

复杂结构的衍射

胡珈豪 PB22020453

2023 年 12 月 24 日

摘要

生活中干涉与衍射现象随处可见，肥皂泡色彩缤纷的表面，海面上油污呈现出彩虹的颜色。在光学中双缝干涉，矩孔衍射，圆孔衍射，光栅衍射都已经被透彻的研究过，但是自然界中却不乏其他多种复杂结构的干涉与衍射，于是，研究复杂结构的衍射具有理论与实践意义。在此，我们将复杂结构定义为简单结构的遵循一定规律的多种多样的联合。我们采取两种路径来探寻复杂结构的干涉与衍射，一是通过实际物理实验的 CCD 成像结果进行研究，二是通过基尔霍夫公式计算机模拟衍射结果，通过输入衍射屏图像即可得到最终的衍射图样，由此相互对比，进一步加深理论与现实意义。本文中，我们尝试寻找不同对称性所对应的衍射图形的特征，并就简单的三维结构——螺旋弹簧，展开了一些有意义的讨论。

关键字：衍射，复杂结构，基尔霍夫衍射积分公式，快速傅里叶变换算法，螺旋结构衍射

1 二维复杂结构衍射实验

1.1 实验原理

夫朗禾费衍射公式夫琅和费衍射公式描述了光波通过一个狭缝或孔径时的衍射现象。这个公式可以用于详细描述衍射实验。让我们更仔细地来解释这个公式：

$$I(x_0, y_0) \propto \left| \int_{\Sigma} U(x, y) e^{\frac{-ik(xx_0+yy_0)}{z}} dx dy \right|^2$$

- 对于每个衍射元件上的点，复振幅 $U(x, y)$ 描述了入射光的振幅和相位。这反映了衍射元件上的波阵面。
- 入射光波在衍射元件上的每个点都会发出球面波，然后这些波在观察点处相互叠加。
- 公式中的相位项 $e^{\frac{-ik(xx_0+yy_0)}{z}}$ 描述了入射波前到观察点的传播，其中 θ 是观察角度， r 是从每个点到观察点的距离， k 是波数。
- 最后，通过对所有衍射元件上的点进行积分，我们获得在观察点上的光波干涉结果，其亮度与观察角度 θ 有关。

这个公式允许我们计算衍射图样，其中明暗条纹的位置和强度取决于衍射元件的性质以及观察角度。

1.2 实验仪器

空间光调制器，氦氖激光器，凸透镜，半波片，偏振片，CCD。

1.3 实验方法

1. 按照如下图片，搭好实验器材。

从左到右依次为：氦氖激光器，半波片，偏振片，凸透镜，空间光调制器（SLM），CCD。



图 1: 实验装置

2. 在空间光调制器（SLM）中投入所需图片，作为屏函数。



图 2: SLM 的使用界面

3. 用 CCD 记录成像结果，即为复杂结构衍射的实验图。

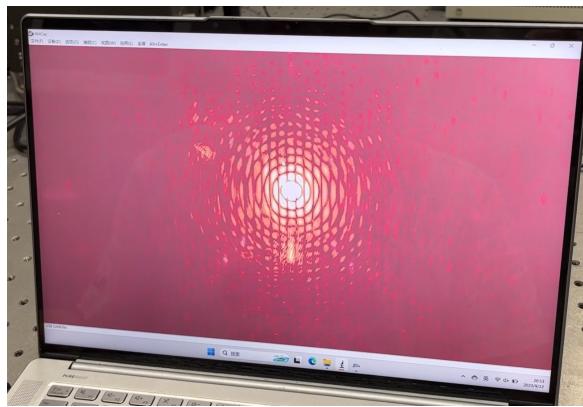


图 3: CCD 的使用界面

1.4 单一结构的变换

在“复杂结构干涉衍射”这一命题中，“复杂结构”这一概念无疑是核心之一，更是破题的窗口：通过尝试去定义，划分，构造复杂结构，我们实际上寻找研究了不同复杂结构的形态某些特殊的互通的特征，并通过解析，实验或模拟，去探索这些特殊的特征所对应的干涉衍射图样的特征，进而建立从“复杂”

到”(结果)图样”的桥梁。生活中有许多基础的简单图样，比如圆环，矩形等等，同时我们知道，在这些简单结构的基础上进行一定的变换，可以构造出类似奥运五环或者更加复杂的结构。这便可以作为我们研究复杂的方向之一。

1.5 单一结构变换的定义

我们认为，一个简单的结构，通过**拉伸**，**重叠**，**残缺**，**组合**等一系列操作或它们的复合，即一定的变换，得到是复杂结构。我们尝试去研究一种操作对干涉衍射图样的影响以及多钟操作影响的叠加效应，来对这种复杂结构的干涉衍射图样进行定性的研究。

这样的复杂结构，复杂性在于对结构的操作或变换，显而易见，变换复合地越多，通常来讲复杂性就越强，解析分析的难度就越高，结构本身与干涉衍射图样的差异性就越大，也就是这个子实验目的的意义所在。与此同时这种复杂结构通过变换与变换的复合跟简单结构关联，这一点昭示了本子实验的可行性与分析的可操作性。

