

中图分类号：TP371  
学科分类号：080605

论文编号：1028704 18-S000

# 硕士学位论文

## 基于重复控制器的 磁悬浮轴承转子振动抑制研究

研究生姓名 蔡凯文  
学科、专业 电气工程  
研究方向 磁悬浮轴承  
指导教师 邓智泉教授

南京航空航天大学

研究生院 自动化学院

二〇二〇年一月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics  
The Graduate School  
College of Automation and Engineering

# **Vibration Suppression for Magnetic Bearings based on Repetitive Controller**

A Thesis in  
Electric Engineering  
by  
Kaiwen Cai  
Advised by  
Prof. Zhiqian Deng

Submitted in Partial Fullfillment  
of the Requirements  
for the Degree of  
Master of Engineering

January, 2020

## 承诺书

本人声明所呈交的硕士学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南京航空航天大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。

本人授权南京航空航天大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

(保密的学位论文在解密后适用本承诺书)

作者签名: \_\_\_\_\_  
日 期: \_\_\_\_\_

## 摘要

磁悬浮轴承具有无摩擦、无需润滑、轴承动力学特性可调等优点，被广泛应用于透平机械。然而转子质量不平衡和传感器检测面不均匀等因素导致磁悬浮轴承闭环控制系统中存在与转速同频和倍频的正弦扰动信号，引起磁悬浮轴承控制系统功率消耗上升、电机机壳振动加剧甚至是整机失稳。本文针对磁悬浮轴承中的同频与倍频振动问题提出一套新的组合方案：零相移奇数次重复控制器抑制同频与倍频振动和基于该控制器的现场动平衡方法抑制同频振动。

本文提出了零相移奇数次重复控制器用于解决质量不平衡和传感器误差引起的同频和倍频振动问题。该方法可以有效抑制消除控制电流基波和谐波，进而抑制磁悬浮轴承上的振动力。该方法解决了传统重复控制器谐波抑制频率冗余、谐波抑制效果随频率上升而削弱的问题，显著提升了重复控制器在磁悬浮轴承中的谐波抑制性能。

为进一步抑制同频振动，本文提出了基于零相移奇数次重复控制器的现场动平衡方法。该方法弥补在线振动控制算法无法同时达到振动位移最小化和振动力最小化目标的缺陷，实现同时抑制同频振动力和振动位移。该方法基于前文设计的零相移奇数次重复控制器，无需进行额外的参数调整；与传统动平衡方法相比，无需拆装转子或多次试重，操作更加便捷。

本文搭建了由 ARM 和 FPGA 芯片组成的磁悬浮轴承数字控制平台，基于此平台验证了上述组合方案可以有效解决磁悬浮轴承振动问题：消除电流基波和谐波、降低基座振动力、降低转子振动位移。

关键词：磁悬浮轴承，振动抑制，同频振动，倍频振动，重复控制器，现场动平衡

## ABSTRACT

Magnetic bearing has been widely used in turbo-machinery owing to its numerous advantages including no friction, no need for lubrication and adjustable rotor dynamics. However, rotor mass unbalance and sensor runout cause the existence of synchronous and multi-frequency sinusoidal disturbance in the closed-loop system. Such disturbance leads to higher power consumption of magnetic bearing control system, intensified vibration in the housing and even loss of stability. To solve this problem, this paper proposes a novel set of solution which concludes the Zero-phase Odd-harmonic Repetitive Controller(ZORC) and the field balancing method based on the ZORC.

The proposed ZORC is aimed at the suppression of synchronous and multi-frequency vibration. The proposed method can eliminate fundamental and harmonic control currents and thus suppress vibration force in the housing. It further improves the performance of Conventional Repetitive Controller(CRC) which has the drawbacks of redundant actions at certain frequencies and degraded suppressing capability at high-order frequencies.

The field balancing method based on the proposed ZORC was proposed to further suppress synchronous vibration. The proposed field balancing method can achieve the minimization of vibration and vibration displacement at the same time, while online vibration control algorithms cannot. The proposed field balancing method was totally based on the aforementioned ZORC, thus there is no need to design the parameters again. Compared with conventional balancing methods, the proposed method saves time spent on uninstalling and installing rotor.

A digital control system consisting of a ARM chip and a FPGA chip was developed in this paper. Experimental results carried out in this test rig showed the proposed solution can significantly eliminate synchronous and multi-frequency vibration currents, suppress housing vibration and decrease displacement vibration.

**Keywords:** field balancing, magnetic bearing, multi-frequency vibration, repetitive controller, synchronous vibration, vibration suppression

## 目录

第一章 绪论.....	1
1.1 磁悬浮电机概述.....	1
1.2 磁悬浮轴承研究现状 .....	2
1.3 磁悬浮轴承振动抑制技术研究现状 .....	4
1.4 本文的研究工作和安排 .....	7
第二章 磁悬浮系统和振动模型.....	8
2.1 磁悬浮系统工作原理 .....	8
2.2 磁悬浮转子动力学模型 .....	9
2.3 磁悬浮系统振动模型 .....	11
2.3.1 转子质量不平衡.....	11
2.3.2 位移传感器误差.....	12
2.4 磁悬浮轴承控制性能验证 .....	13
2.5 本章小结 .....	16
第三章 基于重复控制器的主动振动抑制方法.....	17
3.1 传统整数次重复控制器 .....	17
3.1.1 工作原理 .....	17
3.1.2 稳定性分析 .....	19
3.2 零相移奇数次重复控制器 .....	20
3.2.1 工作原理 .....	20
3.2.2 稳定性分析 .....	22
3.2.3 零相移低通滤波器设计 .....	22
3.2.4 相位补偿器设计.....	24
3.3 仿真与实验分析.....	25
3.4 本章小结 .....	30
第四章 基于重复控制器的现场动平衡方法.....	31
4.1 需试重的现场动平衡方法.....	31
4.1.1 影响系数法 .....	31
4.1.2 改进的影响系数法.....	32

4.2 无需试重的现场动平衡方法.....	32
4.2.1 零位移法辨识转子偏心距.....	33
4.2.2 零力法辨识转子偏心距.....	34
4.2.3 零电流法辨识转子偏心距.....	35
4.3 基于重复控制器的现场动平衡方法.....	36
4.3.1 零电流控制 .....	36
4.3.2 辨识偏心距 .....	38
4.3.3 计算校正质量 .....	39
4.4 实验分析 .....	40
4.5 本章小结 .....	45
第五章 磁悬浮轴承数字控制平台的实验研究.....	47
5.1 硬件设计 .....	47
5.2 软件设计 .....	50
5.2.1 实时控制程序 .....	50
5.2.2 用户交互程序 .....	50
5.3 本章小结 .....	52
第六章 总结与展望 .....	53
6.1 研究内容总结 .....	53
6.2 下一步工作展望 .....	53
参考文献 .....	54
致谢 .....	57
在学期间的研究成果及学术论文情况 .....	58

## 图表清单

图 1.1	国外磁悬浮电机的应用 .....	3
图 1.2	国内磁悬浮电机的应用 .....	4
图 2.1	磁悬浮离心压缩机结构示意图 .....	8
图 2.2	转子质量不平衡造成几何轴和惯性轴偏离旋转轴 .....	11
图 2.3	传感器检测面不均与引起检测误差.....	12
图 2.4	磁悬浮轴承系统控制框图.....	13
图 2.5	磁悬浮轴承输出敏感度示意图 .....	14
图 2.6	径向控制通道输出敏感度函数曲线.....	15
图 2.7	轴向控制通道输出敏感度函数曲线.....	16
图 3.1	一种周期信号发生器 .....	17
图 3.2	使用重复控制器抑制电流谐波的控制框图 .....	18
图 3.3	奇数次、偶数次信号发生器组合示意图 .....	21
图 3.4	使用奇数次重复控制器抑制电流谐波的控制框图 .....	21
图 3.5	不同参数下的低通滤波器幅频曲线.....	23
图 3.6	$L_0(z)$ 、 $L_1(z)$ 和 $L_2(z)$ 传递函数幅频曲线 .....	25
图 3.7	CRC 和 ZORC 仿真模型 .....	26
图 3.8	加入 CRC 和 ZORC 的 $i_{XB}$ 时域仿真波形: (a) 加入 CRC 前后电流波形, (b) 加入 ZORC 前后电流波形 .....	26
图 3.9	转子 250Hz 时的控制电流时域波形实验测量结果: (a) 加入 CRC 前后电流波形, (b) 加入 ZORC 前后电流波形 .....	27
图 3.10	转子 250Hz 时的控制电流频谱实验测量结果: (a)PID, (b)PID+CRC, (c)PID+ZORC	28
图 3.11	转子 250Hz 时两端的轴心轨迹实验测量结果: (a)PID, (b)PID+CRC, (c)PID+ZORC	29
图 3.12	转子 250Hz 时定子基座的加速度实验测量结果:(a)PID,(b)PID+CRC,(c)PID+ZORC	29
图 4.1	圆盘静止时几何中心、质量中心、旋转中心和偏心距的分布 .....	33
图 4.2	几何中心与旋转中心重合时圆盘的偏心距分布.....	34
图 4.3	质量中心与旋转中心重合时圆盘的偏心距分布.....	35
图 4.4	插入陷波器的闭环系统控制框图.....	36
图 4.5	转子不平衡质量引起的位移振动 .....	41

图 4.6 加入陷波器前后控制电流时域波形 .....	42
图 4.7 加入陷波器前后 $i_{XB}$ 频谱 .....	43
图 4.8 加入重复控制器前后控制电流时域波形 .....	43
图 4.9 加入重复控制器前后 $i_{XB}$ 频谱 .....	44
图 4.10 现场动平衡前后 $i_{XB}$ 、 $i_{XA}$ 同频分量幅值 .....	45
图 4.11 现场动平衡前后 $x_{sB}$ 、 $x_{sA}$ 同频分量幅值 .....	46
图 4.12 基于重复控制器法的现场动平衡方案流程图 .....	46
图 5.1 磁悬浮轴承数字控制平台 .....	47
图 5.2 磁悬浮轴承系统硬件组成 .....	48
图 5.3 开关功率放大器单路全桥拓扑 .....	48
图 5.4 磁轴承系统控制顶层软件结构 .....	50
图 5.5 磁轴承系统实时控制程序 .....	51
图 5.6 磁轴承系统参数调节程序 .....	51
图 5.7 磁轴承系统输出敏感度函数测量程序 .....	52
 表 2.1 磁悬浮离心压缩机电气参数 .....	8
表 2.2 磁悬浮离心压缩机中磁悬浮轴承系统参数 .....	11
表 2.3 ISO 14839-3 定义磁悬浮轴承输出敏感度函数峰值稳定区间标准 .....	15
表 3.1 250Hz 时磁悬浮轴承系统功率实验测量结果 .....	27
表 4.1 径向各自由度在 250Hz 的输出敏感度相位 .....	42
表 4.2 现场动平衡初始配重及辨识质量 .....	44
表 5.1 STM32F407ZET6 性能参数 .....	49
表 5.2 Cyclone IV EP4CE40F23I7 性能参数 .....	49

## 注释表

$x_{sA}$	转子几何轴在 A 端位移传感器 截面处 $x$ 轴方向的位移	$m_A$	校正盘 A 上的增重质量大小
		$m_B$	校正盘 B 上的增重质量大小
$y_{sA}$	转子几何轴在 A 端位移传感器 截面处 $y$ 轴方向的位移	$\phi_A$	校正盘 A 上的增重质量相位
		$\phi_B$	校正盘 B 上的增重质量相位
$x_{sB}$	转子几何轴在 B 端位移传感器 截面处 $x$ 轴方向的位移	$k_f$	陷波器增益
		$\theta_f$	陷波器相位角
$y_{sB}$	转子几何轴在 B 端位移传感器 截面处 $y$ 轴方向的位移	$\Omega_f$	陷波器中心频率
		$N_f(s)$	陷波器开环传递函数
$x_{bA}$	转子几何轴在 A 端磁轴承处 $x$ 轴方向的位移	$N(s)$	陷波器闭环传递函数
		$S_0(s)$	输出敏感度函数
$y_{bA}$	转子几何轴在 A 端磁轴承处 $y$ 轴方向的位移	$\varepsilon$	重复控制器控制增益
		$f_s$	控制频率
$x_{bB}$	转子几何轴在 B 端磁轴承处 $x$ 轴方向的位移	$T_s$	控制周期
		$k_{sA}$	A 端磁轴承位移刚度
$y_{bB}$	转子几何轴在 B 端磁轴承处 $y$ 轴方向的位移	$k_{sB}$	B 端磁轴承位移刚度
		$k_{iA}$	A 端磁轴承电流刚度
$I_x$ 、 $I_y$ 、 $I_z$	转子绕 $x$ 、 $y$ 和 $z$ 轴的惯性力矩	$k_{iB}$	B 端磁轴承电流刚度
		$k_s$	位移刚度
$q_s$	位移传感器坐标下转子几何轴 位移	$f_c$	截止频率
		$\omega_s$	控制角频率
$q_\Delta$	转子几何轴与惯性轴之间的偏 移量	$\omega_d$	扰动信号基波角频率
		$k_s$	位移刚度
$\hat{q}_s$	位移传感器坐标下转子几何轴 观测位移	$f_m$	磁悬浮力
		$k_i$	电流刚度
$z_c(t)$	转子端面的质量中心的平面轨 迹	$z_g(t)$	转子端面几何中心的平面轨迹
		$z_\Delta(t)$	转子端面偏心距的平面轨迹
$f_z(t)$	转子端面的磁悬浮力的平面轨 迹	$G_w(s)$	功率放大器传递函数
		$G_c(s)$	PID 控制器传递函数

$\eta_g(t)$	广义坐标系下转子几何轴中心的平动位移	$G_s(s)$	位移传感器传递函数
		$G_{rc}(z)$	传统重复控制器开关传递函数
$v_g(t)$	广义坐标系下转子几何轴中心的转动位移	$l_{bA}$	A 端磁轴承到质心的距离
		$l_{bB}$	B 端磁轴承到质心的距离
$\eta_\Delta(t)$	广义坐标系下转子偏心距离的平动位移	$l_{sA}$	A 端位移传感器到质心的距离
		$l_{sB}$	B 端位移传感器到质心的距离
$v_\Delta(t)$	广义坐标系下转子偏心距离的转动位移	$l_{cA}$	A 端校正盘到质心的距离
		$l_{cB}$	B 端校正盘到质心的距离
$q_i$	广义坐标下转子惯性轴位移	$q_b$	轴承坐标下转子几何轴位移
$q_g$	广义坐标下转子几何轴位移	$\Theta q_s$	位移传感器测量误差
$\beta_i$	转子惯性轴绕 $y$ 轴的旋转角度	$\beta_g$	转子几何轴绕 $y$ 轴的旋转角度
$\alpha_i$	转子惯性轴绕 $x$ 轴的旋转角度	$\alpha_g$	转子几何轴绕 $x$ 轴的旋转角度
$x_i$	转子惯性轴在 $x$ 轴方向的位移	$x_g$	转子几何轴在 $x$ 轴方向的位移
$y_i$	转子惯性轴在 $x$ 轴方向的位移	$y_g$	转子几何轴在 $x$ 轴方向的位移
$\sigma$	转子动平衡的幅值	$\gamma$	转子动不平衡的初相位
$\xi$	转子静平衡的幅值	$\theta$	转子静不平衡的初相位
$i_{XA}$	XA 通道控制电流	$i_{XB}$	XB 通道控制电流
$i_{YA}$	YA 通道控制电流	$i_{YB}$	YB 通道控制电流

## 缩略词

缩略词	英文全称
CRC	Conventional Repetitive Controller
ZORC	Zero-phase Odd-harmonic Repetitive Controller
PMB	Permanent Magnetic Bearing
HMB	Hybrid Magnetic Bearing
ISMB	International Symposium on Magnetic Bearings
CSMB	Chinese Symposium on Magnetic Bearings
LMS	Least Mean Square
PID	Proportion Integration Differentiation
DSP	Digital Signal Processor
ADC	Analog to Digital Converter
FPU	Floating Point Uint
FPGA	Field Programmable Gate Array
PLL	Phase Locked Loop

## 第一章 绪论

### 1.1 磁悬浮电机概述

轴承是旋转机械中必不可少的组件之一。传统机械轴承依靠滚珠结构支撑转子，该结构经过长期的发展和研究已经取得较高的精度和可靠性。然而在高速透平机械领域，传统机械轴承的应力和摩擦力问题往往使得其支撑的转子转速不能过高，因此限制其无法广泛应用与高速电机；在医疗行业中，无菌环境对仪器设备的清洁性要求十分严格，机械轴承需要定期添加润滑剂维护的特性不利于其在此种场合下的应用。与此形成对比的是磁悬浮轴承技术：磁悬浮轴承使用磁力将转子吸引在轴承中心，定子（轴承）与转子之间无物理接触。轴承中不再有应力和摩擦力问题，磁悬浮轴承可以支撑转子更高速运转。此外，磁悬浮轴承无需使用润滑剂，因而其具有无菌或清洁场合应用的优势。磁悬浮轴承通过主动控制的方式支撑转子的特性使得传统机械轴承中通常设计完成即固定的属性，如轴承刚度、轴承阻尼等，可以通过主动控制的方式进行调节，以适应不同场合对转子动力学特性的需求。本文将采用磁悬浮轴承的电机统称为磁悬浮电机。磁悬浮轴承的无摩擦、无需润滑、寿命长以及动力学特性可调节的优点，使得工业领域出现多种类型的磁悬浮电机，如磁悬浮分子泵、磁悬浮离心机、磁悬浮压缩机等。

磁悬浮电机的典型应用之一是磁悬浮空气压缩机。工业环境中不同的生产制造阶段对输入气体的压力、流量和温湿度等条件有不同的要求。空气压缩机可将空气进行压缩、增大气体压强，为气动设备输送不同条件的气源。空气压缩机是冶金、制冷等诸多行业中的重要设备。

与其他常规设备不同，空气压缩机的设备总成本的一大部分是后期维护成本和能源消耗成本。空气压缩机的比功率和气流量等的参数设置均会影响其运行效率，而另一个重要的能源消耗是空气压缩机的转子和机械轴承的摩擦带来的能量流失、机械零部件消耗以及润滑材料的损耗。目前的空气压缩机大部分采用机械轴承，此类轴承系统存在以下问题：(1) 高速转子和机械轴承之间需要设计良好的油路进行润滑和冷却；(2) 由于机械轴承的最大应力限制，空气压缩机的转速无法达到理想的高速或超高速水平；(3) 电机转子的质量分布不平衡引起振动力，加剧噪声同时加速机械轴承磨损。机械轴承存在的以上弊端降低了空气压缩机的性能，增加了空气压缩机的结构复杂度，同时增加了系统的功耗以及维护和运行成本。磁悬浮空气压缩机即可借助磁力控制的优势，无接触地支撑转子高速旋转，并可通过振动抑制技术消除电机转子质量分布不平衡带来的不利影响，具有广阔的应用前景。

## 1.2 磁悬浮轴承研究现状

按照轴承力的来源，电磁轴承可以分为三类：被动式磁轴承（Permanent Magnetic Bearing，简称 PMB）、主动式磁轴承（Active Magnetic Bearing，简称 AMB）、混合式磁轴承（Hybrid Magnetic Bearing，简称 HMB）。被动式磁轴承的轴承力仅来源于永久磁铁，由于其固有阻尼极低，所以被动式磁轴承的工业应用范围较小；主动式磁轴包含铜线圈或其他主动控制单元，可根据控制目标的变化实时调节电磁力的大小，同时由于电磁铁的磁场力可控，磁场力的动态特性方便调节，所以主动式磁轴承的应用范围较广；混合式磁轴承又称作永磁偏置磁轴承，其磁场力由永磁体产生的偏置磁场和受控的电流共同作用产生。混合式磁轴承的开关功放的功率更小，损耗更低，这使得混合式磁轴承布局紧凑、效率更高。

关于磁悬浮轴承的研究可以追溯到 1842 年，英国科学家 Earnshaw 提出且证明了铁磁体仅通过被动磁力相互吸引或排斥的方式实现六自由度稳定悬浮<sup>[1]</sup>。直到一百年后第二次世界大战曼哈顿计划中，美国弗吉尼亚大学的 Jesse Beams 才将磁悬浮技术首次应用在提取同位素的离心机上。1937 年，德国工程师 Kemper 申请了一项磁悬浮轴承的专利<sup>[2]</sup>，这正是稍后出现的磁悬浮列车的前身。1969 年，德国高速单轨磁悬浮列车公司 Transrapid 开始进行磁悬浮列车实验。1976 年，瑞典 SKF 公司和法国 SEP 公司一起投资成立 S2M 公司，标志着磁悬浮技术正是开始走向商用阶段。1983 年，德国 Transrapid 公司展出磁悬浮列车 Transrapid 06，速度达 406 千米/时。1997 年，日本 Terumo 公司、NTN 公司和 Setsunan University 大学研究团队在成年羊体内移植人造心脏泵，羊存活时间超过一年<sup>[3]</sup>。

国内对磁悬浮技术的研究始于 20 世纪 90 年代。1988 年，长沙国防科技大学杨泉林尝试使用状态空间法进行磁悬浮轴承控制器的参数设计<sup>[4]</sup>，仿真效果良好，但是未进行实验验证。1992 年，西安交通大学李黎川提出使用电流作为控制量以降低系统阶数，理论分析表明非线性程度可以得到大幅改善<sup>[5]</sup>。1996 年，哈尔滨工业大学赵雷对磁悬浮轴承中的磁悬浮建模、非线性力控制问题做了诸多研究<sup>[6,7]</sup>。1998 年，北京工业大学黄晓蔚率先开始对数字化磁轴承控制系统的研究，实现 16 千克转子 12000 转/分的稳定运转<sup>[8]</sup>。1999 年，清华大学从华研究了磁悬浮轴承控制系统中的电涡流传感器的模型和设计方法，提高了位移传感器的带宽<sup>[9]</sup>。2000 年后，国内磁悬浮轴承的研究呈现较大的发展。清华大学对磁悬浮轴承和刚度和阻尼等参数做了诸多深入的研究<sup>[10]</sup>。南京航空航天大学研究磁悬浮轴承的结构设计，提出多种混合磁悬浮轴承设计方案，并将其应用在多种类型的电机上<sup>[11,12]</sup>。武汉理工大学关注磁悬浮控制系统的控制方法研究，如变参数 PID 控制、模糊控制<sup>[13,14]</sup>。上海大学研究了磁悬浮轴承在机床主轴中的应用，转子稳定运行转速达到 8000 转/分<sup>[15]</sup>。哈尔滨工业大学设计磁悬浮结构，将其应用于分子泵中<sup>[16]</sup>。山东大学针对人工心脏泵提出了多种磁悬浮应用方案<sup>[17,18]</sup>。

学界磁悬浮轴承主题会议有国际磁悬浮轴承会议 (International Symposium on Magnetic Bear-

ings, 简称 ISMB) 和中国磁悬浮轴承会议 (Chinese Symposium on Magnetic Bearings, 简称 CSMB)。前者自 1988 年开始, 每两年举办一次, 至 2019 年已成功举行了十六届。后者自 2005 年开始, 每两年举办一次, 至 2019 年已成功举行了七届。定期举行的会议为世界各地的磁悬浮技术研究学者提供了学术交流的平台, 大幅促进了磁悬浮技术的发展。

