

Задача коммивояжера

Метод полного перебора и алгоритм имитации отжига

А.А. Ахметова С.Э. Марцинович

МГТУ им. Н.Э. Баумана

30 июня 2020 г.



Формулировка индивидуального задания

Дан набор вершин и набор ребер, их соединяющих. Каждое ребро является направленным и характеризуется весом – положительным числом – стоимостью движения из его начала в конец. Для любой пары вершин существует два ребра, их соединяющих (в прямом и обратном направлении). Требуется найти маршрут минимальной стоимости, проходящий через все вершины ровно по одному разу и возвращающийся в первую вершину.

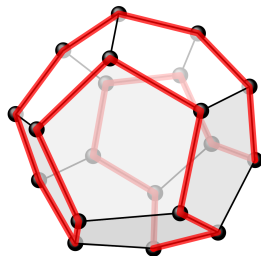
Необходимо выполнить следующее:

- 1 Решить задачу «полным перебором», прокладывая все возможные пути (не заходя дважды в одну и ту же вершину).
- 2 Решить задачу с помощью алгоритма имитации отжига.

Суть задачи

Задача коммивояжёра (*англ.* Travelling salesman problem) заключается в поиске самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город.

В условиях задачи указываются критерий выгодности маршрута и соответствующие матрицы расстояний, стоимости и тому подобного.

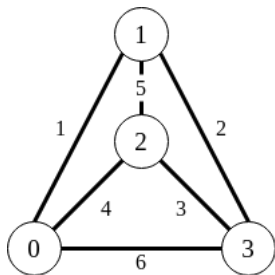


Простейшими методами решения задачи коммивояжера являются:

- полный перебор;
- случайный перебор;
- жадные алгоритмы:
 - метод ближайшего соседа;
 - метод включения ближайшего города;
 - метод самого дешёвого включения;
- метод минимального остовного дерева;
- метод имитации отжига.

Метод полного перебора

При генерации перестановок использовалась рекурсивная функция.
0 - стартовая вершина по умолчанию.



Перестановки:

1	2	3
1	3	2
2	1	3
2	3	1
3	1	2
3	2	1

Потенциальные пути:

0	1	2	3	0
0	1	3	2	0
0	2	1	3	0
0	2	3	1	0
0	3	1	2	0
0	3	2	1	0

Из всех полученных путей выбираем путь с минимальной длиной.
Ответ : 0 1 3 2 0

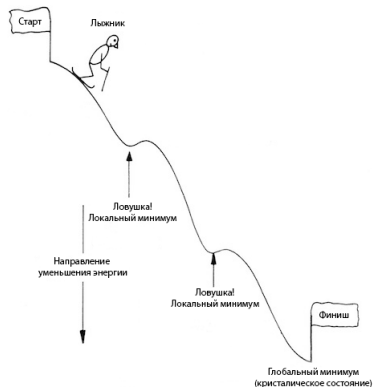
Алгоритм имитации отжига

Алгоритм имитации отжига (*англ.* Simulated annealing) основывается на имитации физического процесса, который происходит при кристаллизации вещества, в том числе при отжиге металлов.

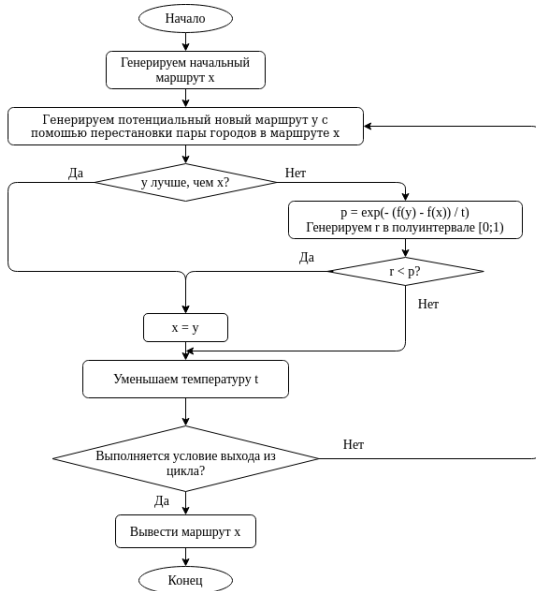
Вычисление вероятности

$$P = e^{\left(-\frac{\Delta E}{T}\right)}$$

Алгоритм имитации отжига не гарантирует нахождения минимума функции, однако преимуществом метода является то, что он вытаскивает ее из локальных минимумов.