1.6 实验结果与分析

下面我们将通过四个子实验逐一展示**拉伸**，**重叠**，**残缺**，**组合**这四种变换带给衍射图样的影响。

1.6.1 拉伸

定义：在某一方向上将图像拉伸/压缩一定比例，压缩与拉伸互为逆变换，这里只研究拉伸。

结果：从图表 2 可以直观看出，实验图与数值解在主极大形状与干涉条纹位置方面吻合度很高，在次级大的光强方面略有出入。

分析：从图表 2 分析测量比较发现，在某一方向拉伸 x 倍带来的结果是：在该方向上压缩 x 倍。具体表现为干涉条纹密度变化，主极大次级大宽窄变化。

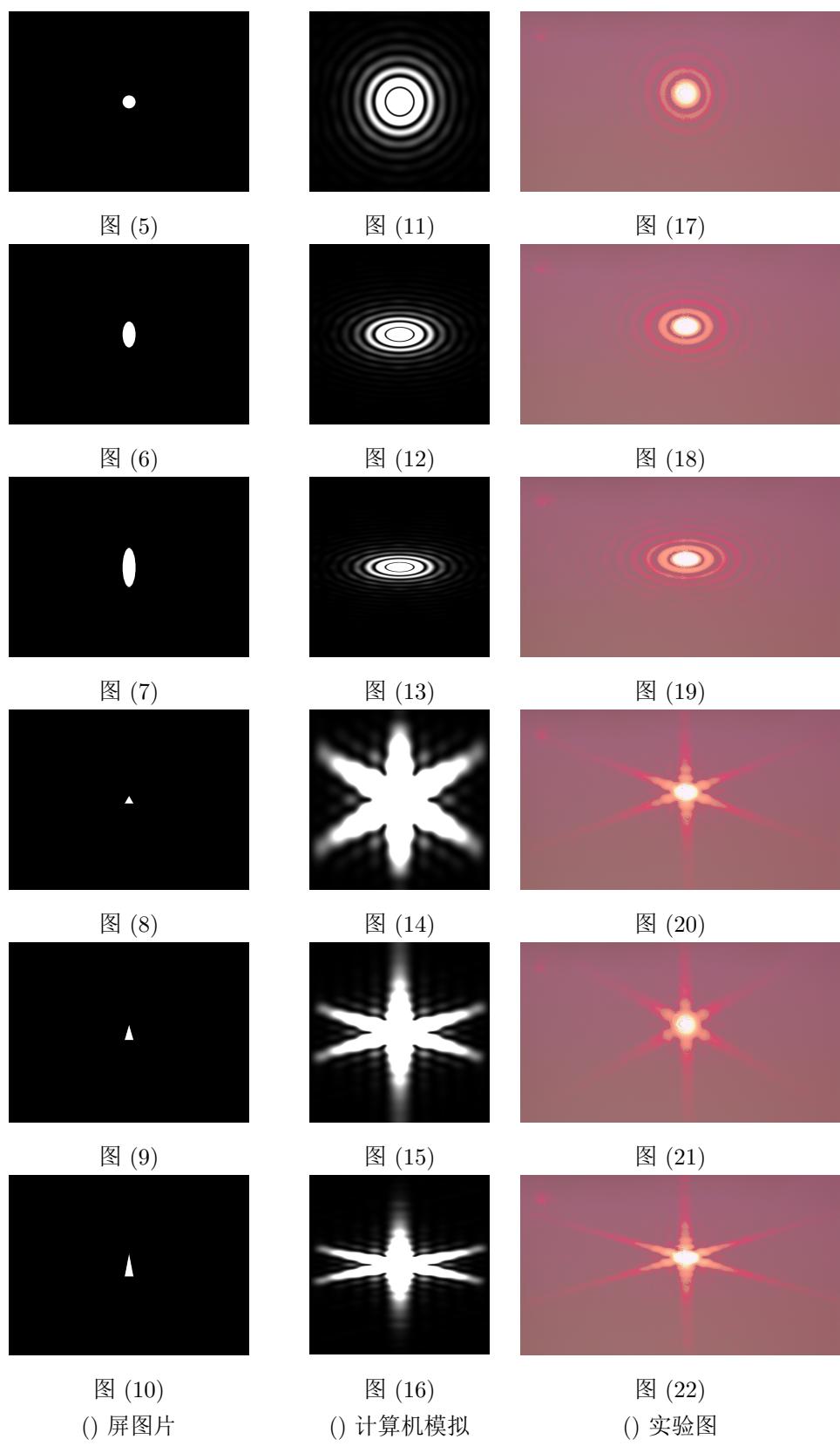


图 22: 拉伸

1.6.2 重叠

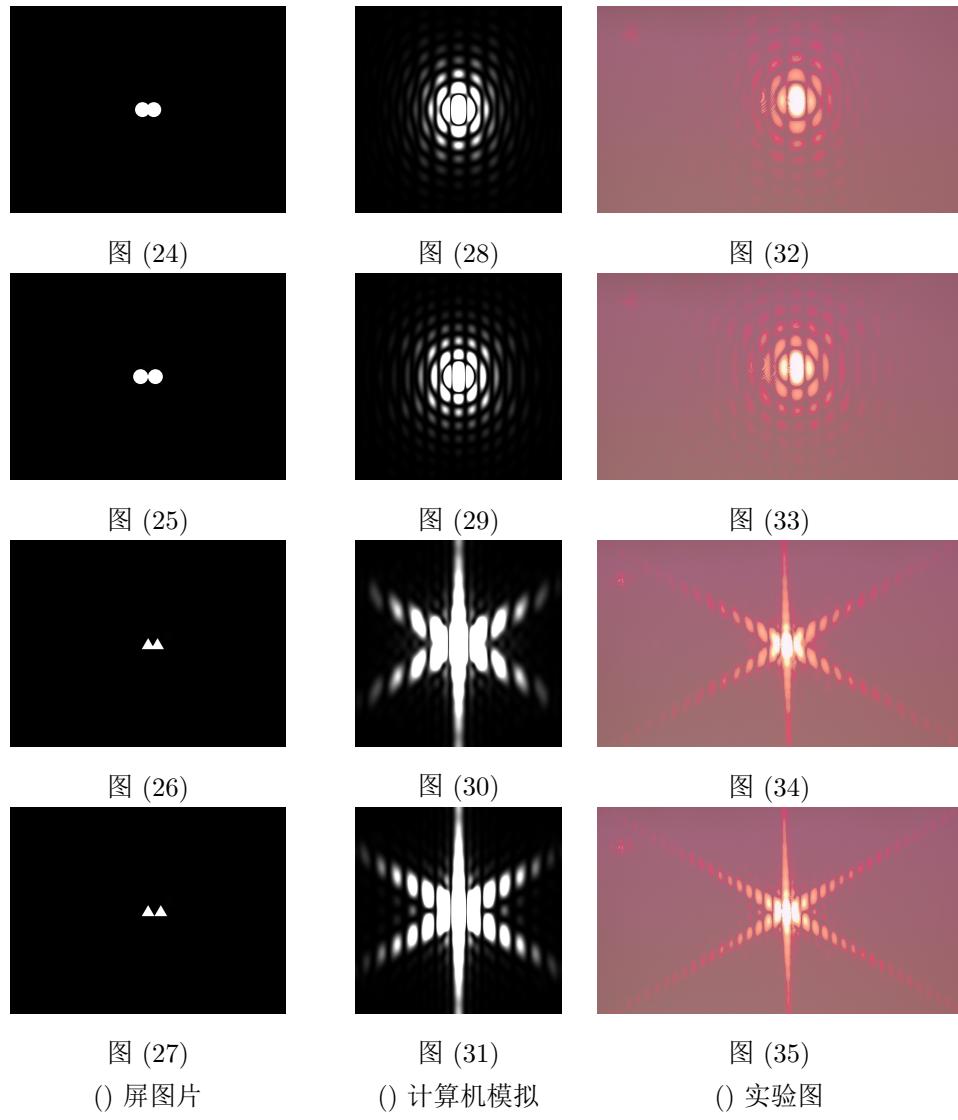


图 35: 重叠

定义: 以图像与其完全复制某种方式并列时重心间隔为单位 1, 将其复制在中心连线上平移, 1-重心间距(单位 1 下的数值)为重叠比例.

结果: 从图表 3 可以直观看出, 实验图与数值解在主极大形状与干涉条纹位置方面吻合度很高, 在次级大的光强方面略有出入.

分析: 对于重叠 0% 时, 重叠 100% 干涉衍射图样基础上出现纵向的干涉条纹. 对于重叠从 100% 到 0%: 干涉条纹从无到有到密集, 干涉条纹从倾斜到竖直, 光强分布更不集中。

1.6.3 残缺

定义: 以图案中心为原点, 原点出发的一条射线为 0π , 逆时针为正方向, 挖去 $0 - 2\pi$ 某一数值区域中的图案.

结果: 从图表 4 可以直观看出, 实验图与数值解在主极大形状与干涉条纹位置方面吻合度很高, 在次级别的光强方面数值解暗于实验图, 数值解存在主极大的某些内部黑点, 而实验图体现不出来.

分析: 干涉衍射图样保有了原图案的镜面对称性, 同时在对称轴垂直方向上也有镜面对称性.

残缺 $2/3\pi$ 以上和原图案差距十分大, 更多表现出剩余图案干涉衍射特征, 在这里是三角形;

对于残缺 0 到 $2/3\pi$ 的图案, 可以分对称轴方向与垂直对称轴方向分析:

- 在对称轴垂直方向上, 衍射条纹位置不变, 条纹的粗细间隔分布;
- 对称轴方向上, 衍射条纹位置间隔性相反, 即会出现棋盘状的纹路; 残缺 $1/2\pi$ 到 π 在对称轴方向上还表现出衍射条纹变疏变粗, 越靠近对称轴方向光强衰减越快的特征; 残缺 π 到 $2/3\pi$ 在以上三点的基础上还会有夹角为 $2\pi - \alpha$ 的两个方向上的衍射衰减最慢的特点, 因此远看会出现 x 形.

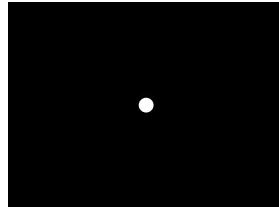


图 (37)

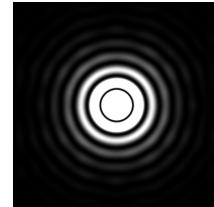


图 (44)



图 (51)

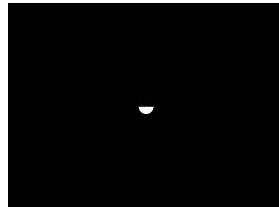


图 (38)

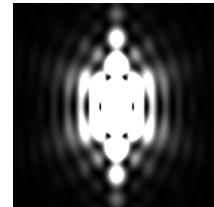


图 (45)



图 (52)

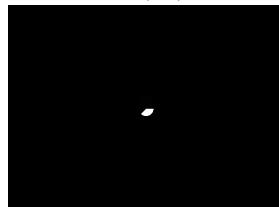


图 (39)

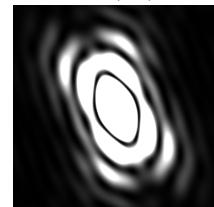


图 (46)



图 (53)

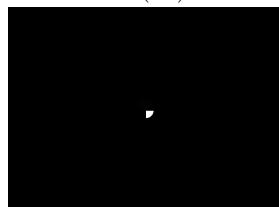


图 (40)

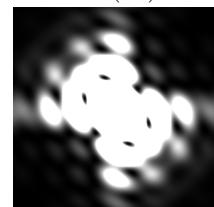


图 (47)



图 (54)



图 (41)

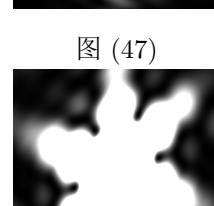


图 (48)



图 (55)



图 (42)

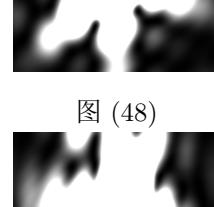


图 (49)



图 (56)

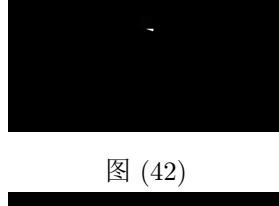


图 (43)

() 屏图片

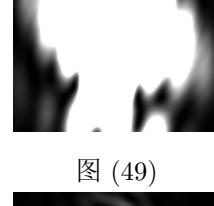


图 (50)

() 计算机模拟



图 (57)

() 实验图

图 57: 残缺

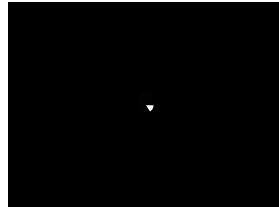


图 (59)

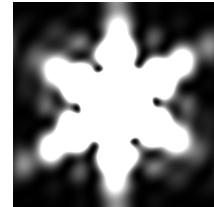


图 (66)



图 (73)

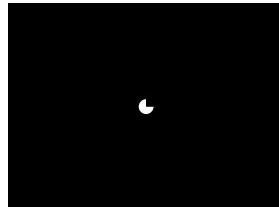


图 (60)