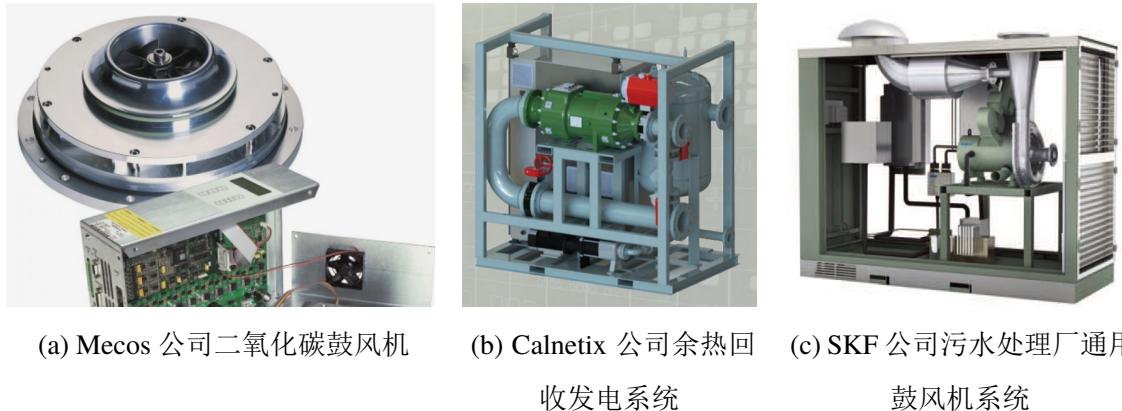


图 1.1 国外磁悬浮电机的应用

工业领域磁悬浮技术已经成熟发展。瑞士 Mecos 公司、美国 Calnetix 公司和 Waukesha 公司、瑞典的 SKF 公司、加拿大的 REVOLVE 公司、法国的 S2M 公司 (现已被 SKF 收购)、德国的 LEViTEC 公司、芬兰的 High Speed 公司、俄罗斯的 OKBM 和日本的精工在磁悬浮的商业应用上占据主流市场地位。图 1.1 是 Mecos 公司 2019 年在售产品二氧化碳鼓风机, 二氧化碳用作某些新能源发电场合的冷却介质, 二氧化碳鼓风机用于产生高速气流。该鼓风机电机功率 15 千瓦, 稳定运行速度可达 54000 转/分。Calnetix 公司的余热回收发电系统如图 1.1 所示, 其中磁悬浮发电机发电功率可达 125 千瓦, 电机转速可达 26500 转/分。SKF 公司为污水处理厂通用鼓风机系统提供 75 至 350 千瓦功率的磁悬浮无油电动机解决方案如图 1.1 所示, 其电动机转子转速可达 40000 转/分, 转子位移采集频率可达 15 千赫兹。

国内磁悬浮轴承技术商用成熟的公司有天津飞旋科技、南京磁之汇电机有限公司和南京磁谷科技。天津飞旋科技由清华大学的技术团队创立, 现已有商用产品磁悬浮复合分子泵、磁悬浮高速永磁同步电机和磁悬浮离心鼓风机等; 南京磁之汇电机有限公司由南京航空航天大学的技术团队创立, 研制产品有磁悬浮压缩机。南京磁谷科技的磁悬浮离心式鼓风机进口流量可达 280 立方米/分, 已应用在多种场合。上述产品如图 1.1 所示。国内磁悬浮电机市场正处于高速发展时期, 如何将学术界的研究成果转换应用在工业领域, 充分发挥磁悬浮技术的节能、清洁优势, 是目前行业同仁们共同致力解决的问题。

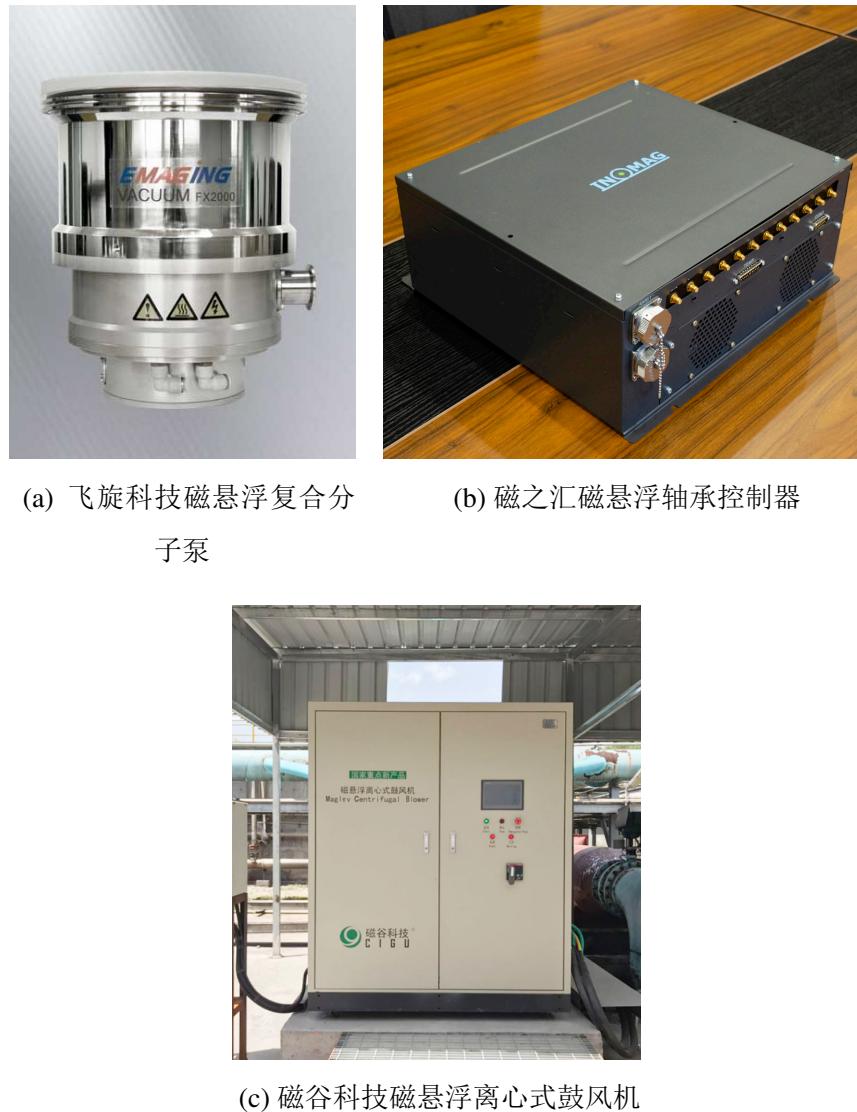


图 1.2 国内磁悬浮电机的应用

### 1.3 磁悬浮轴承振动抑制技术研究现状

理想情况下，转子位于轴承中心位置绕自身几何轴旋转，轴线绕组中的控制电流仅含有直流分量用于克服外界恒定作用力，如转子自身重力。而实际系统中，电流中往往不仅包含直流分量，也含有周期性的交流分量。该交流分量导致磁轴承对转子施加周期性磁场力，进而使基座受到同频反作用力，由此产生振动。

磁轴承的不平衡控制目标有三类。第一类是实现零电流控制：线圈中的控制电流为交流分量为零，则系统可以实现最低电力功耗，但是残余的位移刚度仍会引起部分残余的不平衡振动；第二类是实现零力控制：控制磁轴承电磁力的交流分量为零，此状态下可以实现最低振动

力为零，但是此时控制电流交流分量幅值不为零；第三类是零位移控制：控制转子的旋转轴与几何轴重合，达到高回转精度的要求，但是会加剧振动力。

第一类和第二类控制目标适用于动力传动领域，如鼓风机或压缩机，此类应用场合往往对转子的回转精度要求不高，而要求整机功耗或振动力越小越好；第三类控制目标适用于机械加工领域，如机床加工电主轴，此类应用场合要求转子具有非常的回转精度，以满足高精度加工需求。磁悬浮空气压缩机转速高、功耗大，控制目的是降低功耗以及降低振动，因此本文的不平衡振动的控制目标是第一类或第二类。

实际工作状况下，磁悬浮轴承支承的空气压缩机转子在额定转速范围内高速旋转，转子不平衡带来的振动大幅增加了系统的功耗、降低了系统的稳定性，并且带来的噪声污染问题。因此，研究如何抑制磁悬浮轴承振动具有重要意义。

磁悬浮轴承中的振动主要来源是转子质量不平衡、传感器偏差和磁极偏差。转子质量不平衡是指由于机械加工的工艺限制，转子的几何轴和惯性轴不重合，由此使得旋转轴介于几何轴和惯性轴之间，引起与转速同频的振动力；传感器偏差是指被传感器检测的转子表面为非理想圆形，且检测面材料不均匀会在测量得到的位移信号中引入同频或者倍频信息，引起同频或倍频振动力；磁极偏差是指径向磁极对称中心与转子旋转中心不重合，该因素影响较小，通常可忽略不计。

许多文献针对磁悬浮轴承中的同频振动问题做了深入研究。1983年，Burrows 通过开环控制的方式抑制转子不平衡位移响应，实现不平衡补偿，该方法依赖于转子不平衡响应数据以及影响矩阵  $T^{[19]}$ 。1989年，Burrows 在其前文研究基础上加入自适应环节，实现最优矢量自动更新<sup>[20]</sup>。1993年，Knospe 在 Burrows 方法的基础上采用自适应方法，进一步研究了影响系数矩阵  $T$  在线生成<sup>[21]</sup>。1994年，N., Taguchi 提出自适应反馈补偿方法自动平衡或不平衡补偿，同频补偿信号注入到控制回路中实现零位移或者零力控制，该方法的缺点是无法从理论上证明收敛性<sup>[22]</sup>。1995年，Mohamed 提出使用 Q-parameterization 方法实现自动平衡<sup>[23]</sup>。1996年，Herzog 提出通用陷波器实现自动平衡，该方法基于闭环系统设计，且通过测量系统的输出敏感度函数、无需精准的系统参数模型，具有参数设计流程简单，且可以保持原闭环系统的稳定性的优点，该方法后被广泛引用并研究<sup>[24]</sup>。1996年，Matsumura 使用 H 无穷控制策略实现自动平衡<sup>[25]</sup>。1997年，HS Na 在不改变环路的稳定性的条件下，插入最小均方（Least Mean Square，简称 LMS）滤波器抑制不平衡振动位移，实现不平衡补偿<sup>[26]</sup>。2004年，J.Shi 使用自适应方法实现自动平衡，控制器的稳定性是靠不断更新参数来实现的<sup>[27]</sup>。2005年，Chao 使用时域迭代学习控制和增益调度方法，实现自动平衡，它使用跟随转速变化学习周期和学习增益来达到系统的稳定<sup>[28]</sup>。2006年，Matras 引入模型参考自适应方法，可解决 MIMO（Multiple Input Multiple Output，简称 MIMO）耦合问题。其基本思想是令一扰动输入的对象，通过自适应方法跟踪一无扰动输入的参考模型，以抑制对输入扰动的响应。仿真与实验结果证明，对频率已知、持续稳定的正弦激励，

## 基于重复控制器的磁悬浮轴承转子振动抑制研究

即便幅值未知、且随时间发生改变,该方法仍有效。缺点是在应用过程中,参数中的权重阵选取很关键,且算法收敛速度较慢<sup>[29]</sup>。2006年,彭晓军提出约束条件更加严格的通用陷波器设计方法<sup>[30]</sup>,补充1996年通用陷波器设计未考虑“低阻尼振荡现象”的问题。2007年,Vahedforough提出改进的自适应不平衡控制方法,该方法采用两个自适应观测器,实现自动平衡<sup>[31]</sup>。2012年,徐向波提出了一种基于相移通用陷波反馈控制的同频电流抑制方法,可有效抑制控制器、功放系统产生的同频电流,实现自动平衡<sup>[32]</sup>。2014年,缪存孝在2012年徐向波的研究基础上,考虑感应电动势,抑制同频电流<sup>[33]</sup>。2015年,崔培玲采用相移陷波器,以同频振动力为控制目标,消除同频振动力,实现自动平衡<sup>[34]</sup>。2016年,彭聪提出谐振控制器解决传统控制策略不是针对时变转速的问题,以及针对时变转速但是控制器结构复杂的问题,该方法补偿掉位移负刚度,实现自动平衡<sup>[35]</sup>。2017年,彭聪提出使用多谐振控制器抑制基波和谐波电流,实现自动平衡<sup>[36]</sup>。

另一方面,针对位移传感器引入的倍频扰动问题,亦有许多文献做了相关的研究。第一类控制方法是将多个针对单一频率的振动抑制器连接在一起。Mahdi Darbandi 将多个陷波器组合来消除谐波电流,同时根据系统的输出敏感度函数曲线来设计陷波器参数,以保证闭环系统稳定性<sup>[37]</sup>。然而,当需要一定的谐波频率数量较多时,需要组合多个陷波器,由此使得计算负担迅速加大。重复控制器具有单路结构消除多种频率扰动的能力,适合谐波抑制场合。重复控制器早期应用于电源系统中以消除跟踪误差<sup>[38]</sup>,徐向波将重复控制器应用在磁悬浮轴承控制中,消除了控制电流中的谐波成分<sup>[39]</sup>。崔培玲改进了重复控制器的结构,将重复控制器的低通滤波器移动至延时环路之外,由此得到了更好的电流谐波抑制效果<sup>[40]</sup>。周克亮提出奇数次重复控制器的应用方法,其应用场合是 PWM 变换器<sup>[41]</sup>。但磁悬浮轴承是开环不稳定结构,奇数次重复控制器不能直接从 PWM 变换器移植到磁悬浮轴承的控制回路中。如何在磁悬浮轴承中应用重复控制器——理论推导、稳定性分析、参数设计仍是有待深入研究的问题。

除上述提到的针对同频和倍频扰动的主动控制抑制方法,还有使用现场动平衡技术的同频振动抑制方法。主动振动抑制方法无法同时实现零电流或者零位移控制,这是因为闭环控制之下,无法通过调节控制器参数同时实现减小轴承刚度和增大轴承刚度。动平衡技术校正不平衡质量,可以从源头上除去同频扰动,进而达到既抑制电流同频成分又抑制位移同频成分的目的。传统的动平衡借助动平衡机完成,该方法需要将电机转子单独放置在动平衡机上,通过增重或去重完成转子不平衡质量校正之后再装回电机。然而磁悬浮转子进行动平衡时,动平衡机的轴承系统与磁悬浮电机的轴承系统不一定重合,由此会引入校正误差,导致即使在动平衡机上达到了良好的校正效果,转子在工况下旋转时仍有残余不平衡质量。借助磁悬浮可主动控制的特性,磁悬浮电机的转子动平衡过程可以在电机本体内完成,无需拆装转子,此过程称之为现场动平衡。影响系数法和模态平衡法是比较常用的现场动平衡方法,影响系数法是基于假设控制系统是线性的前提,通过多轮试重得到校正质量<sup>[42,43]</sup>。模态平衡法是先构建转子的有限元模型,然后通过实际的振动响应曲线来校正有限元模型。这两种方法的缺点是都需要多轮试重和振动

响应测试<sup>[44]</sup>。为了简化动平衡操作过程、降低时间消耗，近年来一些文献相继提出多种无需试重的现场动平衡方法。该方法可分为两大类：一、抑制不平衡振动位移，使转子旋转轴趋于几何轴，通过转子的控制电流辨识不平衡质量矢量<sup>[45,46]</sup>。二、抑制不平衡振动力，使转子旋转轴趋于惯性轴，通过转子的位移辨识不平衡质量矢量<sup>[47]</sup>。上述控制方法均需要抑制电流或位移中的交流分量，以达到控制转子旋转轴的目的。然而，以上文献仅关注了同频扰动成分的抑制，没有考虑倍频扰动成分的抑制，因此对不平衡质量的辨识结果准确度有限。

## 1.4 本文的研究工作和安排

本文以抑制磁悬浮轴承系统中振动力为控制目标，分析了磁悬浮轴承系统的控制原理和振动模型，提出了一套组合方案来抑制振动，并在磁轴承数字控制平台上完成仿真和实验验证。本文具体的研究内容安排如下：

第一章介绍了磁悬浮电机的发展和应用现状，分析了国内外对磁悬浮轴承技术的研究发展。对同频和倍频振动抑制方法、重复控制器和现场动平衡技术的研究现状做了详尽的调研。

第二章研究了磁悬浮系统的工作原理，建立了磁悬浮轴承支撑的刚性转子动力学模型和考虑质量不平衡和传感器位移误差在内的磁悬浮系统的振动模型，进行了输出敏感度实验验证了控制器性能的可靠性。

第三章针对磁悬浮轴承中质量不平衡和传感器误差引起的同频和倍频振动，分析了使用传统重复控制器（Conventional Repetitive Controller，简称 CRC）来抑制振动的原理。针对 CRC 方法的不足，本文提出了零相移奇数次重复控制器（Zero-phase Odd-harmonic Repetitive Controller，简称 ZORC）控制方案，阐述了该方法稳定性分析方法和参数设计步骤，通过仿真和实验验证了 ZORC 的有效性与优越性。

第四章针对主动振动抑制方法无法同时实现振动位移最小和振动力最小的问题，提出使用基于 ZORC 的现场动平衡方法，进一步抑制质量不平衡引起的同频振动。分析了该方法的原理与实际操作流程，通过实验验证了该方法的有效性。

第五章介绍了磁悬浮轴承数字控制平台的实验方案设计。介绍了硬件模块和软件设计流程，包括软件主要组成部分的设计。

第六章总结了全文的研究内容，提出了下一步的工作展望。

## 第二章 磁悬浮系统和振动模型

本章将分析磁悬浮轴承系统的控制原理，建立广义坐标系下的转子振动模型。

### 2.1 磁悬浮系统工作原理

本文研究的磁悬浮电机为磁悬浮离心压缩机，它是由一个永磁同步电机和分立在两端的两套轴向径向磁轴承组成，结构如图 2.1 所示。其中校正盘 A 和校正盘 B 处设计为叶轮安装位置，本文第三章实验中该位置处安装叶轮，第四章实验中安装校正盘。该磁悬浮离心压缩机的电气参数如表 2.1 所示。由于转子额定转速远低于其一阶弯曲频率，因此可以将转子视为刚性转子，本文分析转子刚性模态下的动力学模型和振动力模型。

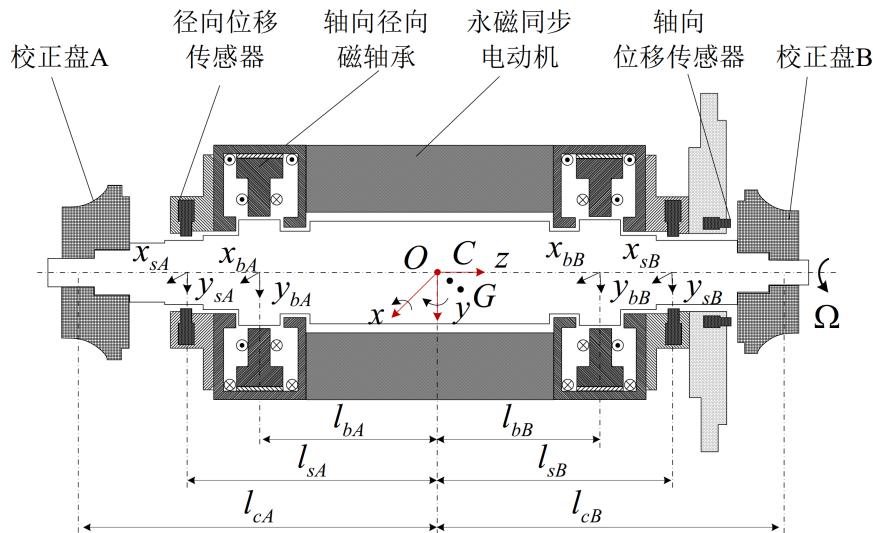


图 2.1 磁悬浮离心压缩机结构示意图

表 2.1 磁悬浮离心压缩机电气参数

物理量	值
额定功率	7.5kW
额定转速	833Hz
转子一阶弯曲频率	1589Hz

笛卡尔坐标系下，空间中的刚体存在六个方向上的运动：三个坐标轴方向上的平动以及绕三个坐标轴的转动，称之为六个自由度。磁悬浮离心压缩机中，两端组合的轴向径向磁轴承可

以约束转子其中五个自由度的运动，余下一个自由度的转动由电机驱动器控制。

磁悬浮轴承控制的目标是使转子在电机未旋转或电机以额定转速旋转时均稳定悬浮在两端磁轴承中心，不与保护轴接触。磁悬浮轴承和转子组成的系统是一个开环不稳定的控制系统，需要引入闭环控制才能使其保持稳定。其由数字信号处理器、位移传感器和功率放大器组成：

位移传感器实时高频采集转子位置，目前磁悬浮轴承中位移传感器的采样频率可达 100kHz。通常位移传感器信号经降噪滤波等调理电路处理后输入到数字信号处理器中。高灵敏度、线性度和足够的带宽是传感器实时可靠获取转子位置的必要保障。

常用的数字信号处理器有 DSP (Digital Signal Processor, 简称 DSP)，如 TMS320F28335。近年来以 Cortex-M4 为核心的单片微处理器亦配备充足的计算能力，如 STM32F4 系列单片机。数字信号处理器是磁轴承控制系统的枢纽，其根据位移传感器采集的信号，向下级输出给定磁悬浮力。高速的运算能力保证各类控制算法如 PID 调节器、滤波器等的得以被部署运行。

功率放大器和磁轴承线圈共同组成磁轴承系统的执行元件。变化的转子位置经使数字信号处理器采样和运算后输出不同的给定电流。给定电流经功率放大器调理，在磁轴承线圈中产生控制电流，最终输出磁悬浮力控制转子的位置。

## 2.2 磁悬浮转子动力学模型

图 2.1 中，记转子的几何中心为  $G$ ，质量中心为  $C$ ， $l_{bA}$  和  $l_{bB}$  表示 A 端和 B 端轴向径向磁轴承到转子几何中心的距离， $l_{sA}$  和  $l_{sB}$  表示 A 端和 B 端位移传感器到转子几何中心的距离， $l_{cA}$  和  $l_{cB}$  表示 A 端和 B 端质量校正盘到转子几何中心的距离。以磁轴承中心为原点建立广义坐标系  $O - xyz$ ，原点记为  $O$ 。转子绕  $x$  和  $y$  轴的旋转角度分别记为  $\alpha$  和  $\beta$ 。转子的旋转速度记为  $\Omega$ 。

定义转子质量中心  $C$  在  $O - xyz$  中的运动位移为  $\mathbf{q}_i = [\beta_i, x_i, -\alpha_i, y_i]^T$ ，转子几何中心  $G$  在  $O - xyz$  中的运动位移为  $\mathbf{q}_g = [\beta_g, x_g, -\alpha_g, y_g]^T$ ，转子在两端位移传感器截面处的位移记为  $\mathbf{q}_s = [x_{sA}, x_{sB}, y_{sA}, y_{sB}]^T$ ，转子在两端磁轴承截面处的位移记为  $\mathbf{q}_b = [x_{bA}, x_{bB}, y_{bA}, y_{bB}]^T$ 。

由于转子在  $O - z$  轴上的平动与  $O - x$  和  $O - y$  上的运动可视为解耦，因此轴向运动与径向运动可分开控制。本小节研究转子在径向上的动力学模型。 $\mathbf{q}_b$ ,  $\mathbf{q}_g$  和  $\mathbf{q}_s$  可以通过线性变换互相得到：

$$\mathbf{q}_b = \mathbf{B}^T \mathbf{q}_g \quad (2.1)$$

$$\mathbf{q}_s = \mathbf{C} \mathbf{q}_g \quad (2.2)$$

$$\text{其中, } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -l_{bA} & l_{bB} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_{bA} & l_{bB} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -l_{sA} & 1 & 0 & 0 \\ l_{bB} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_{bA} & 1 \\ 0 & 0 & l_{bB} & 1 \end{bmatrix}.$$

磁悬浮轴承中的磁悬浮力取决于定子和转子之间的磁场强度，而磁场强度与线圈中的控制电流和气隙长度相关，磁悬浮力  $f_m$  可以通过转子位移和控制电流线性表示为

$$f_m = k_s x + k_i i \quad (2.3)$$

其中  $k_s$  为位移刚度， $k_i$  为电流刚度。根据牛顿运动定律，转子的动力学方程即可以表示为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{G} \dot{\mathbf{q}}_i = -\mathbf{B} \mathbf{K}_s \mathbf{B}^T \mathbf{q}_i + \mathbf{B} \mathbf{K}_i \mathbf{i} \quad (2.4)$$

其中质量矩阵  $\mathbf{M}$ 、反对称陀螺矩阵  $\mathbf{G}$ 、位移刚度矩阵  $\mathbf{K}_s$ 、电流刚度矩阵  $\mathbf{K}_i$  和控制电流矩阵  $i$  可分别表示为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}$$

