Universidad EAFIT

Departamento de Ciencias Matemáticas

Segundo Parcial

Estadística General

Nicolás Alberto Moreno Reyes

Simón Marín Giraldo

Octubre 2020

Índice

1. Primer punto

1.1. Enunciado

A un congreso internacional asisten 180 personas. 85 personas son mujeres, de las cuales 30 son europesas, 25 son de Estados Unidos y el resto son latinoamericanas, de los hombre 32 son europeos, 28 son de Estados Unidos y el resto son latinoamericanos. Si se escoge al azar uno de los asistentes al congreso ¿cuál es la probabilidad de que el individuo
a) No sea europeo?
b) sea hombre?
c) sea latinoamericano o europeo?
d) sea mujer y sea de Estados Unidos?
e) sea mujer o sea latinoamericano?
f) Si se selecciona un hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea europeo?

1.2. Desarrollo

a) $P(\text{europeo}) = \frac{30+32}{180}$

$= \frac{62}{180} = 0.3444$

Probabilidad de que no sea europeo: $1 - 0.3444 = 0.6555$

b) $P(\text{hombre}) = \frac{180-85}{180} = \frac{95}{180} = 0.5277$

c) $P(L \cup E) = P(L) + P(E) - P(L \cap E)$

$L =$Latinoamericano

$E =$Europeo

$P(L) = \frac{65}{180} = 0.3611$

$P(E) = 0.34444$

$P(L \cap E) = 0$ **(porque los eventos son excluyentes)**

$P(L \cup E) = 0.3611 + 0.3444 = 0.7055$

d) M = mujer, U = de USA

$P(U \cap M) = P(U|M) \times P(M)$

$P(U|M) = \frac{25}{85} = 0.2941$

$P(M) = \frac{85}{180} = 0.47222$

$P(U \cap M) = 0.2941 \times 0.47222 = 0.1388$

e) $P(M \cup L) = P(M) + P(L) - P(M \cap L)$

$P(M \cap L)P(L|M) \times P(M)$

$P(L|M) = \frac{30}{85} = 0.3529$

$P(M \cap L) = 0.3529 \times 0.4722 = 0.16665$

$P(M \cup L) = 0.4722 + 0.3611 - 0.16665 = 0.66665$

f) H = hombre

$P(E|H) = \frac{P(E \cap H)}{(H)}$

$P(E \cap H) = \frac{32}{180} = 0.1777$

$P = \frac{0.1777}{(\frac{95}{180})} = 0.3366$

2. Segundo punto

2.1. Enunciado

Un ensamblador de vehículos compra los equipos de aire acondicionado para los vehículos a tres diferentes fabricantes, A, B y C. El 25 % de las unidades que compra provienen del fabricante A, el 35 % provienen del fabricante B y el 40 % provienen del fabricante C. Por experiencia se sabe que el 10 % de las unidades compradas al fabricante A requieren ajustes después de su instalación, el 8 % de las unidades compradas al fabricante B requieren ajustes y el 5 % de las unidades compradas al fabricante C requieren ajustes.
(a) ¿Cuál es la probabilidad de que una unidad de aire acondicionado instalada en un automóvil requiera ajustes después de su instalación?
(b) Si una unidad seleccionada aleatoriamente requiere ajustes después de su instalación. ¿Cuál es la probabilidad de que provenga del fabricante C?

2.2. Desarrollo

$P(A) = 25\,\%, P(B) = 35\,\%, P(C) = 40\,\%$

$P(Ajuste|A) = 10\,\%$

$p(\neg Ajuste|A) = 90\,\%$

$P(Ajuste|B) = 8\,\%$

$p(\neg Ajuste|B) = 92\,\%$

$P(Ajuste|C) = 5\,\%$

$p(\neg Ajuste|C) = 95\,\%$

a) $P(Ajuste) = (P(Ajuste|A) \times P(A)) + (P(Ajuste|B) \times P(B)) + (P(Ajuste|C) \times P(C))$

Al sustituir obtengo:

$P(Ajuste) = (0,1 \times 0,25) + (0,08 \times 0,35) + (0,05 \times 0,4) = 0,073$

b) $P(C|Ajuste) = \frac{(P(Ajuste|C) \times P(C))}{P(Ajuste)} = \frac{(0,05 \times 0,4)}{0,073}$

$P(C|Ajuste) \approx 0,274 = 0,27$

3. Tercer punto

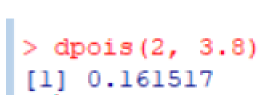
3.1. Enunciado

El departamento de transporte de Estados Unidos registra las estadísticas de las maletas maltratadas por cada 1000 pasajeros. En 2003, la aerolínea FlyStar tuvo 3.8 maletas maltratadas por cada 1000 pasajeros. Si la cantidad de maletas maltratadas puede modelarse como una variable aleatoria de Poisson. ¿cuál es la probabilidad de que con los próximos 1000 pasajeros la aerolínea FlyStar tenga
a) Dos maletas maltratadas
b) A lo sumo 3 maletas maltratadas
c) Al menos 3 maletas maltrattadas
d) más de 2 pero no más de 5 maletas maltratadas

3.2. Desarrollo

$\lambda = 3.8$ (maletas maltratadas por cada 1000 pasajeros)
$x =$ "Numero de maletas maltratadas por cada 1000 pasajeros"
$X \sim Pois(3.8)$

a) $P(x = 2)$
Al ejecutar en R el comando `dpois(2, 3.8)` obtenemos como resultado: 0.161517.



```
> dpois(2, 3.8)
[1] 0.161517
```

Respuesta: La probabilidad de que se tengan dos maletas maltratadas entre 1000 pasajeros es de 16.15 %.

b) $P(x \leq 3)$
Al ejecutar en R el comando `ppois(3, 3.8)` obtenemos como resultado: 0.4734848.

```
> ppois(3, 3.8)
[1] 0.4734848
```

Respuesta: La probabilidad de que se tengan a lo sumo 3 maletas maltratadas entre 1000 pasajeros es de 47.34 %.

c) $P(x \geq 3)$
Para facilitar el cálculo, usamos el complemento, con lo que obtenemos:

$1 - P(x < 2)$
Al ejecutar en R `1-ppois(2, 3.8)` obtenemos como resultado: 0.7311033.

```
> 1-ppois(2, 3.8)
[1] 0.7311033
```

Respuesta: La probabilidad de que se tengan al menos 3 maletas maltratadas es de 73.11 %.

d) $P(2 \leq x < 5)$

Al aplicar propiedades se puede decir que:
$P(2 \leq x < 5) = P(x \leq 4) - P(x \leq 2)$ **(teniendo en cuenta que estamos trabajando con valores discretos, podemos hacer el cambio en la primera probabilidad).**
En R ejecuto `ppois(4, 3.8) - ppois(2, 3.8)` obtenemos como resultado: 0.3989469.

```
> ppois(4, 3.8) - ppois(2, 3.8)
[1] 0.3989469
```

Respuesta: La probabilidad de que se tengan al menos 3 maletas maltratadas es de 39.89 %.

4. Cuarto punto

4.1. Enunciado

El tiempo de duración de una pieza de un motor sigue una distribución exponencial, sabiendo que la probabilidad de que sobrepase las 100 horas de uso es de 0.9.
a) Calcular la probabilidad que una pieza sobrepase las 200 horas de uso.
b) ¿Cuántas horas se mantiene funcionando una pieza con probabilidad de 0.95?

4.2. Desarrollo

$f(x) = \lambda^{-\lambda x}$

$e^{-\lambda 100} = 0.9$ **(despejando λ).**

$\lambda = 0.001053605$
$x =$horas de uso
$X \sim Exp(0.001053605)$

a) Al ejecutar el comando `1 - pexp(200, 0.001053605)` obtengo como resultado 0.81.

```
> 1 - pexp(200, 0.001053605)
[1] 0.81
```

b) Al ejecutar el comando `qexp(0.95, 0.001053605)` obtengo como resultado 2843.316.

```
> qexp(0.95, 0.001053605)
[1] 2843.316
```