validez para cada uno de los siguientes argumentos:

*1. $A \supset B$
$C \supset D$
$(\sim B \lor \sim D) \cdot (\sim A \lor \sim B)$
$\therefore \sim A \lor \sim C$

2. $E \supset (F \cdot \sim G)$
$(F \lor G) \supset H$
E
$\therefore H$

3. $J \supset K$
$J \lor (K \lor \sim L)$
$\sim K$
$\therefore \sim L \cdot \sim K$

4. $M \supset N$
$N \supset O$
$(M \supset O) \supset (N \supset P)$
$(M \supset P) \supset Q$
$\therefore Q$

*5. $(R \supset \sim S) \cdot (T \supset \sim U)$
$(V \supset \sim W) \cdot (X \supset \sim Y)$
$(T \supset W) \cdot (U \supset S)$
$V \lor R$
$\therefore \sim T \lor \sim U$

6. $A \supset (B \cdot C)$
$\sim A \supset [(D \supset E) \cdot (F \supset G)]$
$(B \cdot C) \lor [(\sim A \supset D) \cdot (\sim A \supset F)]$
$\sim (B \cdot C) \cdot \sim (G \cdot D)$
$\therefore E \lor G$

7. $(\sim H \lor I) \supset (J \supset K)$
$(\sim L \cdot \sim M) \supset (K \supset N)$
$(H \supset L) \cdot (L \supset H)$
$(\sim L \cdot \sim M) \cdot \sim O$
$\therefore J \supset N$

8. $(P \supset Q) \cdot (R \supset S)$
$(Q \supset T) \cdot (S \supset U)$
$(\sim P \supset T) \cdot (\sim Q \supset S)$
$\sim T$
$\therefore \sim R \lor \sim Q$

9. $V \supset W$
$X \supset Y$
$Z \supset W$
$X \supset A$
$W \supset X$
$[(V \supset Y) \cdot (Z \supset A)] \supset (V \lor Z)$
$\therefore Y \lor A$

10. $(B \lor C) \supset (D \lor E)$
$[(D \lor E) \lor F] \supset (G \lor H)$
$(G \lor H) \supset \sim D$
$E \supset \sim G$
B
$\therefore H$

IV. Construir una prueba formal de validez para cada uno de los siguientes argumentos, utilizando las abreviaciones que se sugieren:

*1. Si se requiere ya sea álgebra o geometría, entonces todos los estudiantes cursarán matemáticas. Se requiere el álgebra y se requiere la trigonometría. Por lo tanto, todos los estudiantes tomarán matemáticas. (*A*: Algebra es requisito. *G*: Geometría es requisito. *S*: Todos los estudiantes cursarán matemáticas. *T*: Trigonometría es requisito.)

2. O Smith asistió a la reunión o Smith no fue invitado a la reunión. Si los directores deseaban la presencia de Smith en la reunión entonces Smith fue invitado a la reunión. Smith no asistió a la reunión. Si los directores no deseaban la presencia de Smith en la reunión y Smith no fue invitado a la reunión, entonces Smith está en camino hacia fuera de la compañía. Por lo tanto, Smith está en camino hacia fuera de la compañía (*A*: Smith asistió a la reunión. *I*: Smith fue invitado a la reunión. *D*: Los directores deseaban la presencia de Smith en la reunión. *C*: Smith está en camino hacia fuera de la compañía.)

3. Si se desarrolla una escasez de artículos de consumo hay alza de precios. Si hay un cambio en el gobierno no seguirán los controles fiscales. Si la amenaza de inflación persiste seguirán los controles fiscales. Si hay sobreproducción no hay alza de precios. O hay sobreproducción o hay un cambio de gobierno. Por lo tanto, o no se desarrolla una escasez de artículos de consumo o la amenaza de inflación no persiste. (E: Se desarrolla una escasez de artículos de consumo. P: Hay alza de precios. C: Hay un cambio de gobierno. F: Siguen los controles fiscales. I: Persiste la amenaza de inflación. S: Hay sobreproducción.)
4. Si continúa la investigación se descubre nueva evidencia. Si se descubre nueva evidencia, entonces muchos importantes ciudadanos son implicados. Si muchos importantes ciudadanos son implicados, entonces los periódicos detienen la publicación del caso. Si la continuación de la investigación implica que los periódicos detienen la publicación del caso, entonces el descubrimiento de nueva evidencia implica que la investigación continúa. La investigación no continúa. Por lo tanto, no se descubre nueva evidencia. (C: La investigación continúa. N: Se descubre nueva evidencia. I: Son implicados muchos importantes ciudadanos. D: Los periódicos detienen la publicación del caso.)
5. Si el rey no se enroca y el peón avanza, entonces o el alfil queda bloqueado o la torre inmovilizada. Si el rey no se enroca, entonces, si el alfil queda bloqueado entonces el juego es tablas. O el rey se enroca o si la torre es inmovilizada se pierde el cambio. El rey no se enroca y el peón avanza. Por lo tanto, o el juego es tablas o se pierde el cambio. (K: El rey se enroca. P: El peón avanza. B: El alfil es bloqueado. R: La torre es inmovilizada. D: El juego es tablas. E: Se pierde el cambio.)
6. Si Andrews está presente entonces Brown está presente, y si Brown está presente entonces Cohen no está presente. Si Cohen está presente entonces Davis no está presente. Si Brown está presente, entonces Emerson está presente. Si Davis no está presente entonces Farley está presente. O Emerson no está presente o Farley no está presente. Por lo tanto, o Andrews no está presente o Cohen no está presente. (A: Andrews está presente B: Brown está presente. C: Cohen está presente. D: Davis está presente. E: Emerson está presente. F: Farley está presente.)
7. Si o Jorge se inscribe o Harry se inscribe entonces Ira no se inscribe. O Ira se inscribe o Harry se inscribe. Si o Harry se inscribe o Jorge no se inscribe entonces Jaime se inscribe. Jorge se inscribe. Por lo tanto, o Jaime se inscribe o Harry no se inscribe. (J: Jorge se inscribe, H: Harry se inscribe. I: Ira se inscribe. J: Jaime se inscribe.)
8. Si Tomás recibió el mensaje entonces Tomás tomó el avión, pero si Tomás no tomó el avión, entonces Tomás faltó a la reunión. Si Tomás faltó a la reunión, entonces David fue elegido consejero, pero si David fue elegido consejero, entonces Tomás recibió el mensaje. Si o Tomás no faltó a la reunión o Tomás no recibió el aviso, entonces o Tomás no tomó el avión o David fue elegido consejero. Tomás no faltó a la reunión. Por lo tanto, o Tomás no recibió el mensaje o Tomás no faltó a la reunión. (R: Tomás recibió el men-

saje. A: Tomás tomó el avión. F: Tomás faltó a la reunión. D: David fue elegido consejero.)

9. Si Dick fue vacunado hace poco entonces él tiene fiebre. O Dick fue vacunado hace poco tiempo o si aparecen viruelas entonces Dick debe ser aislado. O Dick tiene sarampión o si se le desarrolla salpullido entonces hay complicaciones. Si Dick tiene sarampión entonces tiene fiebre. Si Dick no fue vacunado hace poco y Dick no tiene sarampión, entonces o se le desarrolla salpullido o aparecen viruelas. Dick no tiene fiebre. Por lo tanto, o hay complicaciones o Dick debe ser aislado. (V: Dick fue vacunado hace poco. F: Dick tiene fiebre. V: Le salen viruelas. A: Dick debe ser aislado. S: Dick tiene sarampión. R: Le sale salpullido. C: Hay complicaciones.)

*10. O aumentaron los impuestos o si aumentan los gastos se eleva la deuda. Si los impuestos aumentaron entonces el costo de recaudar los impuestos crece. Si un aumento en los gastos implica que el gobierno pide prestado más dinero, entonces si se eleva la deuda aumentan las tasas de interés. Si no se aumentan los impuestos y el costo de recaudación de impuestos no crece, entonces si la deuda no se eleva entonces el gobierno pide prestado más dinero. El costo de recaudación de impuestos no crece. O las tasas de interés no aumentan o el gobierno no pide prestado más dinero. Por lo tanto, o la deuda no se eleva o los gastos no aumentan. (T: Aumentan los impuestos. E: Aumentan los gastos. D: Se eleva la deuda. C: El costo de recaudación de impuestos crece. G: El gobierno pide prestado más dinero. I: Aumentan las tasas de interés.)

3.2. La Regla de Reemplazo

Hay muchos argumentos válidos de función de verdad cuya validez no se puede probar usando solamente las nueve Reglas de Inferencia dadas hasta aquí. Por ejemplo, una prueba formal de validez del argumento obviamente válido

$$A \cdot B$$
$$\therefore B$$

requiere Reglas de Inferencia adicionales.

Ahora bien, los únicos enunciados compuestos que nos interesan aquí son los enunciados compuestos función de verdad. Luego, si se reemplaza una parte cualquiera de un enunciado compuesto por una expresión que es lógicamente equivalente a la parte reemplazada, el valor de verdad del enunciado que resulta es el mismo que el del enunciado original. A esto se le llama, algunas veces, la Regla de Reemplazo, y otras, la del Principio de Extensionalidad.[1] Adoptamos la Regla de Reemplazo como un principio adicional de

[1] Se enunciará más formalmente, en un contexto apropiado, y se le demostrará en el Cap. 7.

inferencia. Nos permite inferir de cualquier enunciado el resultado de reemplazar todo o parte de ese enunciado por otro enunciado lógicamente equivalente a la parte reemplazada. Así, usando el principio de la Doble Negación (D.N.), que afirma la equivalencia lógica de p y $\sim\sim p$, podemos inferir, de $A \supset \sim\sim B$ cualquiera de los enunciados,

$$A \supset B, \sim\sim A \supset \sim\sim B, A \supset \sim\sim\sim\sim B, \quad \text{o} \quad \sim\sim(A \supset \sim\sim B)$$

por la Regla de Reemplazo.

Para hacer más definida esta regla, damos ahora una lista de equivalencias lógicas con las que puede usarse. Estas equivalencias constituyen nuevas Reglas de Inferencia que es posible usar para probar la validez de argumentos. Las numeramos consecutivamente después de las nueve reglas ya enunciadas.