,

$$\mathbf{G} = \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -I_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} K_{sA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{sB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{sA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{sB} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} K_{iA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{iB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{iA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{iB} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_{xA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i_{xB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_{yA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i_{yB} \end{bmatrix}$$

本文研究的磁悬浮离心压缩机中的磁悬浮轴承是对称设计结构，因此两端的三自由度磁悬浮轴承的位移刚度和电流刚度是一样的，即  $k_{sA} = k_{sB} = k_s$ ,  $k_{iA} = k_{iB} = k_i$ 。 $I_x$ 、 $I_y$  和  $I_z$  分别表示转子绕  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的惯性力矩。该磁悬浮轴承及控制系统相关参数如下：

表 2.2 磁悬浮离心压缩机中磁悬浮轴承系统参数

物理量	值
$l_{bA} = l_{bB}$	0.08m
$l_{sA} = l_{sB}$	0.12m
$l_{cA} = l_{cB}$	0.14m
$m$	3.9kg
$k_s$	$-2.38 \times 10^5 N/m$
$k_i$	67.0N/A
$f_s$	12.5kHz

## 2.3 磁悬浮系统振动模型

### 2.3.1 转子质量不平衡

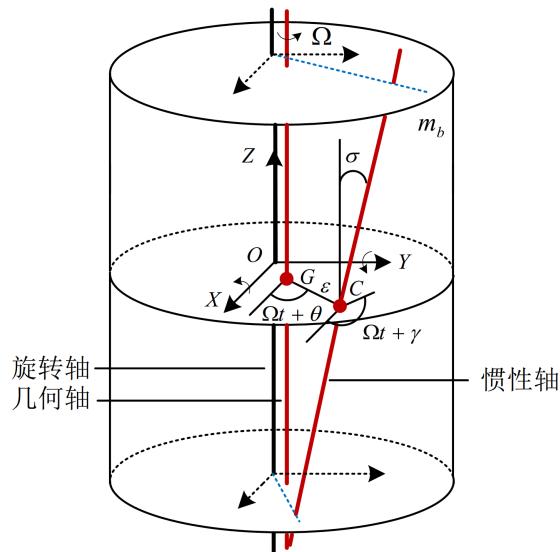


图 2.2 转子质量不平衡造成几何轴和惯性轴偏离旋转轴

转子的不平衡质量造成其几何轴、惯性轴和旋转轴不重合，即质量中心（即惯性轴中心） $\mathbf{q}_i$  和几何中心（即几何轴中心） $\mathbf{q}_g$  发生偏离。不平衡质量造成转子静不平衡和动不平衡：静不平衡指几何轴与惯性轴在同一平面上的偏移，在转子旋转时产生振动力；动不平衡是指几何轴和

惯性轴因角度偏移而异面，在转子旋转时产生振动力矩，如图 2.2 所示。若记该偏移距离为  $\mathbf{q}_\Delta$ ，则可以表示

$$\mathbf{q}_\Delta = \begin{bmatrix} \sigma \cos(\Omega t + \gamma) \\ \xi \cos(\Omega t + \theta) \\ \sigma \sin(\Omega t + \gamma) \\ \xi \sin(\Omega t + \theta) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

其中  $\sigma$  表示动平衡的幅值， $\gamma$  表示动不平衡的初相位； $\xi$  表示静平衡的幅值， $\theta$  表示静不平衡的初相位。则几何中心与质量中心的空间关系可以表示为

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{q}_g + \mathbf{q}_\Delta \quad (2.6)$$

### 2.3.2 位移传感器误差

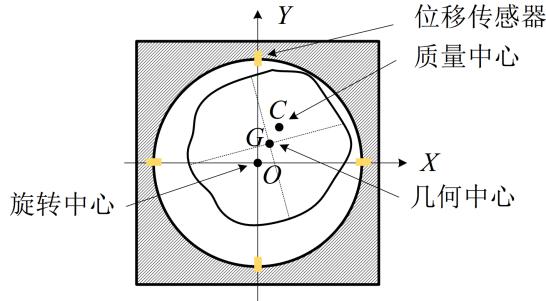


图 2.3 传感器检测面不均与引起检测误差

三自由度轴向径向磁轴承中，正交方向上的两个自由度的控制分别使用一对位移传感器来检测转子在该磁轴承处的位移，如图 2.3 所示。由于实际加工精度限制，转子的位移检测面通常不是一个正规、平滑的圆面，而是凹凸不平的不规则面。因此转子的测量位移信号中包含多种频率的噪声扰动、实际位置无法测得。记扰动信号为

$$\Theta \mathbf{q}_s = \sum_{k=1}^n A_k \sin(k\Omega t + \phi_k) \quad (2.7)$$

其中  $k$  是谐波次数， $A_k$  是第  $k$  次谐波的幅值， $\phi_k$  是第  $k$  次谐波的初相位。记传感器观测的转子位置为  $\hat{\mathbf{q}}_s$ ，真实的转子位置为  $\mathbf{q}_s$ ，则

$$\hat{\mathbf{q}}_s = \mathbf{q}_s - \Theta \mathbf{q}_s \quad (2.8)$$

磁悬浮轴承闭环控制框图如图 2.4 所示。 $G_s(s)$  是位移传感器的传递函数， $G_c(s)$  是 PID 控制器的传递函数， $G_w(s)$  是功率放大器的传递函数。本文采用分散的 PID 控制策略，即两端三自由度的轴向径向磁轴承分别控制转子在两端的水平和竖直方向的运动，径向共四个控制通道：

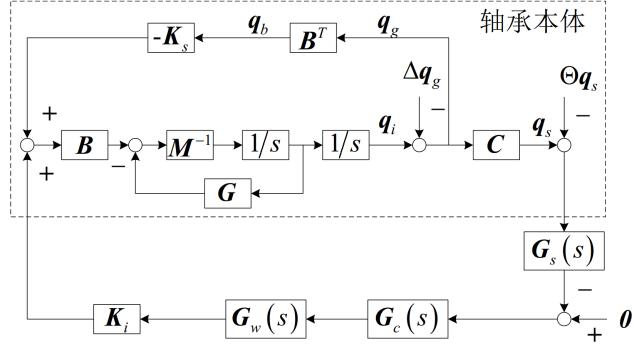


图 2.4 磁悬浮轴承系统控制框图

$XA$ 、 $YA$ 、 $XB$  和  $YB$ 。 $G_s(s)$ 、 $G_c(s)$  和  $G_w(s)$  均为  $4 * 4$  对角矩阵：

$$G_w(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{sf_s+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{sf_s+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{sf_s+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{sf_s+1} \end{bmatrix}$$

$$G_s(s) = \begin{bmatrix} k_{se} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{se} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{se} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{se} \end{bmatrix}$$

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \end{bmatrix}$$

## 2.4 磁悬浮轴承控制性能验证

磁悬浮轴承的轴承刚度和轴承阻尼均可以通过主动控制的方式来调节，然而作为传统机械轴承的替代品，其最应该具备的基本性能是保持稳定，即要求磁悬浮轴承在严苛工况下也能保持支撑转子的能力。数字控制系统中，依据传递函数计算系统特征根位置是主要的系统稳定性分析方法。但是只有获取到准确的参数值，如位移刚度和电流刚度时，根据传递函数解算出的系统特征根才比较准确。实际上理论模型和实际模型很难一致，这是因为电机与轴承加工和装配、位移传感器等系统组件仍会引入一定误差。因此，为验证磁悬浮系统的控制性能，我们需要找到一种便于实际应用且能准确表征系统稳定性能的方法。

磁悬浮轴承 ISO 14839-3 标准<sup>[48]</sup> 定义了输出敏感度函数，用于定量分析磁悬浮轴承的稳定性能。定义输出敏感度函数为  $S_0$ ，显示在图 2.5 中：

$$S_0 = \frac{V_2}{V_1} \quad (2.9)$$

其中  $G_p$  表示磁悬浮轴承本体的传递函数， $G_c$  表示控制器的传递函数。注意到

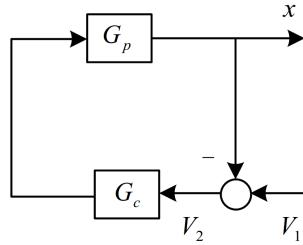


图 2.5 磁悬浮轴承输出敏感度示意图

$$S_0(j\omega) = \frac{1}{1 + G_p(j\omega)G_c(j\omega)} \quad (2.10)$$

$1 + G_p(j\omega)G_c(j\omega)$  的值越大，则奈奎斯特图上  $G_p(j\omega)G_c(j\omega)$  与点  $(-1, 0)$  的距离越远，增益裕度越大。那么我们可以通过敏感度函数  $S_0(j\omega)$  来判定系统增益裕度：敏感度函数  $S_0(j\omega)$  的峰值越小，增益裕度越大。

敏感度函数测试频率上限通常没有定值，因为敏感度函数超过一定的频率之后，其幅值趋近于 1。即随着在敏感度函数测试点注入的激励信号的频率升高，响应点检测的信号幅值会趋近于激励信号本身的幅值。ISO 14839-3 标准规定了敏感度函数测试频率的上限为转子额定频率的三倍，但若该值超过 2kHz，则取上限为 2kHz。

通常磁悬浮轴承控制是采用分散的五自由度独立控制，测试方法为依次在各个通道的测试点上注入激励信号，检测响应信号，得到一个通道的敏感度函数。该过程中其它通道须保持闭环控制。经上述过程测量得到的敏感度函数测量结果可以表示为：

$$S_{0,max} = \max [\max_i |G_s(j\omega)|] \quad (2.11)$$

其中频率范围为  $\omega = 2\pi f$ ,  $0 \leq f \leq 2kHz$ ; 测量通道序号为  $i$ ，分别指需要测量的五个自由度。系统的全局稳定性能优劣取决于敏感度函数峰值最大的一个通道。

表 2.3 ISO 14839-3 定义磁悬浮轴承输出敏感度函数峰值稳定区间标准

输出敏感度函数峰值 稳定区间	
( $-\infty, 9.5dB$ )	A
(9.5dB, 12dB]	B
(12dB, 14dB]	C
(14dB, $\infty$ )	D

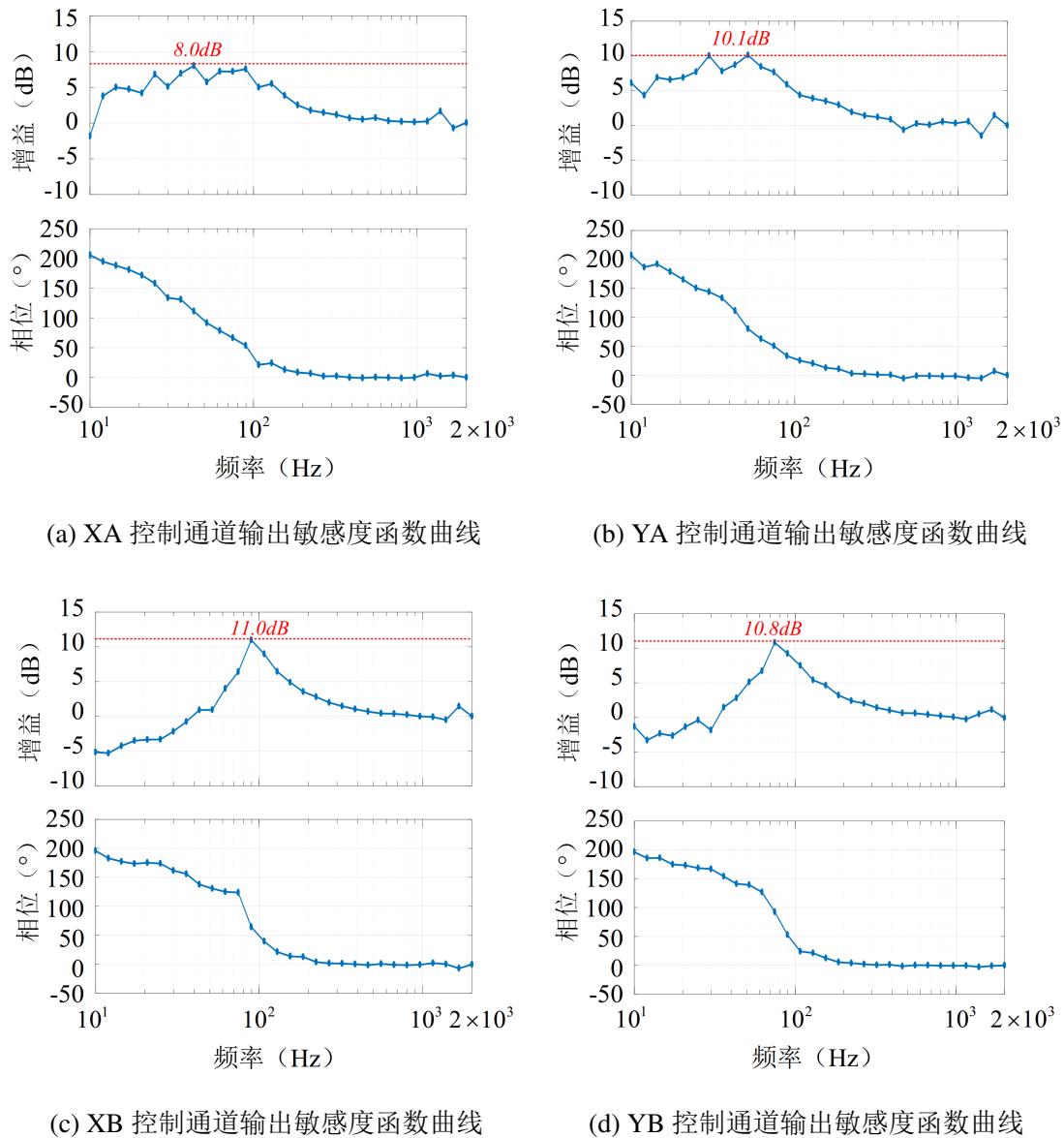


图 2.6 径向控制通道输出敏感度函数曲线

对于输出敏感度测量结果，ISO 14839-3 定义了稳定区间标准如表 2.3 所示。新出厂的商用磁悬浮轴承的输出敏感度峰值应落在 A 区间；对于非严格的使用环境，落在 B 区间也是可以接受的；对于输出敏感度函数峰值落在 C 区间的磁悬浮轴承，通常不宜长期运行；若输出敏感度函数峰值落在 D 区间，则表明该磁悬浮轴承应立即检修。

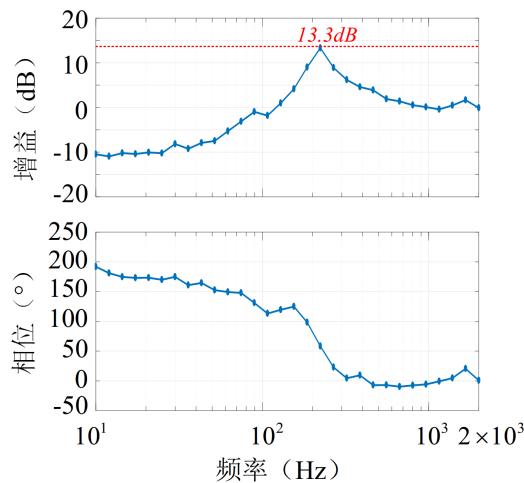


图 2.7 轴向控制通道输出敏感度函数曲线

从图 2.6 和图 2.7 所示的输出敏感度测量结果可以看出，四个径向自由度的输出敏感度函数的峰值分别为 8.0dB、10.1dB、11.0dB 和 10.8dB，轴向自由度的输出敏感度函数的峰值为 13.3dB。其中径向自由度的输出敏感度峰值均落在 B 区间，轴向自由度的输出敏感度峰值落在 C 区间。按照 ISO 标准，该实验样机满足短期运转的实验测试需求。

## 2.5 本章小结

本节以磁悬浮离心压缩机为例，介绍了磁悬浮电机的机械结构及其控制系统组成。建立了磁悬浮轴承转子的动力学模型，以及包含质量不平衡和传感器误差因素的磁悬浮转子振动模型。本章结论如下：

- (1) 五自由度磁悬浮轴承转子的主动控制包含轴向平动、径向平动和转动，其中轴向运动和径向运动可视为解耦控制。
- (2) 质量不平衡可视为在传感器检测点引入的与转子转速同频的正弦扰动，此正弦扰动会在控制电流中引起与之同频正弦扰动电流，进而在磁轴承中产生与之同频的正弦扰动磁悬浮力。
- (3) 传感器误差在传感器检测点引入与转子转速成一倍或多倍关系的正弦扰动，与质量不平衡类似，最终在控制电流和磁轴承中激发谐波成分丰富的扰动成分。
- (4) 根据 ISO 磁轴承国际标准，进行了输出敏感度测定实验，实验结果验证了本文研究样机悬浮性能符合实验测试需求。

### 第三章 基于重复控制器的主动振动抑制方法

本章分析重复控制器的原理，包括其组成结构、稳定性分析和应用拓扑。针对磁悬浮轴承中的同频和倍频正弦扰动，提出一种新的重复控制器算法——ZORC，以解决 CRC 谐波抑制频率冗余、谐波抑制效果随频率上升而削弱的问题。

#### 3.1 传统整数次重复控制器

##### 3.1.1 工作原理

重复控制器是基于内模原理<sup>[49]</sup>：在存在扰动信号的条件下，使闭环系统无误差地跟踪给定输入指令的一个充分条件是闭环系统中包含这个扰动信号模型。例如，在离散域下一个周期为  $N$  的信号可以表示为

$$W(z) = \frac{W_0}{1 - z^{-N}} \quad (3.1)$$

其中  $W_0(z) = w(0) + w(1)z^{-1} + \dots + w(N-1)z^{-(N-1)}$ 。针对该周期信号，可以构造其对应的信号

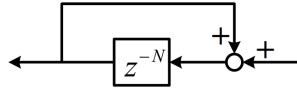


图 3.1 一种周期信号发生器

模型如图 3.1 所示。该环节的离散域传递函数为

$$G_{rc}(z) = \frac{z^{-N}}{1 - z^{-N}} \quad (3.2)$$

其中  $N = \omega_s/\omega_d$ ， $\omega_s$  是数字控制器的采样角频率， $\omega_d$  是扰动信号的基波角频率。可以看出， $G_{rc}(z)$  的极点在  $\omega = k\omega_d(k = 1, 2, \dots)$  处，因此对于频率为整数倍于基波频率的信号，包含该周期信号发生器的闭环回路均具有消除扰动信号、无误差跟踪给定输入指令的能力。

磁悬浮轴承位移传感器中的同频和倍频扰动信号造成控制电流中包含谐波含量丰富的振动信号，为消除振动电流以抑制振动力，通常以反馈形式插入重复控制器，应用拓扑如图 3.2 所示。虚线框所围区域是插入的重复控制器，其由以下部分构成：

(1) 控制增益  $\varepsilon$ ：用于调节插入式重复控制器的作用强度，该值越大，重复控制器作用强度越强，即谐波扰动信号抑制越明显。但是随着控制增益的增大，闭环回路的稳定性在随之下降。

(2) 延时环节  $z^{-N}$ ：用于记忆前某段时刻至当前时刻的波形，延时环节的个数与扰动信号频率、控制频率相关。

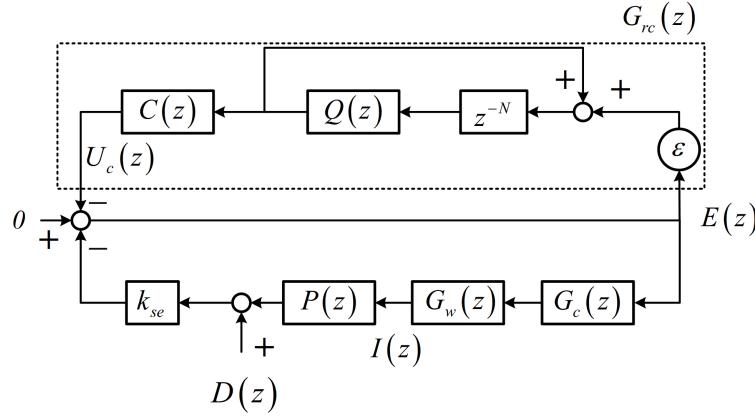


图 3.2 使用重复控制器抑制电流谐波的控制框图

(3) 低通滤波器  $Q(z)$ : 由于实际需要被消除的周期信号中同时含有噪声等无效信号, 经过延时环节的累计记忆后可能导致环路输出发散, 闭环回路失稳。因此加入低通滤波器来抑制高频噪声, 提升重复控制器稳定范围。

(4) 相位补偿器  $C(z)$ : 控制信号输入到重复控制器回路后, 经过延时环节和低通滤波器环节后存在幅值和相位的变化, 相位调节器用于调节重复控制器回路的相位, 提升重复控制器的稳定范围。

位移传感器和质量不平衡引起的同频或者倍频扰动信号可以等效为位移传感器前级引入的扰动信号, 将该外源扰动记为  $D(z)$ 。将磁轴承控制电流信号记为  $I(z)$ , 谐波抑制的目的是使  $I(z)$  中谐波成分降低。该插入式重复控制器的输入为位移误差信号  $E(z)$ , 记重复控制器的输出为  $U_c(z)$ , 那么重复控制器的计算规律可以表示为

$$U_c(z) = \frac{\varepsilon \cdot z^{-N} Q(z) C(z) E(z)}{1 - z^{-N} Q(z)} \quad (3.3)$$

重复控制器的开环传递函数记为  $G_{rc}(z)$ , 其可以表示为

$$G_{rc}(z) = \frac{U_c(z)}{E(z)} = \frac{z^{-N} Q(z)}{1 - z^{-N} Q(z)} \varepsilon C(z) \quad (3.4)$$

扰动信号  $D(z)$  到电流信号  $I(z)$  的传递函数记为  $L_1(z)$ , 其可以表示为

$$L_1(z) = L_0(z) \cdot \frac{1 - z^{-N} Q(z)}{1 - z^{-N} Q(z) \left[ 1 - \varepsilon \frac{C(z)L_0(z)}{k_{se} G_c(z) G_w(s)} \right]} \quad (3.5)$$

其中

$$L_0(z) = -\frac{k_{se} G_w(z) G_c(z)}{1 + k_{se} G_c(z) P(z)} \quad (3.6)$$

假设传递函数的极点在单位圆内, 即闭环系统是稳定的(详细稳定性分析过程见下节)。记低通滤波器的截止频率为  $\omega_c$ , 在  $\omega < \omega_c$  内, 近似存在  $Q(z) = 1$ 。那么控制目标  $I(z)$  在与扰动

信号基波频率成整数倍的频率处存在若干零点，即

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_e} \|I(j\omega)\| = 0 \quad (3.7)$$

其中  $\omega_e = \omega_d, 2\omega_d, \dots, n\omega_d$  ( $n\omega_0 < \omega_c$ )。式 3.7 说明：插入重复控制器且闭环系统保持稳定的情况下，控制电流中的与转子同频以及倍频扰动信号可以被消除。

### 3.1.2 稳定性分析

磁悬浮轴承系统输出敏感度函数是表征磁轴承闭环系统控制性能的一个重要特征，它是指给定位移信号到位移误差信号的传递函数，可以用来衡量闭环系统的稳定性。系统输出敏感度函数的峰值越低，系统的稳定性能越好。图 3.2 所示的插入重复控制器的闭环系统中，加入插入式重复控制器前，系统输出敏感度函数记为  $S_0(s)$ ，其可以表示为

$$S_0(z) = \frac{E(z)}{D(z)} = \frac{1}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z)} \quad (3.8)$$

扰动信号  $D(z)$  到电流信号  $I(z)$  的传递函数记为  $L_0(z)$ ，其可以表示为

$$L_0(z) = \frac{I(z)}{D(z)} = -\frac{G_c(z)G_s(z)}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z)} \quad (3.9)$$