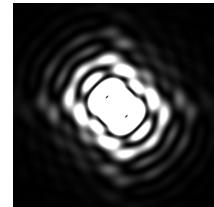


图 (67)



图 (74)



图 (61)

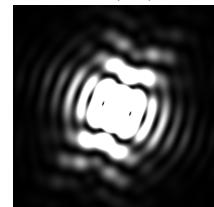


图 (68)



图 (75)

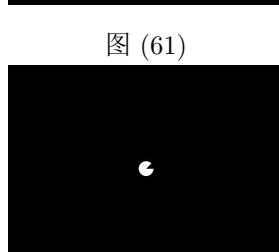


图 (62)

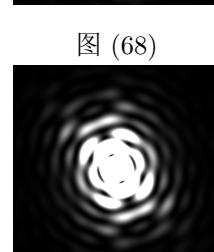


图 (69)



图 (76)



图 (63)

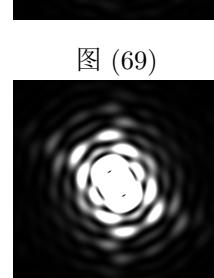


图 (70)



图 (77)



图 (64)

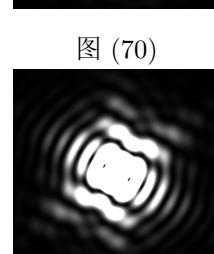


图 (71)



图 (78)

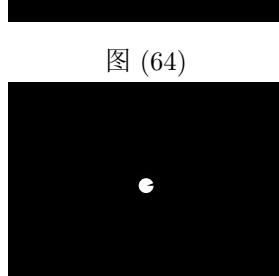
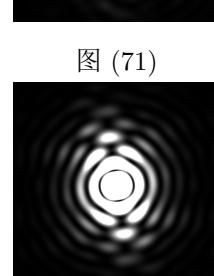
图 (65)
(-) 屏图片图 (72)
(-) 计算机模拟图 (79)
(-) 实验图

图 79: 残缺

1.6.4 阵列

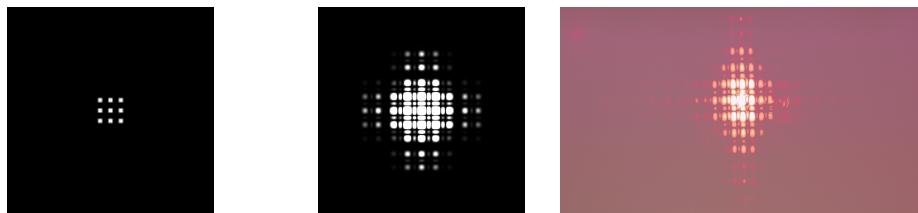


图 (81)

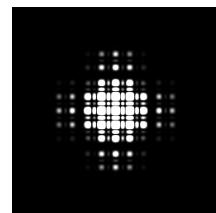


图 (85)



图 (89)

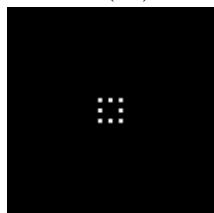


图 (82)

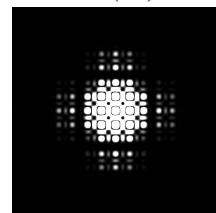


图 (86)



图 (90)

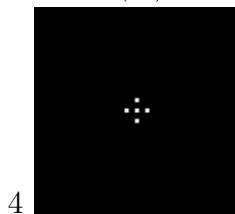


图 (83)

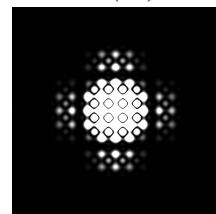


图 (87)



图 (91)

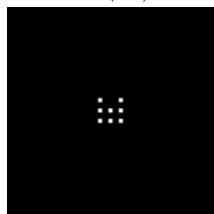


图 (84)

() 屏图片

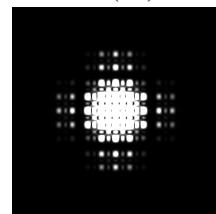


图 (88)

() 计算机模拟



图 (92)

() 实验图

图 92: 阵列

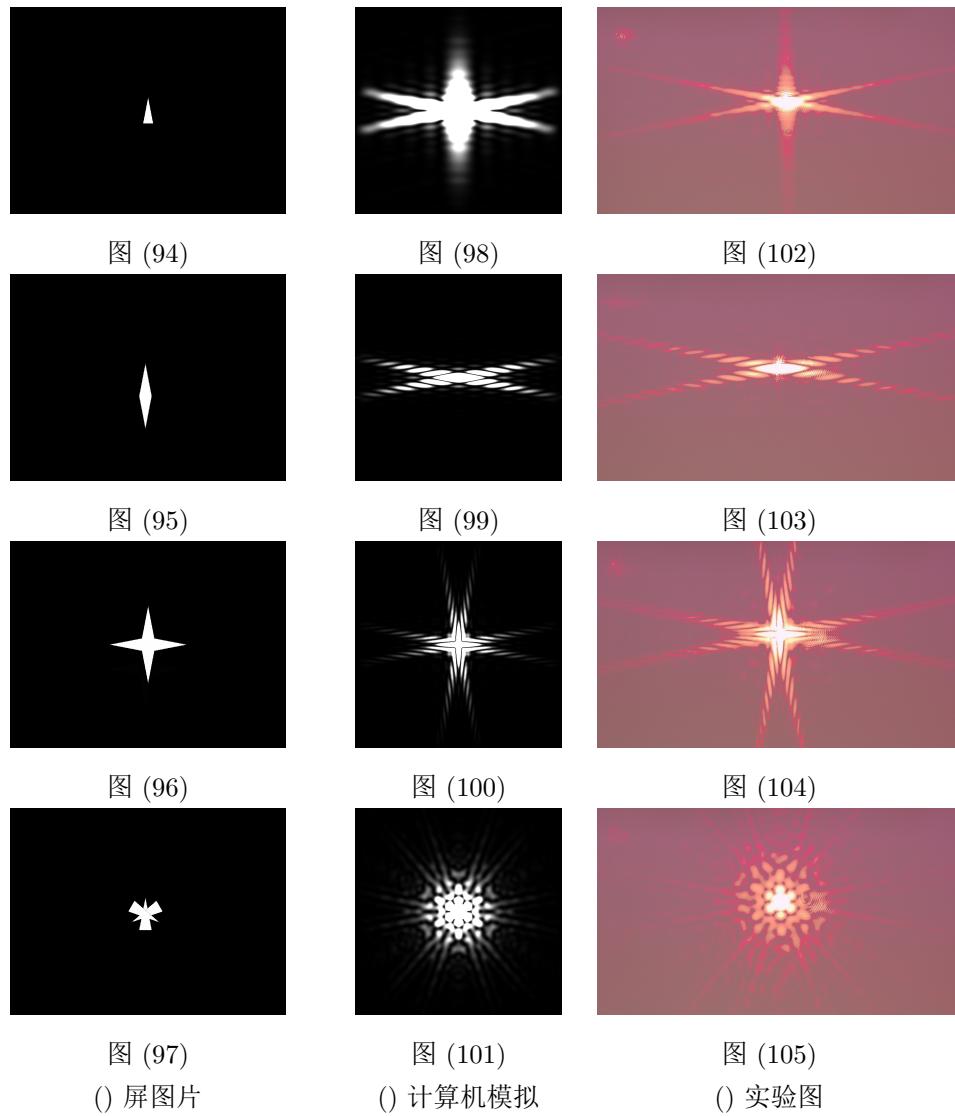
定义: 正方形或图案在某个方位上被完全框住的最小正方形按某种规律排列成阵.

结果: 从图表 5 可以看出, 数值解与实验图契合度较高.

分析: 出人意料的, 似乎所有阵列的干涉衍射图样都是 3×3 中心阵叫上外周极大的特点.

- 对于十字阵列, 九宫格每一宫格内都套了小宫格, 小宫格再套更小的宫格, 十字越大, 套的层数越多, 宫格就越精细;
- 对于残缺阵列, 中心阵保留了对称性;
- 对于矩阵阵列, 中心阵是 3×3 的九宫格, 每一宫格内是圆斑矩阵, 越靠近中心越暗, 矩阵点数目与原图案矩形数量相同; 九宫格的九个点形状是原图案的阵列的形状; 九宫格边上是衍射条纹. 每一个宫格都是原图案数量的阵列.

1.6.5 组合



定义: 将多个某一种图形按某种组合放置;

结果: 从图表 6 可以直观看出, 实验图与数值解在主极大形状与干涉条纹位置方面吻合度很高;

分析: 组合后的图案的干涉衍射图样往往是基于自身特点的, 较难与原干涉衍射图样建立起联系. 这说明一般的组合方式不具有特殊性, 很难找出变换带来的普遍影响.

1.6.6 单一结构变换而来的复杂结构

定义: 以上五种变换的复合.

结果: 从图表 7 可以看出, 中心图案契合度较高, 同时图案越复杂, 实验图的外周条纹就越比数值解强.

分析: 单独每一步的变换都十分符合前文发现的规律.