Regla de Reemplazo: *Cualquiera de las siguientes expresiones lógicamente equivalentes puede reemplazar a la otra en donde ocurran*:

10. **Teoremas de De Morgan (De M.):**	$\sim(p \cdot q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$. $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim q)$.
11. **Conmutación (Conm.):**	$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$. $(p \cdot q) \equiv (q \cdot p)$.
12. **Asociación (Asoc.):**	$[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$. $[p \cdot (q \cdot r)] \equiv [(p \cdot q) \cdot r]$.
13. **Distribución (Dist.):**	$[p \cdot (q \vee r)] \equiv [(p \cdot q) \vee (p \cdot r)]$. $[p \vee (q \cdot r)] \equiv [(p \vee q) \cdot (p \vee r)]$.
14. **Doble Negación (D.N.):**	$p \equiv \sim\sim p$.
15. **Transposición (Trans.):**	$(p \supset q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$.
16. **Implicación Material (Impl.):**	$(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$.
17. **Equivalencia Material (Equiv.):**	$(p \equiv q) \equiv [(p \supset q) \cdot (q \supset p)]$. $(p \equiv q) \equiv [(p \cdot q) \vee (\sim p \cdot \sim q)]$.
18. **Exportación (Exp.):**	$[(p \cdot q) \supset r] \equiv [p \supset (q \supset r)]$.
19. **Tautología (Taut.):**	$p \equiv (p \vee p)$. $p \equiv (p \cdot p)$.

Ahora puede escribirse una prueba formal de validez para el argumento dado al principio del párrafo 3.2:

1. $A \cdot B$ $\quad /\therefore B$
2. $B \cdot A$ $\quad$ 1, Conm.
3. B $\quad$ 2, Simp.

Algunas formas de argumento, aunque muy elementales y perfectamente válidas, no se incluyen en nuestra lista de diecinueve Reglas de Inferencia. Aunque el argumento

$$\begin{array}{l} A \cdot B \\ \therefore B \end{array}$$

es obviamente válido, su forma

$$\begin{array}{l} p \cdot q \\ \therefore q \end{array}$$

no está incluida en nuestra lista. Por tanto, B no se sigue de $A \cdot B$ por ningún argumento válido elemental *según los define nuestra lista.* Puede, sin embargo, deducirse usando *dos* argumentos válidos elementales como mostramos antes. Podríamos agregar la forma de argumento intuitivamente válida

$$\begin{array}{l} p \cdot q \\ \therefore q \end{array}$$

a nuestra lista, claro está; pero si agrandáramos nuestra lista de esta manera llegaríamos a tener una lista demasiado larga y, por tanto, no manejable.

La lista de las Reglas de Inferencia contiene numerosas redundancias. Por ejemplo, *Modus Tollens* podría salir de la lista sin realmente debilitar la maquinaria, pues todo paso deducido usándola puede serlo usando otras Reglas de la lista. Así, en nuestra primera prueba del capítulo en la Pág. 50, en el renglón 5, $\sim A$, que se dedujo de los renglones 3 y 4, $A \supset C$ y $\sim C$, por *Modus Tollens,* pudo haber sido deducida sin ésta, pues $\sim C \supset \sim A$, se sigue de $A \supset C$ por Transposición, y $\sim A$ de $\sim C \supset \sim A$ y $\sim C$ por *Modus Ponens.* Pero *Modus Tollens* es un principio de inferencia tan común e intuitivo que se le ha incluido, y otros han sido incluidos por conveniencia, también, a pesar de su redundancia lógica.

La prueba de que una sucesión dada de enunciados es una demostración formal, es *efectiva.* Es decir, por observación directa se podrá deducir si cada renglón siguiente a las premisas se sigue o no de los renglones que le preceden mediante alguna de las Reglas de Inferencia dadas. No es necesario "pensar": ni pensar sobre el significado de los enunciados, ni usar intuición lógica para verificar la validez de la deducción de cada renglón. Aun en donde falte la "justificación" de un enunciado, a un lado del mismo, hay un procedimiento finito, mecánico, para decidir si la deducción es legítima. Cada renglón viene precedido por solamente un número finito de renglones y sólo se han adoptado un número finito de Reglas de Inferencia. Aunque toma tiempo, puede verificarse por inspección si el renglón en cuestión se sigue de algún renglón, o par de renglones precedentes mediante alguna Regla de Inferencia de nuestra lista. Por ejemplo, en la demostración precedente, el renglón 2, $B \cdot A$, está precedido sólo por el renglón 1, $A \cdot B$. Su legitimidad puede decidirse viendo que aunque no se sigue de $A \cdot B$ por *Modus Ponens,* ni por

Modus Tollens, ni por un Silogismo Hipotético y así sucesivamente hasta el número 10, al llegar al número 11, podemos *ver*, que el renglón 2 se sigue del renglón 1 por el principio de Conmutación. Así también, la legitimidad de cualquier renglón puede decidirse por un número finito de observaciones, ninguna de las cuales entraña más que comparación de formas y esquemas. Para preservar esta efectividad establecemos la regla que sólo ha de aplicarse una Regla de Inferencia a la vez. La notación explicativa a un lado de cada enunciado no es, estrictamente hablando, parte de la demostración, pero es útil y siempre debiera incluírsele.

Aunque la prueba de que una secuencia dada de enunciados es o no es una demostración formal, es efectiva, *construir* una demostración formal tal *no* es un procedimiento efectivo. A este respecto el método presente difiere del método del capítulo anterior. El uso de tablas de verdad es *completamente* mecánico: dado cualquier argumento de la clase general de la que ahora nos ocupamos, su validez siempre puede ser probada siguiendo las reglas simples presentadas en el Cap. 2. Pero al construir una prueba formal de validez basándose en las diecinueve Reglas de Inferencia de la lista, es necesario *pensar* o "imaginar" dónde empieza y cómo proceder. Aunque no existe método de procedimiento efectivo o puramente mecánico, es esencialmente mucho más fácil construir una prueba formal de validez que escribir una tabla de verdad con docenas o cientos o aun miles de renglones.

Hay una diferencia importante entre las primeras nueve y las últimas diez Reglas de Inferencia. Las primeras nueve pueden aplicarse a renglones enteros de una demostración. De este modo A puede inferirse de $A \cdot B$ por simplificación sólo si $A \cdot B$ constituye un renglón completo. Pero ni A ni $A \supset C$ se siguen de $(A \cdot B) \supset C$ por simplificación o cualquier otra Regla de Inferencia. A no es consecuencia porque A puede ser falso y $(A \cdot B) \supset C$ verdadero. $A \supset C$ no es consecuencia porque si A es verdadero y B y C ambos son falsos, $(A \cdot B) \supset C$ es verdadero mientras que $A \supset C$ es falso. Por otro lado, cualquiera de las diez últimas Reglas de Inferencia puede aplicarse a renglones enteros o partes de renglones. No sólo puede inferirse el enunciado $A \supset (B \supset C)$ del renglón entero $(A \cdot B) \supset C$ por Exportación, sino del renglón $[(A \cdot B) \supset C] \vee D$ podemos inferir $[A \supset (B \supset C)] \vee D$ por Exportación. La Regla de Reemplazo autoriza que expresiones lógicamente equivalentes especificadas se reemplacen entre sí donde ocurran, aun en donde no constituyan renglones enteros de una demostración. Pero las nueve primeras Reglas de Inferencia sólo pueden usarse tomando como premisas renglones enteros de una demostración.

En ausencia de reglas mecánicas para la construcción de demostraciones formales de validez, pueden darse algunas sugerencias y métodos prácticos. La primera es simplemente empezar deduciendo conclusiones de las premisas mediante las Reglas de Inferencia dadas. Al tener más y más subconclusiones de éstas como premisas para nuevas deducciones, mayor es la probabilidad de que se vea cómo deducir la conclusión del argumento que se quiere demostrar que es válido.

Otra sugerencia es tratar de eliminar enunciados que ocurren en las premisas, pero no en la conclusión. Esta eliminación puede llevarse a cabo solamente de acuerdo con las Reglas de Inferencia. Pero las Reglas contienen muchas técnicas para eliminar enunciados. La simplificación es una de ellas: con ésta, el conyunto derecho de una conjunción puede simplemente quitarse, a condición de que la conjunción sea un renglón entero en la demostración. Y por Conmutación puede hacerse derecho al enunciado conyunto izquierdo de una conjunción para eliminarlo por Simplificación. El término "medio" q puede eliminarse por un Silogismo Hipotético dadas dos premisas o subconclusiones de los patrones $p \supset q$ y $q \supset r$. La distribución es una regla útil para transformar una disyunción de la forma $p \vee (q \cdot r)$ en la conjunción $(p \vee q) \cdot (p \vee r)$ cuyo conjunto de la derecha $p \vee r$ puede entonces eliminarse por Simplificación. Otro método práctico es introducir por Adición un enunciado que ocurre en la conclusión, pero no en las premisas. Otro método es el de proceder hacia atrás desde la conclusión buscando algún enunciado o par de enunciados de los cuales se le pudiera deducir mediante algunas de las Reglas de Inferencia, y entonces tratar de deducir esos enunciados intermedios, ya sea de las premisas o de otros enunciados intermedios, y así sucesivamente, hasta llegar a algunos que sean deducibles de las premisas. Una adecuada combinación de estos métodos es a menudo, la mejor manera de proceder. La práctica, desde luego, es el mejor de los métodos para adquisición de habilidad en el método de deducción.

EJERCICIOS

I. Para cada uno de los siguientes argumentos dé la Regla de Inferencia por la que se sigue su conclusión de su premisa:

*1. $(\sim A \supset B) \cdot (C \vee \sim D)$
$\therefore (\sim A \supset B) \cdot (\sim D \vee C)$

2. $(\sim E \vee F) \cdot (G \vee \sim H)$
$\therefore (E \supset F) \cdot (G \vee \sim H)$

3. $(I \supset \sim J) \vee (\sim K \supset \sim L)$
$\therefore (I \supset \sim J) \vee (L \supset K)$

4. $M \supset \sim(N \vee \sim O)$
$\therefore M \supset (\sim N \cdot \sim\sim O)$

*5. $[P \supset (Q \vee R)] \vee [P \supset (Q \vee R)]$
$\therefore P \supset (Q \vee R)$

6. $[S \cdot (T \cdot U)] \supset (V \equiv \sim W)$
$\therefore [(S \cdot T) \cdot U] \supset (V \equiv \sim W)$

7. $[X \cdot (Y \cdot Z)] \supset (A \equiv \sim B)$
$\therefore X \supset [(Y \cdot Z) \supset (A \equiv \sim B)]$

8. $(C \cdot \sim D) \supset (E \equiv \sim F)$
$\therefore (C \cdot \sim D) \supset [(E \cdot \sim F) \vee (\sim E \cdot \sim\sim F)]$

9. $(G \vee H) \cdot (I \vee J)$
$\therefore [(G \vee H) \cdot I] \vee [(G \vee H) \cdot J]$

*10. $(K \cdot L) \supset \{M \cdot [(N \cdot O) \cdot P]\}$
$\therefore (K \cdot L) \supset \{M \cdot [(O \cdot N) \cdot P]\}$

11. $\sim\{Q \vee \sim[(R \cdot \sim S) \cdot (T \vee \sim U)]\}$
$\therefore \sim\{Q \vee [\sim(R \cdot \sim S) \vee \sim(T \vee \sim U)]\}$