加入插入式重复控制器后，扰动信号  $D(z)$  到电流信号  $I(z)$  的传递函数记为  $L_1(z)$ ，其可以表示为

$$\begin{aligned} L_1(z) &= \frac{I(z)}{D(z)} \\ &= \frac{G_c(z)G_s(z)}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z) + \frac{z^{-N}Q(z)}{1 - z^{-N}Q(z)}\varepsilon C(z)} \\ &= \frac{G_c(z)G_w(z)}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{z^{-N}Q(z)}{[1 - z^{-N}Q(z)][1 + G_c(z)P(z)G_s(z)]}\varepsilon C(z)} \\ &= \frac{G_c(z)G_w(z)}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z)} \cdot \frac{1 - z^{-N}Q(z)}{1 - z^{-N}Q(z) \left[ 1 - \frac{1}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z)}\varepsilon C(z) \right]} \\ &= L_0(z) \frac{1 - z^{-N}Q(z)}{1 - z^{-N}Q(z)[1 - \varepsilon C(z)S_0(z)]} \end{aligned} \quad (3.10)$$

闭环系统的稳定性充分必要条件是其在  $s$  域右半平面没有极点，等效于在  $z$  域上极点均在单位圆内。从式 3.10 可以看出，加入插入式重复控制器的闭环系统稳定条件是：

- (1) 系统输出敏感度函数  $S_0(z)$  的极点在单位圆内；
- (2)  $\|Q(z)[1 - \varepsilon C(z)S_0(z)]\| < 1$

通常在加入插入式重复控制器之前，通过设计合适的控制器  $G_c(z)$  的参数来使闭环系统稳定。因此条件 1 通常在加入插入式重复控制器之前得到满足。通过设计合适的重复控制器参数，包括  $\varepsilon$ 、 $Q(z)$ 、 $C(z)$  来使加入插入式重复控制器的系统保持稳定。

### 3.2 零相移奇数次重复控制器

CRC 可消除磁悬浮轴承中的基波和谐波扰动，但其存在以下问题：

(1) 磁悬浮轴承中谐波扰动信号通常是奇数倍于基波频率，使用 CRC 可以消除所有奇数次谐波扰动，但是其在偶数谐波处的抑制作用是冗余的。如果重复控制器可以仅在奇数次频率处起作用，那么加入的插入式重复控制器可以避免对偶数次频率处的系统特性产生影响；

(2) 为了维持闭环系统的稳定性，重复控制器环路中的低通滤波器是必不可少的组成成分。然而低通滤波器对有效信号的幅值衰减和相位偏移特性将会导致重复控制器谐波抑制作用随扰动信号频率的升高而减弱。

针对 CRC 在磁轴承中应用的弊端，本节提出 ZORC，其改进点在于：

(1) 将 CRC 中的整数次周期信号发生器改为奇数次周期信号发生器，使得重复控制器仅消除奇数次谐波；

(2) 将低通滤波器从重复控制器延时环路内移动到延时环路外，保证闭环系统稳定性的同时，可以有效提高重复控制器谐波抑制能力；

(3) 将传统的一阶低通滤波器改为零相移低通滤波器，保留其对信号幅值衰减特性的能力，同时避免对信号的相位偏移。

#### 3.2.1 工作原理

对于式 3.2 所表示的周期信号模型，其可以分解表示为

$$G_{rc}(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 - z^{-N/2}} - \frac{1}{1 + z^{-N/2}} \right) \quad (3.11)$$

代入  $N = \frac{\omega_s}{\omega_d}$ 、 $z = e^{j\omega T_s}$  其中  $T_s$  是采样周期。那么上式可以表示为

$$G_{rc}(j\omega) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 - e^{-j\pi \frac{\omega}{\omega_d}}} - \frac{1}{1 + e^{-j\pi \frac{\omega}{\omega_d}}} \right) \quad (3.12)$$

对于  $1/(1 - e^{-j\pi \frac{\omega}{\omega_d}})$ ，其极点在  $\omega = 2k\omega_d$  处 ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )，该项可以消除频率是偶数倍于基波频率的扰动信号；对于  $1/(1 + e^{-j\pi \frac{\omega}{\omega_d}})$ ，其极点在  $\omega = (2k - 1)\omega_d$  处 ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )，该项可以消除频率是奇数倍于基波频率的扰动信号。

若将式 3.2 所表示的周期信号模型称之为整数次周期信号发生器，那么由上述推导可见，其可以分解成为奇数次信号发生器和偶数次信号发生器，如图 3.3 所示。仅取其奇数次周期信号发生器部分，替换 CRC 中的整数次周期信号发生器部分，即构成奇数次重复控制器。加入奇数次重复控制器的磁轴承系统控制框图如图 3.4 所示。奇数次重复控制器的开环传递函数记为  $G_{orc}(z)$ ，其可以表示为

$$G_{orc}(z) = \frac{z^{-N}}{1 - z^{-N}Q(z)} \epsilon C(z) \quad (3.13)$$

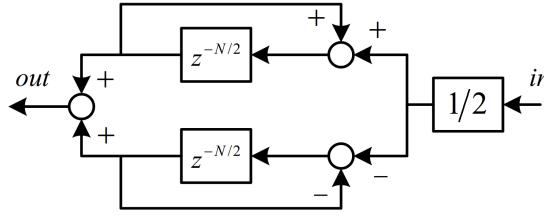


图 3.3 奇数次、偶数次信号发生器组合示意图

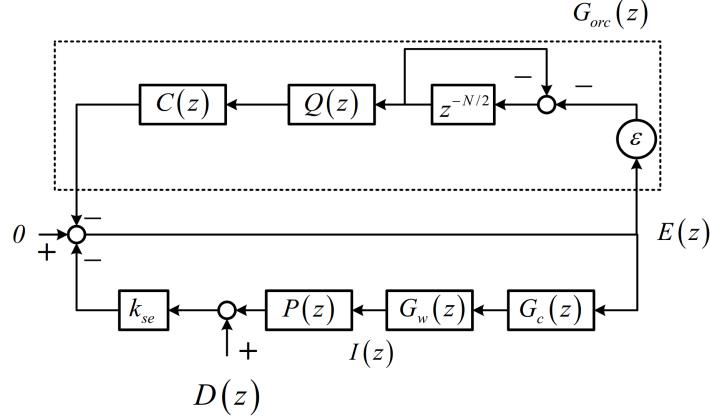


图 3.4 使用奇数次重复控制器抑制电流谐波的控制框图

记扰动信号  $D(z)$  到控制电流信号  $I(z)$  的传递函数为  $L_2(z)$ , 其可以表示为

$$L_2(z) = L_0(z) \cdot \frac{1 + z^{-N/2}}{1 - z^{-N/2} [\varepsilon Q(z) C(z) S_0(z) - 1]} \quad (3.14)$$

假设传递函数的极点在单位圆内, 即闭环系统是稳定的(详细稳定性分析过程见下节)。那么控制目标  $I(z)$  在与扰动信号基波频率成奇数倍的频率处存在若干零点, 即

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_e} \|I(j\omega)\| = 0 \quad (3.15)$$

其中  $\omega_e = \omega_d, 3\omega_d, \dots, (2k-1)\omega_d$ 。式 3.15 说明: 加入奇数次重复控制器且闭环系统保持稳定的情况下, 控制电流中的与转子同频以及奇数倍频扰动信号可以被消除。

### 3.2.2 稳定性分析

加入重复控制器后，扰动信号  $D(z)$  到电流信号  $I(z)$  的传递函数记为  $L_2(z)$ ，其可以表示为

$$\begin{aligned}
 L_2(z) &= \frac{I(z)}{D(z)} \\
 &= \frac{G_c(z)G_s(z)}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z) + \frac{z^{-N}}{1 - z^{-N}Q(z)}\varepsilon C(z)} \\
 &= \frac{G_c(z)G_w(z)}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z)} \cdot \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-N}Q(z) \left[ 1 - \frac{1}{1 + G_c(z)P(z)G_s(z)}\varepsilon C(z) \right]} \\
 &= L_0(z) \frac{1 - z^{-N}}{1 - z^{-N}Q(z)[1 - \varepsilon C(z)S_0(z)]}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

闭环系统的稳定性充分必要条件是其在  $s$  域右半平面没有极点，等效于在  $z$  域上极点均在单位圆内。从式 3.16 可以看出，加入重复控制器的闭环系统稳定条件是：

- (1) 系统输出敏感度函数  $S_0(z)$  的极点在单位圆内；
- (2) 以下不等式在全转速段均恒成立：

$$\|1 - \varepsilon C(z)S_0(z)\| < 1 \tag{3.17}$$

与应用 CRC 类似，通常在加入重复控制器之前，通过设计合适的控制器  $G_c(z)$  的参数来使闭环系统稳定。因此条件 (1) 通常在加入重复控制器之前得到满足。通过设计合适的重复控制器参数，包括  $\varepsilon$ 、 $Q(z)$ 、 $C(z)$  来使加入零相移奇数次重复控制器的系统满足条件 (2)。

### 3.2.3 零相移低通滤波器设计

在设计参数控制增益  $\varepsilon$  和相位调节器  $C(z)$  之前，需要分析低通滤波器  $Q(z)$  的参数特性。低通滤波器用于提升重复控制器的稳定范围，理想的低通滤波器是在截止频率前的增益衰减比例为 1，截止频率之后频率-增益曲线下降斜率大。传统整数次重复控制器中采用一阶低通滤波器，其形式为：

$$Q(s) = \frac{1}{\frac{s}{2\pi \cdot f_c} + 1} \tag{3.18}$$

该形式的低通滤波器具有形式简单、阶数低的优点，但是其截止频率处的下降斜率并不足够大。此外，该低通滤波器将引入相位延迟，降低重复控制器对谐波的抑制能力。为克服以上弊端，一种更优的消除低频扰动信号的方案是使用零相移低通滤波器。

零相移低通滤波器是一种非因果滤波器，其当前时刻的输出取决于当前时刻的输入和下一时刻的输入。在常规的线性系统中，非因果滤波器无法实现，因为滤波器无法预知下一时刻的输入信号；而在重复控制器环路中，由于若干延时单元的存在，对于其中的非因果滤波器来说，

其下一时刻的输入是预先知道的。因此在重复控制器的环路中，非因果滤波器是可以在数字控制器中部署并执行的。

本文采用的非因果低通滤波器形式如下

$$Q(z) = az + b + az^{-1} \quad (3.19)$$

其中  $a$  和  $b$  是待设计的滤波器参数。带入  $z = e^{j\omega T_s}$  到式 3.19 中，将该式重写为：

$$Q(j\omega) = ae^{j\omega T_s} + b + ae^{-j\omega T_s} \quad (3.20)$$

对式 3.20 使用欧拉公式得到：

$$Q(j\omega) = 2a \cdot \cos(\omega T_s) + b \quad (3.21)$$

从式 3.21 可以看出  $Q(j\omega)$  没有虚部，因此在重复控制器环路中，该低通滤波器不会引入相位偏移。为了在低通滤波器截止频率前得到单调下降的幅频曲线，参数  $a$  和  $b$  需要满足以下条件：

$$2a < b \quad (3.22)$$

为了寻找一组较优的  $Q(z)$  参数，研究不同参数下的幅频曲线。以工作转速为 250Hz 为例，此工况下系统中的主要谐波成分为 250Hz、750hz、1250Hz 和 1750Hz，欲消除七次及以下谐波，则低通滤波器的截止频率应该略高于 1750Hz，此处取 2250Hz。

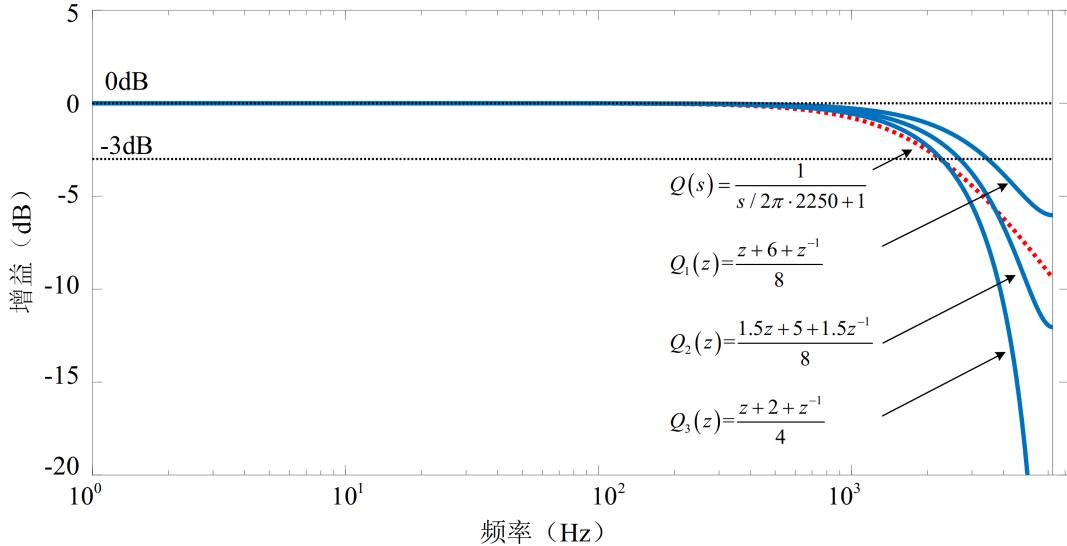


图 3.5 不同参数下的低通滤波器幅频曲线

从图 3.5 可见，与一阶低通滤波器  $Q(s)$  相比， $Q_3(z)$  在低频处的增益更接近 0dB，同时在截止频率之后的斜率更大，因此  $Q_3(z)$  比  $Q(s)$  使得重复控制器有更好的稳态性能和稳定范围。同

时, 可以看到随着参数  $b$  的值增大,  $Q(z)$  在截止频率处的斜率逐渐减小。因此, 最终选择参数为  $a = 1/4$ ,  $b = 1/2$ 。

### 3.2.4 相位补偿器设计

当闭环系统稳定时, 控制增益  $\varepsilon$  越大, 误差收敛速度越快, 同时插入式重复控制器环路对谐波信号的抑制能力越强。设计相位补偿器  $C(z)$  的目的是保证控制增益  $\varepsilon$  取值较大的同时, 系统仍然稳定。

将磁轴承系统输出敏感度函数重写为

$$S_0(z) = \frac{1}{1 + G_w(z)G_c(z)P(z)G_s(z)} = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)} \quad (3.23)$$

其中  $d$  表示数字控制系统中已知的延时拍数。加入插入式控制控制器之前, 闭环系统已经稳定, 因此  $A(z)$  的根均在单位圆内。假设  $B(z)$  与  $1 + z^{-\frac{N}{2}}$  互质, 即  $B(e^{-jn\pi})B(e^{jn\pi}) \neq 0 (n = 1, 3, 5, \dots)$ , 该假设是控制电流  $L_2(k)$  收敛的必要条件。

将  $B(z)$  因式分解为

$$B(z) = B^-(z)B^+(z) \quad (3.24)$$

其中  $B^-(z)$  和  $B^+(z)$  分别是  $B(z)$  的可消除部分和不可消除部分:  $B^-(z)$  包含了  $B(z)$  在单位圆外以及不想被消除的根,  $B^+(z)$  是  $B(z)$  所有的根除掉  $B^-(z)$  部分的根后剩下的根。

针对式 3.23 所代表的闭环系统, 相位补偿器  $C(z)$  通常设计为

$$C(z) = \frac{z^{-n_u}A(z)B^-(z^{-1})}{B^+(z)b} \quad (3.25)$$

其中,

- (1)  $n_u$  是  $B^-(z)$  的阶数, 此项是使得相位补偿器可实现的必不可少的成分;
- (2)  $B^-(z^{-1})$  是通道将  $B^-(z)$  中的  $z$  用  $z^{-1}$  替换得到的;
- (3) 如果  $B^-(z)$  的根均在  $z$  域左半平面, 则取  $b = [B^-(1)]^2$ ; 如果  $B^-(z)$  的根均在  $z$  域右半平面, 则取  $b = [B^-(-1)]^2$ 。

结合式 3.23 和式 3.25, 式 3.17 所示的稳定性条件可以重写为

$$\left\| \varepsilon Q(z) \frac{B^-(z)B^-(z^{-1})}{b} - 1 \right\| < 1 \quad (3.26)$$

因此, 通过式 3.26 可以得到控制增益  $\varepsilon$  的取值范围是

$$0 < \varepsilon < \frac{2}{\max \left\| \frac{B^-(z)B^-(z^{-1})}{b} \right\| Q(z)} \quad (3.27)$$

在实际应用中, 定义重构谱为  $R(z)$ :

$$R(z) = \varepsilon Q(z)S_0(z) - 1 \quad (3.28)$$

如果  $R(z)$  的峰值小于 1，那么为了简化相位补偿器和算法部署流程，可以取  $C(z) = 1$ 。因为此条件下式 3.17 所表示的系统稳定的充分条件已经满足。控制增益  $\varepsilon$  可以依据式 3.27 进行设计，但是注意到当控制增益  $\varepsilon$  等于 0 时，重复控制器环路不起作用。因此在实际部署算法时，可以从 0 开始逐渐增大控制增益  $\varepsilon$  的取值，根据实际系统的电流或位移波形来调节控制增益  $\varepsilon$  的大小。

### 3.3 仿真与实验分析

该磁悬浮空气压缩机的额定转速是 833Hz，其转子在闭环控制下的共振频率在低频段，即转速越低，转子振动越剧烈。因此，选取低频段频率作为 ZORC 性能测试频率。本文仿真和实验部分测试重复控制器对基波频率为 250Hz 的扰动信号的抑制能力。

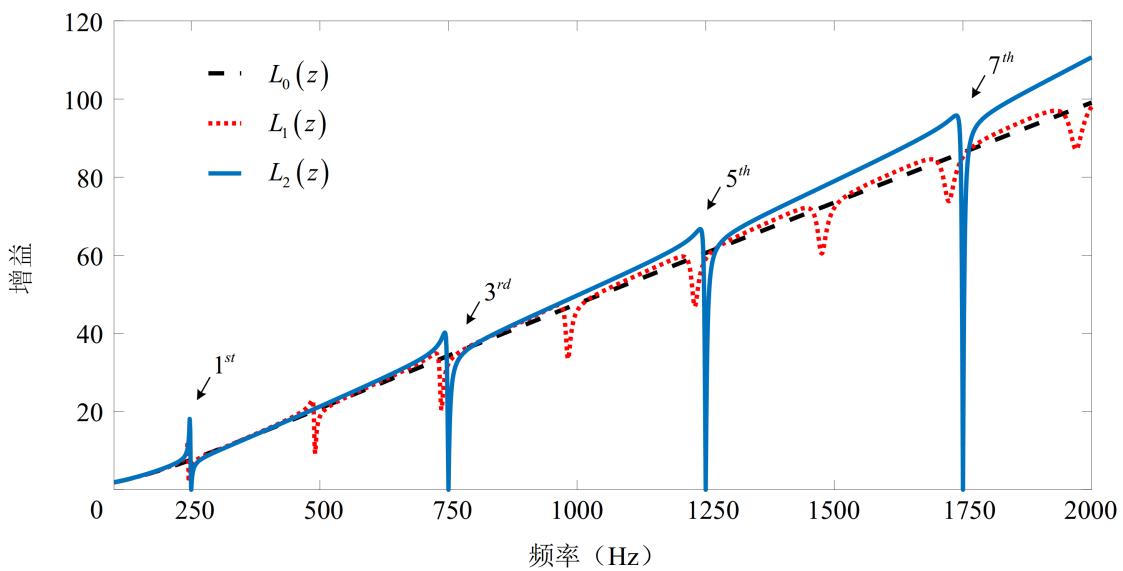


图 3.6  $L_0(z)$ 、 $L_1(z)$  和  $L_2(z)$  传递函数幅频曲线

图 3.6 显示了  $L_0(z)$ 、 $L_1(z)$  和  $L_2(z)$  传递函数幅频曲线。可以看到，除了凹陷处有差异， $L_0(z)$ 、 $L_1(z)$  和  $L_2(z)$  曲线形状基本一致，表明插入重复控制器并不改变电流传递函数在凹陷频率之外的特性。 $L_0(z)$  是一个平滑的曲线，因此不插入重复控制器的闭环系统不具备抑制谐波电流的能力。 $L_1(z)$  和  $L_2(z)$  在陷波频率处有一定程度的凹陷，因此 CRC 和 ZORC 均可以抑制谐波电流。然而从图中可以看出，随着频率升高，整数次重复控制器的陷波频率逐渐发生偏移 250Hz、500Hz、750Hz，…，这使得其谐波抑制能力逐渐下降。此外，其偶数倍于基波频率的陷波频率是没有必要的。与之相对比的是  $L_2(z)$  的陷波频率均准确定在奇数倍与基波频率处，没有发生偏移，且曲线凹陷程度比  $L_1(z)$  更深。这使得 ZORC 拥有更优的谐波抑制能力。

图 3.2 和图 3.4 所对应的的仿真模型如图 3.7 所示。在两个模型中注入含有谐波频率一致、各频率谐波的幅值一致的扰动信号，然后同时加入 CRC 和 ZORC，观察加入重复控制器前后控

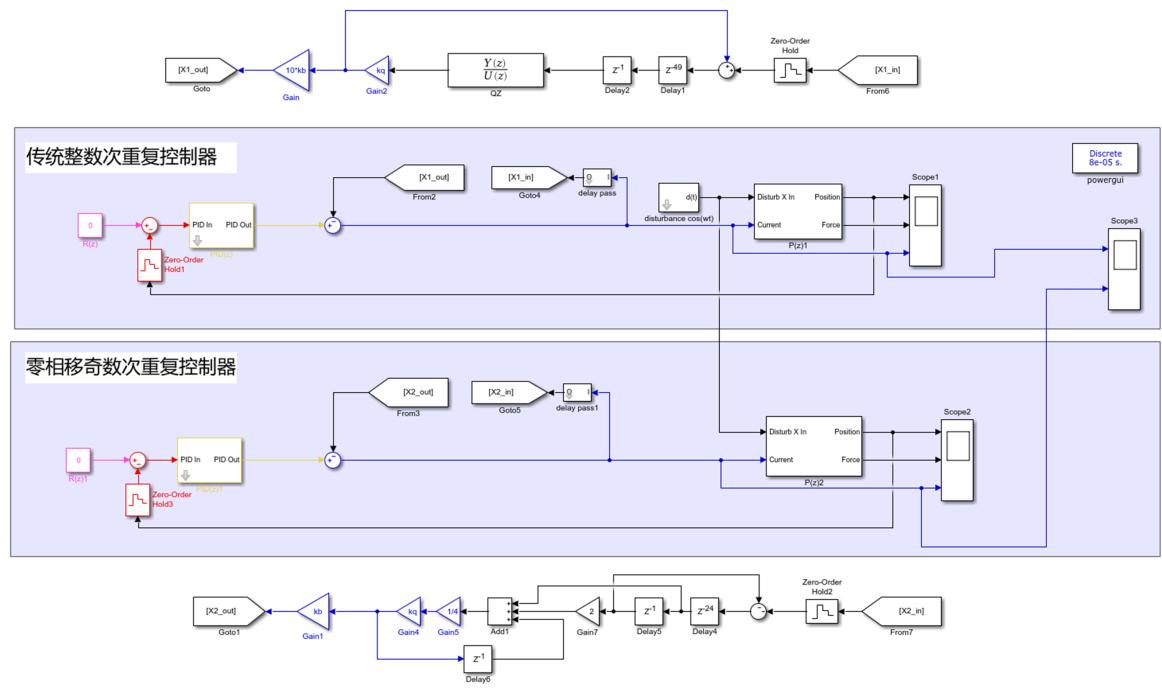
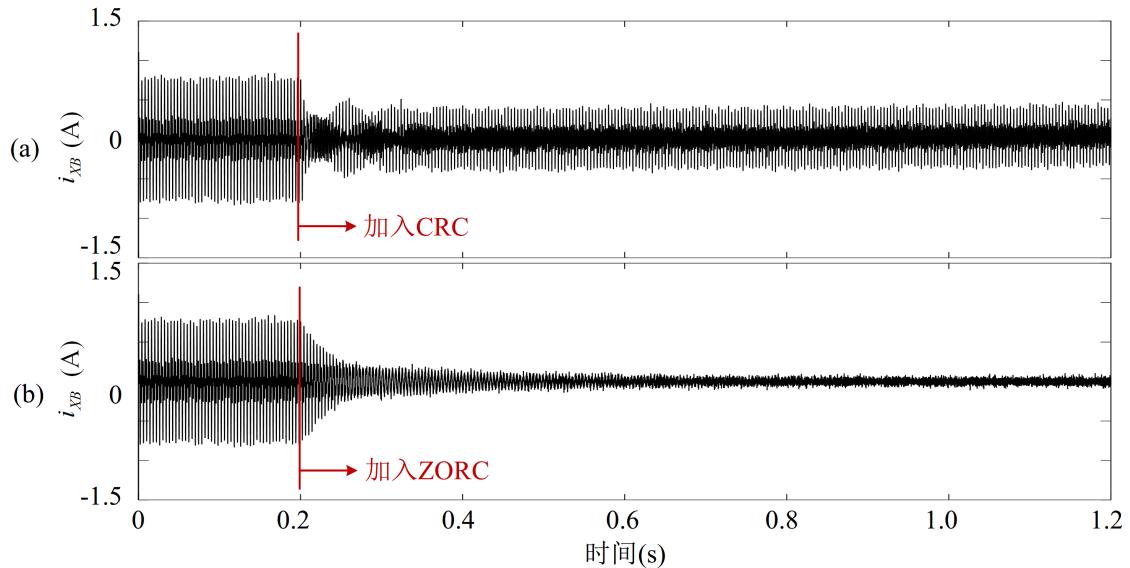


