Taller 4. Cálculo I. CM0230.

1. Dada la función $f(x)=\dfrac{3x-x^2}{x^2-1}$. Se pide lo siguiente:
    a. Dominio de la función.
    b. Intercepto eje x, eje y.
    c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
    d. ¿En qué intervalos la función es continua?
    e. Graficar la función y dar su rango.
    f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

2. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{x^2-4}$. Se pide lo siguiente:
    a. Dominio de la función.
    b. Intercepto eje x, eje y.
    c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
    d. ¿En qué intervalos la función es continua?
    e. Graficar la función y dar su rango.
    f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

3. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x}{x-1}$. Se pide lo siguiente:
    a. Dominio de la función.
    b. Intercepto eje x, eje y.
    c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
    d. ¿En qué intervalos la función es continua?
    e. Graficar la función y dar su rango.
    f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

4. Dada la función $f(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}$. Se pide lo siguiente:
    a. Dominio de la función.
    b. Intercepto eje x, eje y.
    c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
    d. ¿En qué intervalos la función es continua?
    e. Graficar la función y dar su rango.
    f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

5. Dada la función $f(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$. Se pide lo siguiente:
   a. Dominio de la función.
   b. Intercepto eje x, eje y.
   c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
   d. ¿En qué intervalos la función es continua?
   e. Graficar la función y dar su rango.
   f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

6. Dada la función $f(x)=\dfrac{3}{9-x^2}$. Se pide lo siguiente:
   a. Dominio de la función.
   b. Intercepto eje x, eje y.
   c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
   d. ¿En qué intervalos la función es continua?
   e. Graficar la función y dar su rango.
   f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

7. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x}{x-3}$. Se pide lo siguiente:
   a. Dominio de la función.
   b. Intercepto eje x, eje y.
   c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
   d. ¿En qué intervalos la función es continua?
   e. Graficar la función y dar su rango.
   f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

8. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x}{3-x}$. Se pide lo siguiente:
   a. Dominio de la función.
   b. Intercepto eje x, eje y.
   c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
   d. ¿En qué intervalos la función es continua?
   e. Graficar la función y dar su rango.
   f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

9. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{4-x^2}$. Se pide lo siguiente:
    a. Dominio de la función.
    b. Intercepto eje x, eje y.
    c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
    d. ¿En qué intervalos la función es continua?
    e. Graficar la función y dar su rango.
    f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

10. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x^2-1}$. Se pide lo siguiente:
    a. Dominio de la función.
    b. Intercepto eje x, eje y.
    c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
    d. ¿En qué intervalos la función es continua?
    e. Graficar la función y dar su rango.
    f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

---

11. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x^2-18}{x^2-4}$. Se pide lo siguiente:
    a. Dominio de la función.
    b. Intercepto eje x, eje y.
    c. Encontrar las asíntotas verticales (si tiene). En el caso de tenerlas estudiar el comportamiento. ¿Tiene horizontales?.
    d. ¿En qué intervalos la función es continua?
    e. Graficar la función y dar su rango.
    f. ¿En qué intervalos crece?, ¿Decrece? (De acuerdo a la gráfica)

Continuidad

1. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} 2-(x+2)^2 & si \quad x\le -1 \\ ax+b & si \quad -1<x<2 \\ \sqrt{x^2-1} & si \quad x\ge 2 \end{cases}$$

----

2. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} (x+2)^2-2 & si \quad x\le -1 \\ ax+b & si \quad -1<x<2 \\ -\sqrt{x^2-1} & si \quad x\ge 2 \end{cases}$$

----

3. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} \sqrt{x^2-1} & si \quad x\le -1 \\ ax+b & si \quad -1<x<2 \\ (x-2)^2-1 & si \quad x\ge 2 \end{cases}$$

----

4. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} x+4 & si \quad x\le 1 \\ ax+b & si \quad 1<x\le 3 \\ 3x-8 & si \quad x>3 \end{cases}$$

----

5. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} x+4 & si \quad x\le 1 \\ ax+b & si \quad 1<x\le 3 \\ 3x-8 & si \quad x>3 \end{cases}$$

---

6. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} ax-b & si \quad x<1 \\ 5 & si \quad x=1 \\ 2ax+b & si \quad x>1 \end{cases}$$