- 图案对称性较弱时, 改用不同取向进行重叠不会改变大致规律, 但主极大纹路会根据图案特点有所变化;
- 图案对称性较弱时, 残缺规律依然满足, 但“对称轴”的方向有所偏移.

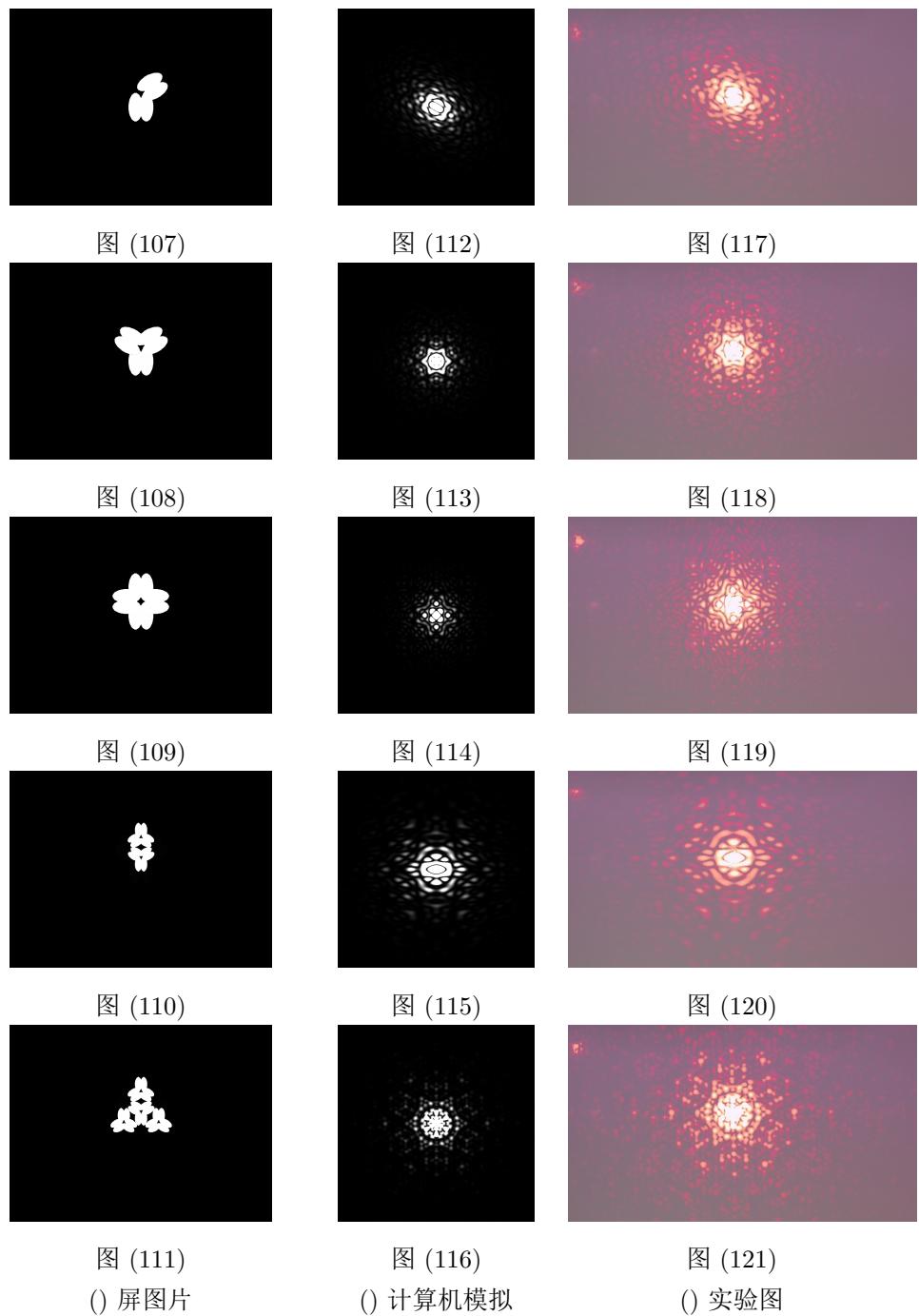


图 121: 单一结构变换而来的复杂结构

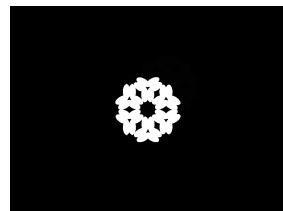


图 (123)

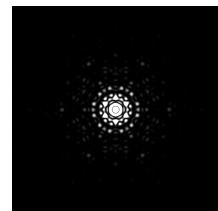


图 (127)



图 (131)

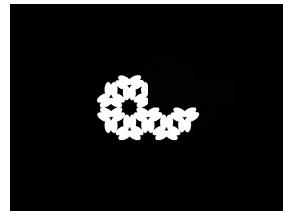


图 (124)

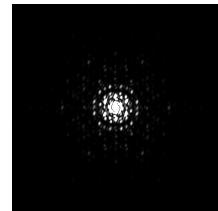


图 (128)

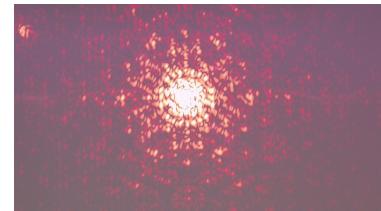


图 (132)

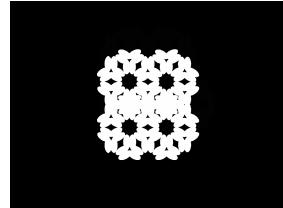


图 (125)

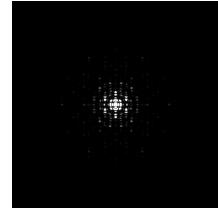


图 (129)

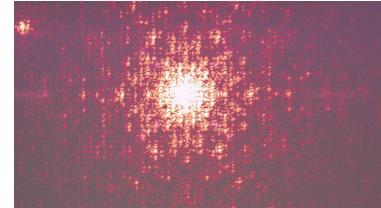


图 (133)

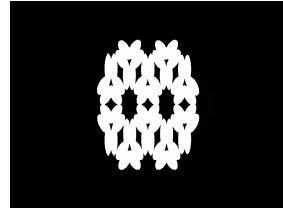


图 (126)

() 屏图片

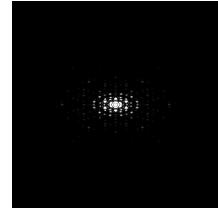


图 (130)

() 计算机模拟

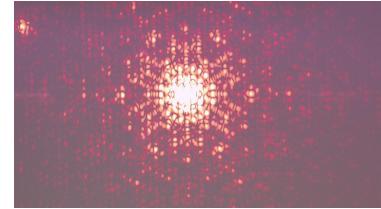


图 (134)

() 实验图

图 134: 单一结构变换而来的复杂结构续

1.7 实验总结与实验反思

总结:

1. 我们通过实验图与数值解探究了拉伸, 重叠, 残缺, 阵列, 组合五种变换对干涉衍射图样的影响, 除组合这种变换外均得到了明显规律, 组合可以视为一种普通的重叠变换, 特殊性较弱, 很难找出变换带来的普遍影响;
2. 通过实验图与数值解研究了不同变换的叠加效应, 每一步变换的基本规律不变, 仅仅是略有改动;
3. 实验图与数值解通常契合度较高, 但当结构太小时, 实验图外周的干涉条纹太暗; 结构太大太复杂时, 数值解外周的干涉条纹太暗.

反思:

1. 实验的普遍性有待提高, 可以在每种变换中多增加几类基础图案, 类别的区分可以是, 对称性, 大小直线与曲线边缘等; 复合实验可以以不同初始图案不同复合顺序再做进行新的实验;
2. 应加强关于图片本身性质对变换结果影响的研究, 图片本身性质包括但不限于对称性, 大小直线或曲线边缘;
3. 应加强解析角度的分析, 尝试对变换得到的结论进行数学描述, 并通过 fresnel 积分进行证明;
4. 可以尝试提出衡量数值解与实验图近似程度的某种标准, 进而提出计算标准. 这种想法的核心是平衡不同因素的比重, 如光强, 条纹间距等.