图 3.7 CRC 和 ZORC 仿真模型


 图 3.8 加入 CRC 和 ZORC 的  $i_{XB}$  时域仿真波形: (a) 加入 CRC 前后电流波形, (b) 加入 ZORC 前后电流波形

制电流的变化。

从图 3.8 可以看到, 加入重复控制器前, 扰动信号造成电流中存在幅值约为 0.7A 的交流成分。加入 CRC 后, 谐波电流幅值下降到约 0.4A; 加入 ZORC 后, 谐波电流幅值下降到约 0.2A。两

种情况下转子均未失稳。仿真结果说明 ZORC 可以有效抑制控制电流中的谐波分量，且比 CRC 的谐波抑制能力更强。

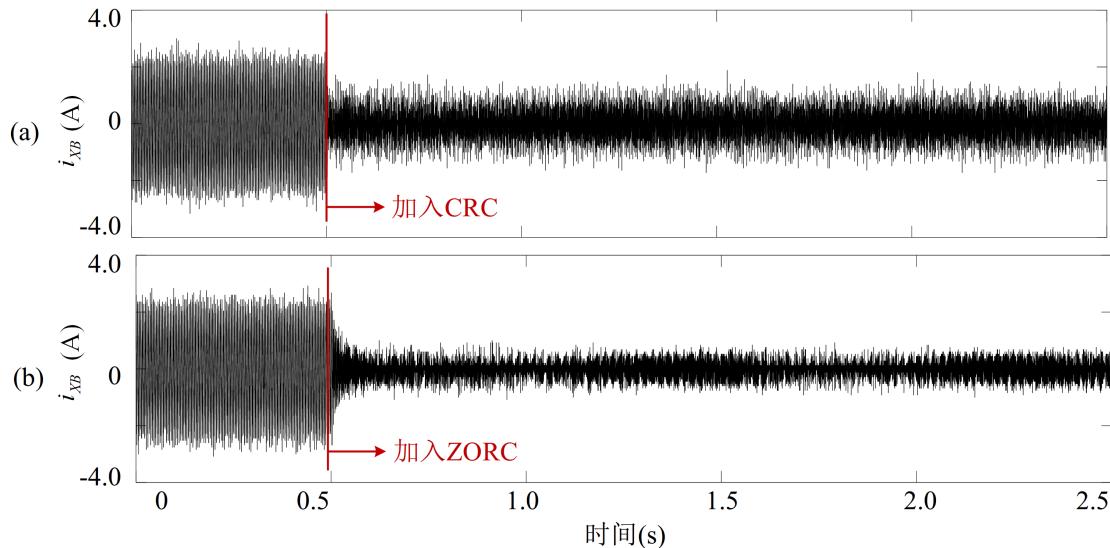


图 3.9 转子 250Hz 时的控制电流时域波形实验测量结果：(a) 加入 CRC 前后电流波形，(b) 加入 ZORC 前后电流波形

图 3.9 显示了加入 CRC 和 ZORC 前后的电流波形。图 3.9a 中可以看到加入 CRC 之前，控制电流的幅值约为 0.7A，加入 CRC 之后控制电流下降到约 0.4A。图 3.9b 中，加入 ZORC 之后，控制电流从 0.7A 下降到约 0.2A。控制电流的时域波形表明加入 ZORC 更能抑制控制电流中的谐波分量。

为了定量分析 ZORC 在各个谐波频率处的抑制能力，对图 3.9 的时域波形做傅里叶频谱分析，观察时域电流的频谱。图 3.10a 显示在仅有 PID 控制下，由质量不平衡和传感器误差引入的谐波电流的一、三、五、七次谐波的幅值分别是 2.8dB、-12.5dB、-15.8dB 和-14.7dB。图 3.10b 中，加入传统整数次重复控制器之后，幅值分别下降到-12.7dB、-16.1dB、-15.8dB 和-15.1dB。可以看出，随着谐波频率的升高，CRC 的抑制能力逐渐减弱。图 3.10c 中，加入 ZORC 之后，谐波幅值分别下降至-40.0dB、-56.7dB、-48.4dB 和-48.8dB，下降程度均超过 90%。

表 3.1 250Hz 时磁悬浮轴承系统功率实验测量结果

控制策略	功率消耗
PID	142.3W
PID+CRC	95.3W
PID+ZORC	58.2W

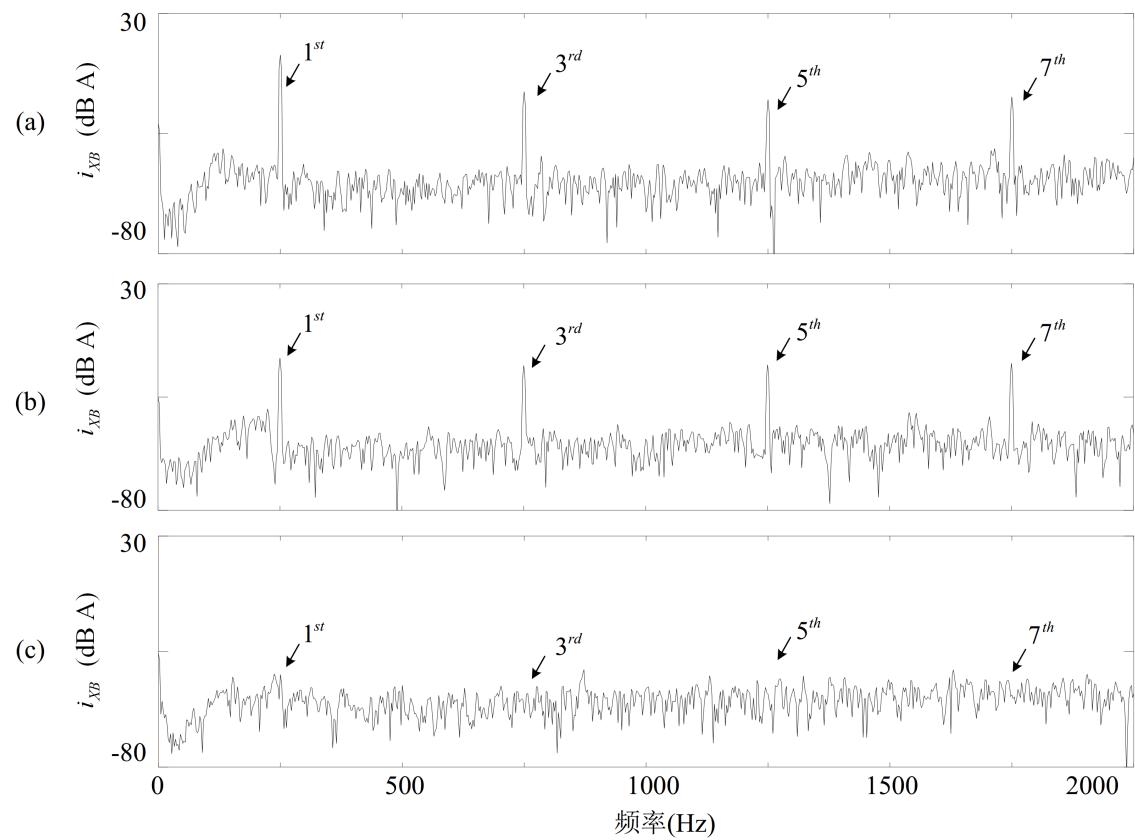


图 3.10 转子 250Hz 时的控制电流频谱实验测量结果: (a)PID, (b)PID+CRC, (c)PID+ZORC

表 3.1 显示了磁悬浮轴承系统在转子 250Hz 悬浮运转时的功率消耗。仅有 PID 控制时, 系统功率消耗为 142.3W; 当加入 CRC 之后, 功率消耗下降到 95.3W; 当加入 ZORC 之后, 功率消耗则下降到 58.2W。该对比结果显示 ZORC 比 CRC 更能降低系统的功率消耗。

除功率消耗降低之外, ZORC 带来的好处是提升转子的回转精度。此处的轴心轨迹通过位移传感器测得的转子位移绘制而成, 轴心轨迹的半径记为  $r$ 。图 3.11a 显示仅有 PID 控制下, 转子在 A 端磁悬浮轴承处的振动位移幅值为  $60\mu m$ , 在 B 端磁悬浮轴承处的振动位移幅值为  $32\mu m$ 。图 3.11b 中, 加入 CRC 之后, 转子在 A 端磁悬浮轴承处的振动位移幅值下降到  $40\mu m$ , 在 B 端磁悬浮轴承处的振动位移幅值下降到  $20\mu m$ 。图 3.11c 中, 加入 ZORC 之后, 转子在 A 端和 B 端磁悬浮轴承处的振动位移幅值同样下降到  $40\mu m$  和  $20\mu m$ 。该实验现象说明 CRC 和 ZORC 具有相同的提升转子回转精度的能力。

为了验证实际应用过程中 ZORC 对整机振动力的抑制能力, 我们使用加速度传感器来测量磁悬浮电机机壳上的振动加速度。图 3.12 显示了转子 250Hz 时定子基座的加速度实验测量结果。图 3.12a 显示当仅有 PID 控制时, 一、三、五、七次谐波频率处的振动幅值为  $0.782ms^{-2}$ 、 $0.142ms^{-2}$ 、 $0.002ms^{-2}$  和  $0.066ms^{-2}$ 。图 3.12b 中, 加入 CRC 之后, 与转速同频的振动幅值下降到

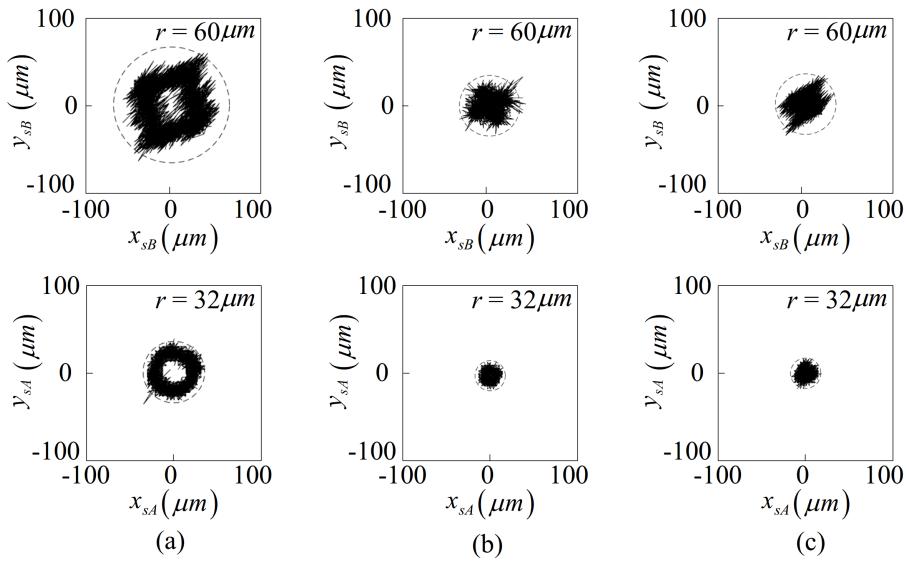


图 3.11 转子 250Hz 时两端的轴心轨迹实验测量结果: (a)PID, (b)PID+CRC, (c)PID+ZORC

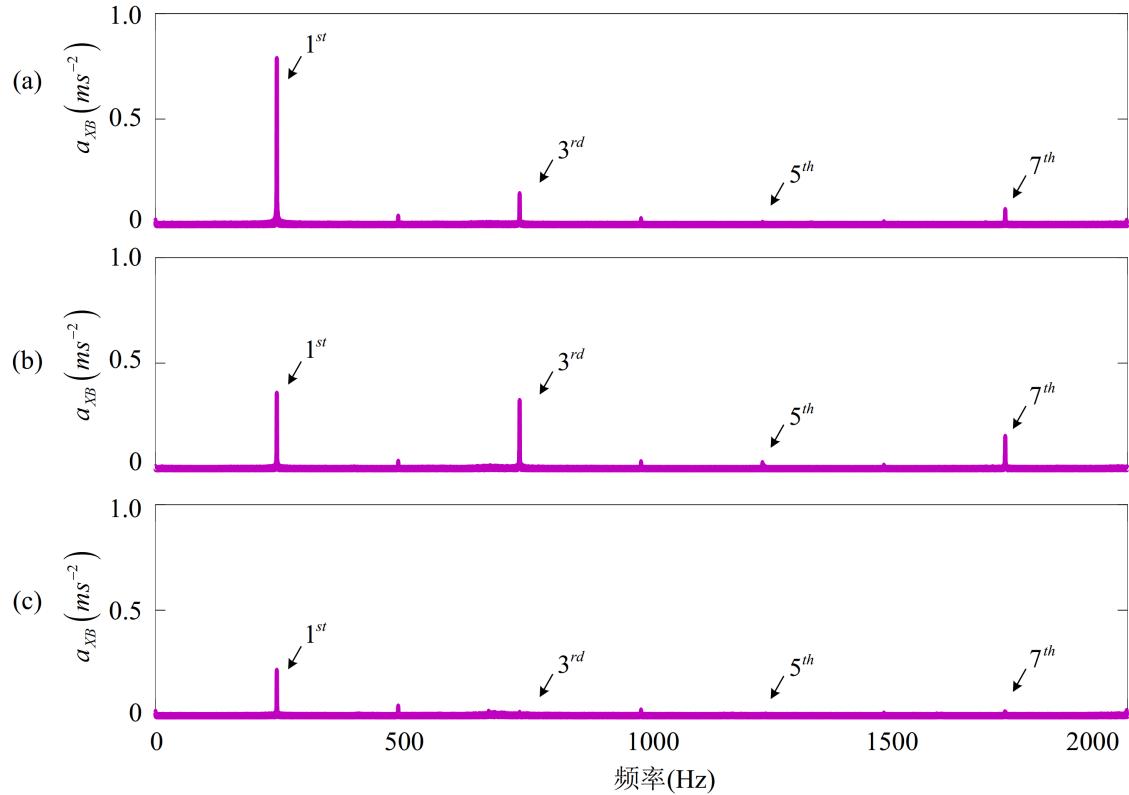


图 3.12 转子 250Hz 时定子基座的加速度实验测量结果: (a)PID, (b)PID+CRC, (c)PID+ZORC

0.352 $ms^{-2}$ , 然而三、五、七次谐波频率处的振动幅值上升到 0.318 $ms^{-2}$ 、0.024 $ms^{-2}$ 、0.148 $ms^{-2}$ 。这是因为尽管三、五、七次谐波频率处的电流幅值有轻微的衰减, 其相位可能发生剧烈的改变,

因此使得磁悬浮力增大。图 3.12c 中，加入 ZORC 之后，一、三、五、七次谐波频率处的振动幅值下降到  $0.210ms^{-2}$ 、 $0.011ms^{-2}$ 、 $0.001ms^{-2}$  和  $0.014ms^{-2}$ ，与转速同频的振动力下降了超过 70%，其它谐波频率处的振动力几乎下降到零。该实验现象说明 CRC 的谐波抑制能力随着频率升高而减弱，与之对比的是 ZORC 可以有效抑制所有频率处的谐波。

### 3.4 本章小结

本章提出了 ZORC 解决 CRC 存在相位延迟进而导致其在磁悬浮轴承应用中谐波抑制能力不足的问题。对比分析比较了 CRC 和 ZORC 的工作原理和稳定性分析方法。基于 ZORC 的主动振动抑制方法的仿真和实验说明：与 CRC 相比，ZORC 可以更加深度地抑制基波和谐波电流、降低基座振动力。

## 第四章 基于重复控制器的现场动平衡方法

针对主动振动抑制算法无法同时实现振动位移最小和振动力最小的问题，本章提出一种基于 ZORC 的现场动平衡方法。阐述了基于 ZORC 的现场动平衡方法的谐波抑制、偏心距辨识、校正质量计算步骤。

### 4.1 需试重的现场动平衡方法

#### 4.1.1 影响系数法

影响系数法是机械转子中应用范围较广的一种动平衡方法。对于较长的转子，需要采用双面增重平衡的影响系数法，该方法的实现思路如下：设系统有  $SA$  和  $SB$  两个转子位移信号检测面， $CA$  和  $CB$  两个质量校正面。选定转子稳定运行、振动幅值适中的转速  $\Omega_0$  作为不平衡测试转速。影响系数法操作步骤为：

- (1) 在  $\Omega_0$  时，测试得到转子在  $SA$  和  $SB$  处的位移振动矢量为  $A_0$  和  $B_0$ ；
- (2) 在  $CA$  面加试重  $C_A$ ，在  $\Omega_0$  时，测试得到转子在  $SA$  和  $SB$  处的位移振动矢量为  $A_A$  和  $B_A$ 。取下试重  $C_A$ ；
- (3) 在  $CB$  面加试重  $C_B$ ，在  $\Omega_0$  时，测试得到转子在  $SA$  和  $SB$  处的位移振动矢量为  $A_B$  和  $B_B$ 。取下试重  $C_B$ ；
- (4) 根据上述试重及振动矢量信息，解算出在  $CA$  面加校正质重  $M_A$ ，在  $CB$  面加校正质重  $M_B$ ，使得转子在全转速下的位移振动幅值为零。

其中根据试重及振动矢量信息解算校正质量的步骤如下：设  $CA$  面试重质量对  $SA$  和  $SB$  处位移振动的影响系数分别为  $a_A$  和  $b_A$ ， $CB$  面试重质量对  $SA$  和  $SB$  处位移振动的影响系数分别为  $a_B$  和  $b_B$ 。则

$$\begin{cases} a_A = \frac{A_A - A_0}{C_A} \\ b_A = \frac{B_A - B_0}{C_A} \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} a_B = \frac{A_B - A_0}{C_B} \\ b_B = \frac{B_B - B_0}{C_B} \end{cases} \quad (4.2)$$

欲使平衡之后的转子振动位移为零，则平衡方程为：

$$\begin{cases} a_A \cdot M_A + a_B \cdot M_B + A_0 = 0 \\ b_A \cdot M_A + b_B \cdot M_B + B_0 = 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

上式即可解得：

$$\left\{ \begin{array}{l} M_A = \frac{\begin{vmatrix} -A_0 & a_B \\ -B_0 & b_B \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_A & a_B \\ b_A & b_B \end{vmatrix}} \\ M_B = \frac{\begin{vmatrix} a_A & -A_0 \\ b_A & -B_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_A & a_B \\ b_A & b_B \end{vmatrix}} \end{array} \right. \quad (4.4)$$

#### 4.1.2 改进的影响系数法

磁悬浮轴承转子位移信号检测过程中，其同频振动分量是由质量不平衡和传感器误差共同构成的。其中偏心距引起的振动幅值与转速的平方成正比，而传感器误差引起的振动幅值与转速无关。使用相对影响系数法可以为消除传感器误差在同频振动分量中的影响，其操作步骤与影响系数法类似。先选定转子稳定运行、振动幅值适中的转速  $\Omega_0$  和  $\Omega_1$  作为不平衡测试转速，两个转速间隔适度。

- (1) 分别在  $\Omega_0$  和  $\Omega_1$  时记录转子的振动矢量。记下转子在  $SA$  处的位移振动矢量差为  $A_0$ ，在  $SA$  处的位移振动矢量差为  $B_0$ ；
- (2) 在  $CA$  面加试重  $C_A$ ，在  $\Omega_0$  和  $\Omega_1$  时测试得到转子在  $SA$  和  $SB$  处的位移振动矢量差分别为  $A_A$  和  $B_A$ 。取下试重  $C_A$ ；
- (3) 在  $CB$  面加试重  $C_B$ ，在  $\Omega_0$  和  $\Omega_1$  时测试得到转子在  $SA$  和  $SB$  处的位移振动矢量差分别为  $A_B$  和  $B_B$ 。取下试重  $C_B$ ；
- (4) 根据上述试重及振动矢量信息，解算出在  $CA$  面加校正质重  $M_A$ ，在  $CB$  面加校正质重  $M_B$ ，使得转子在全转速下的位移振动幅值为零。

校正质量  $M_A$  和  $M_B$  计算步骤如式 4.4 所示。值得注意的是，影响系数法的目标是使传感器检测的转子振动位移为零，而相对影响系数法的目标是使转子不平衡质量为零。

#### 4.2 无需试重的现场动平衡方法

影响系数法原理简单，但因需要多次试重而操作繁琐。与之对比的是无需试重的现场动平衡方法。此类方法通常需先控制转子旋转轴位置，再根据磁悬浮轴承系统本身可观测的信息，如电流、位移，来辨识转子偏心距，最后通过增重法或去重法校正转子质量不平衡。其中控制旋转轴位置有多种途径实现：零位移法、零电流法、零力法。

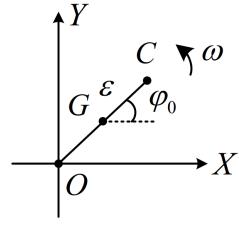


图 4.1 圆盘静止时几何中心、质量中心和旋转中心和偏心距的分布

#### 4.2.1 零位移法辨识转子偏心距

存在初始不平衡质量的转子在旋转时的几何轴、惯性轴和旋转轴不重合，如图 2.3 所示。此处为简化该模型且不失一般性，将转子等效为没有厚度的圆盘，几何轴、惯性轴和旋转轴等效为几何中心、质量中心和旋转中心。不妨认为磁悬浮轴承磁极中心与转子旋转中心是重合的，以旋转中心为原点建立平面坐标系，分析圆盘的运动轨迹方程。图 4.1 显示了存在初始不平衡质量圆盘的偏心距的幅值和相位的示意图。转子在平面的运动轨迹可由位移信号  $x(t)$  和  $y(t)$  描述。考虑到  $x(t)$  和  $y(t)$  正交，转子运动轨迹可以用矢量  $z(t) = x(t) + jy(t)$  来表示。同理，定义矢量  $z_c(t)$ 、 $z_g(t)$  和  $z_\Delta(t)$  分别表示转子的质量中心、几何中心和偏心距的平面运动。那么

$$z_c(t) = x_c(t) + jy_c(t) \quad (4.5)$$

$$z_g(t) = x_g(t) + jy_g(t) \quad (4.6)$$

$$z_\Delta(t) = \xi \cdot \cos(\omega t + \phi_0) + j\xi \cdot \sin(\omega t + \phi_0) = \xi e^{j(\omega t + \phi_0)} \quad (4.7)$$

