

**Taller 0. Cálculo I. CM0230.**

Graficas básicas de funciones y relaciones

**Rectas**

a)  $y = x + 3$ ,    b)  $y = 3 - x$ ,    c)  $2x - 3y = 6$ ,    d)  $y - 2x = 4$ ,    e)  $3y + 2x = 6$ ,    f)  $-2y + 3x = 4$

---

g)  $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$ ,    h)  $y = \frac{x^2 + 3x - 4}{1 - x}$ ,    i)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ ,

---

j) pasa por  $(1, 2)$  y  $m = \frac{1}{2}$ ,    k) pasa por  $(1, -2)$  y  $m = -3$ ,    l) pasa por  $(0, 3)$  y  $m = -\frac{3}{4}$ ,

---

m) pasa por  $(1, 2)$  y paralela a  $y = 2x - 3$ ,    n) pasa por  $(-1, -2)$  y paralela a  $2y + 3x = 6$ ,

---

o) pasa por  $(3, 0)$  y paralela a  $y = 6 - 3x$ ,    p) pasa por  $(5, 4)$  y paralela a la recta  $2y = 6 + 3x$ ,

---

o) pasa por  $(1, 2)$  y perpendicular a  $y = 2x - 3$ ,    p) pasa por  $(-1, -2)$  y perpendicular a  $2y + 3x = 6$

---

q) pasa por  $(3, 0)$  y perpendicular a  $2y - 3x = 6$ ,    r) pasa por  $(3, 0)$  y perpendicular a  $y = 6 - 3x$

---

r) pasa por  $(1, 2)$  y perpendicular a  $y = -3$ ,    s) pasa por  $(-1, -2)$  y perpendicular a  $3x = 6$

---

t) pasa por  $(3, 0)$  y perpendicular a  $2y - 6 = 0$ ,    v) pasa por  $(3, 0)$  y perpendicular a  $0 = 6 - 3x$

---

**Parábolas abren eje y (completación de cuadrados)**

---

a)  $y = x^2 - 4$ ,    b)  $y = 3 - x^2$ ,    c)  $y = x^2 - 6x + 7$ ,    d)  $y = 2x^2 - 3x + 7$ ,    e)  $y = 1 - 2x - 2x^2$

---

f)  $y = 1 + x^2$ ,    g)  $y = 3 - 2x^2$ ,    h)  $y = x^2 - 6x$ ,    i)  $y = 2x^2 + 3x - 7$ ,    j)  $y = -7 - 2x^2 + 3x$

---

k)  $y = 6x - x^2$ ,    l)  $y = -2x^2 + x$ ,    m)  $y = x^2 - 6x - 5$ ,    n)  $y = 2x^2 - 3x + 7$ ,    o)  $y = -7 - 2x^2 - 3x$

---

$$p) y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}, \quad q) y = \frac{x^3 - 3x^2 + 4x - 2}{1 - x}, \quad r) y = \frac{2x^3 + 3x^2 - 1}{x + 1}, \quad s) y = \frac{2x^3 - 3x^2 + x}{x^2 - x}$$


---

$$t) y = (x + 1)^2 + 1, \quad u) y = -(x - 1)^2 - 1, \quad v) y = 3 - 2(x + 1)^2, \quad w) y = (2 - x)^2 + 1$$


---

### Hipérbolas equiláteras (división)

$$a) y = 1 + \frac{1}{x - 1}, \quad b) y = \frac{3x - 2}{x - 1}, \quad c) y = \frac{2x - 1}{3 - x}, \quad d) y = 2 - \frac{3}{x + 2}, \quad e) y = \frac{x + 2}{2x + 4}$$


---

$$f) y = 1 - \frac{1}{x - 2}, \quad g) y = \frac{2 - 3x}{x - 1}, \quad h) y = \frac{2x - 1}{3 - 2x}, \quad i) y = 2 - \frac{3}{x - 2}, \quad j) y = \frac{2 - x}{2x + 4}$$


---

$$k) y = \frac{5x - 6}{3 - x}, \quad l) y = \frac{-3x + 2}{x - 1}$$


---

### Parábolas abren eje x (racionalización)

$$a) y = \sqrt{x - 2}, \quad b) y = -\sqrt{2 - x}, \quad c) y = 2 - \sqrt{2 - x}, \quad d) y = -2 - \sqrt{2 - x}, \quad e) y = 3 + 2\sqrt{2x + 3}$$


---

$$f) y = \frac{x}{\sqrt{x + 1} - 1}, \quad g) y = \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}, \quad h) y = \frac{x}{\sqrt{1 - x} - 1}, \quad i) y = \frac{x - 1}{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{3}}, \quad j) y = 1 + \sqrt{x}$$


---

$$k) y = \frac{x}{3 - \sqrt{9 - x}}, \quad l) y = -3 - 2\sqrt{-2x - 3}$$


---

### Valor absoluto

$$a) y = 2 + |x|, \quad b) y = 2 - |2 - x|, \quad c) y = |1 - |x + 2||, \quad d) y = |x^2 - 6x + 1| + 1, \quad e) y = |x^2 + x - 6|$$