2 三维结构衍射实验

2.1 研究背景与选题意义

历史上的研究背景:自 1895 年 W.K. 伦琴发现 X 射线，因为 X 射线的波长与晶体的原子间距离相近，晶体可以做为 X 射线的衍射光栅。在晶体 X 射线衍射实验中，晶体作为衍射光栅，是三维复杂结构。目前，X 射线衍射已经成为测定三维晶体结构的重要方法。

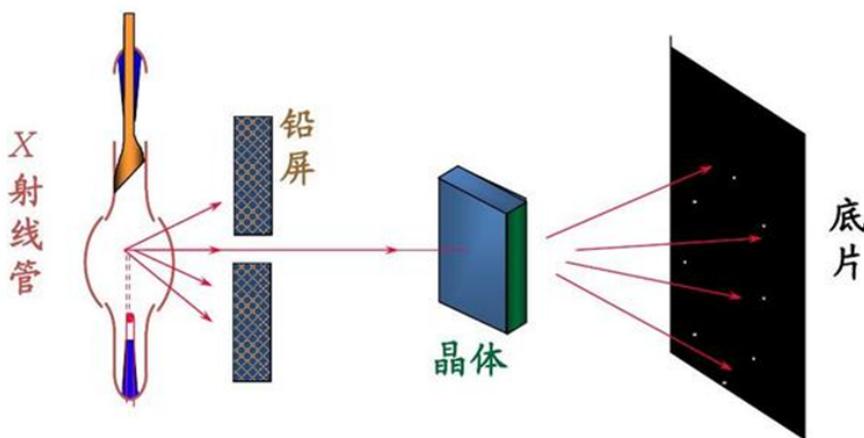


图 135: 晶体 X 射线衍射简图

选题意义:DNA 的（双）螺旋结构是我们身边的复杂结构，同时也是极具代表性的三维复杂结构，可以理解成螺旋的空间重复与错位。研究螺旋结构的衍射花样有着现实的意义。

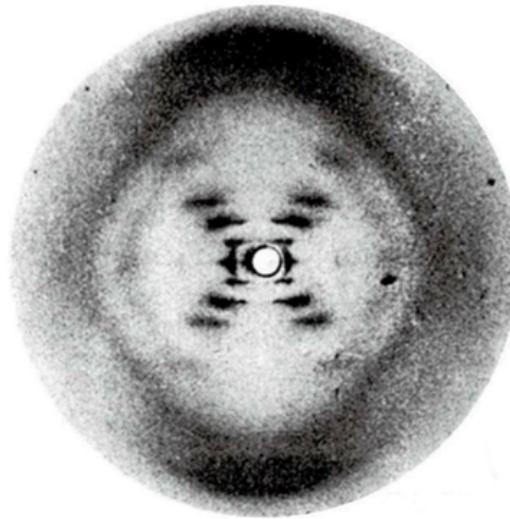


图 136: DNA 双螺旋衍射花样

同时，尽管上图被运用在了很多的生物学、基因学、近代物理教材中，但为何能从中推断出双螺旋的复杂结构对于很多人来说是未知的。用二维图像重构，基于二维投影图的衍射花样，利用数值解、实验图和实物衍射相结合的方法，将深度解释推断出双螺旋结构的思路。

2.2 实验设计与基本原理

2.2.1 实验材料的选定

在复现实验的过程中，我们选择 632nm 的单色红光取代 X 射线来进行照射，这使得我们能够用尺寸更加大、更易获得的实物模型来重构衍射花样——也就是圆珠笔中的单弹簧。这样选材设计的好处是能让螺旋和衍射花样都能让肉眼直观地看见。

2.2.2 数值解与衍射屏构造方式

利用夫琅禾费衍射的近似，在进行衍射的计算时，螺旋结构完全可以用二维投影图来取代，正如下图所示。

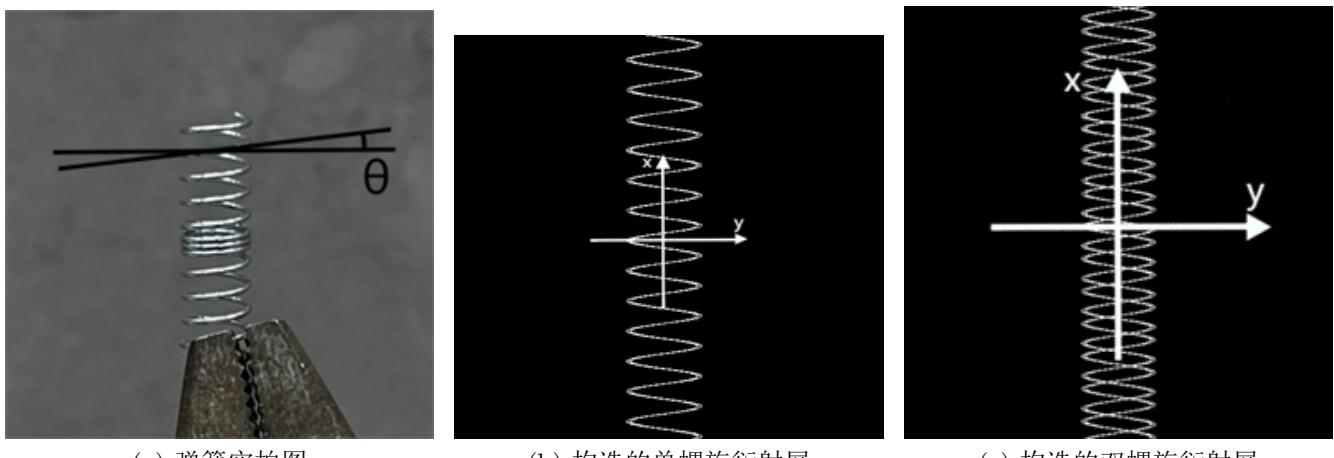


图 137: 演示

使用正弦函数 $y = A \sin(\omega x)$ 并在 y 轴上进行 $2a$ 的平移错位来构造弹簧的二维投影图。考虑到弹簧钢丝的厚度，取 $a = 0.1A$ 。测得图中弹簧的倾角 $\theta = 8.0^\circ$ ，我们只需要控制正弦函数的斜率与 θ 对应一致（即 $A\omega = \cot \theta$ ），就可以让二维投影图与弹簧等价。同时等比例放缩后可以得到不同尺寸的二维投影图。基于二维投影图，我们只需要用 Matlab 对其进行快速傅里叶变换 (fft)，便可得到衍射样式的模拟解。

只需要在原有单螺旋的基础上，在 x 轴方向进行 $3/8$ 螺距的平移，便构造得到双螺旋的二维投影图。值得注意的是，模拟计算时我们将原本不透明的弹簧用透明的对应部分作为替代。这并不会影响实验的结果。因为根据巴比涅原理，在夫琅禾费衍射中，两个振幅型互补的衍射屏在接收屏上的产生的衍射花样是相同的。

2.2.3 实验图

基于先前的使用振幅型空间光调制器 (SLM) 的实验光路，只需要将先前构造出的二维投影图导入空间光调制器，便可用 CCD 拍摄到清晰的实验图。

2.2.4 实物衍射实验方法

选用圆珠笔中的单弹簧作为衍射屏。搭建如下图所示的实验光路，从左到右依次为：单色氦氖激光发生器、(扩束镜组)、弹簧 (载物平台)、光屏。下图所示为载物平台上单弹簧的摆放方式。打开激光

发生器，调整载物平台高度使得弹簧能被均匀地照射，且光屏上出现较为清晰的衍射花样。关灯后用手机摄像头长时间曝光后能拍到清晰的衍射花样。

只需要在单弹簧摆放方式的基础上再放置一个同样的弹簧，让两者的螺旋相互耦合，便可得到双螺旋的弹簧如下图所示。同样打开激光发生器，调整载物平台高度使得两个弹簧的耦合部分能被均匀地照射，且光屏上出现较为清晰的衍射花样。关灯后用手机摄像头长时间曝光后能拍到清晰的衍射花样。但在这过程中可以不断左右微调弹簧，以改变双螺旋的间距，进而得到不同的衍射花样。