此三个矢量的关系为：

$$z_c(t) = z_g(t) + z_\Delta(t) \quad (4.8)$$

零位移控制算法是指通过施加某些算法（如陷波器算法）消除转子位移振动，即使得旋转轴趋于几何轴。当圆盘的位移振动幅值被抑制到较低水平时，可将其几何中心与旋转中心视为重合，即

$$z_g(t) = 0 \quad (4.9)$$

则此时偏心距分布如图 4.2 所示。

磁悬浮轴承中的磁悬浮力为：

$$f_z(t) = k_i \cdot i_z(t) + k_s \cdot z_g(t) \quad (4.10)$$

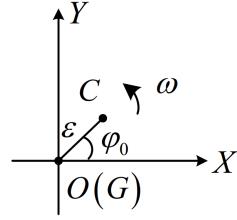


图 4.2 几何中心与旋转中心重合时圆盘的偏心距分布

研究圆盘的质心运动，可由牛顿第二运动定律得：

$$\mathbf{f}_z(t) = m\ddot{z}_c(t) \quad (4.11)$$

联立方程式 4.8、式 4.9、式 4.10 和式 4.11 可得：

$$-m\xi\omega^2 e^{j(\omega t+\phi_0)} = k_i i_z(t) \quad (4.12)$$

式 4.12 显示了偏心距的幅值、相位与控制电流的关系。尽管偏心距的幅值和相位是不可直接测量的物理量，但是磁悬浮轴承中的控制电流是可以通过电流传感器测得的。因此，若记电流传感器测得的单端两自由度控制电流波形为

$$i_z(t) = A_i e^{j(\omega t+\phi_i)} \quad (4.13)$$

则将式 4.13 带入式 4.12 可以解出偏心距的幅值和相位为

$$\begin{cases} \xi = \frac{k_i A_i}{m\omega^2} \\ \phi_0 = \phi_i + \pi \end{cases} \quad (4.14)$$

#### 4.2.2 零力法辨识转子偏心距

零力法是指消除转子质量不平衡引起的磁悬浮振动力，使得  $X$  和  $Y$  方向磁悬浮力的交流分量均为零（直流分量需要提供负载所需的作用力，如重力，因此直流分量不一定为零）。当磁悬浮振动力被完全抑制时，转子旋转轴趋于惯性轴。当圆盘的磁悬浮振动力幅值被抑制到较低水平时，可将其惯性中心与旋转中心视为重合，即

$$z_c(t) = 0 \quad (4.15)$$

此状态下偏心距的幅值和相位分布如图 4.3 所示。将式 4.15 带入式 4.8 中可以得到偏心距与几何中心的关系为：

$$z_\Delta(t) = -z_g(t) \quad (4.16)$$

磁悬浮轴承中，转子的几何中心的位置可以通过位移传感器测得，由此可以求得偏心距的幅值和相位。此处记位移传感器测得的圆盘转子位移波形为：

$$z_g(t) = A_z e^{j(\omega t + \phi_z)} \quad (4.17)$$

联立式 4.16 和式 4.17 即可得到不平衡质量的幅值和相位为：

$$\begin{cases} \xi = A_z \\ \phi_0 = \phi_z + \pi \end{cases} \quad (4.18)$$

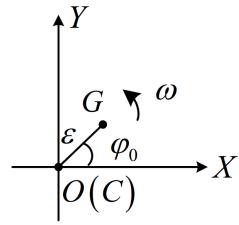


图 4.3 质量中心与旋转中心重合时圆盘的偏心距分布

#### 4.2.3 零电流法辨识转子偏心距

零电流控制是指消除控制电流中的同频分量，使得电流中的扰动信号的基波分量趋近于零（直流分量需要提供负载所需的作用力，如重力，因此直流分量不一定为零）。若不考虑传感器误差等引起的控制电流谐波分量，则控制电流可记为：

$$i_z(t) = 0 \quad (4.19)$$

联立式 4.8、式 4.10 和式 4.19，可得

$$m\ddot{z}_g(t) - m\omega^2 \varepsilon e^{j(\omega t + \phi_0)} = k_s z_g(t) \quad (4.20)$$

可以看到，式 4.20 中仅包含几何中心与偏心距，那么通过位移传感器测得圆盘几何中心的位移，即可推得偏心距的幅值和相位。式 4.20 解得

$$A_z = \frac{\varepsilon}{1 - \frac{k_s}{m\omega^2}} \quad (4.21)$$

联立式 4.17 和式 4.21，即可解出偏心距的幅值和相位为：

$$\begin{cases} \xi = A_z \left(1 - \frac{k_s}{m\omega^2}\right) \\ \phi_0 = \phi_z \end{cases} \quad (4.22)$$

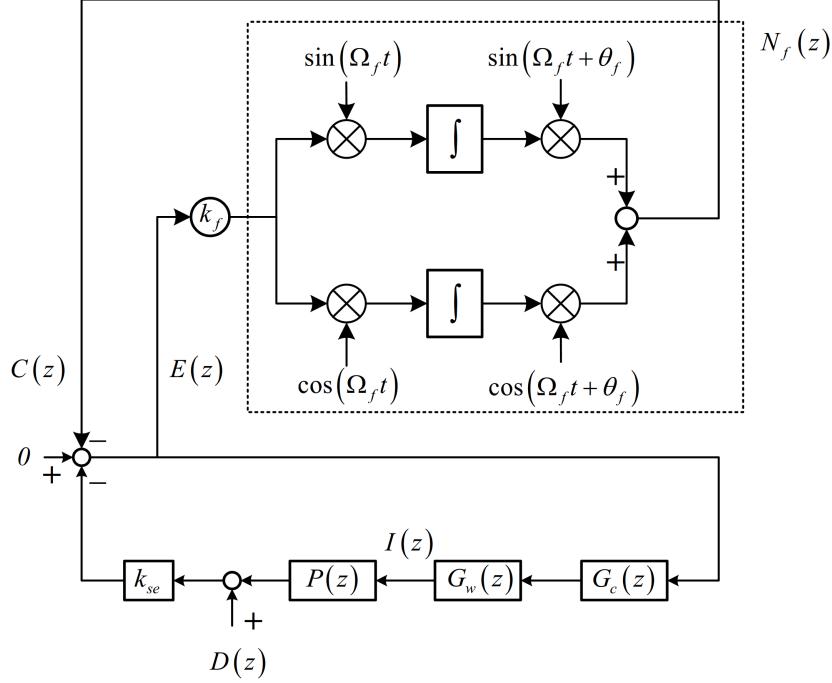


图 4.4 插入陷波器的闭环系统控制框图

通过以上的原理介绍可以看出，零位移法、零力法和零电流法均可以无需试重辨识出转子偏心距的分布。零位移法控制下转子振动位移降低，但是转子振动力加剧，适用于磁悬浮轴承定转子间气隙小、整机对振动力要求不严的场合；零力法和零电流法均可以显著抑制磁悬浮振动力，但是转子低速时转子位移振动加大，该方法适用于磁悬浮轴承定转子间气隙大、整机要求振动力小的场合。根据不同的应用场景，选择不同的方法来辨识偏心距分布，进而可据偏心距信息计算校正质量，实现转子不平衡质量校正（校正质量的计算和不平衡质量校正的详细方法见下一小节）。

### 4.3 基于重复控制器的现场动平衡方法

#### 4.3.1 零电流控制

传统方案使用陷波器法实现零电流控制。陷波器是磁悬浮轴承振动抑制研究中应用较广的同频振动抑制策略，当其用于抑制电流中的同频振动成分以消除磁悬浮轴承振动力时，陷波器被以反馈的形式插入到闭环控制回路中。若以  $N_f(z)$  表示陷波器的开环传递函数，则插入陷波器的闭环系统控制框图如图 4.4 所示。

图中， $k_f$  是指陷波器增益， $\theta_f$  指陷波器相位角， $\Omega_f$  是指陷波频率。为抑制同频振动力，此处陷波频率应选取为转子转动频率。陷波器的输入信号包括转子位移误差信号  $e(t)$ （对应图中  $E(z)$ ）和一对相位相差  $90^\circ$  的正弦信号；陷波器的输出信号为  $c(t)$ （对应图中  $C(z)$ ）。在不影响

原理验证的前提下，以下在我连续域上分析输入信号和输出信号的转换关系（对于连续域的传递函数，使用双线性变换即可得到其对应的离散域表达式）：

$$c(t) = \sin(\Omega_f t + \theta_f) \int [\sin(\Omega_f t)e(t)] + \cos(\Omega_f t + \theta_f) \int [\cos(\Omega_f t)e(t)] \quad (4.23)$$

上式两端同时以  $t$  为自变量求二次导数，可以得到

$$\ddot{c}(t) = -\Omega_f^2 c(t) + \cos(\theta_f)\dot{e}(t) - \Omega_f \sin(\theta_f)e(t) \quad (4.24)$$

对上式进行拉普拉斯变换得到：

$$s^2 C(s) = -\Omega_f^2 C(s) + s \cos(\theta_f) E(s) - \Omega_f \sin(\theta_f) E(s) \quad (4.25)$$

由此得到陷波器的开环传递函数  $N_f(s)$  为：

$$N_f(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = \frac{s \cos(\theta_f) - \Omega_f \sin(\theta_f)}{s^2 + \Omega_f^2} \quad (4.26)$$

那么陷波器的闭环传递函数  $N(s)$  为：

$$N(s) = \frac{1}{1 + k_f N_f(s)} = \frac{s^2 + \Omega_f^2}{s^2 + k_f \cos(\theta_f)s + \Omega_f^2 - k_f \Omega_f \sin(\theta_f)} \quad (4.27)$$

可以看出  $N(s)$  在  $\omega = \Omega_f$  处存在零点，所有在闭环系统稳定的条件下，加入该陷波器可以使同频电流的幅值完全消除。依据文献<sup>[50]</sup> 给出的插入陷波器的闭环控制回路的稳定性分析方法，陷波器的参数  $k_f$  和  $\theta_f$  的选取原则为：

- (1)  $\theta_f = -\arg[S_0(j\Omega)]$ ，其中  $S_0$  为该自由度的输出敏感度函数；
- (2)  $k_f$  越大，误差收敛速度越快，但是系统稳定性越差。实验过程中应该根据实验现象由小至大选取合适的  $k_f$  值。

新型方案使用 ZORC 实现零电流控制。位移传感器引入的谐波扰动使得控制电流中不仅包含质量不平衡引起的与转速同频的扰动，也包含谐波成分。使用传统的陷波器抑制同频振动电流后，其剩下的控制电流  $i_t$  可以表示为：

$$i_t = \sum_{n=2}^{\infty} A_{ni} e^{j(n\omega t + \varphi_{ni})} \quad (4.28)$$

上式表明控制电流的交流分量并不为零。对于基于零电流控制的转子偏心距辨识方法而言，辨识结果准确度则无法保证。本文使用第三章提出的 ZORC 消除控制电流中的同频分量和谐波分量，实现零电流控制。对于同一磁悬浮轴承系统，基于 ZORC 的现场动平衡方法可复用第三章所述的 ZORC 控制结构及参数，无需另行设计。

### 4.3.2 辨识偏心距

考虑振动力的转子动力学方程为

$$\mathbf{M}(\ddot{\mathbf{q}}_g + \ddot{\mathbf{q}}_\Delta) + \mathbf{G}(\dot{\mathbf{q}}_g + \dot{\mathbf{q}}_\Delta) = \mathbf{B}\mathbf{K}_s\mathbf{B}^T\mathbf{q}_g + \mathbf{B}\mathbf{K}_t i \quad (4.29)$$

当控制电流的交流分量为零时，上式重写为

$$\mathbf{M}(\ddot{\mathbf{q}}_g + \ddot{\mathbf{q}}_\Delta) + \mathbf{G}(\dot{\mathbf{q}}_g + \dot{\mathbf{q}}_\Delta) = \mathbf{B}\mathbf{K}_s\mathbf{B}^T\mathbf{q}_g \quad (4.30)$$

进行拉普拉斯变换后可得

$$(\mathbf{M}s^2 + \mathbf{G}s)[\mathbf{q}_g(s) + \mathbf{q}_\Delta(s)] = \mathbf{B}\mathbf{K}_s\mathbf{B}^T\mathbf{q}_g(s) \quad (4.31)$$

其中

$$\mathbf{B}\mathbf{K}_s\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} (l_{bA}^2 + l_{bB}^2)k_s & -l_{bA} + l_{bB} & 0 & 0 \\ -l_{bA} + l_{bB} & 2k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (l_{bA}^2 + l_{bB}^2)k_s & -l_{bA} + l_{bB} \\ 0 & 0 & -l_{bA} + l_{bB} & 2k_s \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

当两端磁极到中心距离一致，即  $l_{bA} = l_{bB} = l_b$  时，上式可以化简为：

$$\mathbf{B}\mathbf{K}_s\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 2l_b^2k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2l_b^2k_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2k_s \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

转子径向上的运动分为平动和转动： $x$ 、 $y$  运动和  $\alpha$ 、 $\beta$  运动。在式 4.33 所示的条件下，径向上的平动和转动可以解耦分析。定义复数信号  $\boldsymbol{\eta}_g(t)$  和  $\boldsymbol{v}_g(t)$  分别表示转子几何中心的平动位移和转动位移，复数信号  $\boldsymbol{\eta}_\Delta(t)$  和  $\boldsymbol{v}_\Delta(t)$  分别表示转子平动和转动方向上的偏心距，表示为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}_g(t) = x_g(t) + jy_g(t) \\ \boldsymbol{\eta}_\Delta(t) = x_\Delta(t) + jy_\Delta(t) \\ \boldsymbol{v}_g(t) = \beta_g(t) - j\alpha_g(t) \\ \boldsymbol{v}_\Delta(t) = \beta_\Delta(t) - j\alpha_\Delta(t) \end{cases} \quad (4.34)$$

根据式 2.5 定义，转子平动和转动方向上的偏心距分别为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}_\Delta(t) = ee^{j(\omega t + \theta)} \\ \boldsymbol{v}_\Delta(t) = \sigma e^{j(\omega t + \gamma)} \end{cases} \quad (4.35)$$

在不影响实际实验准确性的前提下，我们假设：

- (1) 转子径向对称:  $I_x = I_y = I_r$ ;
- (2) 忽略细长转子的陀螺效应, 即认为  $\mathbf{G} = 0$

则式 4.33 和式 4.34 可以重写为:

$$\begin{cases} ms^2 [\boldsymbol{\eta}_g(s) + \boldsymbol{\eta}_\Delta(s)] = 2k_s \eta_g(s) \\ I_r s^2 [\boldsymbol{\nu}_g(s) + \boldsymbol{\nu}_\Delta(s)] = 2k_s l_b^2 \nu_g(s) \end{cases} \quad (4.36)$$

式 4.36 可以解出:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}_g(t) = -\frac{m\omega^2}{m\omega^2 + 2k_s} \boldsymbol{\eta}_\Delta(t) \\ \boldsymbol{\nu}_g(t) = -\frac{I_r\omega^2}{I_r\omega^2 + 2k_s l_b^2} \boldsymbol{\nu}_\Delta(t) \end{cases} \quad (4.37)$$

由式 4.37 可以看出, 得到  $\boldsymbol{\eta}_g(t)$  和  $\boldsymbol{\nu}_g(t)$  的信息才能得到不平衡质量的幅值和相位。但是如前文所提到, 由于传感器误差的存在, 转子几何中心无法测得。考虑到与质量不平衡引起的同频振动的幅值相比, 传感器误差引起的同频振动的幅值要小得多, 则不妨假设

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}_g(t) = \boldsymbol{\eta}_s(t) \\ \boldsymbol{\nu}_g(t) = \boldsymbol{\nu}_s(t) \end{cases} \quad (4.38)$$

$\boldsymbol{\eta}_s(t)$  和  $\boldsymbol{\nu}_s(t)$  可以通过位移传感器采集得到, 其可以表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}_s(t) = A_\eta e^{j(\omega t + \phi_\eta)} \\ \boldsymbol{\nu}_s(t) = A_\nu e^{j(\omega t + \phi_\nu)} \end{cases} \quad (4.39)$$

联立式 4.35、式 4.37 和式 4.39, 可以解得偏心距的幅值和相位为:

$$\begin{cases} \xi = A_\eta \frac{m\omega^2 + 2k_s}{m\omega^2} \\ \sigma = A_\nu \frac{I_r\omega^2 + 2k_s l_b^2}{I_r\omega^2} \end{cases} \quad (4.40)$$

通过转角传感器辨识双端位移波形相位, 即可获取平动和转动方向的偏心距的初相位  $\theta$  和  $\gamma$ 。

### 4.3.3 计算校正质量

辨识出偏心距的幅值和相位之后, 通过在双端配重盘增重的方式来校正转子初始不平衡质量。记在校正盘 A 上的校正质量为  $m_A$ , 相位为  $\phi_A$ ; 校正盘 B 上的校正质量为  $m_B$ , 相位为  $\phi_B$ 。则校正力矩矩阵可以表示为:

$$\mathbf{Q}_c = \mathbf{T}_c \cdot \mathbf{M}_c \quad (4.41)$$

其中

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} m_a r_a \cos(\varphi_A) \\ m_b r_b \cos(\varphi_B) \\ m_a r_a \sin(\varphi_A) \\ m_b r_b \sin(\varphi_B) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

$$\mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} -l_{cA} & l_{cB} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_{cA} & l_{cB} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

校正目标为转子合力矩为零，即

$$\mathbf{M}\mathbf{q}_\Delta\omega^2 + \mathbf{Q}_c\mathbf{T}_c\omega^2 = 0 \quad (4.44)$$

解式 4.44 时，先令校正质量分布于正交方向  $x$  和  $y$  上，表示为

$$\mathbf{M}_c = \begin{bmatrix} m_{ax}r_a \\ m_{bx}r_b \\ m_{ay}r_a \\ m_{by}r_b \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

求出  $\mathbf{T}_c$  的逆矩阵为：

$$\mathbf{T}_c^{-1} = \frac{1}{l_{cA} + l_{cB}} \begin{bmatrix} -1 & l_{cB} & 0 & 0 \\ 1 & l_{cA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & l_{cB} \\ 0 & 0 & 1 & l_{cA} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

则可以解出正交方向上的校正质量为：

$$\begin{bmatrix} m_{ax} \\ m_{bx} \\ m_{ay} \\ m_{by} \end{bmatrix} = -\frac{1}{l_{cA} + l_{cB}} \begin{bmatrix} -1 & l_{cB} & 0 & 0 \\ 1 & l_{cA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & l_{cB} \\ 0 & 0 & 1 & l_{cA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_r\sigma \cos \gamma \\ m\varepsilon \cos \theta \\ I_r\sigma \sin \gamma \\ m\varepsilon \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_a \\ r_b \\ r_a \\ r_b \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.47)$$

得到校正质量幅值和相位为：

$$\begin{cases} m_a = \sqrt{m_{ax}^2 + m_{ay}^2} \\ m_b = \sqrt{m_{bx}^2 + m_{by}^2} \\ \varphi_A = \arctan \frac{m_{ay}}{m_{ax}} \\ \varphi_B = \arctan \frac{m_{by}}{m_{bx}} \end{cases} \quad (4.48)$$

## 4.4 实验分析

在进行本节的分析与实验前，实验样机已在动平衡机上完成去重式转子动平衡，残余不平衡质量较小，250Hz 运转时磁悬浮轴承位移波形如图 4.5a 所示，径向自由度位移振动幅值仅约

$10\mu m$ 。为测试验证本文提出的基于 ZORC 的现场动平衡方法的实际效果，本文在转子两端分别增加一定质量的配重以增大位移振动幅值、更加明显地显示实验效果，增重之后  $250Hz$  运转时磁悬浮轴承位移波形如图 4.5b 所示，径向自由度位移振动幅值约  $20\mu m$ 。以此增重后的状态作为转子初始质量不平衡状态，再使用本文提出的基于谐波抑制的现场动平衡方法辨识该不平衡质量，并通过增重的方式进行校正，分析现场动平衡前后转子振动量级，以验证现场动平衡算法实际效果。

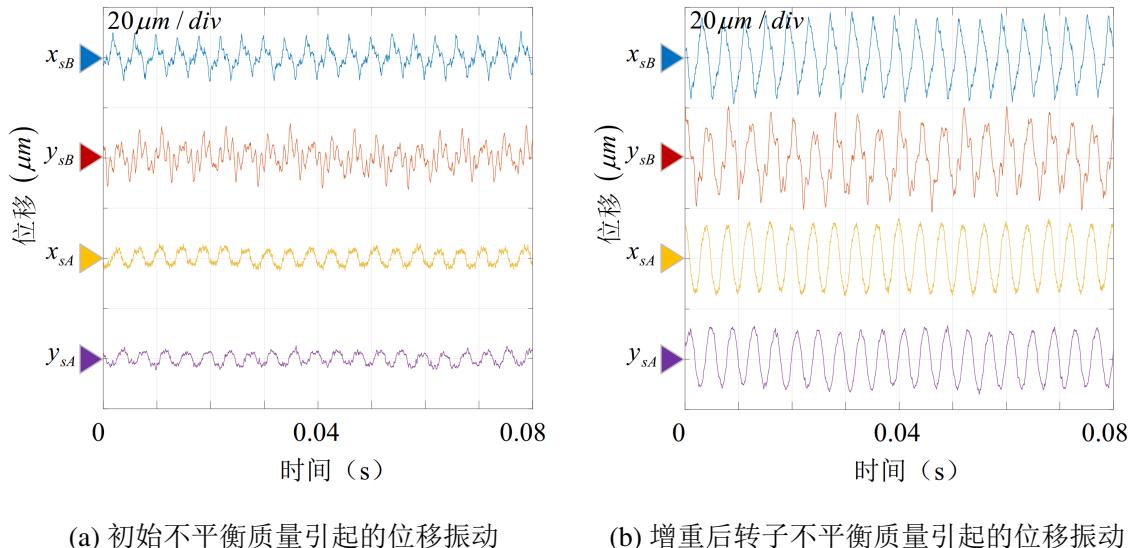


图 4.5 转子不平衡质量引起的位移振动

两端的配重盘尺寸一致，靠近边沿处沿圆形轨迹分布 36 个螺丝孔，每两个孔之间间距为  $10^\circ$ 。每个孔上可以通过螺丝固定数量不等的垫片在配重盘上，达到增重的目的。增加初始配重质量的幅值和相位分别如表 4.2 所示。

首先分析传统零电流控制方案的效果。根据图 2.6a、图 2.6b、图 2.6c 和图 2.6d 所示的输出敏感度函数，转子在  $70Hz \sim 100Hz$  附近增益幅值最大，则在该频率段转子的稳定性能较差。考虑转子到高速时各自由度输出敏感度增益较小，且相位变化平缓，因此本文选取  $250Hz$  作为位移波形采集点：将转子升速至  $250Hz$ ，加入零电流控制算法后采集位移波形，辨识转子不平衡质量分布。从输出敏感度函数曲线上获取  $250Hz$  处的 XA、XB、YA 和 YB 通道的输出敏感度相位并设计陷波器参数  $\theta_f$  如表 4.1 所示；陷波器参数  $k_f$  的选取步骤为：根据实验现象，从零逐渐增加陷波器参数  $k_f$ ，当  $k_f = 50$  时，陷波器的同频振动抑制效果良好，因此选择  $k_f = 50$ 。

图 4.6 显示了加入陷波器前后控制电流时域波形。考虑到四个径向通道控制策略和控制对象模型一致，因此仅分析其中一个自由度的电流的频谱图像即可反应加入陷波器对控制电流的影响，此处不妨选取  $i_{xB}$  电流分析。图 4.6a 显示了质量不平衡引起的控制电流振动，各自由度

表 4.1 径向各自由度在 250Hz 的输出敏感度相位

自由度	250Hz 处输出敏感度函数相位	$\theta_f$
$X_A$	0°	0°
$Y_A$	1°	-1°
$X_B$	2°	-2°
$Y_B$	0°	0°

