# 数独

 $smat1957@gmail.com^{*1}$ 

2025年5月1日

 $<sup>^{*1}</sup>$ https://altema.is.tohoku.ac.jp/QA4U3/

## 第1章

# 数独を量子アニーリングで解く

数独は  $M\times M$  のブロックを、行方向に M 列分、列方向に M 行分並べた、全  $M\times M=M^2$  ブロック、従って  $M^2\times M^2$  個のセルからなる盤面で、どの行および列についても、また  $M\times M$  の各ブロックの中においても、同じ数値が 2 個以上現れてはならないという制約の下、各セルに  $1\sim M^2$  までの数値を一つずつ入れて盤面を埋めていくクイズ。

## 1.1 問題の構成

決定変数 q を各セル毎に  $M\times M=M^2$  個用意する。  $q_{i,j,n}$  は、i 行 j 列目のセル内の  $M\times M=M^2$  個の決定変数。

 $\zeta \zeta C$ ,  $i, j, n \in \{1, 2, \dots, M \times M = M^2\}$ .

下の表は $3\times3$ のブロック 1 個の例を表している。このブロックが横に3行、縦に3列、全部で9ブロックが並んでいる盤面がよく知られた数独問題になる。

	1列目 (j = 1)				2列目 (j = 2)				3列目 (j = 3)			
1 行目	セル $(i=1,j=1)$				セル $(i=1,j=2)$				セル $(i = 1, j = 3)$			
	1	2		9	1	2	• • •	9	1	2		9
(i=1)	$q_{111}$	$q_{112}$		$q_{119}$	$q_{121}$	$q_{122}$	•••	$q_{129}$	$q_{131}$	$q_{132}$	• • •	$q_{139}$
2 行目	セル $(i=2,j=1)$				セル $(i=2,j=2)$				セル $(i = 2, j = 3)$			
	1	2		9	1	2		9	1	2		9
(i=2)	$q_{211}$	$q_{212}$	• • •	$q_{219}$	$q_{221}$	$q_{222}$	•••	$q_{229}$	$q_{231}$	$q_{232}$	• • •	$q_{239}$
3 行目	セル $(i=3,j=1)$				セル $(i=3,j=2)$				セル $(i = 3, j = 3)$			
	1	2		9	1	2		9	1	2		9
(i=3)	$q_{311}$	$q_{312}$	• • •	$q_{319}$	$q_{321}$	$q_{322}$	• • •	$q_{329}$	$q_{331}$	$q_{332}$	• • •	$q_{339}$

この決定変数は 0 か 1 かの 2 値変数で、数値  $1 \sim N$  をそのセルに置く(1)か置かない(0)かを表している。

制約条件は、次の様に考えることができる。 $(M \times M = M^2 \ ensuremath{\epsilon}\ N \ ensuremath{\epsilon}\ ensuremath{\epsilon}\ h$ と書く事にする)

1. 各セルの中では  $q_1 \sim q_N$  の内でどれか 1 つだけが 1 になる(セルに 2 つ以上の数値は入らない)

$$f_1 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left( \sum_{i=1}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2$$

2. 同一の行(列)にあるセルの数値と同じ数値は、同じ行(列)の他のセルには入らない(第 1 項が行、第 2 項が列)

$$f_2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} \left( \sum_{j=1}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2 + \sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} \left( \sum_{j=1}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2$$

3. いずれのブロック  $(M \times M)$  においても、その中のセルの数値は重複しない

$$f_3 = \sum_{$$
プロック先頭セルの  $i_0, i_0, j_0} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{x}^{M} \sum_{y}^{M} q_{i_0+x-1, j_0+y-1, n} - 1 \right)^2$ 

4. いずれの行 (列) 方向の数値の和も同じ値  $S(=1+2+\cdots+N)$  になる (第1項が行、第2項が列)

$$f_4 = \sum_{i}^{N} \left( \sum_{j=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} n \cdot q_{i,j,n} - S \right)^2 + \sum_{j=1}^{N} \left( \sum_{i=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} n \cdot q_{i,j,n} - S \right)^2$$