---

7. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x<-1 \\ ax+b & si \quad 1\le x<2 \\ -x+6 & si \quad x\ge 2 \end{cases}$$

---

8. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} x^3 & si \quad x\le -1 \\ ax+b & si \quad -1<x<1 \\ 1-x & si \quad x\ge 1 \end{cases}$$

---

9. ¿Para qué valores de a y b se tiene que la función es continua en todo su dominio? Parte analítica y gráfica.

$$f(x)=\begin{cases} 2-x^2 & si \quad x\le 1 \\ ax+b & si \quad 1<x\le 3 \\ (x-4)^2 & si \quad x>3 \end{cases}$$

---

10. Determine los valores de las constantes c y k que hacen que la función sea continua en $(-\infty,\infty)$ y trace la gráfica de la función resultante.

$$f(x)=\begin{cases} x+2c & si \quad x<-2 \\ 3cx+k & si \quad -2<x\leq 1 \\ 3x-2k & si \quad x>1 \end{cases}$$

Continuidad

1. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & si \quad x<2 \\ 3 & si \quad 2<x<4 \\ -x+7 & si \quad x>4 \end{cases}$$

---

2. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & si \quad x<-1 \\ x^2-1 & si \quad 0<x\leq 1 \\ 2(x-1) & si \quad 1<x<3 \\ 1-\sqrt{x-3} & si \quad x>3 \end{cases}$$

---

3. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} x & si \quad x<0 \\ x^2 & si \quad 0\leq x\leq 1 \\ 2-x & si \quad x>1 \end{cases}$$

---

4. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} & x\neq 1 \\ \dfrac{1}{2} & x=1 \end{cases}$$

---

5. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} x^3 & si \quad x<-1 \\ x & si \quad -1<x<1 \\ 1-x & si \quad x\geq 1 \end{cases}$$

---

6. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & si \quad x<2 \\ 3 & si \quad 2<x<4 \\ -x+7 & si \quad x>4 \end{cases}$$

7. Determine el intervalo de continuidad de la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x<2 \\ 5 & si \quad x=2 \\ -x+6 & si \quad x>2 \end{cases}$$

8. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} 2 & si \quad x\le -2 \\ x^2-2 & si \quad -2<x\le 1 \\ x-1 & si \quad x>1 \end{cases}$$

9. Determine el intervalo de continuidad de la función. Graficar

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x} & si \quad x<0 \\ x^2-1 & si \quad 0\le x<2 \\ 3 & si \quad x>2 \end{cases}$$

Compuesta de funciones

1. Dadas las funciones $f(x)=4x-3$ y $g(x)=\frac{x+3}{4}$, evaluar las expresiones $(f\circ g)(x)$ y $(g\circ f)(x)$.

(Recordar $(f\circ g)(x)=f(g(x))$)

2. Dadas las funciones $f(x)=\sqrt{x-3}$ y $g(x)=x^2+2$. Dibujar en un mismo plano las gráficas de f y g.

Hallar $(f\circ g)(x)=f(g(x))$ y $dom(f\circ g)$.

(Recordar $(f\circ g)(x)=f(g(x))$)

3. **Dadas las funciones** $f(x)=\sqrt{\dfrac{3-x}{x+1}}$ y $g(x)=x^2+1$ hallar
   $(f\circ g)(x)=f(g(x))$
   ($dom(f\circ g)=\{x\in\mathbf{R}/\,x\in domg \quad \wedge \quad g(x)\in domf\}$)

---

4. Dadas $f(x)=x^2+1$, $x\geq 0$ y $g(x)=\sqrt{x-1}$, $x\geq 1$, evaluar las expresiones $(f\circ g)(x)$ y $(g\circ f)(x)$.

---

5. Dadas $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ y $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$, evaluar las expresiones $(f\circ g)(x)$ y $(g\circ f)(x)$.

