

Una empresa de fabricación de neumáticos desea estudiar la duración de una nueva línea. Para eso toma una muestra de los kilómetros que duran sus neumáticos (en miles de kilómetros) obteniendo los siguientes resultados:

205.7 207.6 205.8 206.2 203.1 214.1 204.6 209.8 208.4 212.3 206.1 204.1 205.5 203.0 208.7
208.9 204.2 205.5 205.7 207.8 204.2 211.9 206.1 203.8 205.2 207.7 205.8 208.4 205.3 201.0
205.5

Asumiendo que las observaciones tienen una distribución normal y sabiendo que la desviación estándar σ es 3 mil kilómetros. Utilizando un $\alpha = 0,05$ responda:

Desarrollo Pregunta 1 (siguiente página):

Simón Marín Giraldo 201910050010
 Profesor: Nicolás Moreno Formas: 01 23 Nov 2020

1) $\rightarrow A = C(\text{datos})$

a) Construya un intervalo de confianza para μ con el candidato, es decir, caso 1.

$\sigma = 3$
 $\alpha = 0.05 \quad 1 - \alpha = 0.95 \rightarrow 95\%$
 $n = 31$
 $\bar{X} = 206.5161 \rightarrow \text{mean}(A)$
 $Z_{1 - \frac{\alpha}{2}} = qnorm(1 - \alpha/2) \rightarrow 1.9599$

Intervalo a crear: $\left(\bar{X} \pm Z_{1 - \frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$

b) reemplazo con los datos:

$$\left(206.5161 - (1.9599) \left(\frac{3}{\sqrt{31}} \right), 206.5161 + (1.9599) \left(\frac{3}{\sqrt{31}} \right) \right)$$

resultado: $(205.46, 207.57)$

c) R/ La duración esperada (en miles de kilómetros) para los neumáticos será entre 205.46 y 207.57 con un 95% de confianza

Primavera®

Código en R utilizado:

```
> A = c(205.7, 207.6, 205.8, 206.2, 203.1, 214.1, 204.6, 209.8, 208.4, 212.3, 206.1, 204.1, 205.5, 203.0, 208.7, 208.9, 204.2, 205.5, 205.7, 207.8, 204.2, 211.9, 206.1, 203.8, 205.2, 207.7, 205.8, 208.4, 205.3, 201.0, 205.5)
> A
[1] 205.7 207.6 205.8 206.2 203.1 214.1 204.6 209.8 208.4 212.3 206.1 204.1
[13] 205.5 203.0 208.7 208.9 204.2 205.5 205.7 207.8 204.2 211.9 206.1 203.8
[25] 205.2 207.7 205.8 208.4 205.3 201.0 205.5
> mean(A)
[1] 206.5161
> qnorm(1-0.05/2)
[1] 1.959964
> |
```

Desarrollo Pregunta 2 (siguiente página):

2) a) $H_0: \mu = 205$ Vs. $H_1: \mu > 205$

Tenemos que hacer una prueba de hipótesis para μ en la distribución normal con σ conocido.

b) La fórmula del estadístico de prueba para este caso sería

$$Z = \sqrt{n} \left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \right)$$

$n = 31$ $\alpha = 0.05$

$\bar{x} = 206.5161$

$\mu = 205$

$\sigma = 3$

c) Sustituyo en la fórmula:

$$\sqrt{31} \left(\frac{206.5161 - 205}{3} \right)$$

$$= 2.8137$$

d) valor-p: $P(Z > 2.8137)$

$$= 1 - P(Z < 2.8137) \rightarrow 1 - \text{pnorm}(2.8137)$$

$$\rightarrow P = 0.0024 < \alpha$$

Rechazo H_0

e) la empresa está cumpliendo los estándares de producción demandados.

Código en R utilizado:

```
> 1-pnorm(2.8137)
[1] 0.002448746
> |
```


Desarrollo de la Pregunta 3:

3) a) basándonos en el caso 3 (Intervalo de confianza para la Varianza σ^2 de una distribución normal) tenemos lo siguiente:

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} \right)$$

es lo mismo que tener:

$$P\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}} \right)$$

Si conocemos la varianza para la distribución estándar:

$$P\left(\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}}} \right)$$

nuestro intervalo será:

$$\left(\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}}}, \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}}} \right)$$