5. いずれのブロック( $M \times M$ )においても、その中のセルの数値の和は同じ値  $\mathbf{S} (= 1 + 2 + \cdots + N)$  になる

$$f_5 = \sum_{$$
ブロック先頭セルの  $i_0,j_0} \left( \sum_{x}^{M} \sum_{y}^{M} \sum_{n}^{N} n \cdot q_{i_0+x-1,j_0+y-1,n} - S \right)^2$ 

6. 予め数値  $X \in \{1, \dots, N\}$  が決められている I 行 J 列目のセルがある

$$f_6 = \sum_{\mathbb{S}$$
 策のかれ  $I.J. \left(\sum_{n}^{N} n \cdot q_{I,J,n} - X\right)^2$ 

#### 1.1.1 式の展開

$$\begin{split} f_1 &= \sum_{i}^{N} \sum_{j}^{N} \left( \sum_{n}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2 \\ &= \sum_{i}^{N} \sum_{j}^{N} \left( \sum_{n_1}^{N} \sum_{n_2}^{N} q_{i,j,n_1} q_{i,j,n_2} - 2 \sum_{n}^{N} q_{i,j,n} \right) \\ f_2 &= \sum_{i}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2 + \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2 \\ &= \sum_{i}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2 + \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2 \\ &= \sum_{i}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} \sum_{j_2}^{N} q_{i,j,n} - 2 \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} \right) + \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{i,j}^{N} q_{i,j,n} - 2 \sum_{i}^{N} q_{i,j,n} \right) \\ f_3 &= \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} \sum_{j_2}^{N} q_{i,j,n} - 2 \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} \right) + \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{i,j}^{N} q_{i,j,n} - 2 \sum_{i}^{N} q_{i,j,n} \right) \\ &= \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} q_{i,j,n} + \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} q_{i,j,n} - 2 \sum_{i}^{N} q_{$$

## 1.2 式の展開と実装

- 式を展開する上で留意する点は次の2点だけ
  - (1) 0 か 1 の何れかの値しかとらない二値変数の場合  $q^2 = q$  が成り立つ
  - (2) 定数は最小化に関係ないので無視できる
- ullet 展開した制約式に現れる  $\sum$  を、そのまま for 文の繰り返しに移せば QUBO を生成できる
- QUBO ができたら、それを量子コンピュータのシミュレータである、SASampler() あるいは SQASampler() の第 1 引数に渡してあげると、計算結果の sampleset を受け取ることができる
- 数式上で N 個の数値を  $\sum_{i=1}^{N}$  の様に扱っていても、プログラム上の始まりの値は 0 なので、全部で N 個の数値を for 文で繰り返すとなると、終わりの値は N-1 になる
- また、盤面に置く数値は  $0 \sim N$  の N+1 個ではなくて、 $1 \sim N$  の N 個である事にも注意してプログラムする必要がある

#### 1.2.1 class

```
from openjij import SASampler, SQASampler
from collections import defaultdict, Counter
import numpy as np
class NumberPlace:
  def __init__(self, M=2, FileN='data.txt'):
      self.M = M
      self.N = M * M
      S = 0
      for i in range(1, self.N+1):
          S += i
      self.S = S
      with open(FileN, 'r') as f:
          self.required = f.read().splitlines()
      self.idx = {}
      k = 0
      for i in range(self.N):
          for j in range(self.N):
              for n in range(self.N):
                   self.idx[(i,j,n)] = k
                   k += 1
      samplers = [SASampler(), SQASampler()]
      self.sampler = samplers[0]
      self.debug = False
  def get_param(self):
      return self.N, self.M, self.S, self.idx
  def block_ij(self):
      i0j0 = []
      for i in range(self.M):
```

```
ブロック先頭セルの$i_0, j_0$は、
```