Блок-схема алгоритма имитации отжига



Пример 1

Рассматривается тест, состоящий из 4 городов, которые необходимо обойти.

Исходные данные

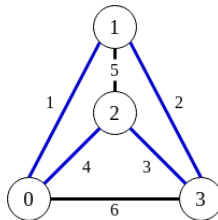
4

0 1 4 6

1 0 5 2

4 5 0 3

6 2 3 0



	Маршрут	Длина пути	Относительная погрешность, %	Время, с
Вывод перебором	1 3 4 2 1	10	0,0	0,0005
Вывод методом имитации отжига	1 2 4 3 1	10	0,0	0,0094

Пример 2

В тесте содержится 11 городов — это максимальное количество городов, которое может быть обработано методом полного перебора.

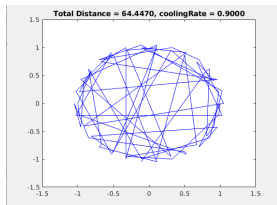
	Средняя длина пути	Относительная погрешность, %	Время, с
Полный перебор	0,0150	0,0	5,4337
Алгоритм имитации отжига при coolingRate=0.9	0,0318	112,0	0,0010
Алгоритм имитации отжига при coolingRate=0.99	0,0182	21,3	0,0094
Алгоритм имитации отжига при coolingRate=0.999	0,0152	1,2	0,1211

Пример 3

Тест состоит из 60 точек, которые расположены на двух концентрических окружностях радиуса 1 и 1.05. Аналитически была посчитана длина минимального пути: $30 \cdot 0.05 + 1 \cdot \pi + 1.05 \cdot \pi \approx 7,9403$.

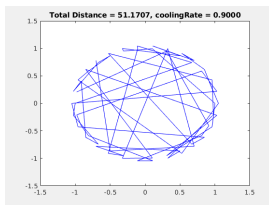
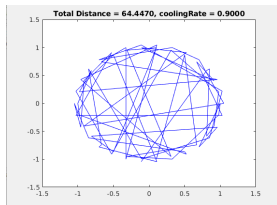
Пример 3

Тест состоит из 60 точек, которые расположены на двух концентрических окружностях радиуса 1 и 1.05. Аналитически была посчитана длина минимального пути: $30 \cdot 0.05 + 1 \cdot \pi + 1.05 \cdot \pi \approx 7,9403$.



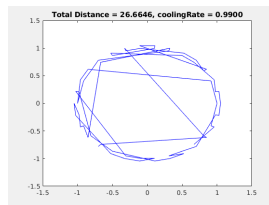
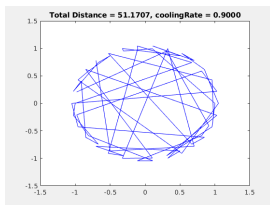
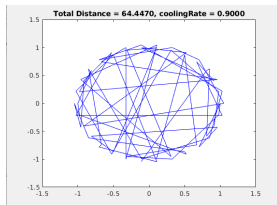
Пример 3

Тест состоит из 60 точек, которые расположены на двух концентрических окружностях радиуса 1 и 1.05. Аналитически была посчитана длина минимального пути: $30 \cdot 0.05 + 1 \cdot \pi + 1.05 \cdot \pi \approx 7,9403$.



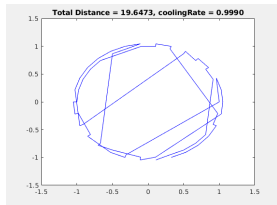
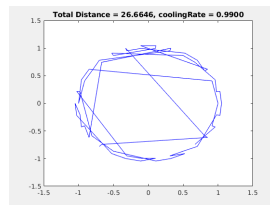
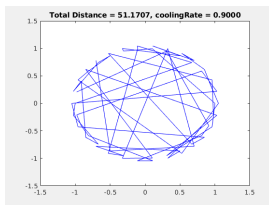
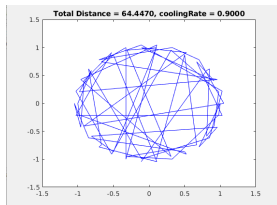
Пример 3

Тест состоит из 60 точек, которые расположены на двух концентрических окружностях радиуса 1 и 1.05. Аналитически была посчитана длина минимального пути: $30 \cdot 0.05 + 1 \cdot \pi + 1.05 \cdot \pi \approx 7,9403$.