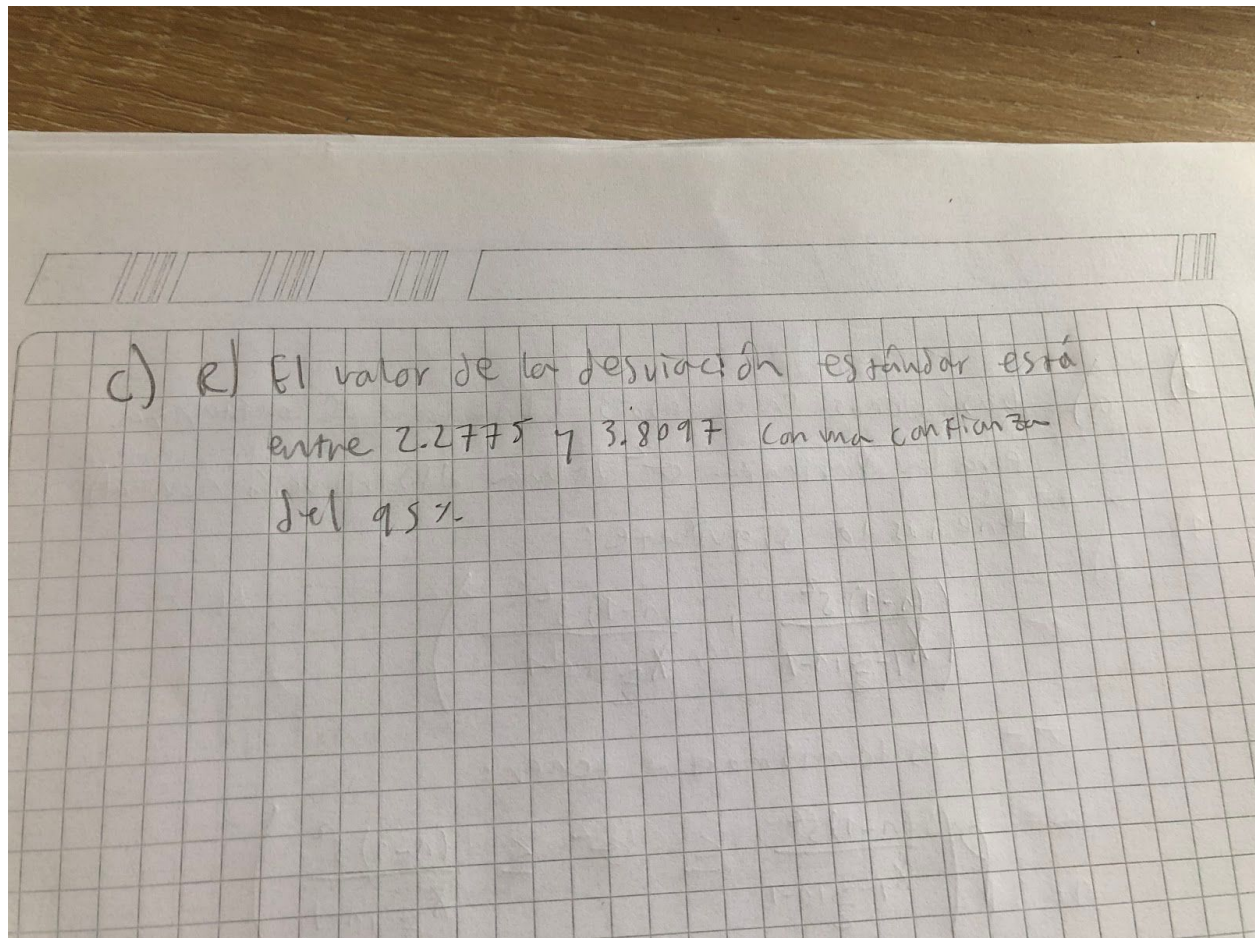
b) $\alpha = 0.05$
 $n = 31$

$$\hat{s}^2 = \text{var}(X) \rightarrow 8.1233$$

$$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} = \chi^2_{0.975, 30} \rightarrow 46.9792$$

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = \chi^2_{0.025, 30} \rightarrow 16.7907$$

$$\text{reemplazo: } \left(\sqrt{\frac{(31-1)(8.1233)}{46.9792}}, \sqrt{\frac{(31-1)(8.1233)}{16.7907}} \right) = (2.6775, 3.8047)$$



Código en R utilizado:

```
>  
> var(A)  
[1] 8.123398  
> qchisq(1-0.05/2, df=30)  
[1] 46.97924  
> qchisq(0.05/2, df=30)  
[1] 16.79077  
> |  
<
```