### 1.2.2 制約: f<sub>1</sub>

各セルの中では  $q_1 \sim q_N$  の内でどれか 1 つだけが 1 になる(セルに 2 つ以上の数値は入らない)

$$f_1 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left( \sum_{n=1}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2$$
$$= \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left( \sum_{n=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} q_{i,j,n} q_{i,j,n} - 2 \sum_{n=1}^{N} q_{i,j,n} \right)$$

```
def sub1(self, i, j, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for n1 in range(N):
        Q[(idx[(i, j, n1)], idx[(i, j, n1)])] -= 2.0 * L
        for n2 in range(N):
        Q[(idx[(i, j, n1)], idx[(i, j, n2)])] += 1.0 * L

def f1(self, L, Q):
    N, _, _, _ = self.get_param()
```

```
for i in range(N):
    for j in range(N):
        self.sub1(i, j, L, Q)
    return Q
```

### 1.2.3 制約: f<sub>2</sub>

同一の行(列)にあるセルの数値と同じ数値は、同じ行(列)の他のセルには入らない(第 1 項が行、第 2 項が列)

$$f_2 = \sum_{i}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2 + \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{i}^{N} q_{i,j,n} - 1 \right)^2$$

$$= \sum_{i}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{j_1}^{N} q_{i,j_1,n} \sum_{j_2}^{N} q_{i,j_2,n} - 2 \sum_{j}^{N} q_{i,j,n} \right) + \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} \left( \sum_{i_1}^{N} q_{i_1,j,n} \sum_{i_2}^{N} q_{i_2,j,n} - 2 \sum_{i}^{N} q_{i,j,n} \right)$$

```
def sub2R(self, i, n, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for j1 in range(N):
        Q[(idx[(i, j1, n)], idx[(i, j1, n)])] = 2.0 * L
        for j2 in range(N):
            Q[(idx[(i, j1, n)], idx[(i, j2, n)])] += 1.0 * L
def sub2C(self, j, n, L, Q):
  N, _, _, idx = self.get_param()
    for i1 in range(N):
        Q[(idx[(i1, j, n)], idx[(i1, j, n)])] = 2.0 * L
        for i2 in range(N):
            Q[(idx[(i1, j, n)], idx[(i2, j, n)])] += 1.0 * L
def f2(self, L, Q):
   N, _, _, _ = self.get_param()
    for i in range(N):
        for n in range(N):
           self.sub2R(i, n, L, Q)
    for j in range(N):
        for n in range(N):
            self.sub2C(j, n, L, Q)
   return Q
```

#### 1.2.4 制約:f<sub>3</sub>

いずれのブロック( $M \times M$ )においても、その中のセルの数値は重複しない

$$f_3 = \sum_{\text{プロック先頭セルの } i_0,j_0} \sum_n^N \left( \sum_x^M \sum_y^M q_{i_0+x-1,j_0+y-1,n} - 1 \right)^2$$

$$= \sum_{\text{プロック先頭セルの } i_0,j_0} \sum_n^N \left( \sum_{x_1}^M \sum_{y_1}^M q_{i_0+x_1-1,j_0+y_1-1,n} \sum_{x_2}^M \sum_{y_2}^M q_{i_0+x_2-1,j_0+y_2-1,n} \right)$$

$$- 2 \sum_x^M \sum_y^M q_{i_0+x-1,j_0+y-1,n} \right)$$

 $i_0, j_0, n, x_1, x_2, y_1, y_2$  は、どれも 0 から始まるインデックス。 QUBO のインデックスも 0 始まりなので、数式上  $i_0 + x - 1, j_0 + y - 1, n$  などと表現している部分は、プログラム上で  $i_0 + x, j_0 + y, n$  となる。

```
def sub3(self, i0, j0, n, L, Q):
    N, M, _, idx = self.get_param()
    for x1 in range(M):
        for y1 in range(M):
            \#if\ self.\ debug:\ print(f'debug:\ i0+x1=\{i0+x1\},\ j0+y1=\{j0+y1\},\ n=\{n\}')
            Q[(idx[(i0+x1,j0+y1,n)],idx[(i0+x1,j0+y1,n)])] = 2.0 * L
            for x2 in range(M):
                for y2 in range(M):
                    Q[(idx[(i0+x1,j0+y1,n)], idx[(i0+x2,j0+y2,n)])] += 1.0 * L
def f3(self, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    i0j0 = self.block_ij()
    for iO in iOjO:
        for j0 in i0j0:
            for n in range(N):
                #if self.debug: print(f'debug:(i0,j0)=({i0},{j0})')
                self.sub3(i0, j0, n, L, Q)
    return Q
```