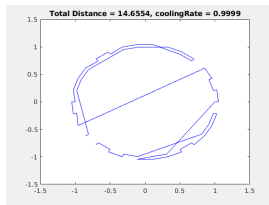
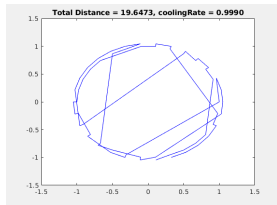
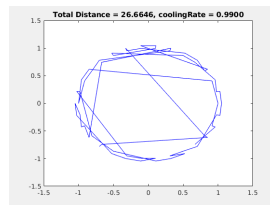
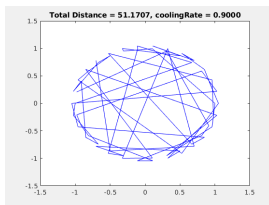
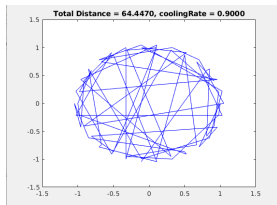
Пример 3

Тест состоит из 60 точек, которые расположены на двух концентрических окружностях радиуса 1 и 1.05. Аналитически была посчитана длина минимального пути: $30 \cdot 0.05 + 1 \cdot \pi + 1.05 \cdot \pi \approx 7,9403$.



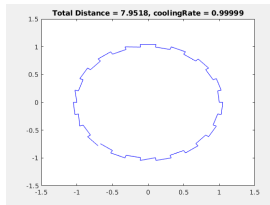
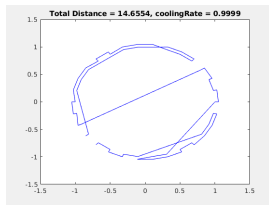
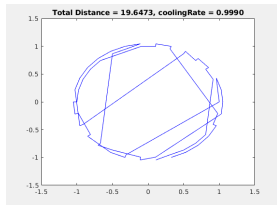
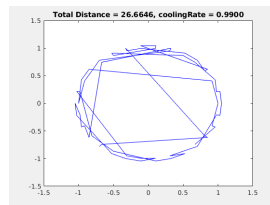
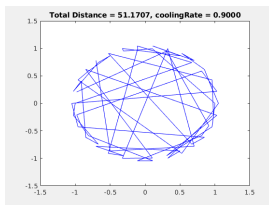
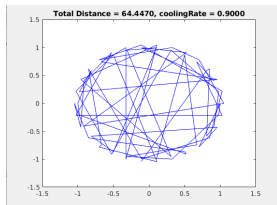
Пример 3

Тест состоит из 60 точек, которые расположены на двух концентрических окружностях радиуса 1 и 1.05. Аналитически была посчитана длина минимального пути: $30 \cdot 0.05 + 1 \cdot \pi + 1.05 \cdot \pi \approx 7,9403$.



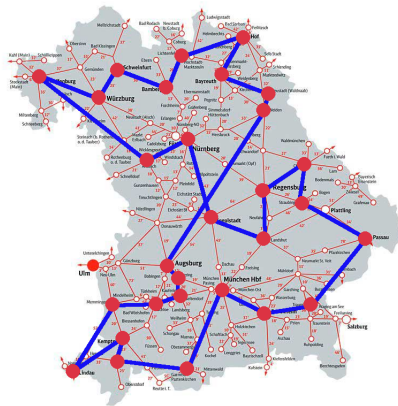
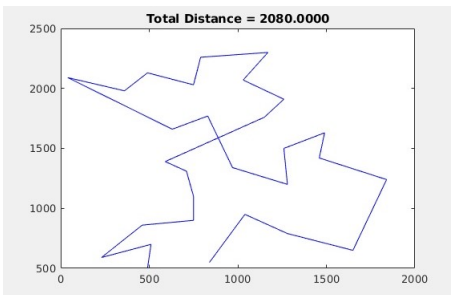
Пример 3

Тест состоит из 60 точек, которые расположены на двух концентрических окружностях радиуса 1 и 1.05. Аналитически была посчитана длина минимального пути: $30 \cdot 0.05 + 1 \cdot \pi + 1.05 \cdot \pi \approx 7,9403$.



Пример 4

Рассматриваются 29 городов Баварии и длины дорог между ними.



- Изучены и реализованы метод полного перебора и метод имитации отжига для задачи коммивояжера.
- Проведено сравнение работы этих алгоритмов на одних и тех же тестах.
- Установлены преимущества и недостатки каждого из методов.