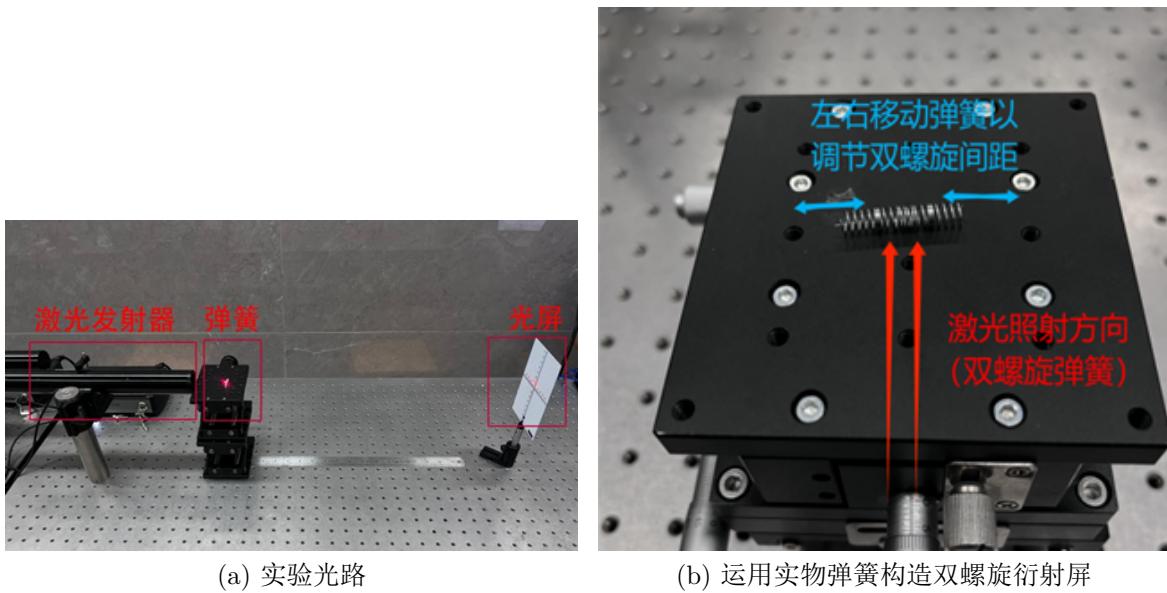


图 138: 实物衍射实验方法

2.3 实验结果与分析

2.3.1 实验图与模拟解

0) 空白背景，展示的实验图如图（亮点为零级光斑）



图 139: 空白背景

1.a) 单螺旋, $\omega=7.11$

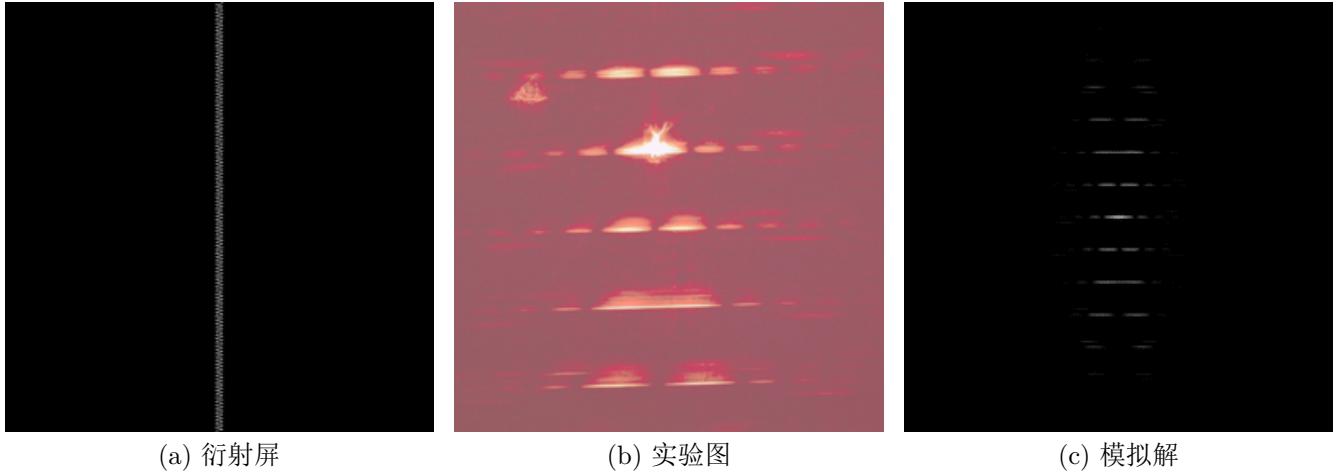


图 140: 单螺旋, $\omega=7.11$

1.b) 双螺旋, $\omega=7.11$

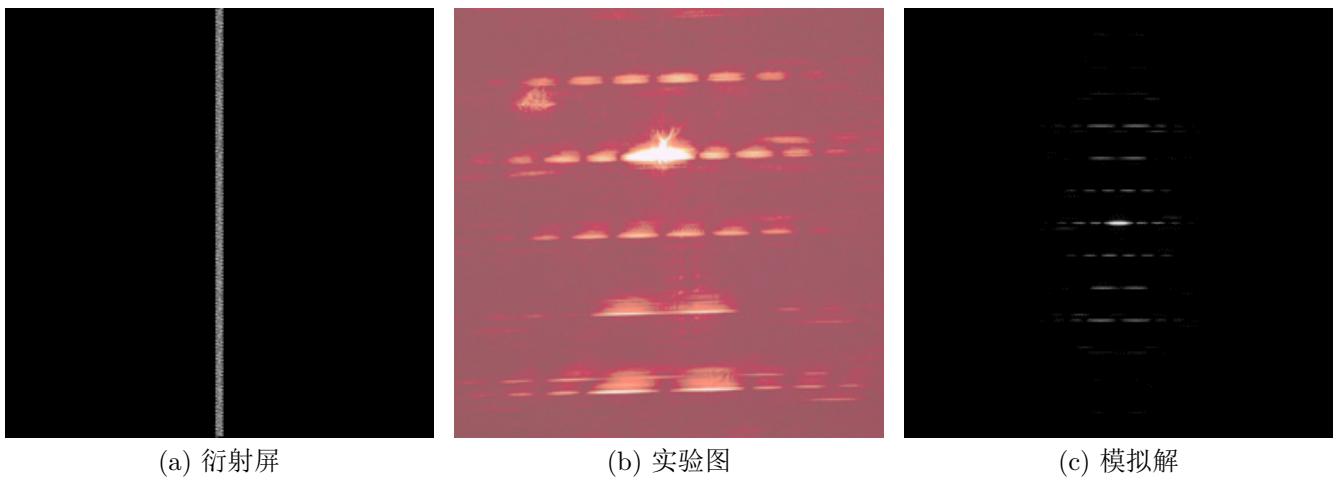


图 141: 双螺旋, $\omega=7.11$

2.a) 单螺旋, $\omega=3.555$

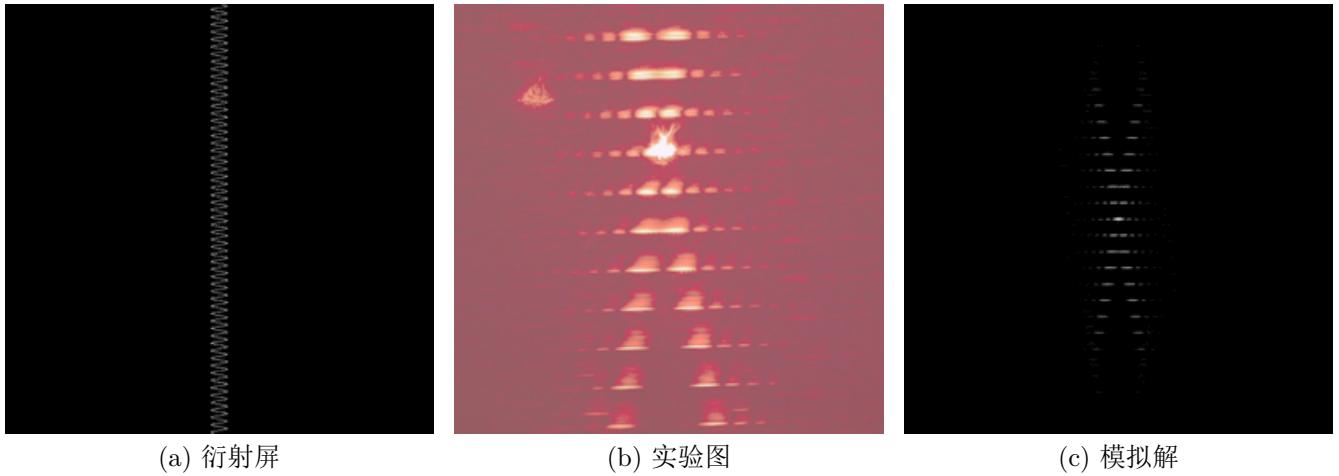


图 142: 单螺旋, $\omega=3.555$

2.b) 双螺旋, $\omega=3.555$

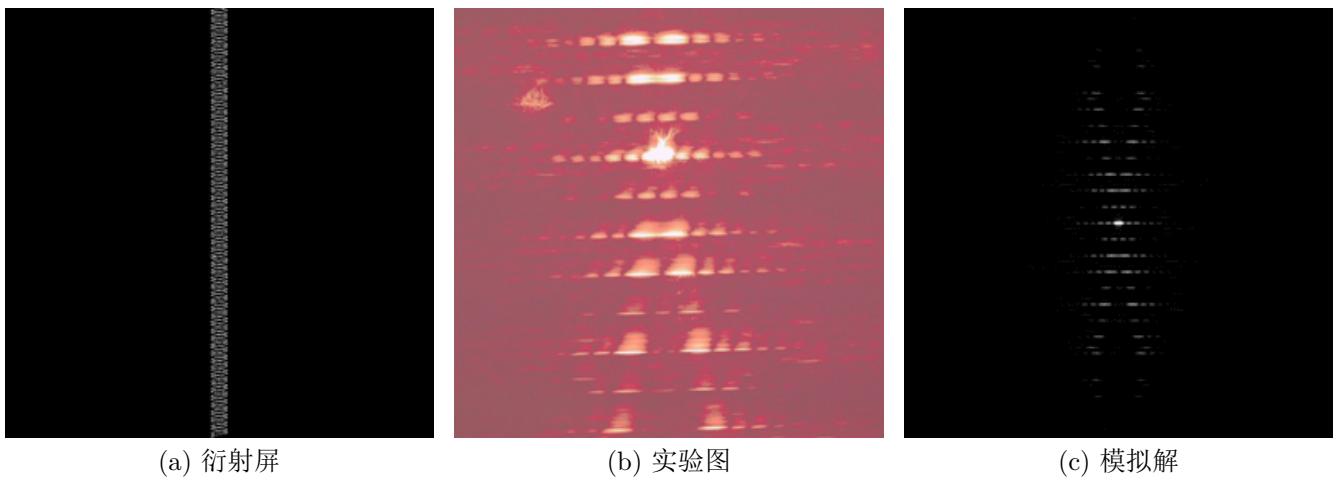


图 143: 双螺旋, $\omega=3.555$

3.a) 单螺旋, $\omega=1.7775$

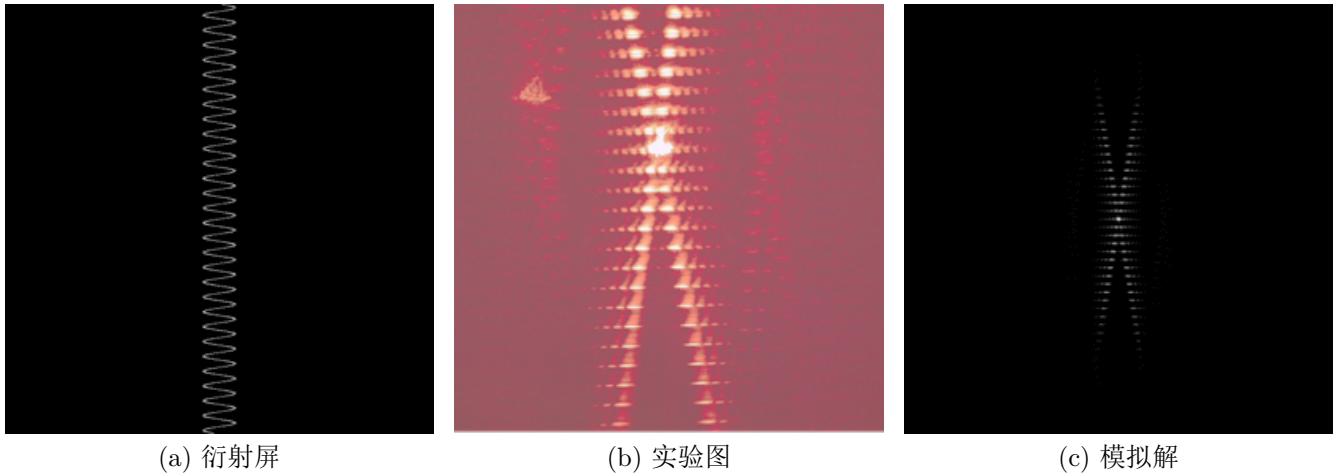


图 144: 单螺旋, $\omega=1.7775$

3.b) 双螺旋, $\omega=1.7775$

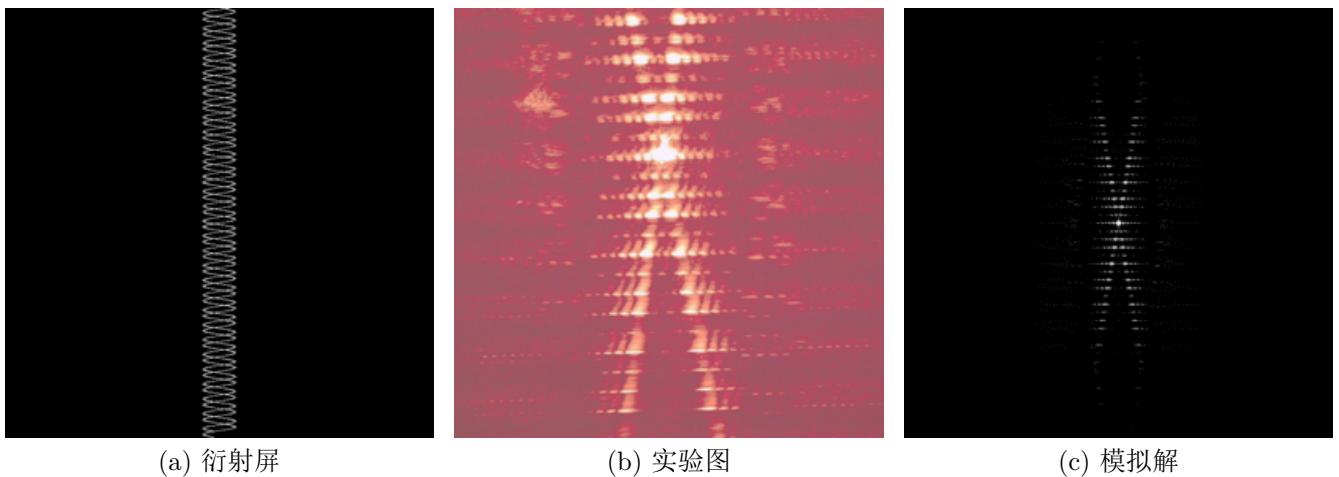


图 145: 双螺旋, $\omega=1.7775$