#### 1.2.5 制約: f<sub>4</sub>

いずれの行(列)方向の数値の和も同じ値  $S(=1+2+\cdots+N)$  になる(第 1 項が行、第 2 項が列)

$$\begin{split} f_4 &= \sum_{i}^{N} \bigg( \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} n \cdot q_{i,j,n} - S \bigg)^2 + \sum_{j}^{N} \bigg( \sum_{i}^{N} \sum_{n}^{N} n \cdot q_{i,j,n} - S \bigg)^2 \\ &= \sum_{i}^{N} \bigg( \sum_{j_1}^{N} \sum_{n_1}^{N} n_1 q_{i,j_1,n_1} \sum_{j_2}^{N} \sum_{n_2}^{N} n_2 q_{i,j_2,n_2} - 2S \sum_{j}^{N} \sum_{n}^{N} n q_{i,j,n} \bigg) \\ &+ \sum_{j}^{N} \bigg( \sum_{i_1}^{N} \sum_{n_1}^{N} n_1 q_{i_1,j,n_1} \sum_{i_2}^{N} \sum_{n_2}^{N} n_2 q_{i_2,j,n_2} - 2S \sum_{i}^{N} \sum_{n}^{N} n q_{i,j,n} \bigg) \end{split}$$

i,j,n は、どれも0 から始まるインデックス。また、QUBO のインデックスも0 始まり。したがって、数式上のi,j,n などのインデックスは、そのままプログラム上でもi,j,n となる。一方インデックスでは

なくて、盤面に配置するオブジェクト  $1 \sim N$  を表している n は、数式上での  $\sum_n$  の 1 始まりが、当該部分に対応するプログラム上で n は 0 始まりの繰り返し文になるので (n+1) を掛けるようにしている。

```
def sub4R(self, i, L, Q):
    N, _, S, idx = self.get_param()
    for j1 in range(N):
        for n1 in range(N):
            Q[(idx[(i,j1,n1)],idx[(i,j1,n1)])] = 2.0 * (n1+1) * S * L
            for j2 in range(N):
                for n2 in range(N):
                      Q[(idx[(i,j1,n1)],idx[(i,j2,n2)])] \ += \ (n1+1) \ * \ (n2+1) \ * \ L 
def sub4C(self, j, L, Q):
    N, _, S, idx = self.get_param()
    for i1 in range(N):
        for n1 in range(N):
            Q[(idx[(i1,j,n1)],idx[(i1,j,n1)])] = 2.0 * (n1+1) * S * L
            for i2 in range(N):
                for n2 in range(N):
                    Q[(idx[(i1,j,n1)],idx[(i2,j,n2)])] += (n1+1) * (n2+1) * L
def f4(self, L, Q):
    N, _, _, _ = self.get_param()
    for i in range(N):
        self.sub4R(i, L, Q)
    for j in range(N):
        self.sub4C(j, L, Q)
    return Q
```

### 1.2.6 制約: f<sub>5</sub>

いずれのブロック( $M \times M$ )においても、その中のセルの数値の和は同じ値  $\mathbf{S} (= 1 + 2 + \cdots + N)$  になる

$$f_{5} = \sum_{ \ensuremath{\textit{Juy}} \ensuremat$$

### 1.2.7 制約: f<sub>6</sub>

予め数値  $X \in \{1, \dots, N\}$  が決められている I 行 J 列目のセルがある

$$f_6 = \sum_{\mathbb{R} 
ewline \mathcal{D}} \left( q_{I,J,X} - 1 \right)^2$$

$$= \sum_{\mathbb{R} 
ewline \mathcal{D}} \left( q_{I,J,X} \cdot q_{I,J,X} - 2 \cdot q_{I,J,X} \right)$$

$$= \sum_{\mathbb{R} 
ewline \mathcal{D}} \left( q_{I,J,X} - 2q_{I,J,X} \right)$$