12. $\sim V \supset \{W \supset [\sim(X \cdot Y) \supset \sim Z]\}$
$\therefore \sim V \supset \{[W \cdot \sim(X \cdot Y)] \supset \sim Z\}$

13. $[A \vee (B \vee C)] \vee [(D \vee D) \vee E]$
$\therefore [A \vee (B \vee C)] \vee [D \vee (D \vee E)]$

14. $(F \supset G) \cdot \{[(G \supset H) \cdot (H \supset G)] \supset (H \supset I)\}$
$\therefore (F \supset G) \cdot \{(G \equiv H) \supset (H \supset I)\}$

*15. $J \equiv \sim\{[(K \cdot \sim L) \vee \sim M] \cdot [(K \cdot \sim L) \vee \sim N]\}$
$\therefore J \equiv \sim\{(K \cdot \sim L) \vee (\sim M \cdot \sim N)\}$

16. $O \supset [(P \cdot \sim Q) \equiv (P \cdot \sim\sim R)]$
$\therefore O \supset [(P \cdot \sim Q) \equiv (\sim\sim P \cdot \sim\sim R)]$

17. $\sim S \equiv \{\sim\sim T \supset [\sim\sim\sim U \vee (\sim T \cdot S)]\}$
$\therefore \sim S \equiv \{\sim\sim\sim T \vee [\sim\sim\sim U \vee (\sim T \cdot S)]\}$

18. $V \supset \{(\sim W \supset \sim\sim X) \vee [(\sim Y \supset Z) \vee (\sim Z \supset \sim Y)]\}$
$\therefore V \supset \{(\sim X \supset W) \vee [(\sim Y \supset Z) \vee (\sim Z \supset \sim Y)]\}$

19. $(A \cdot \sim B) \supset [(C \cdot C) \supset (C \supset D)]$
$\therefore (A \cdot \sim B) \supset [C \supset (C \supset D)]$

20. $(E \cdot \sim F) \supset [G \supset (G \supset H)]$
$\therefore (E \cdot \sim F) \supset [(G \cdot G) \supset H)]$

II. Cada una de las siguientes es una demostración formal de validez para el argumento indicado. Enunciar la "justificación" para cada renglón que no sea una premisa.

*1.
1. $(A \vee B) \supset (C \cdot D)$
2. $\sim C \quad / \therefore \sim B$
3. $\sim C \vee \sim D$
4. $\sim(C \cdot D)$
5. $\sim(A \vee B)$
6. $\sim A \cdot \sim B$
7. $\sim B \cdot \sim A$
8. $\sim B$

2.
1. $(E \cdot F) \cdot G$
2. $(F \equiv G) \supset (H \vee I) \quad / \therefore I \vee H$
3. $E \cdot (F \cdot G)$
4. $(F \cdot G) \cdot E$
5. $F \cdot G$
6. $(F \cdot G) \vee (\sim F \cdot \sim G)$
7. $F \equiv G$
8. $H \vee I$
9. $I \vee H$

3. 1. $(J \cdot K) \supset L$
2. $(J \supset L) \supset M$
3. $\sim K \vee N \quad /\therefore K \supset (M \cdot N)$
4. $(K \cdot J) \supset L$
5. $K \supset (J \supset L)$
6. $K \supset M$
7. $\sim K \vee M$
8. $(\sim K \vee M) \cdot (\sim K \vee N)$
9. $\sim K \vee (M \cdot N)$
10. $K \supset (M \cdot N)$

4. 1. $(O \supset \sim P) \cdot (P \supset Q)$
2. $Q \supset O$
3. $\sim R \supset P \quad /\therefore R$
4. $\sim Q \vee O$
5. $O \vee \sim Q$
6. $(O \supset \sim P) \cdot (\sim Q \supset \sim P)$
7. $\sim P \vee \sim P$
8. $\sim P$
9. $\sim\sim R$
10. R

***5.** 1. $S \supset (T \supset U)$
2. $U \supset \sim U$
3. $(V \supset S) \cdot (W \supset T) \quad /\therefore V \supset \sim W$
4. $(S \cdot T) \supset U$
5. $\sim U \vee \sim U$
6. $\sim U$
7. $\sim(S \cdot T)$
8. $\sim S \vee \sim T$
9. $\sim V \vee \sim W$
10. $V \supset \sim W$

6. 1. $X \supset (Y \supset Z)$
2. $X \supset (A \supset B)$
3. $X \cdot (Y \vee A)$
4. $\sim Z \quad /\therefore B$
5. $(X \cdot Y) \supset Z$
6. $(X \cdot A) \supset B$
7. $(X \cdot Y) \vee (X \cdot A)$
8. $[(X \cdot Y) \supset Z] \cdot [(X \cdot A) \supset B]$
9. $Z \vee B$
10. B

7. 1. $C \supset (D \supset \sim C)$
2. $C \equiv D \quad /\therefore \sim C \cdot \sim D$
3. $C \supset (\sim\sim C \supset \sim D)$
4. $C \supset (C \supset \sim D)$
5. $(C \cdot C) \supset \sim D$
6. $C \supset \sim D$
7. $\sim C \vee \sim D$
8. $\sim(C \cdot D)$
9. $(C \cdot D) \vee (\sim C \cdot \sim D)$
10. $\sim C \cdot \sim D$

8. 1. $E \cdot (F \vee G)$
2. $(E \cdot G) \supset \sim(H \vee I)$
3. $(\sim H \vee \sim I) \supset \sim(E \cdot F)$
$/\therefore H \equiv I$
4. $(E \cdot G) \supset (\sim H \cdot \sim I)$
5. $\sim(H \cdot I) \supset \sim(E \cdot F)$
6. $(E \cdot F) \supset (H \cdot I)$
7. $[(E \cdot F) \supset (H \cdot I)] \cdot [(E \cdot G) \supset (\sim H \cdot \sim I)]$
8. $(E \cdot F) \vee (E \cdot G)$
9. $(H \cdot I) \vee (\sim H \cdot \sim I)$
10. $H \equiv I$

9. 1. $J \vee (\sim K \vee J)$
2. $K \vee (\sim J \vee K) \quad /\therefore (J \cdot K) \vee (\sim J \cdot \sim K)$
3. $(\sim K \vee J) \vee J$
4. $\sim K \vee (J \vee J)$
5. $\sim K \vee J$
6. $K \supset J$
7. $(\sim J \vee K) \vee K$
8. $\sim J \vee (K \vee K)$
9. $\sim J \vee K$
10. $J \supset K$
11. $(J \supset K) \cdot (K \supset J)$
12. $J \equiv K$
13. $(J \cdot K) \vee (\sim J \cdot \sim K)$

10. 1. $(L \vee M) \vee (N \cdot O)$
2. $(\sim L \cdot O) \cdot \sim(\sim L \cdot M) \quad /\therefore \sim L \cdot N$
3. $\sim L \cdot [O \cdot \sim(\sim L \cdot M)]$
4. $\sim L$
5. $L \vee [M \vee (N \cdot O)]$
6. $M \vee (N \cdot O)$
7. $(M \vee N) \cdot (M \vee O)$
8. $M \vee N$
9. $\sim L \cdot (M \vee N)$
10. $(\sim L \cdot M) \vee (\sim L \cdot N)$
11. $\sim(\sim L \cdot M) \cdot (\sim L \cdot O)$
12. $\sim(\sim L \cdot M)$
13. $\sim L \cdot N$

III. Construir una demostración formal de validez para cada uno de los argumentos siguientes:

***1.** $\sim A$
$\therefore A \supset B$

2. C
$\therefore D \supset C$

3. $E \supset (F \supset G)$
   $\therefore F \supset (E \supset G)$

4. $H \supset (I \cdot J)$
   $\therefore H \supset I$

*5. $K \supset L$
   $\therefore K \supset (L \vee M)$

6. $N \supset O$
   $\therefore (N \cdot P) \supset O$

7. $(Q \vee R) \supset S$
   $\therefore Q \supset S$

8. $T \supset \sim(U \supset V)$
   $\therefore T \supset U$

9. $W \supset (X \cdot \sim Y)$
   $\therefore W \supset (Y \supset X)$

*10. $A \supset \sim(B \supset C)$
   $(D \cdot B) \supset C$
   D
   $\therefore \sim A$

11. $E \supset F$
   $E \supset G$
   $\therefore E \supset (F \cdot G)$

12. $H \supset (I \vee J)$
   $\sim I$
   $\therefore H \supset J$

13. $(K \vee L) \supset \sim(M \cdot N)$
   $(\sim M \vee \sim N) \supset (O \equiv P)$
   $(O \equiv P) \supset (Q \cdot R)$
   $\therefore (L \vee K) \supset (R \cdot Q)$

14. $S \supset T$
   $S \vee T$
   $\therefore T$

*15. $(\sim U \vee V) \cdot (U \vee W)$
   $\sim X \supset \sim W$
   $\therefore V \vee X$

16. $A \supset (B \supset C)$
   $C \supset (D \cdot E)$
   $\therefore A \supset (B \supset D)$

17. $E \supset F$
   $G \supset F$
   $\therefore (E \vee G) \supset F$

18. $[(H \cdot I) \supset J] \cdot [\sim K \supset (I \cdot \sim J)]$
   $\therefore H \supset K$

19. $[L \cdot (M \vee N)] \supset (M \cdot N)$
   $\therefore L \supset (M \supset N)$

20. $O \supset (P \supset Q)$
   $P \supset (Q \supset R)$
   $\therefore O \supset (P \supset R)$

21. $(S \supset T) \cdot (U \supset V)$
   $W \supset (S \vee U)$
   $\therefore W \supset (T \vee V)$

IV. Construya una demostración formal de validez para cada uno de los siguientes argumentos, utilizando en cada caso la notación sugerida.

*1. Si estudio obtengo buenas calificaciones. Si no estudio me divierto. Por lo tanto, u obtengo buenas calificaciones, o me divierto. (*S*, *G*, *E*)

2. Si el suministro de plata permanece constante y la utilización de plata aumenta entonces el precio de la plata se eleva. Si un aumento en el uso de la plata implica que se eleva el precio de la plata entonces lloverán especuladores. El suministro de plata permanece constante. Por lo tanto, lloverán especuladores. (*S*, *U*, *P*, *L*)

3. O Adams es elegido presidente o ambos Brown y Clark son elegidos consejeros. Si o Adams es elegido presidente o Brown es elegido consejero, entonces Davis presentará una protesta. Por lo tanto, o Clark es elegido consejero o Davis presentará una protesta. (*A*, *B*, *C*, *D*)

4. Si usa una buena carnada entonces si los peces están mordiendo entonces él pesca el límite legal. El usa una buena carnada, pero no pesca en el límite legal. Por lo tanto, los peces no muerden. (*B*, *M*, *P*)

***5.** O el gobernador y el suplente del gobernador ambos intentan reelegirse, o la campaña primaria quedará despejada y el partido fragmentado por las disensiones. El gobernador no intentará reelegirse. Luego, el partido quedará fragmentado por las disensiones. (*G*, gobernador...; *L*, suplente...; *W*, quedará...; *T*, fragmentado...)