4) 现象总结:

1. **现象 1:** 衍射花样都是由一个个极大排布形成 X 样貌。
2. **现象 2:** 单螺旋的衍射的极大没有缺失, 双螺旋衍射的极大有个别缺失 (缺极), 尤其是在第四极大的缺失非常明显。

值得指出的是, **现象 1** 是通过总结以上三组衍射花样的共同点发现的, 而**现象 2** 内部对比三组衍射花样的形状的不同点得出的。

2.3.2 实物衍射

下面展示实物衍射的衍射花样，左图为单弹簧衍射，右图为双弹簧衍射。

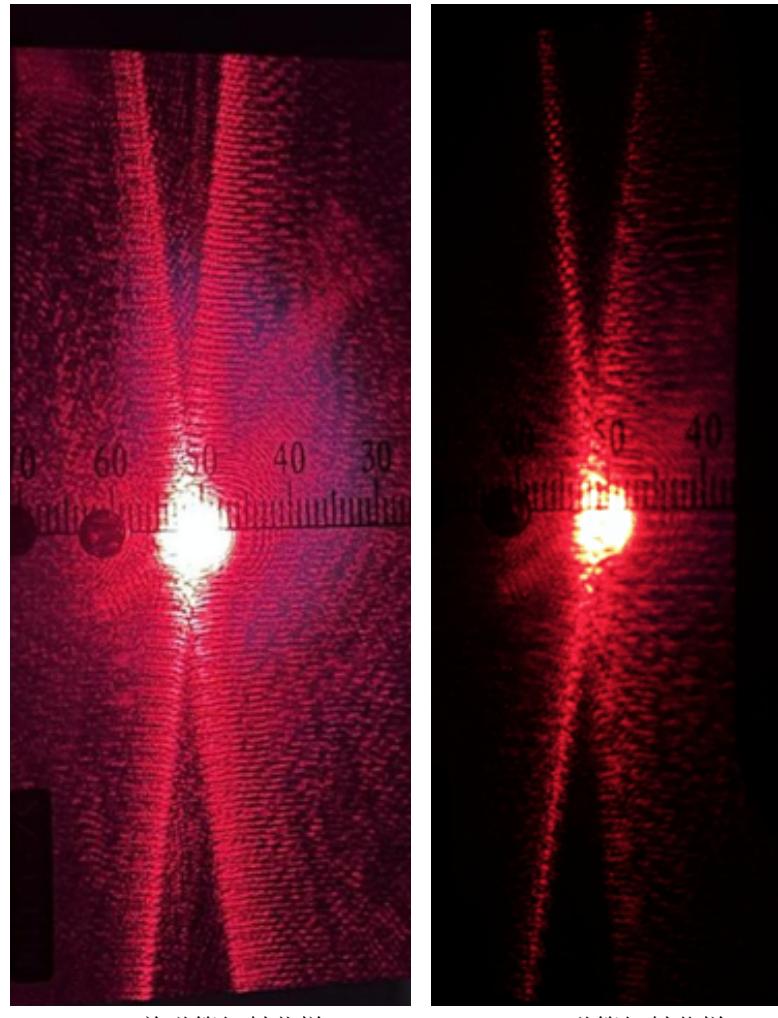


图 146: 实物衍射

实物衍射的现象总结:

不论是单弹簧还是双弹簧实物颜色，衍射花样都呈现出一个个极大分布而成的 X 样貌，这与先前的现象 1 相吻合；双弹簧的衍射花样并出现了一定的缺级，但没有先前现象 2 指出的那样明显，略有出入。

2.3.3 现象解释

对于现象 1 (X 样貌) 的解释:

如图所示, 在弹簧衍射实验中, 由于螺旋的特殊结构, 对光产生作用的金属丝部分其实可以视为两组各自平行的金属丝。而这两组金属丝恰好可以视为两个夹角为 2θ 的光栅。单个光栅产生一系列极大组成的干涉条纹, 两个夹角为 2θ 的光栅自然能产生两列夹角为 2θ 的干涉条纹, 也即现象 1 中所描述的“X 样貌”。

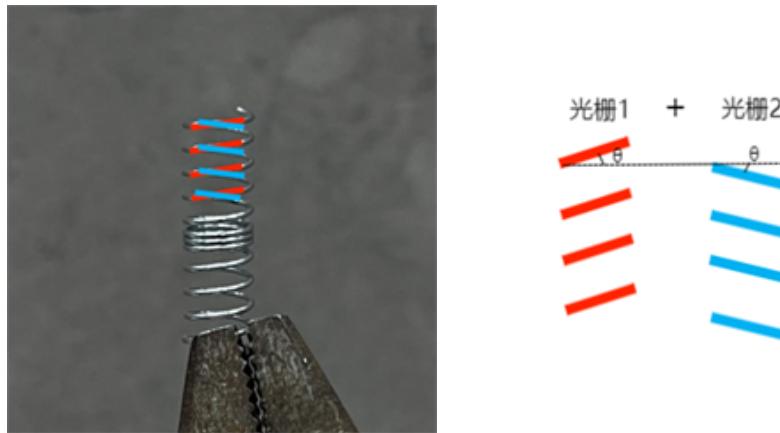


图 147: X 样貌的解释

将所拍摄得到的图片导入 Photoshop 软件, 测量模拟解、实验图、实物衍射花样的 X 样貌的锐夹角值, 结果如下:

表 1: 模拟解与实验图的锐夹角值

实验标号	1.a	1.b	2.a	2.b	3.a	3.b
锐角夹角值模拟解	$16.2 \pm 0.1^\circ$	$15.9 \pm 0.1^\circ$	$16.9 \pm 0.1^\circ$	$16.5 \pm 0.1^\circ$	$15.9 \pm 0.1^\circ$	$16.2 \pm 0.1^\circ$
锐角夹角值实验图	$15.7 \pm 0.1^\circ$	$17.2 \pm 0.1^\circ$	$16.8 \pm 0.1^\circ$	$15.2 \pm 0.1^\circ$	$15.9 \pm 0.1^\circ$	$16.0 \pm 0.1^\circ$

表 2: 弹簧实物的锐夹角值

弹簧种类	单弹簧	双弹簧
锐角夹值	$16.8 \pm 0.1^\circ$	$17.5 \pm 0.1^\circ$

可见衍射花样的锐夹角值大致都分布在 16° 附近, 与弹簧金属丝倾角 θ (测量值为 8.0°) 的二倍相当接近, 足以验证该解释的合理性。也即通过对现象 1 的解释, 可以推断出产生这般衍射花样的衍射屏具有螺旋结构。

对于现象 2（缺极）的解释：

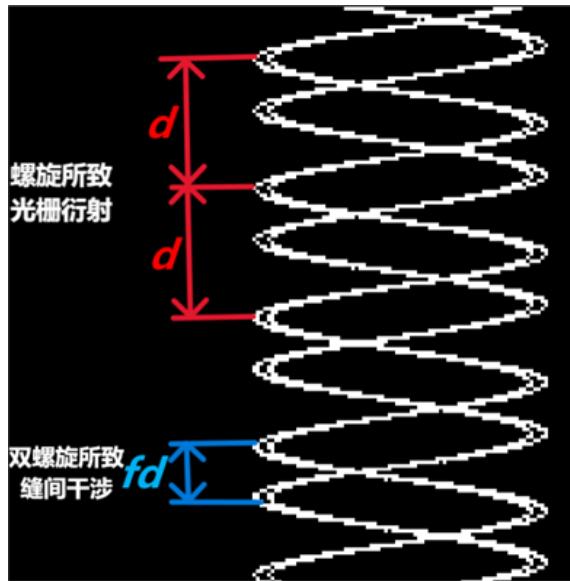


图 148：缺极的解释

单螺旋的多缝结构可以在衍射角为 ϕ 处产生极大，根据光栅的性质， ϕ 应满足 $m\lambda = d \sin \phi$ ，其中 d 为缝距， m 为整数。而两个螺旋同时出现时，当第 m 极大与双缝的干涉产生的极小重叠时，该 m 极大将表现为缺失。

我们记双螺旋之间偏移了 f （介于 0 1 之间的分数）倍螺距，即双缝间距为 fd 。因此第 m 极大缺失时候有

$$(2k + 1)\frac{\lambda}{2} = f d \sin \varphi = f m \lambda$$

其中 k 是整数。

令 $m = 4$ ，研究第四极大缺失的情况，得出 f 可能取值为 $f = 1/8, 7/8, 3/8, 5/8$ 。鉴于螺旋结构的空间重复性， $f=1/8, 7/8$ 的情形是等价的， $f=3/8, 5/8$ 的情形是等价的。对于 $f=1/8, 7/8$ 的情形，这样的双螺旋偏移对于 DNA 分子来说可能是过于小的。结合如上考虑，可以大致推断出双螺旋之间的偏移份数 f 为 $3/8$ （或 $5/8$ ）。

并且基于如上解释，我们还能得出衍射纹样的第 12 极大、第 20 极大也会发生缺失。

3 算法程序原理

3.1 二维衍射的计算机模拟

3.1.1 主要算法—S-FFT 算法

matlab 代码:

```

1 function [Uout, x2, y2]=fraunhofer_prop(Uin,lambda,delta,Dz)
2 N=size(Uin,1);
3 k=2*pi/lambda;
4 fx=(-N/2:N/2-1)/(N*delta);
5 [x2,y2] = meshgrid(lambda*Dz*fx);
6 clear('fx');
7 U_out=exp(1j*k*Dz)/(1j*k*Dz)*exp(1i*k/(2*Dz)*(x2.^2+y2.^2))...
8 .* fftshift(fft2(U0,N_ana,N_ana));
9 end
10 function G=fourier_2D(g, delta)
11 G=fftshift(fft2(g))*delta^2;
12 end

```

3.1.2 S-FFT 介绍

1. 离散傅里叶变换

离散傅里叶变换本质上为一种傅里叶变换的近似计算。在 1.1.1 的函数 fourier_2D 中使用了 fftshift 用于将处理前后函数的零频分量移动到数组中心, 而 fft2 为 Matlab 自带的库函数, 用来实现二维离散傅里叶。

2. 单次傅里叶变换算法 (S-FFT)

根据菲涅尔衍射积分

$$U(x, y, d) = \frac{\exp(jkd)}{j\lambda d} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0, 0) \exp\left[\frac{jk}{2d}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right] dx_0 dy_0 \quad (1)$$

对 $\exp\left[\frac{jk}{2d}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right]$ 进行展开后与傅里叶变换公式 (2) 对比

$$F(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (2)$$

便可设 $F_1(f_x, f_y)$ 为 $U_0(x, y, 0) \exp\left[\frac{jk}{2d}(x_0^2 + y_0^2)\right]$ 傅里叶变换后的函数其中 $f_x = \frac{x}{\lambda d}$, $f_y = \frac{y}{\lambda d}$, 可得 S-FFT 的数学表达:

$$U(x, y, d) = \frac{\exp(jkd)}{j\lambda d} \exp\left[\frac{jk}{2d}(x^2 + y^2)\right] F_1(f_x, f_y) \quad (3)$$

在本程序中, 由于 $[x_2, y_2]$ 为行列序号矩阵, 故可得到整幅图像经过 S-FFT 算法后的复振幅矩阵 (U_{out}) 最后 $U_{out} * conj(U_{out})$ 实现对每个元素进行模运算, 得到光强分布矩阵。

3.2 寻找衍射中心算法

3.2.1 主要算法

matlab 代码:

```

1 cnt=0;
2 flag_x=0;
3 flag_y=0;
4 for i=1:m
5 a=min(m, i+len );
6 for k=1:n
7 b=min(n, k+wid );
8 tem_arr=sum(X0( i:a ,k:b ),1);
9 vol=size(tem_arr);
10 tem=0;
11 for j=1:vol(2)
12 tem=tem+tem_arr(j);
13 end;
14 tem=tem/((a-i+1)*(b-j+1));
15 if tem >= cnt
16 flag_x=floor((i+a)/2);
17 flag_y=floor((k+b)/2);
18 cnt=tem;
19 end
20 end
21 end
22 y=flag_y;
23 x=flag_x;
```

3.2.2 算法介绍

此算法通过计算某一区域内的平均光强，并找到其中最大值来判断衍射中心，处于一下原因：

首先，由于中心点不一定为光强最大点且 CGH 获得的图片中有过曝，即大于一定阈值的光强转化为灰度图中均为 255，故本算法舍弃对单一像素点的光强大小的判断，转而判断一定区域内的平均光强；其次，部分非对称复杂图形的衍射图像中心不一定为对称轴交点，故本算法舍弃对图像对称性的判断；最后由于衍射后的光强分布不符合高斯分布等常规函数曲线，故本算法舍弃对图像的过曝部分进行曲线拟合。

4 结论

我们用对几种典型的复杂结构衍射进行了实验，辅助以计算机模拟后，得到了理想的结果。

5 参考文献

- [1] J. Thompson, G. Braun, D. Tierney, L. Wessels, H. Schmitzer, B. Rossa, H. P. Wagner, W. Dultz; Rosalind Franklin's X-ray photo of DNA as an undergraduate optical diffraction experiment. Am. J. Phys. 1 February 2018; 86 (2): 95–104.
- [2] Lucas, A. A. (2002). Rosetta Stone of the genetic language. International Journal of Quantum Chemistry, 90(4-5), 1491–1504. doi:10.1002/qua.10351
- [3] Yuwei Cui, Wei Zhang, Junhong Wang, Meina Zhang and Shuyun Teng; Fresnel diffraction of aperture with rough edge J. Opt. 17 (2015) 065607 (11pp)
- [4] 吕波, 许志军. 基于任意形状衍射屏的光学夫琅禾费衍射仿真. 西南师范大学学报 (自然科学版), 2018
- [5] ALLAIN, C., and CLOITRE, M., 1986, Phys. Rev.B, 33, 3566

致谢

感谢大学物理实验中心提供的优秀实验平台

感谢指导老师认真负责的指导