$$= \sum_{\mathbb{R} 
ewline \mathcal{D}} \left( -q_{I,J,X} \right)$$

あるいは、より厳しくして探索空間を小さくすることを期待して、

$$\begin{split} f_{60} &= \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{I,J,X} \left( \sum_{n}^{N} n q_{I,J,n} - X \right)^{2} = \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{I,J,X} \left( \sum_{n_{1}}^{N} \sum_{n_{2}}^{N} n_{1} n_{2} q_{I,J,n_{1}} q_{I,J,n_{2}} - 2X \sum_{n}^{N} n q_{I,J,n} \right) \\ f_{61} &= \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{I} \left( \sum_{j}^{N} X q_{I,j,X} - X \right)^{2} = \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{I} X^{2} \left( \sum_{j_{1}}^{N} \sum_{j_{2}}^{N} q_{I,j_{1},X} q_{I,j_{2},X} - 2 \sum_{j}^{N} q_{I,j,X} \right) \\ f_{62} &= \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{I} \left( \sum_{i}^{N} X q_{i,J,X} - X \right)^{2} = \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{J} X^{2} \left( \sum_{i_{1}}^{N} \sum_{j_{2}}^{N} q_{i_{1},J,X} q_{i_{2},J,X} - 2 \sum_{i}^{N} q_{i,J,X} \right) \\ f_{63} &= \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{I,J} \frac{1}{2} \sum_{\mathcal{D} \not= \mathcal{D}} \sum_{\mathcal{D} \not= \mathcal{D}} \prod_{I,J,\mathcal{D} \not= \mathcal{D}} \left( \sum_{x}^{M} \sum_{y}^{M} X q_{I_{0}+x-1,J_{0}+y-1,X} - X \right)^{2} \\ &= \sum_{\mathbb{B} \not\equiv \emptyset} \prod_{I,J} \frac{1}{2} \sum_{\mathcal{D} \not= \mathcal{D}} \sum_{\mathcal{D} \not= \mathcal{D}} \sum_{\mathcal{D} \not= \mathcal{D}} \prod_{I,J,\mathcal{D} \not= \mathcal$$

```
ここで、f_{6another} = f_{60} + f_{61} + f_{62} + f_{63} とすることも考えられる。
 def f60(self, I, J, X, L, Q):
     N, _, _, idx = self.get_param()
     for n1 in range(N):
         Q[(idx[(I,J,n1)],idx[(I,J,n1)])] = 2.0 * X * (n1 + 1) * L
         for n2 in range(N):
             Q[(idx[(I,J,n1)],idx[(I,J,n2)])] += (n1+1) * (n2+1) * L
 def f61(self, I, J, X, L, Q):
     N, _, _, idx = self.get_param()
     for j1 in range(N):
         Q[(idx[(I,j1,X-1)],idx[(I,j1,X-1)])] -= 2.0 * L
         for j2 in range(N):
             Q[(idx[(I,j1,X-1)],idx[(I,j2,X-1)])] += 1.0 * L
 def f62(self, I, J, X, L, Q):
     N, _, _, idx = self.get_param()
     for i1 in range(N):
         Q[(idx[(i1,J,X-1)],idx[(i1,J,X-1)])] -= 2.0 * L
         for i2 in range(N):
             Q[(idx[(i1,J,X-1)],idx[(i2,J,X-1)])] += 1.0 * L
 def f63(self, I, J, X, L, Q):
     N, M, _, idx = self.get_param()
     I0, J0 = self.belongs(I, J)
     for x1 in range(M):
         for y1 in range(M):
             Q[(idx[(I0+x1,J0+y1,X-1)],idx[(I0+x1,J0+y1,X-1)])] -= 2.0 * L
             for x2 in range(M):
                  for y2 in range(M):
                      Q[(idx[(I0+x1,J0+y1,X-1)],idx[(I0+x2,J0+y2,X-1)])] += 1.0 * L
 def f6_another(self, I, J, X, L, Q):
     self.f60(I, J, X, L, Q)
     self.f61(I, J, X, L, Q)
     self.f62(I, J, X, L, Q)
     self.f63(I, J, X, L, Q)
     return Q
```