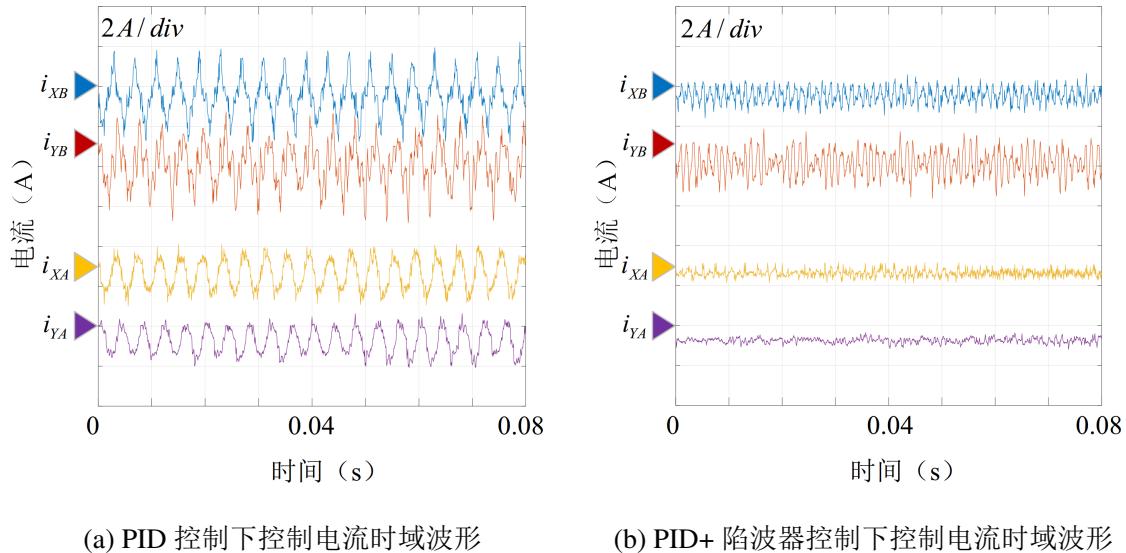


图 4.6 加入陷波器前后控制电流时域波形

的控制电流幅值均较大，约 1A~2A。从图 4.6b 可以看出，加入陷波器之后控制电流幅值明显衰减，降低至 0.2A~1A。为了分析控制电流中各次谐波幅值的变化，对  $i_{XB}$  电流时域波形进行傅里叶分解，图 4.7 显示了加入陷波器前后  $i_{XB}$  频谱。从图中可以看到控制电流中包含一、三、五和七次谐波，加入陷波器可以有效抑制同频振动电流：同频电流幅值从约 -5dB A 下降到约 -30dB A，但是三、五和七次谐波的幅值并未显示任何衰减。该实验结果与理论是一致的，加入陷波器仅能有效抑制控制电流中的同频振动。

对比分析新型零电流控制方案的效果。图 4.8 显示了加入重复控制器前后控制电流时域波形。加入重复控制器后，最大的控制电流幅值从图 4.6a 所示的约 2A 下降到图 4.8b 所示的约 1A。图 4.9 显示了加入重复控制器前后  $i_{XB}$  频谱，从此图中可以清楚看出加入重复控制器前控制电流中包含一、三、五和七次谐波成分，而加入重复控制器后，一、三、五和七次谐波频率处的尖峰消失，谐波电流被有效消除。实验现象说明新型零电流控制方案比传统零电流控制方案可以取得更好的谐波电流抑制效果。

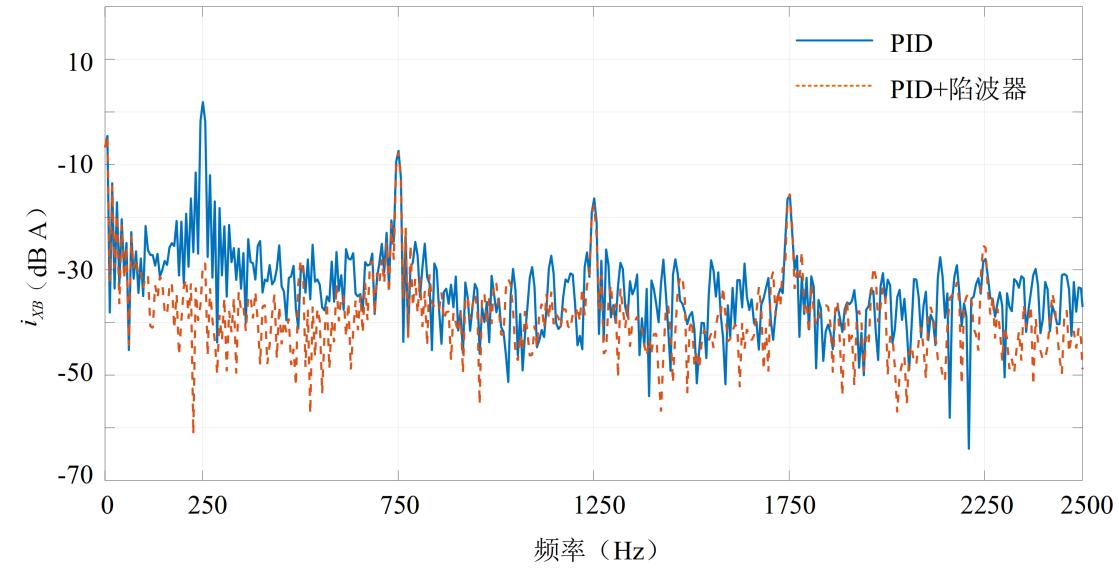
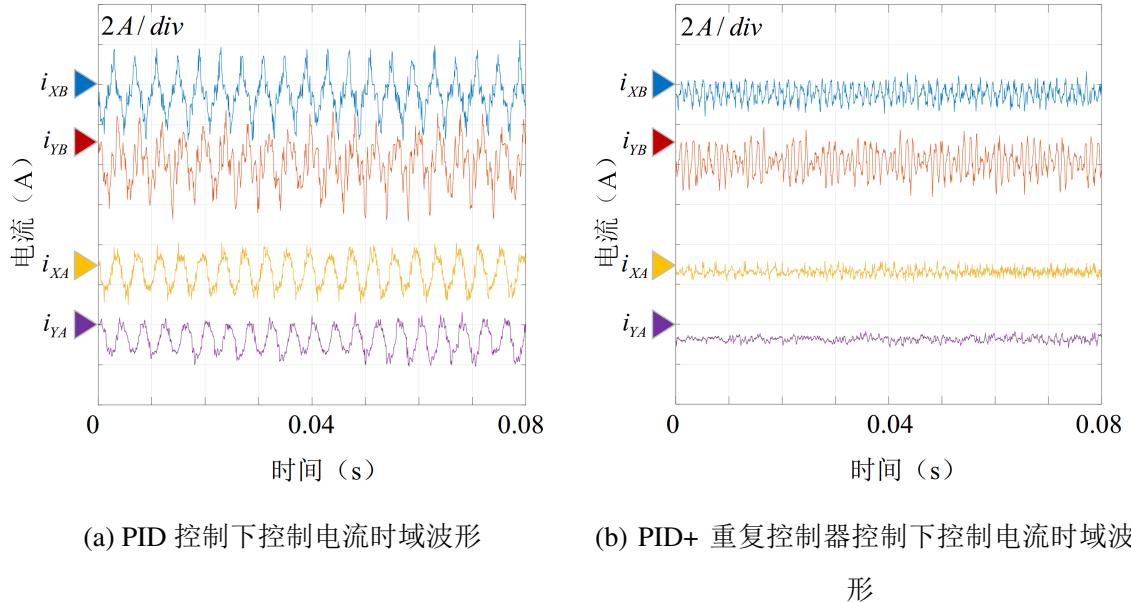
图 4.7 加入陷波器前后  $i_{XB}$  频谱

图 4.8 加入重复控制器前后控制电流时域波形

本文使用实时数字控制器和 PC 端数据采集软件同时采集多路位移信号。软件采样频率为 12.5kHz，采样长度为 1000。转子在 250Hz 运转时，加入零电流控制算法后，采集径向通道位移信号和转角信号。通过前文所述的不平衡质量辨识方案，传统零电流控制方案和新型零电流控制方案下辨识出的不平衡质量大小和相位如表 4.2 所示。

从表 4.2 可以看出，基于陷波器零电流方案和基于 ZORC 零电流方案辨识得到的不平衡质

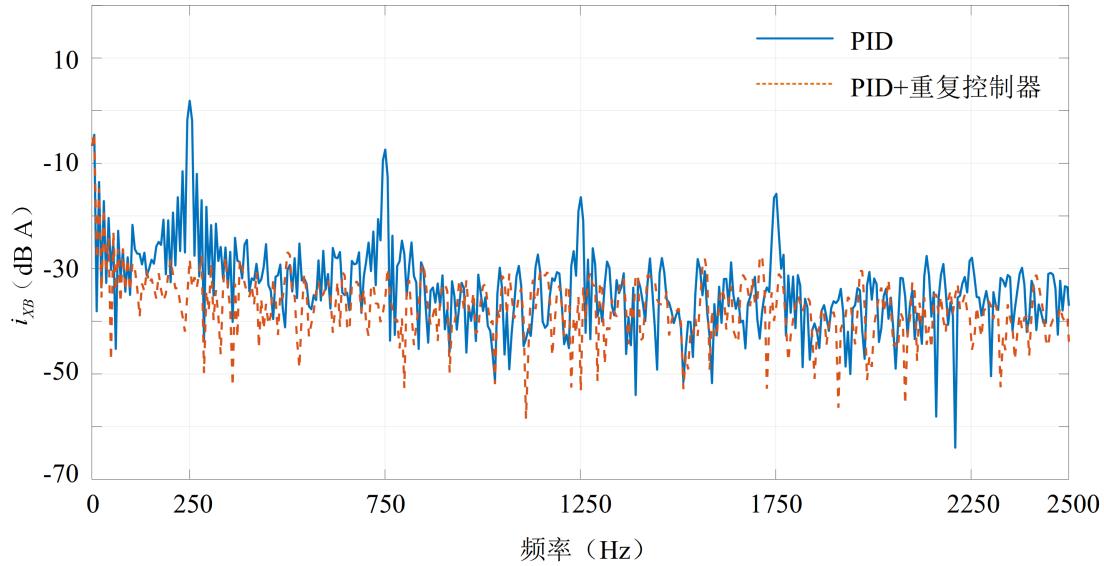
图 4.9 加入重复控制器前后  $i_{XB}$  频谱

表 4.2 现场动平衡初始配重及辨识质量

项目	轴端	大小和相位
初始配重质量	A	$596mg \angle -140^\circ$
	B	$559mg \angle -125^\circ$
基于陷波器零电流方案辨识的不平衡质量	A	$660mg \angle -145^\circ$
	B	$657mg \angle -125^\circ$
基于 ZORC 零电流方案辨识的不平衡质量	A	$648mg \angle -148^\circ$
	B	$646mg \angle -128^\circ$
实际校正质量（增重）	A	$659mg \angle 35^\circ$
	B	$654mg \angle 55^\circ$

量大小与初始配重质量相比均偏大，解析得到的相位等于或略小于初始配重质量。分析误差原因如下：

- (1) 由于除初始配重质量外，转子自身存在一定的不平衡质量分布，而该不平衡质量量级较小、分布无法准确测得，且可能导致实际的不平衡质量分布与初始配重质量发生一定偏差；
- (2) 配重盘上的用于固定配重螺丝的螺纹孔分布间隔为  $10^\circ$ ，相位读数仅可精确到  $10^\circ$ 。

综合以上原因考虑两种方案的辨识结果，可认为陷波器法辨识的不平衡质量和重复控制器法辨识的不平衡质量精度基本一致。

根据辨识结果理论计算得到的校正质量的大小与辨识的不平衡质量的大小相等，相位相差

180°。实际进行现场动平衡操作时，转子增重通过螺丝孔上加装垫片实现，这种方式增重质量可精确到 10g，间隔分布的螺丝孔使得增重的相位可精确到 10°。因此实际增重质量与计算校正质量不是严格相等。本实验中的实际增重质量取计算校正质量的附近值，如表 4.2 所示。

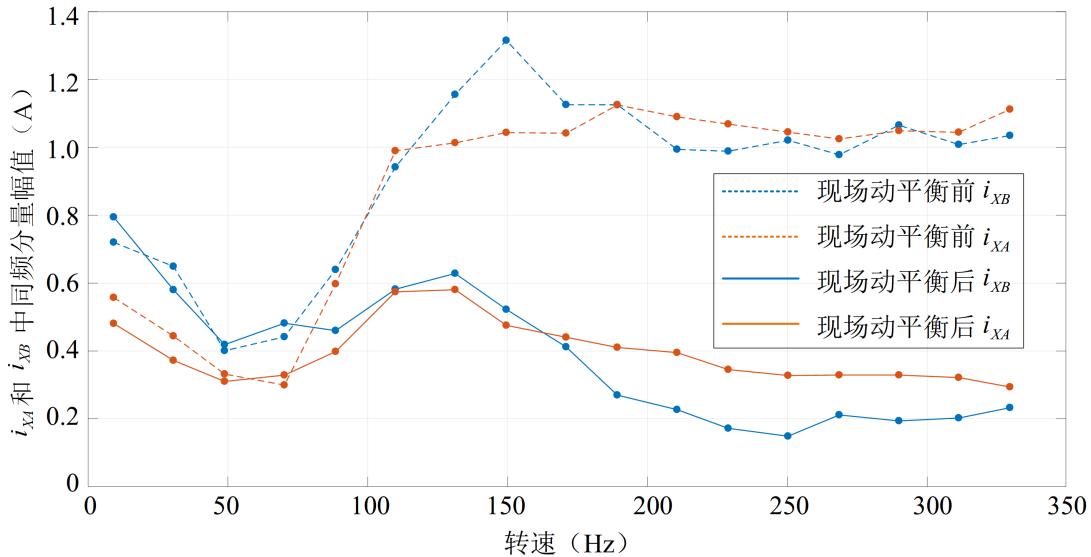


图 4.10 现场动平衡前后  $i_{XB}$ 、 $i_{XA}$  同频分量幅值

图 4.10 显示了现场动平衡前后控制电流中同频分量幅值。从图中可以看到，现场动平衡之前 A 端磁轴承和 B 端磁轴承中的控制电流  $i_{XA}$  和  $i_{XB}$  中的同频分量的幅值随着转速变化而变化，从 10Hz 处的 0.7A 附近先下降到约 0.4A，然后上升到约 1.1A，之后稳定在 1.1A 附近。完成现场动平衡之后，在 90Hz 前  $i_{XA}$  和  $i_{XB}$  中的同频分量的幅值与现场动平衡之前没有显著的变化，在 90Hz 之后，随着转速继续升高，二者则始终比现场动平衡之前的值小得多，稳定在约 0.3A 附近。该动平衡方法使控制电流同频振动幅值在大转速范围内实现显著下降。

图 4.11 显示了现场动平衡前后转子轴端位移中同频分量幅值。从图中可以看到，现场动平衡之前 A 端磁轴承和 B 端磁轴承中的位移  $x_{sA}$  和  $x_{sB}$  中的同频分量的幅值随着转速变化而变化，二者先从 10Hz 处约  $32\mu m$  和  $48\mu m$  处先下降再上升到约  $28\mu m$ ，最后下降稳定到约  $12\mu m$ ；现场动平衡之后，90Hz 前  $x_{sA}$  和  $x_{sB}$  与现场动平衡之前无显著区别。90Hz 后， $x_{sA}$  和  $x_{sB}$  中的同频分量幅值始终小于现场动平衡之前的幅值，最终稳定在约  $4\mu m$  处。图 4.10 和图 4.11 所示的实验现象说明本文采取的基于重复控制器的现场动平衡方法有明显振动抑制效果。

## 4.5 本章小结

本章提出基于 ZORC 的现场动平衡方法，其步骤可以总结为图 4.12 所示。基于该方案进行现场动平衡后，同频振动电流以及同频振动位移均取得显著的降低，验证了 ZORC 的现场动平衡理论方法的可行性。与主动振动控制算法相比，该方法可以同时抑制振动力和振动位移；与

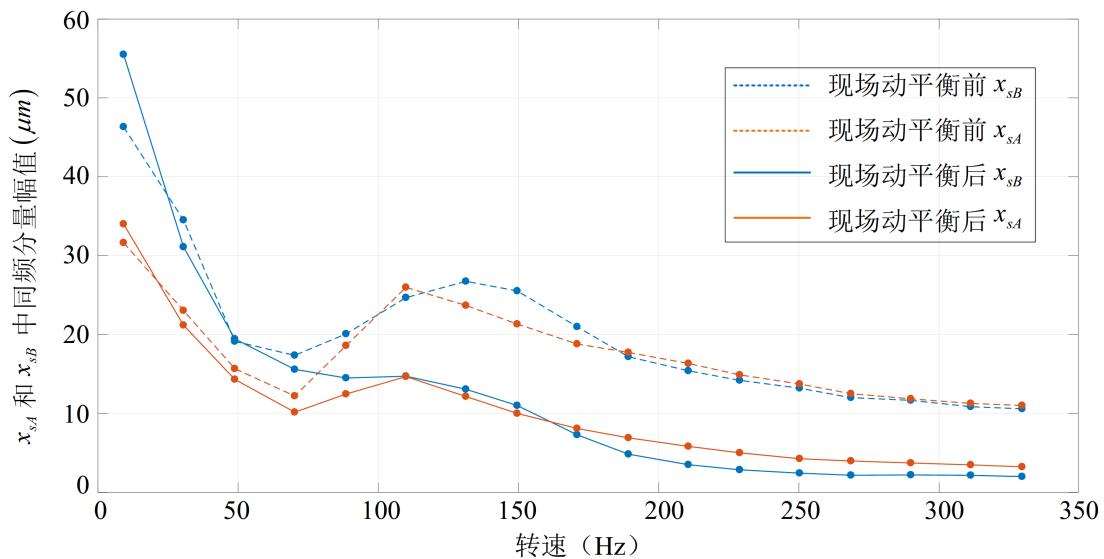
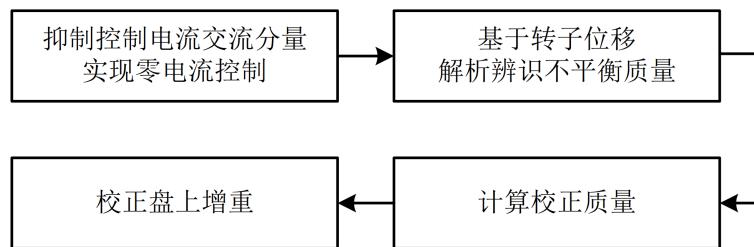

 图 4.11 现场动平衡前后  $x_{sb}$ 、 $x_{sa}$  同频分量幅值


图 4.12 基于重复控制器法的现场动平衡方案流程图

传统现场动平衡方法相比，该方法无需试重；与基于陷波器的现场动平衡方法相比，其可以达到同等的现场动平衡精度，但基于前文 ZORC，无需额外设计控制器参数。

## 第五章 磁悬浮轴承数字控制平台的实验研究

磁悬浮轴承系统包含机械部分和控制部分，包括磁悬浮轴承及其支撑的转子以及控制板卡和控制软件程序，本章介绍控制板卡的硬件设计和软件设计。

### 5.1 硬件设计

硬件、软件组成的完整磁悬浮轴承数字控制平台如图 5.1 所示。其中磁悬浮离心机中的转子旋转由逆变器驱动，转子悬浮由磁悬浮轴承系统控制。



图 5.1 磁悬浮轴承数字控制平台

磁悬浮轴承系统硬件部分包括位移传感器、控制板卡、功率放大器和上位机程序，加速度传感器和示波器用于监测系统运行状态。磁悬浮轴承系统内的结构与数据交互关系如图 5.2 所示。

位移传感器用于实时采集转子位置，作为反馈量输入到控制器中。位移传感器的信号质量直接决定了闭环系统控制性能。本文采用电涡流位移传感器，其测量线性范围是  $0.10 \sim 1.10\text{mm}$ ，标准灵敏度为  $20.00\text{V/mm}$ ，非线性度为  $0.8\%$ 。位移传感器将转子位移量转换成电压输出，经模数转换芯片（Analog to Digital Converter，简称 ADC）采样后即得到数字量输出。本文使用的 ADC 芯片输入模拟电压信号幅值范围  $-10\text{V} \sim 10\text{V}$ ，对应数字量输出范围为  $-32768 \sim 32767$ 。

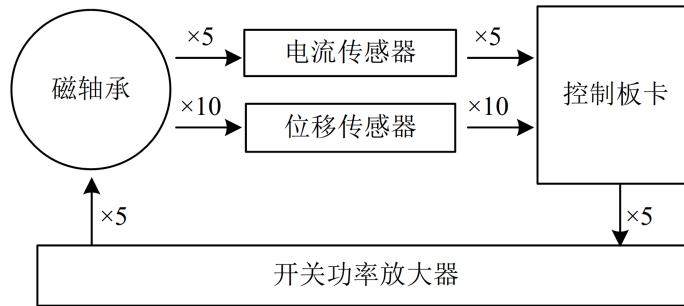


图 5.2 磁悬浮轴承系统硬件组成

则实际位移值到 ADC 采样数字量之间的系数关系为：

$$\frac{ADC_{reading}}{Displacement} = \frac{20.00V}{1 \times 10^{-3}m} \times \frac{32767}{10V} = 6.5534 \times 10^6 / m \quad (5.1)$$

电流传感器用于实时采样磁轴轴承控制电流值，作为反馈量输入到控制器中。本文研究的磁悬浮离心压缩机用的磁悬浮轴承的额定电流是  $-6A \sim 6A$ ，采用电阻采样式电流传感器。采样电 阻阻值为  $31m\Omega$ ，经一级隔离运算放大器放大 8.2 倍，再经过一级运算放大器放大 10 倍后，输入到 ADC 进行采样。实际电流值到 ADC 采样数字量之间的系数关系为：

$$\frac{ADC_{reading}}{Current} = 31 \times 10^{-3}V \times 8.2 \times 10 \times \frac{32767}{10V} \times \frac{1}{1A} = 8329.4 / A \quad (5.2)$$

开关功率放大器是磁悬浮轴承执行部件之一，其将控制算法输出的参考电流转换成线圈中的实际电流，使得线圈可以产生磁悬浮力。本文采用全桥式开关功率放大器，母线电压选取为  $50V$ 。五自由度线圈控制共需五组拓扑一致的全桥电路，其中一路全桥电路如图 5.3 所示。基于滞环控制方案使开关管 Q1、Q4 和 Q2、Q3 轮流导通，来控制磁轴承控制电流值跟踪电流给定值。

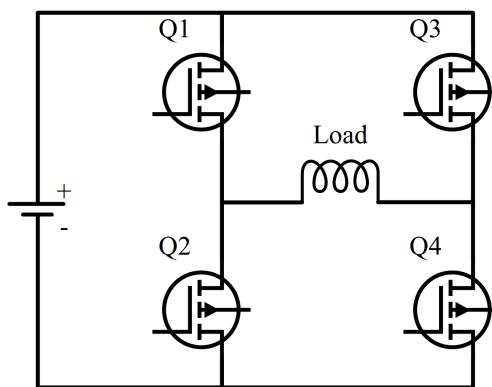


图 5.3 开关功率放大器单路全桥拓扑

控制板卡包含一块 STM32F407 芯片和一块 Cyclone IV EP4CE40 芯片，以及信号调理电路、驱动隔离电路等外围电路。STM32F4 系列单片机是意法半导体公司 (ST) 推出的基于 ARM

Cortex-M4 内核的高性能微控制器，搭载 NVM 技术和 ART 加速器技术，使得该系列单片机的计算性能可达 225DMIPS（主频运行于 180MHz）。此外，其集成的单周期 DSP 指令和浮点运算单元（Floating Point Unit，简称 FPU），具备高效完成复杂数学浮点运算的能力。本文使用的 STM32F407ZET6 参数如表 5.1 所示。

表 5.1 STM32F407ZET6 性能参数

模块	性能值
Flash	512KB
RAM	192KB
定时器	12× 16-bit + 2× 32-bit
ADC	24 × 12-bit
DAC	2 × 12-bit
USART + UART	4 + 2
Ethernet	1

Cyclone IV E 系列芯片是 Intel 公司 2009 年推出的低成本、低功耗、较高性能的 FPGA（Field Programmable Gate Array，简称 FPGA）芯片解决方案。Cyclone IV E 系列基于优化的 60 纳米低功耗制程技术构建，配备逻辑单元、片上存储单元、片上乘法器、锁相环（Phase Locked Loop，简称 PLL）、全局时钟网络以及数量众多的普通 I/O 端口。本文选用的是 Cyclone IV EP4CE40F23I7，其主要参数如表 5.2 所示。

表 5.2 Cyclone IV EP4CE40F23I7 性能参数

模块	性能值
逻辑单元	39600
嵌入式存储	1134KB
嵌入式 18×18 乘法器	116
通用型 PLL	4
全局时钟网络	20
用户 I/O 组	8
最大用户 I/O	532