6. Si los Dodgers ganan el gallardete entonces ganarán la serie. Por lo tanto, si los Dodgers ganan el gallardete entonces si continúan pegando entonces ganarán la serie. (*G*, *S*, *P*)

7. Si él atrae el voto de los granjeros entonces se adjudicará las áreas rurales, y si atrae el voto de los trabajadores entonces se adjudicará los centros urbanos. Si se adjudica tanto las áreas rurales como los centros urbanos está seguro de su elección. No está seguro de su elección. Por lo tanto, o no atrae el voto de los granjeros o no atrae el voto de los trabajadores. (*G*, *R*, *T*, *U*, *S*)

8. O Argentina no se une a la alianza o Brasil la boicotea, pero si Argentina se une a la alianza entonces Chile la boicotea. Si Brasil boicotea la alianza entonces si Chile la boicotea entonces Ecuador la boicotea. Por lo tanto, si Argentina se une a la alianza entonces Ecuador la boicotea. (*A*, *B*, *C*, *E*)

9. Si Argentina se une a la alianza entonces tanto Brasil como Chile la boicotean. Si o Brasil o Chile boicotean la alianza entonces la alianza no será efectiva. Por lo tanto, si Argentina se une a la alianza entonces la alianza no será efectiva. (*A*, *B*, *C*, *E*)

***10.** Esteban tomó o el autobús o el tren. Si tomó el autobús o condujo su propio automóvil entonces llegó tarde y se perdió la reunión. No llegó tarde. Por lo tanto, él tomó el tren. (*B*, autobús...; *T*, tren...; *C*, automóvil...; *L*, tarde...; *M*, perdió...)

11. Si te inscribes en el curso y estudias duro entonces pasarás, pero si te inscribes en el curso y no estudias duro entonces no pasarás. Por lo tanto, si te inscribes en el curso entonces o estudias duro y pasarás o no estudias duro y no pasarás. (*I*, *E*, *P*)

12. Si Argentina se incorpora a la alianza entonces o Brasil o Chile la boicotean. Si Brasil boicotea la alianza entonces Chile también la boicotea. Por lo tanto, si Argentina se une a la alianza entonces Chile la boicotea. (*A*, *B*, *C*)

13. Si o Argentina o Brasil se une a la alianza entonces o Chile o Ecuador la boicotean. Por lo tanto, si Argentina se une a la alianza entonces Chile la boicotea. (*A*, *B*, *C*, *E*)

14. Si los precios bajan o suben los salarios entonces las ventas al menudeo y las actividades publicitarias aumentan. Si las ventas al menudeo aumentan entonces los destajistas ganan más dinero. Pero los destajistas no ganan más dinero. Por lo tanto, los precios no bajan. (*P*, *S*, *M*, *A*, *D*)

***15.** Si trabajo gano dinero, pero si estoy de ocioso gozo la vida. O trabajo o estoy de ocioso. Sin embargo, si trabajo no gozo la vida mientras que si estoy de ocioso no gano dinero. Por lo tanto, gozo la vida si y sólo si no gano dinero. (*W*, trabajo...; *M*, vida...; *I*, ocioso...; *E*, gozo...)

16. Si entra a la campaña primaria entonces si hace una campaña vigorosa entonces es nominado. Si gana la nominación y recibe el apoyo del partido, entonces será elegido. Si toma en serio la plataforma del partido entonces recibirá el apoyo del partido, pero no será elegido. Por lo tanto, si participa en la campaña primaria entonces si hace una campaña vigorosa entonces no toma en serio la plataforma del partido. (*C*, *V*, *N*, *A*, *E*, *P*)

17. O rebajan la tarifa o las importaciones siguen disminuyendo y nuestras propias industrias prosperan. Si rebajan la tarifa entonces nuestras propias industrias prosperan. Por lo tanto, nuestras propias industrias prosperan. (*T*, *I*, *P*)
18. O hace reparar su automóvil o compra uno nuevo. Si hace reparar su automóvil deberá mucho dinero al taller de reparaciones. Si debe mucho dinero al taller tardará en salir de sus deudas. Si compra un auto nuevo debe entonces pedir un préstamo al banco, y si pide un préstamo al banco tardará en salir de sus deudas. O sale pronto de sus deudas o sus acreedores lo llevarán a la ruina. Por lo tanto, sus acreedores lo llevarán a la ruina. (*R*, *N*, *T*, *D*, *B*, *A*)
19. Si sale de día de campo viste ropa sport. Si viste ropa sport entonces no asiste a ambos, al banquete y a la fiesta. Si él no asiste al banquete conserva su boleto de entrada, pero él ya no tiene su boleto de entrada. El asiste a la fiesta. Por lo tanto, no sale de día de campo. (*C*, *S*, *B*, *F*, *E*)
20. Si estudia ciencias entonces se prepara para vivir desahogadamente, y si estudia humanidades entonces se prepara para vivir adecuadamente. Si él se prepara para vivir desahogadamente o se prepara para vivir adecuadamente entonces sus años de universidad están justificados. Pero sus años universitarios no están justificados. Por lo tanto, no estudia ni ciencias ni humanidades. (*C*, *D*, *H*, *A*, *U*)

*21. Si siembra tulipanes entonces su jardín florece temprano, y si siembra margaritas su jardín florece tarde. De modo que si siembra o tulipanes o margaritas su jardín florece tarde o temprano. (*T*, tulipanes...; *E*, temprano...; *A*, margaritas...; *L*, tarde...)

22. Si siembra tulipanes entonces su jardín florece temprano y si siembra margaritas entonces su jardín florece tarde. De modo que si siembra tulipanes y margaritas su jardín florece temprano y tarde. (*T*, *E*, *A*, *L*)
23. Si vamos a Europa entonces recorremos Escandinavia. Si vamos a Europa entonces si recorremos Escandinavia entonces visitamos Noruega. Si recorremos Escandinavia entonces si visitamos Noruega entonces haremos un viaje a los fiordos. Por lo tanto, si vamos a Europa haremos un viaje a los fiordos. (*E*, *S*, *N*, *F*)
24. Si Argentina se une a la Alianza entonces o Brasil o Chile la boicotea. Si Ecuador se une a la alianza entonces o Chile o Perú la boicotea. Chile no la boicotea. Por lo tanto, si ni Brasil ni Perú la boicotean entonces ni Argentina ni Ecuador se unen a la alianza. (*A*, *B*, *C*, *E*, *P*)
25. Si o Argentina o Brasil se incorpora a la alianza entonces si o Chile o Ecuador la boicotea entonces, aunque Perú no la boicotee Venezuela la boicotea. Si o Perú o Nicaragua no la boicotea entonces Uruguay se incorpora a la alianza. Por lo tanto, si Argentina se incorpora a la alianza entonces si Chile la boicotea entonces Uruguay se incorpora a la Alianza. (*A*, *B*, *C*, *E*, *P*, *V*, *N*, *U*)

3.3. Demostración de la Invalidez

Podemos establecer la invalidez de un argumento usando una tabla de verdad para mostrar que la forma específica del argumento es inválida. La tabla de verdad demuestra la invalidez si contiene por lo menos un renglón en el que se asignan valores de verdad a las variables sentenciales de modo tal que las premisas se hacen verdaderas y la conclusión falsa. Si podemos encontrar una asignación semejante de valores de verdad sin construir toda la tabla, tendremos un método más breve de demostración de invalidez.

Consideremos el argumento inválido

Si el senador vota en contra de este proyecto de ley entonces se opone a penas más severas contra los evasores de impuestos.
Si el senador es, él mismo, un evasor de impuestos entonces se opone a penas más severas contra los evasores de impuestos.
Por lo tanto, si el senador vota en contra de este proyecto de ley él mismo es un evasor de impuestos.

el cual puede simbolizarse como

$$V \supset O$$
$$H \supset O$$
$$\therefore V \supset H$$

En lugar de construir una tabla de verdad para la forma específica de este argumento, podemos demostrar su invalidez asignando valores de verdad a los enunciados componentes simples V, O y H* de modo que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. La conclusión se hace falsa al dar el valor **T** a V y **F** a H; y ambas premisas verdaderas asignando **T** a O. Este método de demostrar invalidez está íntimamente relacionado con el método de la tabla de verdad. En efecto, asignar los valores como se indicó viene a ser el de describir un renglón pertinente de la tabla de verdad —un renglón que basta para establecer la invalidez del argumento puesto a prueba—. La relación aparece más clara, tal vez, cuando las asignaciones de valores de verdad se escriben horizontalmente, como

V	O	H	$V \supset O$	$H \supset O$	$V \supset H$
T	T	F	T	T	F

Este nuevo método de demostración de invalidez es más breve que una escritura completa de la tabla de verdad, y el tiempo y trabajo economizados son proporcionalmente mayores para argumentos más complicados. Al demostrar la invalidez de argumentos más extensos, puede ser necesaria cierta cantidad de prueba y error

* V, vota ...; O, se opone ...; H, él mismo ... (N. del T.)

para descubrir una asignación de valores de verdad que resulte. Pero aun siendo así, este método es más rápido y fácil que escribir la tabla de verdad completa. Es obvio que el método presente será suficiente para demostrar la invalidez de cualquier argumento cuya invalidez puede mostrarse mediante una tabla de verdad.