しかしながら、 $f_{61}$ ,  $f_{62,f_{63}}$  は、行、列、ブロックのそれぞれの中では、数値の重複はないとする制約 2 及び制約 3 と同じであり、また、 $f_{60}$  についても、各セルの中で数値は 1 つだとする制約 1 と先の  $f_{6}$  の両者を指定しているなら、同じであると考えられることから、先に指定した  $f_{6}$  だけで十分だと考える。

### 1.2.8 **評価関数:**f

$$f = \lambda_1 \cdot f_1 + \lambda_2 \cdot (f_2 + f_3) + \lambda_3 \cdot (f_4 + f_5) + \lambda_4 \cdot (\sum_{\mathbb{R}} f_6)$$

制約の  $f_1, f_2, f_3$  が満たされると、制約  $f_4, f_5$  は自動的に満たされるので、制約  $f_4, f_5$  は  $0 < \lambda_3$  の時だけの選択として、除外もできる様にした。

```
def f(self, lagrange1=1.0, lagrange2=1.0, lagrange3=1.0, lagrange4=1.0):
    Q = defaultdict(lambda: 0)
    _ = self.f1(lagrange1, Q)
    = self.f2(lagrange2, Q)
    _ = self.f3(lagrange2, Q)
   if 0.0 < lagrange3:
        _ = self.f4(lagrange3, Q)
        _ = self.f5(lagrange3, Q)
    for a in self.required:
        IJX = a.split(',')
        _ = self.f6(int(IJX[0]), int(IJX[1]), int(IJX[2]), lagrange4, Q)
    return Q
def solv(self, Q, num_reads=1):
    sampleset = self.sampler.sample_qubo(Q, num_reads=num_reads)
    return sampleset
def result(self, sampleset):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    result = [i for i in sampleset.first[0].values()]
    ans = [[None] * N for _ in range(N)]
    for i in range(N):
        for j in range(N):
            for n in range(N):
                if result[idx[(i,j,n)]] == 1:
                    ans[i][j] = n+1
    return ans
```