## 5.2 软件设计

磁悬浮轴承控制系统软件部分的实现基于前文所述的硬件组件和板载电路，软件控制目标是使转子在高速旋转时，仍稳定悬浮在磁悬浮轴承中心，且具备抗干扰和抗冲击能力。为实现该目标，本文搭建了一套由上位机程序、STM32 单片机程序和 FPGA 程序共同组成的磁悬浮轴承控制软件。顶层软件结构如图 5.4 所示。FPGA 拥有高速并行计算能力，因此磁轴承闭环控制中的外环和内环控制均部署于其中计算。为防止系统意外故障致转子跌落损伤轴承，FPGA 实时监控转子位移波形，在检测到异常发生时自动切断电机驱动器。借助于 STM32F4 系列的丰富通讯接口，其承担“数据中转站”的功能——采集 FPGA 中的控制状态量然后传输给 PC，或接收 PC 指令然后写入到 FPGA 控制寄存器中。此外，STM32F4 采集和监测电机和轴承温度，保证系统工作温度正常。PC 上运行基于 Matlab/Appdesigner 模块设计的上位机程序，用于读写 FPGA 控制状态量以及进行数据采集与分析。

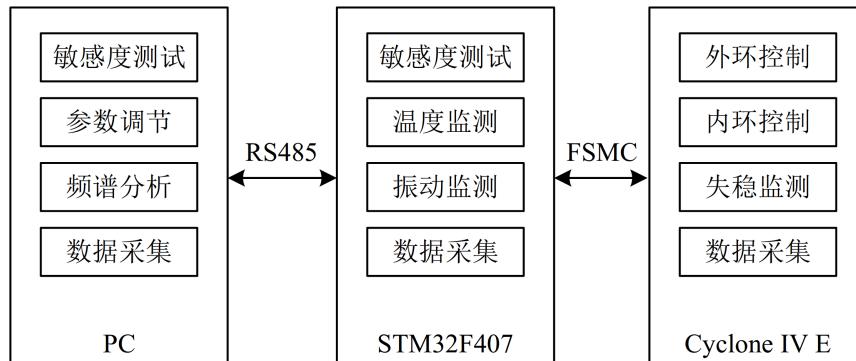


图 5.4 磁轴承系统控制顶层软件结构

### 5.2.1 实时控制程序

实时控制程序是控制磁悬浮轴承的核心程序，包括内环控制和外环控制，如图 5.5 所示。其中外环是指转子位移控制：位移传感器采集转子位置，外环控制器目标是使转子实际位置跟踪人为给定位置。内环是指磁悬浮轴承电流控制：磁悬浮轴承通过线圈中的控制电流激发磁场，进而产生磁悬浮力控制转子位置，内环控制器目标是使线圈实际电流跟踪外环控制器输出给定电流。

### 5.2.2 用户交互程序

用户交互程序包括参数调节程序和输出敏感度函数测试程序。

外环控制器和内环控制器的参数需要根据系统仿真设计值进行初步设计，然而现场根据磁悬浮电机运行状况进行进一步细致调节。磁悬浮轴承双环控制器参数多（约四十个可调参数），

## 实时控制程序

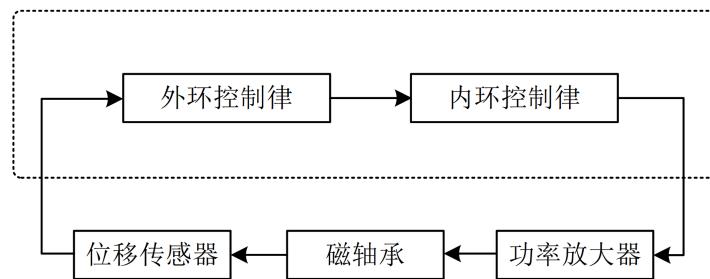


图 5.5 磁轴承系统实时控制程序

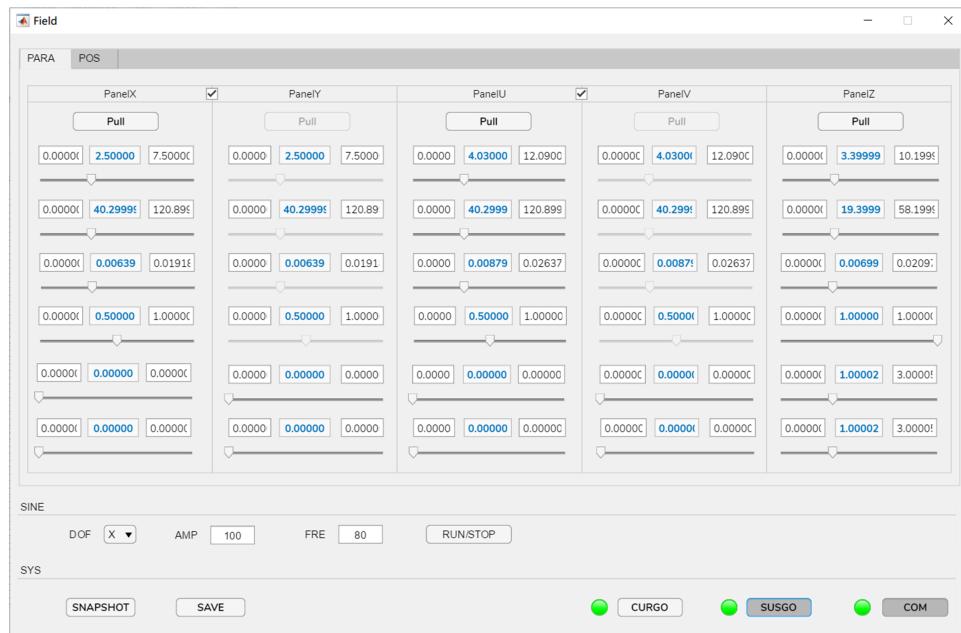


图 5.6 磁轴承系统参数调节程序

且通常需要连续调节以观察转子控制效果。传统参数调节方式有在程序内常量方式写入到 Flash 中，但该方法不适合需要频繁修改参数的场景；另一种常规方法是通过编程软件中的变量观察窗口进行参数手动输入。以上两种传统参数调节方式无法满足本文设计的双环控制器参数调节需求，因此本文开发桌面版参数调节程序来完成参数调节任务。

本文开发的参数调节程序如图 5.6 所示。使用该程序可以单独调节每一自由度的控制参数，也可以联动调节磁悬浮轴承单端的两个自由度参数。外环和内环的每一个参数的调节范围可任意设置，通过拖动滚动条实现该参数连续变化调节。该软件使用步骤为：控制板卡上电后启动该软件，依次点击各个自由度的【Pull】按钮读取该自由度参数的当前值。手动设置各个参数的范围，拖拉滚动条即可将新的参数值写入到控制板卡上。完成参数调节后退出软件。

输出敏感度函数测量程序用于测试各个自由度的输出敏感度函数，其原理是在给定位移信

## 基于重复控制器的磁悬浮轴承转子振动抑制研究

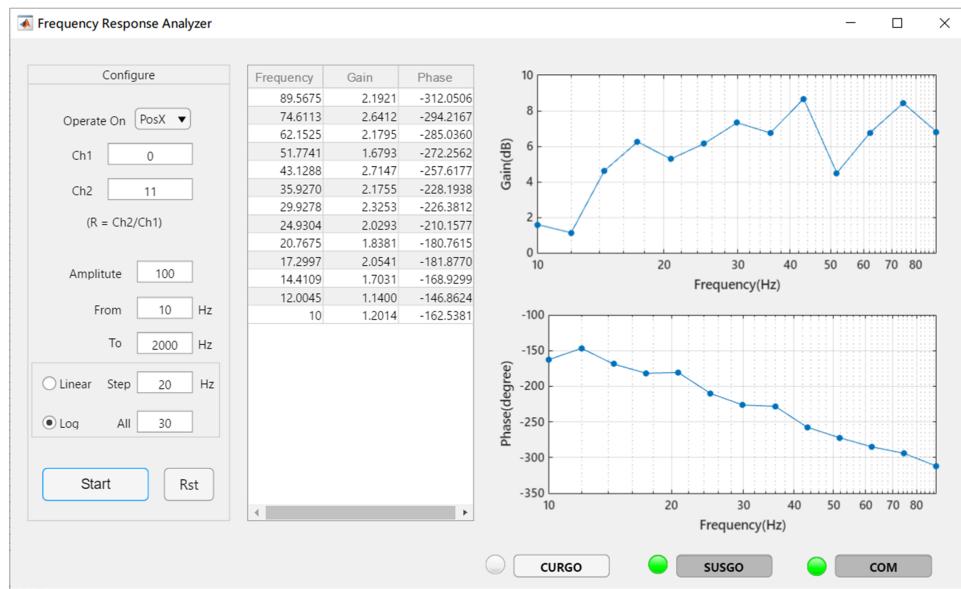


图 5.7 磁轴承系统输出敏感度函数测量程序

号上叠加一定幅值和一定频率的正弦信号用作激励，采集反馈位移信号的幅值和相位当做响应，通过测量激励信号和响应信号在一定频率区间上的增益衰减和相位偏差，可以得到该自由度的频率响应特性，即输出敏感度函数。

输出敏感度函数测量程序如图 5.7 所示。该程序可以设置激励信号的幅值和频率、设置激励信号频率扫描范围，测量过程实时显示已扫描频率点的测量结果。该软件使用步骤为：控制板上电后，运行该程序，点击【SUSGO】按钮启动转子悬浮。依次设置测量自由度、激励信号幅值、扫描频率范围后，点击【Start】按钮。程序开始运行测量程序。测量过程中，列表会显示前序扫描频率点和扫描结果，图框中显示频率-幅值曲线和频率-相位曲线。所有频率扫描完成后，可以选择继续测量下一通道。完成测量后退出软件。

### 5.3 本章小结

本章介绍了基于 STM32F407 芯片和 Cyclone IV EP4CE40 芯片的高性能实时数字控制平台，该数字控制平台下位机实时控制程序可实现以 10~400kHz 频率控制十路位移信号采样、五路电流信号采样、五路功率输出，上位机参数调节和数据采集程序支持测试和应用不同的拓展算法，包括敏感度测试、频谱分析、温度监测、失稳监测等。

## 第六章 总结与展望

### 6.1 研究内容总结

本文以抑制磁悬浮轴承中的与转速同频和倍频的振动为目标，提出了基于 ZORC 的一套新的组合方案，具体研究内容包括：

(1) 介绍了磁悬浮轴承的研究现状、应用场景，分析了磁悬浮轴承振动抑制技术的发展历史和当前研究进展，着重分析了基于重复控制器的振动抑制技术研究轨迹，提出了性能更优的基于重复控制器的振动抑制方案。

(2) 介绍了磁悬浮轴承的闭环控制原理，考虑转子质量不平衡和传感器误差因素在内建立了磁悬浮轴承支撑转子的四自由度分散 PID 控制模型，通过实验测试验证样机控制性能符合 ISO 磁轴承标准。

(3) 针对 CRC 存在的控制频率冗余、抑制性能随频率衰减的问题，提出了 ZORC。分析了 ZORC 的工作原理、稳定性以及内部参数设计原理，通过实验证明了 ZORC 可以比 CRC 更深地抑制控制电流中的同频和倍频分量以及抑制机壳中的同频和倍频振动力，具有更优的谐波抑制能力。

(4) 针对主动振动抑制算法无法同时实现振动位移最小和振动力最小的问题，提出了基于 ZORC 的现场动平衡方案，分析了不平衡质量辨识和校正质量计算原理，通过实验证明了该方法可准确辨识并校正转子不平衡质量、降低同频控制电流振动和同频位移振动。且因无需试重、无需额外设计参数而较传统方法更方便快捷。

(5) 分析了磁悬浮轴承数字控制板的硬件设计和软件设计，并开发了磁悬浮轴承闭环控制软件，实现了本文涉及的多种算法的测试与稳定运行。

### 6.2 下一步工作展望

(1) 本文只做了定频率（低频）下的 ZORC 的研究，变频率下重复控制器的延时单元、低通滤波器和相位补偿器的设计有待研究；

(2) 转子初始不平衡质量较小时，本文使用的基于 ZORC 的现场动平衡方案无法通过位移信号准确解析出不平衡质量分布。如何提高无需试重的现场动平衡方案的辨识精度有待研究。

## 参考文献

- [1] Earnshaw S. On the nature of the molecular forces which regulate the constitution of the luminiferous ether[J]. Trans. Camb. Phil. Soc., 1842, 7:97–112.
- [2] Kemper H. Schwebebahn mit räderlosen Fahrzeugen, die an eisernen Fahrschienen mittels magnetischer Felder schwebend entlang geführt werden[J]. Germany Patent, 1937..
- [3] Nojiri C, Kijima T, Maekawa J, et al. More than 1 year continuous operation of a centrifugal pump with a magnetically suspended impeller.[J]. ASAIO journal (American Society for Artificial Internal Organs: 1992), 1997, 43(5):M548–52.
- [4] 杨泉林. 状态反馈去耦原理在磁悬浮轴承设计中的应用 [J]. 自动化学报, 1988, 14(2):88–96.
- [5] 李黎川, 谢友柏. 磁悬浮轴承物理模型的降阶及非线性改善 [J]. 西安交通大学学报, 1992, (4):25–30.
- [6] 赵雷, 刘晋春, 张士义. 可控磁悬浮轴承刚度的提高与大范围稳定性 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 1996, (7):24–27.
- [7] 赵雷, 张士义. 径向磁悬浮轴承结构特性研究及其模型的建立 [J]. 机床与液压, 1996, (5):35–37.
- [8] 黄晓蔚, 唐钟麟, 冯志华, 等. 数字控制的有源磁悬浮轴承的实验研究 [J]. 机械科学与技术, 1998, (6):1011–1013.
- [9] 丛华, 张德魁. 电涡流传感器动态响应特性研究 [J]. 仪表技术与传感器, 1999, (9):1–3.
- [10] 赵雷, 丛华. 可控磁悬浮轴承刚度与阻尼特性研究 [J]. 清华大学学报: 自然科学版, 1999, 39(4):96–99.
- [11] 朱焜秋, 袁寿其, 李冰, 等. 永磁偏置径向一轴向磁悬浮轴承工作原理和参数设计 [J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(9):54–58.
- [12] 曾励, 朱焜秋. 永磁偏置的混合磁悬浮轴承的研究 [J]. 中国机械工程, 1999, 10(4):387–389.
- [13] 苏义鑫, 王娟, 胡业发. 磁悬浮轴承的变参数 PID 控制 [J]. 武汉理工大学学报: 信息与管理工程版, 2004, 26(2):35–37.
- [14] 刘晓军, 刘小英, 胡业发, 等. 人工心脏泵磁悬浮转子非线性特性及控制方法研究 [J]. 中國機械工程, 2006, 17(20):2091–2094.
- [15] 张钢, 白华, 王春兰, 等. 磁悬浮支承技术在机床中的应用 [J]. 机械工程师, 2005, (8):15–20.
- [16] 周红海. 分子泵磁悬浮轴承结构及功率放大器设计 [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006.
- [17] 关勇, 李红伟, 刘淑琴. 轴流式磁悬浮人工心脏泵磁悬浮轴承系统设计 [J]. 山东大学学报 (工学版), 2010, 41(1):151–155.
- [18] 杨晟, 刘淑琴, 关勇. 轴流式磁悬浮人工心脏泵驱动电机的研究 [J]. 中国机械工程, 2010, 21(8):893–896.
- [19] Burrows C, Sahinkaya M. Vibration control of multi-mode rotor-bearing systems[J]. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 1983, 386(1790):77–94.
- [20] Burrows C, Sahinkaya M, Clements S. Active vibration control of flexible rotors: an experimental and theoretical study[J]. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and

- Physical Sciences, 1989, 422(1862):123–146.
- [21] Knospe C. Adaptive on-line rotor balancing using digital control[J]. Proc. MAG93, 1993, 153.
- [22] Taguchi N, Ishimatsu T, Woo S, et al. Unbalance compensation of magnetic bearings[C]. Proceedings of Proceedings of IECON'94-20th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, volume 3. IEEE, 1994. 2051–2056.
- [23] Mohamed A M, Busch-Vishniac I. Imbalance compensation and automation balancing in magnetic bearing systems using the Q-parameterization theory[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1995, 3(2):202–211.
- [24] Herzog R, Buhler P, Gahler C, et al. Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings[J]. IEEE Transactions on control systems technology, 1996, 4(5):580–586.
- [25] Matsumura F, Namerikawa T, Hagiwara K, et al. Application of gain scheduled H/sub/spl infin//robust controllers to a magnetic bearing[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4(5):484–493.
- [26] Na H S, Park Y. An adaptive feedforward controller for rejection of periodic disturbances[J]. Journal of Sound and Vibration, 1997, 201(4):427–435.
- [27] Shi J, Zmood R, Qin L. Synchronous disturbance attenuation in magnetic bearing systems using adaptive compensating signals[J]. Control Engineering Practice, 2004, 12(3):283–290.
- [28] Bi C, Wu D, Jiang Q, et al. Automatic learning control for unbalance compensation in active magnetic bearings[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(7):2270–2280.
- [29] Matras A L, Flowers G T, Fuentes R, et al. Suppression of persistent rotor vibrations using adaptive techniques[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2006, 128(6):682–689.
- [30] 彭晓军, 高钟毓, 王永樑. 磁电轴承中抑制不平衡振动的陷波滤波器设计方法 [J]. 机械工程学报, 2006, 42(6):120–123.
- [31] Vahedforough E, Shafai B, Beale S. Estimation and rejection of unknown sinusoidal disturbances using a generalized adaptive forced balancing method[C]. Proceedings of 2007 American Control Conference. IEEE, 2007. 3529–3534.
- [32] Xu X, Fang J, Wei T. Stability analysis and imbalance compensation for active magnetic bearing with gyroscopic effects[C]. Proceedings of 2012 8th IEEE International Symposium on Instrumentation and Control Technology (ISICT) Proceedings. IEEE, 2012. 295–300.
- [33] 缪存孝, 徐向波, 刘强. 含转子不平衡的磁轴承建模与同频电流抑制 [J]. 振动. 测试与诊断, 2014, 34(6):1057–1064.
- [34] 崔培玲, 赵光再, 房建成, 等. 基于相移陷波器的磁轴承不平衡振动全频自适应控制 [J]. 振动与冲击, 2015, 34(20):16–20.
- [35] Peng C. Synchronous vibration control for magnetically suspended flywheel by a robust resonant controller[C]. Proceedings of 2016 35th Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2016. 6381–6385.
- [36] Peng C, Sun J, Song X, et al. Frequency-varying current harmonics for active magnetic bearing via multiple resonant controllers[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 64(1):517–526.
- [37] Mahdi Darbandi S, Behzad M, Salarieh H, et al. Harmonic disturbance attenuation in a three-pole active magnetic bearing test rig using a modified notch filter[J]. Journal of Vibration and Control,

2017, 23(5):770–781.

- [38] Zhou K, Wang D, Zhang B, et al. Plug-in dual-mode-structure repetitive controller for CVCF PWM inverters[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 56(3):784–791.
- [39] Xu X, Fang J, Liu G, et al. Model development and harmonic current reduction in active magnetic bearing systems with rotor imbalance and sensor runout[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2015, 21(13):2520–2535.
- [40] Cui P, Li S, Zhao G, et al. Suppression of harmonic current in active–passive magnetically suspended CMG using improved repetitive controller[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, 21(4):2132–2141.
- [41] Zhou K, Low K S, Wang D, et al. Zero-phase odd-harmonic repetitive controller for a single-phase PWM inverter[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2006, 21(1):193–201.
- [42] John J Y. Relationship of influence coefficients between static-couple and multiplane methods on two-plane balancing[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2009, 131(1):012508.
- [43] Ranjan G, Tiwari R. Application of active magnetic bearings for in situ flexible rotor residual balancing using a novel generalized influence coefficient method[J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2019, 27(7):943–968.
- [44] Wang Y, Fang J, Zheng S. A field balancing technique based on virtual trial-weights method for a magnetically levitated flexible rotor[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2014, 136(9):092502.
- [45] Fang J, Wang Y, Han B, et al. Field balancing of magnetically levitated rotors without trial weights[J]. *Sensors*, 2013, 13(12):16000–16022.
- [46] Liu C, Liu G. Field dynamic balancing for rigid rotor-AMB system in a magnetically suspended flywheel[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 21(2):1140–1150.
- [47] Xu X, Chen S. Field balancing and harmonic vibration suppression in rigid AMB-rotor systems with rotor imbalances and sensor runout[J]. *Sensors*, 2015, 15(9):21876–21897.
- [48] ISO S. Mechanical vibration-Vibration of rotating machinery equipped with active magnetic bearings-part 3: Evaluation of stability margin[J]. ISO 14839-3: 2006 (E), 2004..
- [49] Francis B A, Wonham W M. The internal model principle for linear multivariable regulators[J]. *Applied mathematics and optimization*, 1975, 2(2):170–194.
- [50] 何家希. 磁悬浮高速电机主动振动控制方法及实验研究 [硕士学位论文]. 南京航空航天大学, 2018.

## 致 谢

感谢父母数十年辛苦地付出，你们对我精神和物质上的支持，才让我得以无忧地追求自己理想的生活；感谢姐姐蔡杰和蔡爽，你们对我的包容和关心让我的成长从不缺少爱和幸福。

感谢导师邓智泉教授始终如一地对我肯定与鼓励，让我有信心去克服研究中的一个个困难；感谢其为我提供物资完备、人才济济的研究平台，借此条件我的付出才取得事半功倍的收获。

感谢彭聪教授对我的研究生阶段全程悉心的指导：从本科毕业设计到硕士毕业论文，她的帮助与支持为我的成长增添了一双翅膀。

感谢李克翔师兄对我的学习和生活的照顾，让我在焦虑时有后盾，在迷茫时有方向，在欣喜时有人分享。

感谢磁悬浮轴承课题组的周杰、何家希、黄威、李诗文和杨润东，我们曾在台灯下的电路板前为不明的故障而冥思苦想，也曾在夜深时的电机轰鸣声中因成功的调试而欣喜若狂。

感谢高速电机研究室的同仁们，你们每一位的努力都是研究室发展的强劲能源，驱动着研究室乘风破浪。感谢师兄王骋和赵鑫晨，你们始终热心、耐心地与我交流求学路上的经验，让我更明晰自己的未来规划；感谢颜宁、许志宇、顾宇、庞古才、禹春敏、王泽林、许欣和郑振振，和你们一起打球、一起吃饭的日子轻松而简单。感谢 208 实验室的肖申平、李孟洋，你们的笑容真诚而温暖；感谢 207 实验室的付宏伟、刘佩佩、徐馨、缪伟，实验室的生活因有你们而多彩，平淡的时光因有你们而欢快。

感谢我的室友王众、朱超群，你们让我们小小的寝室也有家一般的温暖。

感谢我的好朋友马少博、刘帅、王文思、陆程佳，共度大学时光、挚友情谊难忘。

感谢女友户红艳，你是我在初冬里遇见的暖阳。

感谢多年来从未停止努力、也从未停止被幸运眷顾的自己。

## 在学期间的研究成果及学术论文情况

### 攻读硕士学位期间发表（录用）论文情况

- (1) Kaiwen Cai, Zhiqian Deng, Cong Peng, Kexiang Li. Suppression of Harmonic Vibration in Magnetically Suspended Centrifugal Compressor Using Zero-Phase Odd-Harmonic Repetitive Controller[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019.
- (2) Kaiwen Cai, Zhiqian Deng, Cong Peng, Kexiang Li. Vibration Suppression Control for MSFW with Gyroscopic Effects Using Synchronous Rotate Frame[C]. The 37<sup>th</sup> China Control Conference, Wuhan, China, 2018
- (3) Cong Peng, Kaiwen Cai, Zhiqian Deng. Vibration Torque Suppression for Magnetically Suspended Flywheel Using Improved Synchronous Rotating Frame Transformation[J]. Shock and Vibration, 2019.

### 攻读硕士学位期间发表（录用）专利情况

- (1) 彭聪, 蔡凯文, 邓智泉, 基于交叉解耦陷波方法的同频振动力矩抑制控制方法, 授权发明专利, CN107807533B, 2019.08.20.