---

6. (Valor 1.8) Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-4}}$, $g(x)=x-1$. Se pide lo siguiente:

a) Dominio de cada una de las funciones.
b) Hallar $(f\circ g)(x)$ y $(g\circ f)(x)$
c) Hallar $dom(f\circ g)(x)$
d) Calcule $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

Limites

---

1. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{1-\tan x}{\cos x - senx}$

2. $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ si $f(x)=1-4x+x^2$

3. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

4. Dada $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ hallar $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$

5. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\tan x-1}{\cos x - senx}$

6. $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ si $f(x)=x^2-4x$

7. $\lim_{x\to 0} \frac{\left[\frac{1}{x+3}\right]-\left(\frac{1}{3}\right)}{x}$

8. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{x}$

9. $\lim_{h\to 0} \frac{(1-\cos h)^2}{h}$

10. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{3}}{x-1}$

11. $\lim_{x\to 0} x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

12. $\lim_{x\to \frac{\pi}{6}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} senx-\cos x}{\sqrt{3}-\cot x}$

13. $\lim_{x\to 1} \frac{x^4-5x^3+2x^2-x+3}{x^2-1}$

14. $\lim_{s\to 0} \frac{\frac{1}{\sqrt{1+s}}-1}{s}$

15. $\lim_{x\to -3^-} \frac{x^2+2x-3}{x^2+x-6}$

16. $\lim_{x\to 3} \frac{|x-3|}{x-3}$

Rectas Tangentes

1. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)=\frac{x-3}{x-2}$ paralelas a la recta $y-x=1$. Hacer un dibujo. (Use la definición de pendiente).

----

2. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\sqrt{x}+1$ en el punto $(4,3)$. Dibujar la gráfica y la recta tangente. (**Para la pendiente usar la definición**)

----

3. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$ perpendicular a la recta $2y+x=6$. Después dibujar la gráfica.

---

4. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)=4x-x^2$ que pasen por el punto $(2,5)$. Hacer un gráfico de la situación. (**Para la pendiente usar la definición**)

---

5. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\sqrt{x}+1$ en el punto $(4,3)$. Dibujar la gráfica y la recta tangente. (**Para la pendiente usar la definición**)

---

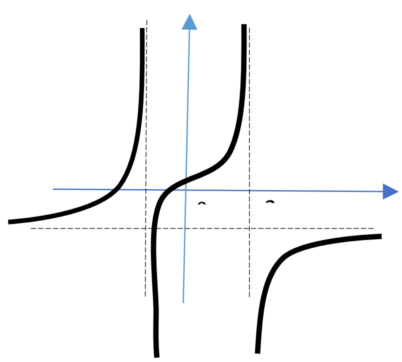
6. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ que es paralela a la recta $x+2y+7=0$. Dibujar la gráfica y la recta tangente

---

7. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ en el punto $(2,1)$. Trace la gráfica y la recta tangente en el punto.

Análisis de graficas

1.

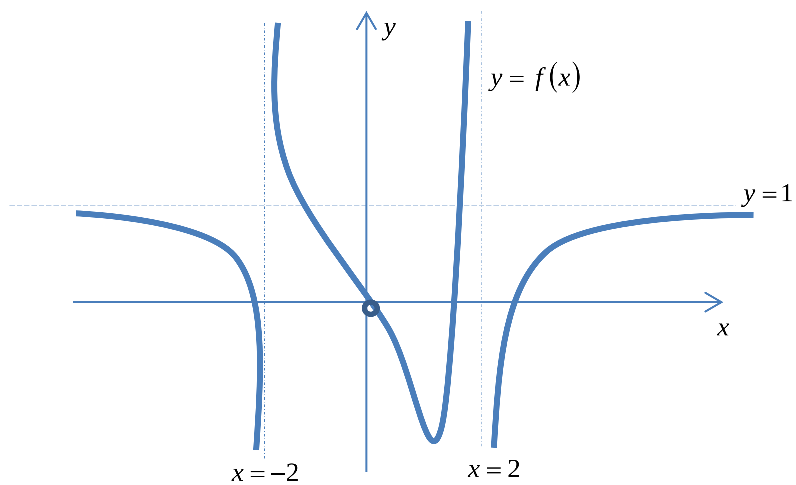


Encuentre los siguientes límites:

$a)\ \lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=$ ___ , $b)\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=$ ___

$c)\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=$ ___ , $d)\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=$ ___

2. Dada la gráfica. Encuentre los siguientes límites:



$a)\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = \_\_\_$, $b)\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = \_\_\_$

$c)\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = \_\_\_$, $d)\ \lim_{x\to -2^-} f(x) = \_\_\_$