#### 出力結果のチェック

出力された結果を、ふるいにかける仕掛け

```
def evaluate(self, sampleset):
    # Extract sample solutions, energies, and sort them by frequency
   samples = sampleset.record['sample']
   energies = sampleset.record['energy']
   # Combine solutions and corresponding energies
   sample_data = [(tuple(sample), energy) for sample, energy in zip(samples,
 energies)]
    # Sort the results by appearance frequency and then energy
   sample_frequency = Counter(sample for sample, _ in sample_data)
   # Print sorted results by frequency and include energy
   if self.debug:
        print("\nSorted samples by frequency and energy:")
        for solution, freq in sample_frequency.most_common():
            energy = next(energy for sample, energy in sample_data if sample ==
 solution)
            print(f"Sample: {solution}, Frequency: {freq}, Energy: {energy:+.2f}"
   return sample_data, sample_frequency
def check1(self, a):
   N, M, _, _ = self.get_param()
```

```
b = np.array(a).reshape(N*N, N)
  # 既定値は正しい?
  for a in self.required:
     IJX = a.split(',')
     i = int(IJX[0])*N + int(IJX[1])
     n = int(IJX[2]) - 1
     if b[i][n]!=1:
         if self.debug: print(f'!: 既定値が違う:({IJX[0]},{IJX[1]}){IJX[2]}!={
b[i]}')
         return False
  # 各セルに数値は1つ?
  for i in range(N*N):
     s = 0
     for n in range(N):
         s += b[i][n]
     if s != 1:
         if self.debug: print(f'!: セルの中の数値が1つでない{i:3d}:{b[i]}')
         return False
         # 各ブロックに重複する数値はない?
  i0j0 = self.block_ij()
  for iO in iOjO:
     for j0 in i0j0:
         for n in range(N):
             ary = []
             s = 0
             for x in range(M):
                for y in range(M):
                    bidx = (i0+x)*N + j0+y
                    s += b[bidx][n]
                    ary.append(b[bidx][n])
             if s != 1:
                if self.debug: print(f'!: ブロック内で数値が重複:{np.array(
ary)}')
                return False
  for n in range(N):
     # 各行に重複する数値はない?
     for i in range(N):
         ary = []
         s = 0
         for j in range(N):
            bidx = i * N + j
             s += b[bidx][n]
             ary.append(b[bidx][n])
         if s != 1:
             if self.debug: print(f'!: 行で数値が重複:{np.array(ary)}')
             return False
     # 各列に重複する数値はない?
     for j in range(N):
         ary = []
         s = 0
```

```
for i in range(N):
               bidx = i * N + j
               s += b[bidx][n]
               ary.append(b[bidx][n])
           if s != 1:
               if self.debug: print(f'!: 列で数値が重複:{np.array(ary)}')
               return False
   return True
def check2(self, a):
   N, M, S, _ = self.get_param()
   b = np.array(a).reshape(N, N)
   # 既定値は正しい?
   for a in self.required:
       IJX = a.split(',')
       if b[int(IJX[0])][int(IJX[1])]!=int(IJX[2]):
           if self.debug: print(f'!: 既定値が違う:({IJX[0]},{IJX[1]}){IJX[2]}!={
  b[int(IJX[0])][int(IJX[1])]}')
           return False
   # 各行の数値の和は S?
   for i in range(N):
       s = 0
       for j in range(N):
           s += b[i][j]
       if s != S:
           if self.debug: print(f'!: 行の総和 = {s}!={S}')
           return False
    # 各列の数値の和はS?
   for j in range(N):
       s = 0
       for i in range(N):
           s += b[i][j]
       if s != S:
           if self.debug: print(f'!: 列の総和={s}!={S}')
           return False
    # 各ブロックの数値の和は5?
   i0j0 = self.block_ij()
   for i in i0j0:
       for j in i0j0:
           s = 0
           for x in range(M):
               for y in range(M):
                   #print(i+x,j+y)
                   s += b[i+x][j+y]
           if s != S:
               if self.debug: print(f'!: ブロック内の総和={s}!={S}')
               return False
   return True
def decode(self, a):
```

```
N, M, _, _ = self.get_param()
    b = np.array(a).reshape(N**2, N)
    mat = []
    for v in b:
        num = 0
        for i, u in enumerate(v):
           if n==1:
                num = i+1
        mat.append(num)
    return mat
def print_shape(self):
    for i in range(self.N):
        print(f'{i}:', end='\t')
        for j in range(self.N):
            for a in self.required:
                IJX = a.split(',')
                if i=int(IJX[0]) and j=int(IJX[1]):
                    print(int(IJX[2]), end=' ')
                    break
            else:
                print('_', end='')
        print()
```

#### 1.2.9 main

```
| if __name__ == '__main__':
   KiteiF = 'dataA250429.txt'
    M = 3
    sudoku = NumberPlace(M, KiteiF)
    sudoku.print_shape()
                        # 数値に重複なし
    \#lagrange1 = 40.0
    \#lagrange2 = 5.4
                        # 行、列、ブロック、で重複なし
    \#lagrange3 = 0.0
                         # 和はS
    #lagrange4 = 5.1
                          # 既定セル
                                   #数値に重複なし
    lagrange1 = 90.0
    lagrange2 = lagrange1 * 0.8
                                  # 行、列、ブロック、で重複なし
                                   # 和は5
    lagrange3 = -0.0
    lagrange4 = lagrange1 * 3.0
                                   # 既定セル
    Q = sudoku.f(lagrange1, lagrange2, lagrange3, lagrange4)
    num_reads = 1000
    sampleset = sudoku.solv(Q, num_reads)
    ans = sudoku.result(sampleset)
    print(*ans, sep='\n')
    sudoku.debug = True
    for sample in sampleset.record['sample']:
        if sudoku.check1(sample):
           #if sudoku.debug: print('check1 Passed!')
           a = sudoku.decode(sample)
           \#if \quad sudoku.check2(a):
```

```
#if sudoku.debug: print('check2 Passed!')
print(np.array(a).reshape(M*M, M*M))
print()
break
```

## 1.3 実行結果

#### → 4×4 の場合

既定セルの値:data4.txt

- 0, 1, 1
- 1, 0, 2
- 3, 0, 4
- 3, 3, 1

期待したのは次の状態

- [3, 1, 4, 2]
- [2, 4, 1, 3]
- [1, 2, 3, 4]
- [4, 3, 2, 1]