EJERCICIOS

Demostrar la invalidez de los siguientes argumentos por la asignación de valores de verdad:

*1. $A \supset B$
$C \supset D$
$B \vee C$
$\therefore A \vee D$

2. $E \supset (F \vee G)$
$G \supset (H \cdot I)$
$\sim H$
$\therefore E \supset I$

3. $J \supset (K \supset L)$
$K \supset (\sim L \supset M)$
$(L \vee M) \supset N$
$\therefore J \supset N$

4. $(O \vee P) \supset Q$
$Q \supset (P \vee R)$
$O \supset (\sim S \supset P)$
$(S \supset O) \supset \sim R$
$\therefore P \equiv Q$

*5. $T \equiv U$
$U \equiv (V \cdot W)$
$V \equiv (T \vee X)$
$T \vee X$
$\therefore T \cdot X$

6. $X \equiv (Y \supset Z)$
$Y \equiv (\sim X \cdot \sim Z)$
$Z \equiv (X \vee \sim Y)$
Y
$\therefore X \vee Z$

7. $(A \supset B) \cdot (C \supset D)$
$A \vee C$
$(B \vee D) \supset (E \cdot F)$
$E \supset (F \supset G)$
$G \supset (A \supset H)$
$\therefore H$

8. $I \vee (J \cdot K)$
$(I \vee J) \supset (L \equiv \sim M)$
$(L \supset \sim M) \supset (M \cdot \sim N)$
$(N \supset O) \cdot (O \supset M)$
$(J \supset K) \supset O$
$\therefore O$

9. $P \equiv (Q \equiv \sim R)$
$Q \supset (\sim R \vee \sim S)$
$[R \supset (Q \vee \sim T)] \cdot (P \supset Q)$
$[U \supset (S \cdot T)] \cdot (T \supset \sim V)$
$[(Q \cdot R) \supset \sim U] \cdot [U \supset (Q \vee R)]$
$(Q \vee V) \cdot \sim V$
$\therefore \sim U \cdot \sim V$

10. $W \equiv (X \vee Y)$
$X \equiv (Z \supset Y)$
$Y \equiv (Z \equiv \sim A)$
$Z \equiv (A \supset B)$
$A \equiv (B \equiv Z)$
$B \vee \sim W$
$\therefore W \equiv B$

3.4. No Completud* de las Diecinueve Reglas[2]

Las diecinueve Reglas de Inferencia presentadas hasta el momento son *incompletas,* lo que quiere decir que hay argumentos válidos función de verdad cuya validez no es demostrable usando

* *Compleción,* según el D.R.A.L.E. (N. del T.)
[2] Esta demostración de no completud me fue comunicada por mi amigo el Profesor Leo Simons de la Universidad de Cincinnati.

tan sólo esas diecinueve Reglas. Para discutir y establecer esta propiedad de no completud es útil introducir la noción de una característica que es "hereditaria con respecto a un conjunto de Reglas de Inferencia". Proponemos esta definición: una característica Φ *es hereditaria con respecto a un conjunto de Reglas de Inferencia* si y sólo si siempre que Φ pertenezca a uno o más enunciados también pertenecerá a todo enunciado deducido de ellos por medio de esas Reglas de Inferencia. Por ejemplo, *verdad* es una característica que es hereditaria con respecto a las diecinueve Reglas de Inferencia presentadas en las dos primeras secciones de este capítulo. Como se observó anteriormente, cualquier conclusión debe ser verdadera si puede deducirse de premisas verdaderas por medio de nuestras diecinueve Reglas de Inferencia. De hecho, no desearíamos usar Reglas de Inferencia con respecto a las cuales la verdad *no* fuera hereditaria.

Ahora bien, para demostrar que un conjunto de Reglas de Inferencia es incompleto, debemos encontrar una característica Φ y un argumento válido α tales que

(1) Φ sea hereditaria con respecto al conjunto de Reglas de Inferencia; y

(2) Φ pertenezca a las premisas de α, pero no a la conclusión de α.

La característica *verdad* es hereditaria con respecto a cualquier conjunto de Reglas de Inferencia en el que nos interesemos seriamente y, por lo tanto, satisface la condición (1) anterior. Pero si α es un argumento válido, de nuestra definición de validez se sigue inmediatamente que la *verdad* no puede nunca satisfacer la condición (2) anterior. Por lo tanto, para demostrar la no completud de nuestras diecinueve Reglas de Inferencia debemos encontrar una característica diferente de *verdad* que sea hereditaria con respecto a nuestras diecinueve Reglas, y pueda pertenecer a las premisas, pero no a la conclusión de algún argumento válido α.

Para obtener una característica tal se introduce un modelo de tres elementos en términos del cual los símbolos en nuestras diecinueve Reglas puedan ser interpretados. Los tres elementos son los números **0**, **1** y **2** que tienen papeles análogos a los que desempeñan los valores de verdad verdadero (**T**) y falso (**F**) introducidos en el Cap. 2. Todo enunciado tendrá uno de los tres elementos del modelo asignado a él, y se dirá que toma o tiene uno de los tres *valores* **0**, **1** o **2**. Tal como en el Cap. 2 las variables sentenciales $p, q, r, \ldots$ se permitía que tomaran los valores **T** y **F**, así aquí permitimos que $p, q, r, \ldots$ tomen los valores **0**, **1** y **2**.

Los cinco símbolos "$\sim$", "$\cdot$", "$\vee$", "$\supset$" y "$\equiv$" que ocurren en nuestras diecinueve Reglas pueden volverse a definir para (o en términos de) nuestro modelo de tres elementos mediante las siguientes tablas a tres valores:

p	$\sim p$
0	**2**
1	**1**
2	**0**

p	q	$p \cdot q$	$p \vee q$	$p \supset q$	$p \equiv q$
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
0	**2**	**2**	**0**	**2**	**2**
1	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**
1	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
1	**2**	**2**	**1**	**1**	**1**
2	**0**	**2**	**0**	**0**	**2**
2	**1**	**2**	**1**	**0**	**1**
2	**2**	**2**	**2**	**0**	**0**

Pueden darse definiciones analíticas alternativas (pero equivalentes), como sigue, en donde "mín(x, y)" denota el mínimo de los números x y y "máx(x, y)" denota el máximo de los números x y y.

$$
\begin{aligned}
\sim p &= 2 - p \\
p \cdot q &= \text{máx}(p, q) \\
p \vee q &= \text{mín}(p, q) \\
p \supset q &= \text{mín}(2 - p, q) \\
p \equiv q &= \text{máx}(\text{mín}(2 - p, q), \text{mín}(2 - q, p))
\end{aligned}
$$

La característica deseada Φ que es hereditaria con respecto a nuestras diecinueve Reglas de Inferencia es la característica de tener el valor **0**. Para demostrar que es hereditaria con respecto a las diecinueve Reglas será suficiente demostrar que es hereditaria con respecto a cada una de las diecinueve Reglas. Esto puede mostrarse para cada regla por medio de una tabla a tres valores. Por ejemplo, que tener el valor **0** es característica hereditaria con respecto a *Modus Ponens* puede verse examinando la tabla anterior que define el valor de "$p \supset q$" como una función del valor de "p" y de "q". Las dos premisas "p" y "$p \supset q$" tienen el valor **0** solamente en el primer renglón, y ahí la conclusión "q" tiene el valor **0** también. Examinando la misma tabla se ve que tener el valor **0** es hereditario también para la Simplificación, la Conjunción y la Adición. Llenando las columnas adicionales de "$\sim p$" y "$\sim q$" se mostrará que tener el valor **0** es hereditario respecto a *Modus Tollens* y también al Silogismo Disyuntivo. Que es hereditario con respecto al Silogismo Hipotético puede mostrarse mediante la tabla siguiente:

p	q	r	$p \supset q$	$q \supset r$	$p \supset r$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	2	0	2	2
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
0	1	2	1	1	2
0	2	0	2	0	0
0	2	1	2	0	1
0	2	2	2	0	2
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	2	0	2	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1
1	1	2	1	1	1
1	2	0	1	0	0
1	2	1	1	0	1
1	2	2	1	0	1
2	0	0	0	0	0
2	0	1	0	1	0
2	0	2	0	2	0
2	1	0	0	0	0
2	1	1	0	1	0
2	1	2	0	1	0
2	2	0	0	0	0
2	2	1	0	0	0
2	2	2	0	0	0

Solamente en los renglones primero, décimo, decimonono, vigesimosegundo, vigesimoquinto, vigesimosexto y vigesimoséptimo tienen el valor **0** las premisas "$p \supset q$" y "$q \supset r$", y en cada uno de ellos la conclusión "$p \supset r$" tiene también el valor **0**. Serán necesarias tablas aún más grandes para mostrar que tener el valor **0** es hereditario con respecto al Dilema Constructivo y al Dilema Destructivo pero es fácil hacerlas. (Sin embargo, no es absolutamente necesario construir esas tablas, porque las definiciones analíticas alternativas de la página anterior pueden usarse para mostrar que tener el valor **0** es hereditario con respecto a los dilemas, como se hace más adelante.)

Al construir tablas a tres valores para verificar que tener el valor **0** es hereditario con respecto al reemplazo de enunciados por sus equivalentes lógicos, notamos que aunque los bicondicionales mismos no necesitan tener el valor **0**, las expresiones que flanquean el signo de equivalencia necesariamente tienen el mismo valor. Por ejemplo, en la tabla apropiada al primero de los Teoremas de De Morgan,

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \cdot q$	$\sim(p \cdot q)$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \cdot q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$
0	0	2	2	0	2	2	0
0	1	2	1	1	1	1	1
0	2	2	0	2	0	0	0
1	0	1	2	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	1	0	2	0	0	0
2	0	0	2	2	0	0	0
2	1	0	1	2	0	0	0
2	2	0	0	2	0	0	0

las expresiones equivalentes "$\sim(p \cdot q)$" y "$\sim p \vee \sim q$" tienen el mismo valor en cada renglón aunque el enunciado de su equivalencia no tiene el valor **0** en los renglones dos, cuatro y cinco. Debe ser obvio, sin embargo, que tener el valor **0** es hereditario con respecto al reemplazo de todo o parte de un enunciado cualquiera por cualquier otro enunciado equivalente a la parte reemplazada.

Hay demostraciones alternativas de que tener el valor **0** es hereditario con respecto a las diecinueve Reglas, que hacen uso de nuestras definiciones analíticas de los símbolos lógicos. Por ejemplo, que tener el valor **0** es hereditario con respecto al Dilema Constructivo puede mostrarlo el siguiente argumento. Por hipótesis "$(p \supset q) \cdot (r \supset s)$" y "$p \vee r$" tienen ambos el valor **0**. Luego ambos "$p \supset q$" y "$r \supset s$" tienen el valor **0**, luego o $p = 2$ o $q = 0$ y o $r = 2$ o $s = 0$. Dado que "$p \vee r$" tiene el valor **0**, o $p = 0$ o $r = 0$. Si $p = 0$ entonces $p \neq 2$ de donde $q = 0$, y si $r = 0$ entonces $r \neq 2$, de donde $s = 0$; por lo tanto, o $q = 0$ o $s = 0$ de donde "$q \vee s$" tiene el valor **0**, que es lo que había que mostrar.

Una vez que se ha mostrado que la característica de tener el valor **0** es hereditaria con respecto a las diecinueve Reglas, para demostrar la no completud de esas reglas sólo hace falta exhibir un argumento válido cuyas premisas tengan el valor **0** y cuya conclusión no tenga el valor **0**. Un argumento tal es

$$A \supset B$$
$$\therefore A \supset (A \cdot B)$$

cuya validez fácilmente se establece por una tabla de verdad. En el caso que "A" tenga el valor 1 y "B" tenga el valor **0**, la premisa "$A \supset B$" tiene el valor **0**, pero la conclusión "$A \supset (A \cdot B)$" tiene el valor 1. Por lo tanto, las diecinueve Reglas de Inferencia presentadas hasta ahora son incompletas.