---

$$f) y = \left| \frac{x - 1}{\sqrt{2x + 1} - \sqrt{3}} \right|, \quad g) y = \left| \frac{x}{\sqrt{x + 1} - 1} \right| + 2, \quad h) y = 1 - |2 - \sqrt{2 - x}|, \quad i) y = 3 - \left| \frac{x}{\sqrt{x + 1} - 1} \right|$$

### Circunferencia

$$\begin{array}{llll} a) x^2 + (y-2)^2 = 4, & b) x^2 - 2x + y^2 - 4y = 9, & c) y = 2 - \sqrt{9-x^2}, & d) y = -2 + \sqrt{9-x^2} \\ e) x^2 + (y-c)^2 = c^2, & f) (x-c)^2 + y^2 = c^2, & g) y = 2 - \sqrt{9-x^2}, & h) y = -2 - \sqrt{9-x^2} \\ i) x^2 + (y+c)^2 = c^2, & j) (x+c)^2 + y^2 = c^2, & k) y = -2 - \sqrt{25-x^2}, & l) y = -1 + \sqrt{9-x^2} \end{array}$$

### Elipse

$$a) 9(x-1)^2 + 4y^2 = 36, \quad b) 9x^2 + 4(y-2)^2 = 36, \quad c) 9(x-1)^2 + 4(y-2)^2 = 36$$


---

$$d) 9x^2 + 4y^2 = 36, \quad y \geq 0. \quad e) y = 3 + \sqrt{16-4x^2}, \quad f) y = -2 - \sqrt{16-4x^2} \quad g)$$


---

$$g) 4(x-3)^2 + 9y^2 = 36, \quad h) x^2 + 2y^2 - 6y + 14 = 0, \quad i) x^2 + 2y^2 - 6y + 4x + 10 = 0,$$


---

### Hipérbola

$$a) 9(x-1)^2 - 4y^2 = 36, \quad b) 9x^2 - 4(y-2)^2 = 36, \quad c) 9(x-1)^2 - 4(y-2)^2 = 36$$


---

$$d) 9x^2 - 4y^2 = 36, \quad y \geq 0. \quad e) y = 3 + \sqrt{4x^2 - 16}, \quad f) y = -2 - \sqrt{4x^2 - 16}$$


---

$$g) 4x^2 - 9y^2 = 36, \quad y \geq 0. \quad h) y = -3 + \sqrt{4x^2 - 16}, \quad i) y = -2 - \sqrt{4x^2 - 16}$$


---

$$j) x^2 - 6x - y^2 + 4y = 4, \quad k) -4x^2 + 9y^2 = 36, \quad y \geq 0. \quad l) -x^2 - 6x + y^2 + 4y = 4,$$


---

### Graficas por tramos

$$1. \quad y = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x \leq 2, \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$2. \quad y = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 1 - x & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ (x-4)^2 - 3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$3. \quad y = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 1 - x & \text{si } 1 < x \leq 3, \\ (x-4)^2 - 3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$4. \quad y = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x - 1 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ (x-4)^2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$5. \quad y = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 2 & \text{si } -2 < x \leq 1, \\ x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$6. \quad y = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ (x-2)^2 - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$7. \quad y = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 2(x-1) & \text{si } 1 < x < 3, \\ 1 - \sqrt{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$8. \quad y = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 2 & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 2 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 2 + \sqrt{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$9. \quad y = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq -1 \\ 2 - \sqrt{x+1} & \text{si } -1 < x \leq 8 \\ 2x - 7 & \text{si } x > 8 \end{cases}$$

### Intersección de curvas

1. Encuentre el ( o los ) punto (s) de intersección de las siguientes curvas. Realice en un mismo plano ambas curvas.

a)  $\begin{cases} x^2 - 2x + y - 7 = 0 \\ 3x - y + 1 = 0 \end{cases}$  Rta :  $(-3, -8)$  y  $(2, 7)$

b)  $\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ x + y = 4 \end{cases}$  Rta :  $(2, 2)$

c)  $\begin{cases} y = x^2 - 9 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$  Rta :  $(1 \pm \sqrt{13}, 5 \mp 2\sqrt{13})$

d)  $\begin{cases} x^2 = 5 - y \\ x = y + 1 \end{cases}$  Rta :  $(-3, -4)$  y  $(2, 1)$

e)  $\begin{cases} y = 4 + 2x - x^2 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$  Rta :  $(-3, 2)$

f)  $\begin{cases} x^2 = y^2 + 13 \\ y = x^2 - 15 \end{cases}$  Rta :  $(12, -12)$

g)  $\begin{cases} x = y + 1 \\ y = 2\sqrt{x + 2} \end{cases}$  Rta :  $\emptyset$

h)  $\begin{cases} y = \frac{4}{x} \\ 3y = 2x + 2 \end{cases}$  Rta :  $\left(-3, -\frac{4}{3}\right), (2, 2)$

i)  $\begin{cases} y = x^3 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$  Rta :  $(0, 0), \left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$