3.5. La Regla de Demostración Condicional

A continuación introducimos una nueva regla para usarla en el método de deducción: la regla de Demostración Condicional. En esta sección la nueva regla se aplicará tan sólo a argumentos cuyas conclusiones son enunciados condicionales. La nueva regla puede aplicarse y justificarse mejor con referencia al principio de Exportación y la correspondencia, señalada en el Cap. 2, entre formas de argumento válidas y tautologías.

A todo argumento le corresponde un enunciado condicional cuyo antecedente es la conjunción de las premisas del argumento y cuyo consecuente es la conclusión del argumento. Como se ha señalado, un argumento es válido si y sólo si su correspondiente condicional es una tautología. Si un argumento tiene un enunciado condicional como conclusión, que podemos simbolizar $A \supset C$, entonces si simbolizamos la conjunción de sus premisas como P, el argumento es válido si y sólo si el condicional

(1) $$P \supset (A \supset C)$$

es una tautología. Si podemos deducir la conclusión $A \supset C$ de las premisas conjuntas en P por una secuencia de argumentos válidos elementales, habremos así demostrado la validez del argumento y que el condicional asociado (1) es una tautología. Por el principio de Exportación, (1) es lógicamente equivalente a

(2) $$(P \cdot A) \supset C$$

Pero (2) es el condicional asociado con un argumento un tanto diferente. Este segundo argumento tiene como premisas todas las premisas del primer argumento, *además* de una premisa adicional que es el antecedente de la conclusión del primer argumento. Y la conclusión del segundo argumento es el consecuente de la conclusión del primer argumento. Ahora bien, si deducimos la conclusión del segundo argumento, C, de las premisas conjuntas en $P \cdot A$ por una sucesión de argumentos válidos elementales, habremos demostrado que su enunciado condicional asociado (2) es una tautología. Pero como (1) y (2) son lógicamente equivalentes esto demuestra que (1) es una tautología también, de donde se sigue que el argumento original con una premisa menos y la conclusión condicional $A \supset C$, también es válido. Ahora, la regla de Demostración Condicional nos permite inferir la validez de cualquier argumento

$$P$$
$$\therefore A \supset C$$

de una demostración formal de validez para el argumento

$$P$$
$$A$$
$$\therefore C$$

Dado cualquier argumento cuya conclusión es un enunciado condicional, una demostración de su validez usando la regla de Demostración Condicional, es decir, una demostración condicional de su validez, se construye suponiendo que el antecedente de su conclusión es una premisa adicional y luego deduciendo el consecuente de su conclusión por una sucesión de argumentos válidos elementales. Así, una demostración condicional de validez para el argumento

$$(A \vee B) \supset (C \cdot D)$$
$$(D \vee E) \supset F$$
$$\therefore A \supset F$$

puede escribirse como

1.	$(A \vee B) \supset (C \cdot D)$		
2.	$(D \vee E) \supset F$	$/ \therefore A \supset F$	
3.	A	$/ \therefore F$	(C.P.)
4.	$A \vee B$	3, Ad.	
5.	$C \cdot D$	1, 4, M.P.	
6.	$D \cdot C$	5, Conm.	
7.	D	6, Simp.	
8.	$D \vee E$	7, Ad.	
9.	F	2, 8, M.P.	

Aquí la diagonal de separación, así como el símbolo "por lo tanto" de los tres puntos, y el "C.P." entre paréntesis, indican que se está usando la regla de la Demostración Condicional.

Dado que la regla de Demostración Condicional puede usarse al tratar cualquier argumento válido con un enunciado condicional como conclusión, puede aplicársele más de una vez en el curso de una misma deducción. Así, una demostración condicional de validez para

$$A \supset (B \supset C)$$
$$B \supset (C \supset D)$$
$$\therefore A \supset (B \supset D)$$

será una demostración de validez para

$$\begin{array}{l} A \supset (B \supset C) \\ B \supset (C \supset D) \\ A \\ \therefore B \supset D \end{array}$$

y como el último tiene una conclusión condicional, se le puede dar una demostración condicional demostrando la validez de

$$\begin{array}{l} A \supset (B \supset C) \\ B \supset (C \supset D) \\ A \\ B \\ \therefore D \end{array}$$

Cada uso del método condicional debiera ser señalado con una diagonal adicional y un signo "por lo tanto", además de la notación "(C.P.)". La demostración sugerida se escribiría:

1.	$A \supset (B \supset C)$	
2.	$B \supset (C \supset D)$	$/ \therefore A \supset (B \supset D)$
3.	A	$/ \therefore B \supset D$ (C.P.)
4.	B	$/ \therefore D$ (C.P.)
5.	$B \supset C$	1, 3, M.P.
6.	C	5, 4, M.P.
7.	$C \supset D$	2, 4, M.P.
8.	D	7, 6, M.P.

La regla de Demostración Condicional es una genuina contribución a las herramientas de demostración de las Secs. 3.1 y 3.2. No solamente permite construir demostraciones *más breves* de la validez de los argumentos, validez que podría demostrarse haciendo llamado a las diecinueve Reglas de Inferencia exclusivamente, sino que también nos permite establecer la validez de argumentos válidos cuya validez no podría demostrarse con referencia a la lista original sola. Por ejemplo, en la Sec. 3.4 se demostró que el argumento obviamente válido

$$\begin{array}{l} A \supset B \\ \therefore A \supset (A \cdot B) \end{array}$$

no se puede demostrar utilizando la lista original de diecinueve Reglas tan sólo. Pero se le demuestra fácilmente usando, además, la regla de Demostración Condicional. Su demostración condicional de validez es

1.	$A \supset B$	$/ \therefore A \supset (A \cdot B)$
2.	A	$/ \therefore A \cdot B$ (C.P.)
3.	B	1, 2, M.P.
4.	$A \cdot B$	2, 3, Conj.

EJERCICIOS

Dar demostraciones condicionales de validez para los Ejercicios *21, 22, 23, 24 y 25 de la Pág. 65.

3.6. La Regla de Demostración Indirecta

El método de *demostración indirecta*, a menudo llamado método de demostración por *reducción al absurdo*, es familiar para todos los que hayan estudiado la geometría elemental. Al deducir sus teoremas, Euclides suele empezar suponiendo lo opuesto de lo que se propone demostrar. Si este supuesto conduce a una contradicción o "se reduce a un absurdo" entonces el supuesto debe ser falso, y su negación —el teorema que se desea demostrar— debe ser verdadera.

Una demostración indirecta de validez para un argumento dado se construye suponiendo, como premisa adicional, la negación de su conclusión y deduciendo entonces una contradicción explícita del conjunto aumentado de las premisas. Así, una demostración indirecta de validez para el argumento

$$A \supset (B \cdot C)$$
$$(B \vee D) \supset E$$
$$D \vee A$$
$$\therefore E$$

puede escribirse como a continuación:

1.	$A \supset (B \cdot C)$	
2.	$(B \vee D) \supset E$	
3.	$D \vee A \quad / \therefore E$	
4.	$\sim E$	I.P. (Demostración Indirecta)
5.	$\sim(B \vee D)$	2, 4, M.T.
6.	$\sim B \cdot \sim D$	5, De M.
7.	$\sim D \cdot \sim B$	6, Conm.
8.	$\sim D$	7, Simp.
9.	A	3, 8, D.S.
10.	$B \cdot C$	1, 9, M.P.
11.	B	10, Simp.
12.	$\sim B$	6, Simp.
13.	$B \cdot \sim B$	11, 12, Conj.

El renglón 13 es una contradicción explícita, luego, la demostración es completa, pues la validez del argumento original se sigue por la regla de Demostración Indirecta.

Es fácil demostrar que de una contradicción es posible deducir válidamente cualquier conclusión. En otras palabras, cualquier argumento de la forma

$$\begin{array}{l} p \\ \sim p \\ \therefore q \end{array}$$

es válido, sin importar los enunciados que se sustituyan por las variables p, q. Así, de los renglones 11 y 12 de la demostración anterior es posible deducir la conclusión E en solamente dos renglones más. Esta continuación procedería:

14.	$B \vee E$	11, Ad.
15.	E	14, 12, D.S.

Luego, es posible considerar una demostración indirecta de validez de un argumento dado, no como la deducción de su invalidez del *hecho que* se obtuvo una contradicción, sino deduciendo la conclusión de ese argumento *a partir de la contradicción misma*. Así, en vez de considerar una *reducción al absurdo* como un proceder *hacia* la contradicción, podemos verla como un *pasar por* la contradicción hacia la conclusión del argumento original. Simbolizando la conjunción de las premisas de un argumento como P y su conclusión como C, entonces una demostración indirecta de validez de

$$\begin{array}{l} P \\ \therefore C \end{array}$$

la proporcionará una demostración formal de validez del argumento

$$\begin{array}{l} P \\ \sim C \\ \therefore C \end{array}$$

¿Qué conexión existe entre los dos argumentos

$$\begin{array}{l} P \\ \therefore C \end{array} \quad \text{y} \quad \begin{array}{l} P \\ \sim C \\ \therefore C \end{array}$$

que hace que demostrar el segundo como válido basta para establecer la validez del primero? Una demostración formal de validez para el último constituye una demostración condicional de validez para un tercer argumento

$$\begin{array}{l} P \\ \therefore \sim C \supset C \end{array}$$

Pero la conclusión de este tercer argumento es lógicamente equivalente a la conclusión del primero. Por la definición de la implicación material, $\sim C \supset C$ es lógicamente equivalente a $\sim\sim C \vee C$ que es lógicamente equivalente a $C \vee C$ por el principio de la Doble Negación. Y $C \vee C$ y C son lógicamente equivalentes por el principio de Tautología. Como los argumentos primero y tercero tienen premisas idénticas y conclusiones lógicamente equivalentes, toda prueba de validez para uno es una demostración de validez para el otro. Una demostración de validez para el segundo argumento es una demostración condicional del tercero a la vez que una demostración indirecta del primero. Luego, vemos que hay una relación íntima entre el método condicional y el método indirecto de demostración, esto es, entre la regla de Demostración Condicional y la regla de Demostración Indirecta.

Al agregar la regla de Demostración Indirecta refuerza todavía más nuestra herramienta de demostración. Todo argumento cuya conclusión sea una tautología puede demostrarse válido independientemente de cuáles sean sus premisas por el método de las tablas de verdad. Pero si la conclusión tautológica de un argumento no es un enunciado condicional y las premisas son consistentes entre sí y completamente ajenas a la conclusión, entonces el argumento no puede demostrarse válido por el método de deducción sin hacer uso de la regla de Demostración Indirecta. Aunque el argumento

$$A$$
$$\therefore B \vee (B \supset C)$$

no puede demostrarse válido por los medios presentados en las secciones precedentes, su validez fácilmente se establece por medio de la regla de Demostración Indirecta. Nuestra demostración de su validez es:

1.	A	$/\therefore B \vee (B \supset C)$
2.	$\sim[B \vee (B \supset C)]$	I.P.
3.	$\sim[B \vee (\sim B \vee C)]$	2, Impl.
4.	$\sim[(B \vee \sim B) \vee C]$	3, Asoc.
5.	$\sim(B \vee \sim B) \cdot \sim C$	4, De M.
6.	$\sim(B \vee \sim B)$	5, Simp.
7.	$\sim B \cdot \sim\sim B$	6, De M.

Nuestras diecinueve Reglas de Inferencia, junto con las reglas de Demostración Condicional e Indirecta, nos proporcionan un método de deducción que es completo. Cualquier argumento cuya validez pueda establecerse por medio de tablas de verdad puede demostrarse válido por el método de deducción presentado en las Secs. 3.1, 3.2, 3.5 y 3.6. Sin embargo, esto será demostrado hasta el final del Cap. 7.

EJERCICIOS

Para cada uno de los siguientes argumentos construya una demostración formal de validez y una demostración indirecta y compare las longitudes de una y otra:

1. $A \vee (B \cdot C)$
   $A \supset C$
   $\therefore C$

2. $(D \vee E) \supset (F \supset G)$
   $(\sim G \vee H) \supset (D \cdot F)$
   $\therefore G$

*3. $(H \supset I) \cdot (J \supset K)$
   $(I \vee K) \supset L$
   $\sim L$
   $\therefore \sim(H \vee J)$

4. $(M \vee N) \supset (O \cdot P)$
   $(O \vee Q) \supset (\sim R \cdot S)$
   $(R \vee T) \supset (M \cdot U)$
   $\therefore \sim R$

*5. $(V \supset \sim W) \cdot (X \supset Y)$
   $(\sim W \supset Z) \cdot (Y \supset \sim A)$
   $(Z \supset \sim B) \cdot (\sim A \supset C)$
   $V \cdot X$
   $\therefore \sim B \cdot C$

3.7. Demostración de Tautologías

Lós métodos de demostración de validez condicional e indirecta, pueden usarse no sólo para establecer la validez de argumentos, sino también para demostrar que ciertos enunciados y formas sentenciales son tautologías. Todo enunciado condicional corresponde, en cierto sentido, a un argumento cuya única premisa es el antecedente del condicional y cuya conclusión es el consecuente del condicional. El condicional es una tautología si y sólo si ese argumento es válido. Luego, un condicional se demuestra que es tautológico deduciendo su consecuente de su antecedente por medio de una secuencia de argumentos válidos elementales. Así, el enunciado $(A \cdot B) \supset A$ se demuestra que es tautológico por la misma secuencia de renglones que demuestra la validez del argumento

$$A \cdot B$$
$$\therefore A$$

Se ha dicho antes que el método condicional puede usarse repetidamente en una demostración. Así, el enunciado condicional.

$$(Q \supset R) \supset [(P \supset Q) \supset (P \supset R)]$$

se demuestra tautológico como sigue:

1. $Q \supset R$ $\quad /\therefore (P \supset Q) \supset (P \supset R)$ $\quad$ (C.P.)
2. $P \supset Q$ $\quad /\therefore P \supset R$ $\quad$ (C.P.)
3. $P \supset R$ $\quad$ 2, 1, H.S.

Para ciertos enunciados condicionales complicados, este método de demostración de ser tautológicos es más corto y más fácil que la construcción de tablas de verdad.

Hay muchas tautologías que no son de forma condicional y a éstas no es aplicable el método precedente. Pero toda tautología puede establecerse como tal por el método de demostración indirecta. Aplicado a un *argumento*, el método indirecto de demostración de validez, éste procede agregando la negación de su conclusión a las premisas del argumento, y luego deduciendo una contradicción por una secuencia de argumentos válidos elementales. Aplicado a un *enunciado*, el método indirecto para demostrar que es una tautología consiste en tomar su negación como premisa y luego deducir una contradicción explícita por una secuencia de argumentos válidos elementales. Así, el enunciado $B \vee \sim B$ se demuestra tautológico como sigue:

1. $\sim(B \vee \sim B)$ $/ \therefore B \vee \sim B$ (I.P.)
2. $\sim B \cdot \sim\sim B$ 1, De M.

Decir que un enunciado es una tautología es afirmar que su verdad es incondicional, de modo que puede establecerse sin recurrir a ningún otro enunciado como premisa. Otra forma de decirlo, tal vez no muy susceptible de interpretarse mal, es afirmar la validez del "argumento" que tiene al enunciado en cuestión como "conclusión", pero no tiene premisas. Si la "conclusión" *es* una tautología, entonces el método de deducción nos permite demostrar que el "argumento" es válido aunque carece de premisas—usando ya sea la regla de Demostración Condicional o la regla de Demostración Indirecta—. Toda tautología puede establecerse por el método de deducción, aunque esta afirmación no será demostrada sino hasta el final del Cap. 7.

EJERCICIOS

I. Verifique las siguientes tautologías por el método de demostración condicional:

*1. $P \supset (Q \supset P)$

2. $[P \supset (Q \supset R)] \supset [(P \supset Q) \supset (P \supset R)]$

3. $[P \supset (Q \supset R)] \supset [Q \supset (P \supset R)]$

4. $(P \supset Q) \supset (\sim Q \supset \sim P)$

*5. $\sim\sim P \supset P$

6. $P \supset \sim\sim P$

7. $(A \supset B) \supset [(B \supset C) \supset (A \supset C)]$

8. $[(A \supset B)\cdot(A \supset C)] \supset [A \supset (B \vee C)]$
9. $[(A \supset B)\cdot(A \supset C)] \supset [A \supset (B\cdot C)]$
*10. $(A \supset B) \supset [A \supset (A\cdot B)]$
11. $(A \supset B) \supset [(\sim A \supset B) \supset B]$
12. $(A \supset B) \supset [(A\cdot C) \supset (B\cdot C)]$
13. $[(A \supset B) \supset B] \supset (A \vee B)$
14. $(B \supset C) \supset [(A \vee B) \supset (C \vee A)]$
*15. $[A \supset (B\cdot C)] \supset \{[B \supset (D\cdot E)] \supset (A \supset D)\}$
16. $[(A \vee B) \supset C] \supset \{[(C \vee D) \supset E] \supset (A \supset E)\}$
17. $[(A \supset B) \supset A] \supset A$
18. $P \supset (P\cdot P)$
19. $(P\cdot Q) \supset P$
20. $(P \supset Q) \supset [\sim(Q\cdot R) \supset \sim(R\cdot P)]$

II. Con el método de demostración indirecta verifique que las siguientes son tautologías:

*1. $(A \supset B) \vee (A \supset \sim B)$
2. $(A \supset B) \vee (\sim A \supset B)$
3. $(A \supset B) \vee (B \supset A)$
4. $(A \supset B) \vee (B \supset C)$
*5. $(A \supset B) \vee (\sim A \supset C)$
6. $A \vee (A \supset B)$
7. $P \equiv \sim\sim P$
8. $A \equiv [A\cdot(A \vee B)]$
9. $A \equiv [A \vee (A\cdot B)]$
10. $\sim[(A \supset \sim A)\cdot(\sim A \supset A)]$

3.8. La Regla de Demostración Condicional Reforzada

En las secciones precedentes se aplicó el método de Demostración Condicional solamente a los argumentos que tuvieran conclusiones en forma condicional. Pero en el capítulo siguiente será conveniente usar algo como el método de Demostración Condicional para argumentos cuyas conclusiones no son enunciados condicionales explícitos. Para lograr este propósito reforzamos nuestra regla de Demostración Condicional dándole así una más amplia aplicabilidad.

Para formular nuestra regla de Demostración Condicional reforzada es útil adoptar un nuevo método de escritura de las demostraciones que utilizan el Método Condicional. Como se explicó en la Sec. 3.5, hemos usado el método de Demostración Condicional para establecer la validez de un argumento que tuviese un condicional como conclusión, agregando el antecedente de ese condicional a las premisas del argumento como un supuesto, y luego deduciendo el consecuente del condicional. La notación en la Sec. 3.5 involucraba el uso de una línea diagonal y un signo *por lo tanto* extra, como al demostrar la validez del argumento

$$A \supset B$$
$$\therefore A \supset (A \cdot B)$$

por la siguiente demostración de cuatro renglones:

1.	$A \supset B$	$/ \therefore A \supset (A \cdot B)$
2.	A	$/ \therefore A \cdot B$ (C.P.)
3.	B	1, 2, M.P.
4.	$A \cdot B$	2, 3, Conj.

Los siguientes cinco renglones constituyen una Demostración Condicional de validez para el mismo argumento en la nueva notación:

1.	$A \supset B$	$/ \therefore A \supset (A \cdot B)$
2.	A	supuesto
3.	B	1, 2, M.P.
4.	$A \cdot B$	2, 3, Conj.
5.	$A \supset (A \cdot B)$	2–4, C.P.

Aquí el quinto renglón se infiere, no de uno ni de dos de los renglones precedentes, sino de la *secuencia* de los renglones 2, 3 y 4, que constituyen una deducción válida del renglón 4 a partir de los renglones 1 y 2. En el renglón 5 inferimos la validez del argumento

$$A \supset B$$
$$\therefore A \supset (A \cdot B)$$

a partir de la validez demostrada del argumento

$$A \supset B$$
$$A$$
$$\therefore A \cdot B$$

Esa inferencia "se justifica" notando la secuencia de renglones a los que se recurre, y usando las letras "C.P." para mostrar que se está usando el principio de Demostración Condicional.

En la segunda de las demostraciones precedentes, en el renglón 2 —la hipótesis— tiene a los renglones 3 y 4 como dependientes. El renglón 5, sin embargo, *no* depende del renglón 2, sino solamente del renglón 1. El renglón 5 está, por lo tanto, *fuera* o *fuera del alcance* del supuesto que se hace como renglón 2. Cuando se hace un supuesto en una Demostración Condicional de validez, siempre se *limita* su "alcance", nunca extendiéndolo hasta el último renglón de la demostración.

Ahora se introduce una notación que es muy útil para seguir la pista de los supuestos y de sus *alcances*. Con este propósito se usa una flecha doblada, cuya punta se encuentra a la izquierda del supuesto y cuya línea se hace correr a todo lo largo de los renglones que están dentro del alcance del supuesto doblando la línea hacia dentro para indicar el final del alcance de ese supuesto. El alcance del supuesto de la demostración precedente se indica entonces como sigue:

1.	$A \supset B$	$/ \therefore A \supset (A \cdot B)$
→ 2.	A	supuesto
3.	B	1, 2, M.P.
4.	$A \cdot B$	2, 3, Conj.
5.	$A \supset (A \cdot B)$	2–4, C.P.

Debe observarse que *solamente* un renglón inferido por el principio de Demostración Condicional termina el alcance de un supuesto, y que *todo* uso de la regla de Demostración Condicional sirve para terminar el alcance de un supuesto. Cuando se ha terminado el alcance de un supuesto se dice que este supuesto ha sido liberado y ningún renglón subsecuente podrá justificarse con referencia al supuesto o con referencia a ningún renglón que se encuentre entre el mismo y el renglón inferido por la regla de Demostración Condicional que lo libera. Tan sólo los renglones que se encuentren entre un supuesto de alcance limitado y el renglón que lo libera pueden justificarse con referencia a este supuesto. Después de haber liberado un supuesto de alcance limitado puede hacerse otro supuesto semejante y liberársele después. O también puede hacerse otro supuesto de alcance limitado dentro del alcance del primero. Los alcances de supuestos diferentes pueden seguir el uno al otro o estar uno de ellos enteramente contenido en el otro.

Si el alcance de un supuesto *no* se extiende hasta el final de una demostración, entonces el renglón final de la demostración no *depende* de ese supuesto, sino que se ha demostrado que se sigue de las premisas originales solamente. En consecuencia, no necesitamos restringirnos a la utilización de supuestos que sólo sean antecedentes de conclusiones condicionales. *Cualquier* proposición puede tomarse como supuesto de alcance limitado, pues el renglón final que es la conclusión estará siempre más allá de su alcance y será independiente del mismo.

Una demostración más compleja que involucra *dos* supuestos es la que damos a continuación (incidentalmente cuando usamos nuestra notación de flecha doblada, no es necesario escribir la palabra "supuesto", ya que cada supuesto está suficientemente identificado como tal por la punta de flecha que se halla a su izquierda):

1.	$(A \vee B) \supset [(C \vee D) \supset E]$ $\quad /\therefore A \supset [(C \cdot D) \supset E]$	
→2.	A	
3.	$A \vee B$	2, Ad.
4.	$(C \vee D) \supset E$	1, 3, M.P.
→5.	$C \cdot D$	
6.	C	5, Simp.
7.	$C \vee D$	6, Ad.
8.	E	4, 7, M.P.
9.	$(C \cdot D) \supset E$	5–8, C.P.
10.	$A \supset [(C \cdot D) \supset E]$	2–9, C.P.

En esta demostración, los renglones 2 al 9 están dentro del alcance del primer supuesto, mientras que los renglones 5, 6, 7 y 8 están dentro del alcance del segundo supuesto. De estos ejemplos claramente se ve que el alcance del supuesto α en una demostración consiste en todos los renglones α hasta φ, donde el renglón que sigue a φ es de la forma $\alpha \supset \varphi$ y está inferido por C.P. de dicha secuencia de renglones. En la demostración precedente, el segundo supuesto está dentro del alcance del primero, porque está entre el primer supuesto y el renglón 10 que es inferido por C.P. a partir de la secuencia de los renglones 2 al 9.

Cuando usamos este nuevo método de escritura de una Demostración Condicional de validez el alcance de cada premisa original se extiende hasta el final de la demostración. Las premisas originales pueden complementarse agregando supuestos adicionales siempre que los alcances de estos últimos sean limitados y no se extiendan hasta el final de la demostración. Cada renglón de una demostración formal de validez debe ser o una premisa o un supuesto de alcance limitado, o debe seguirse válidamente a partir de uno o dos renglones precedentes por una regla de inferencia, o debe seguirse de una *secuencia* de renglones que le preceda por el principio de Demostración Condicional.

Debe observarse que el principio reforzado de Demostración Condicional incluye el método de Demostración Indirecta como caso especial. Ya que cualquier supuesto de alcance limitado puede hacerse en una Demostración Condicional de validez, podemos tomar como supuesto la negación de la conclusión del argumento. Después de obtener una contradicción, se puede *continuar* por la contradicción hasta obtener la conclusión deseada por el Silogismo Disyuntivo y por la Adición. Una vez que se ha hecho esto, podemos usar la regla de Demostración Condicional para terminar el alcance de ese supuesto y obtener un condicional cuyo consecuente sea la conclusión del argumento y cuyo antecedente sea la negación de esa conclusión. Y de un condicional semejante se seguirá la conclusión del argumento por Implicación, Doble Negación y Tautología.

De aquí en adelante nos referiremos a la regla de Demostración Condicional reforzada simplemente como la regla de Demostración Condicional.

EJERCICIOS

Utilice el método de demostración condicional reforzado para demostrar la validez de los siguientes argumentos.

*1. $A \supset B$
$B \supset [(C \supset \sim\sim C) \supset D]$
$\therefore A \supset D$

2. $(E \vee F) \supset G$
$H \supset (I \cdot J)$
$\therefore (E \supset G) \cdot (H \supset I)$

3. $(K \supset L) \cdot (M \supset N)$
$(L \vee N) \supset \{[O \supset (O \vee P)] \supset (K \cdot M)\}$
$\therefore K \equiv M$

4. $Q \vee (R \supset S)$
$[R \supset (R \cdot S)] \supset (T \vee U)$
$(T \supset Q) \cdot (U \supset V)$
$\therefore Q \vee V$

5. $[W \supset (\sim X \cdot \sim Y)] \cdot [Z \supset \sim (X \vee Y)]$
$(\sim A \supset W) \cdot (\sim B \supset Z)$
$(A \supset X) \cdot (B \supset Y)$
$\therefore X \equiv Y$

6. $(C \vee D) \supset (E \supset F)$
$[E \supset (E \cdot F)] \supset G$
$G \supset [(\sim H \vee \sim\sim H) \supset (C \cdot H)]$
$\therefore C \equiv G$

3.9. Técnica Abreviada de Tabla de Verdad—Método de *Reducción al Absurdo*

Hay todavía otro método de probar la validez de los argumentos y de clasificar los enunciados en tautológicos, contradictorios o contingentes. En la sección precedente señalamos que un argumento es inválido si y sólo si es posible asignar valores de verdad a sus enunciados simples componentes de forma tal que las premisas se hagan verdaderas y la conclusión falsa. Es imposible hacer tales asignaciones de valores de verdad en el caso en que el argumento sea válido. Por tanto, para demostrar que un argumento es válido es suficiente demostrar que no se pueden asignar valores de esa manera. Lo hacemos mostrando que sus premisas pueden hacerse verdaderas al tiempo que su conclusión falsa solamente dando valores de verdad de *manera inconsistente*, de modo que algún enunciado componente tiene asignados ambos valores, **T** y **F**. En otras palabras, si el valor **T** se asigna a cada premisa y el valor **F** a la conclusión de un argumento válido, esto requerirá que se asigne *tanto* **T** como **F** a algún enunciado componente, lo que desde luego es una contradicción.

Así, para demostrar la validez del argumento

$$(A \vee B) \supset (C \cdot D)$$
$$(D \vee E) \supset F$$
$$\therefore A \supset F$$

asignamos **T** a cada premisa y **F** a la conclusión. Asignar **F** a la conclusión requiere que se asigne **T** a A y **F** se asigne a F. Como se ha asignado **T** a A, el antecedente de la primera premisa es verdadero, y como la premisa tiene asignado **T**, su consecuente debe también tener el valor verdadero, lo que implica que **T** se asigne tanto a C como a D. Como D tiene el valor **T**, el antecedente de la segunda premisa es verdadero, y como la premisa tiene asignado el valor **T**, también su consecuente debe tener el valor verdadero luego F debe tener el valor **T**. Pero ya nos hemos visto obligados a asignar el valor **F** a F para hacer la conclusión falsa. Por lo tanto, el argumento es inválido sólo si el enunciado F es verdadero y es falso, cosa imposible. Este método de demostrar la validez de un argumento es una versión de la técnica de *reducción al absurdo,* que utiliza asignaciones de valores de verdad y no Reglas de Inferencia.

Es fácil extender el uso de este método a la clasificación de enunciados (y formas sentenciales). Así, para certificar que la ley de Peirce $[(p \supset q) \supset p] \supset p$ es una tautología, asignamos a la misma el valor **F**, que requiere asignar **T** a su antecedente $[(p \supset q) \supset p]$ y **F** a su consecuente p. Para que el condicional $[(p \supset q) \supset p]$ sea verdadero siendo *su* consecuente p falso, su antecedente $(p \supset q)$ debe tener asignado el valor de verdad **F** también. Pero para que el condicional $p \supset q$ sea falso, su antecedente p debe tener asignado el valor **T** y su consecuente q asignado **F**. Sin embargo, ya nos vimos obligados previamente a asignar **F** a p, de modo que suponiendo falsa la ley de Peirce se llega a una contradicción, lo que demuestra que es una tautología.

Si *es* posible asignar consistentemente valores de verdad a sus componentes sobre el supuesto de que es falsa, la expresión en cuestión no es una tautología, sino que o es una contradicción o una contingencia. En tal caso intentamos asignar valores de verdad que la hagan verdadera. Si esto conduce a una contradicción la expresión no puede ser verdadera y debe ser una contradicción. Pero si se pueden asignar valores de verdad para hacerla verdadera y otros valores para hacerla falsa, entonces no es ni una tautología ni una contradicción, sino que es contingente.

El método de *reducción al absurdo* de asignar valores de verdad es con mucho el más fácil y más rápido de los métodos de prueba de argumentos y clasificación de enunciados. Sin embargo, su aplicación es más o menos fácil, dependiendo del caso. Si se asigna **F** a una disyunción, debe asignarse **F** a ambos disyuntos, y cuando se asigne **T** a una conjunción habrá que dar el valor **T** a cada uno de los enunciados conyuntos. Aquí la secuencia de asignaciones es forzada. Pero donde haya que asignar **T** a una disyunción o **F** a una conjunción, esta asignación no determina por sí misma *cuál* de los disyuntos es verdadero o *cuál* de los conyuntos es falso. Aquí tendríamos que experimentar y hacer varias "asignaciones de prueba", lo que reduce la ventaja del método para casos tales. A pesar de estas complicaciones, sin embargo, en la gran mayoría de los casos el método de *reducción al absurdo* es superior a cualquier otro método conocido.

EJERCICIOS

1. Use el método de *reducción al absurdo* de asignación de valores de verdad para decidir la validez o la invalidez de las formas de argumentos de los ejercicios de las Págs. 40 a 43.
2. Use el método de *reducción al absurdo* de asignar valores de verdad para establecer que los enunciados de los Ejercicios I y II de las Págs. 79-80 son tautologías.
3. Use el método de *reducción al absurdo* de asignación de valores de verdad para clasificar las formas sentenciales del Ejercicio I, de la Pág. 47, como tautológicas, contradictorias o contingentes