実行結果は次の通り。惜しいが正解ではない

- 0: \_ 1 \_ \_
- 1: 2 \_ \_ \_
- 2: \_ \_ \_ \_
- 3: 4 \_ \_ 1
- [3, 1, 4, 2]
- [2, 4, 1, 4]
- [1, 2, 4, 3]
- [4, 3, 2, 1]

何度かやっていると、辛うじて期待するものが出ることもある

- [[3 1 4 2]
- [2 4 1 3]
- [1 3 2 4]
- [4 2 3 1]]

この時のパラメータは、

- #lagrange1 = 40.0 # 数値に重複なし
- #lagrange2 = 5.4 # 行、列、ブロック、で重複なし

#lagrange3 = 0.0 # 和はS #lagrange4 = 5.1 # 既定セル

(lagrange1 ~ lagrange4 の値のバランスがデリケートだ)

#### → 9x9 の場合

dataA250429.txt が解けた

0: \_ 6 \_ 5 \_ \_ 4 \_ 1: 4 \_ \_ \_ 9 \_ 8 \_ \_ 2: 3 \_ 1 \_ \_ 6 \_ 5 \_ 3: \_ 3 \_ 7 \_ \_ \_ 8 4: \_ \_ 6 \_ \_ 9 \_ 8 5: 5 \_ \_ \_ 4 \_ 1 \_ 6: \_ 2 \_ 4 \_ \_ 7 \_ 3 7: \_ \_ 9 \_ 3 \_ \_ 1

8: \_ 8 \_ \_ \_ 1 \_ 2 \_

[[9 6 8 5 2 3 1 4 7]

[4 5 2 1 9 7 8 3 6]

[3 7 1 8 4 6 2 5 9]

[2 3 4 7 1 9 5 6 8]

[8 1 6 3 5 2 9 7 4]

[5 9 7 6 8 4 3 1 2]

[1 2 5 4 6 8 7 9 3]

[7 4 9 2 3 5 6 8 1]

[6 8 3 9 7 1 4 2 5]]

この時のパラメータは、

#lagrange1 = 90.0

# 数値に重複なし

#lagrange2 = lagrange1 \* 0.8

# 行、列、ブロック、で重複なし

#lagrange3 = -0.0

# 和はS

#lagrange4 = lagrange1 \* 3.0

# 既定セル

dataD250411.txt も解けた

0: 8 \_ \_ 2 \_ \_ \_ 7 \_

1: \_ \_ 1 \_ 3 \_ 5 \_ \_

2: \_ 9 \_ \_ \_ 6 \_ \_ \_

3: \_ \_ \_ 5 \_ \_ \_ 2 \_

4: 7 \_ \_ \_ 8 \_ \_ \_ 1

5: \_ 6 \_ \_ \_ 2 \_ \_ \_

6: \_ \_ 7 \_ \_ 4 \_

- 7: \_ \_ 3 \_ 1 \_ 8 \_ \_ 8: \_ 2 \_ \_ 9 \_ \_ 6
- [[8 3 6 2 9 5 1 7 4]
- [2 4 1 8 3 7 5 6 9]
- [5 9 7 1 4 6 2 3 8]
- [3 8 9 5 6 1 4 2 7]
- [7 5 2 4 8 3 6 9 1]
- [1 6 4 9 7 2 3 8 5]
- [6 1 5 7 2 8 9 4 3]
- [9 7 3 6 1 4 8 5 2]
- [4 2 8 3 5 9 7 1 6]]
- この時のパラメータは、
- lagrange1 = 90.0 # 数値に重複なし
- lagrange2 = lagrange1 \* 0.67 # 行、列、ブロック、で重複なし
- lagrange3 = -0.0# 和はS
- lagrange4 = lagrange1 \* 3 # 既定セル

#### dataE250410.txt も解けた

- 0: 3 \_ \_ 4 \_ 5 \_ \_
- 1: \_ \_ 1 6 \_ \_ \_ 7 \_
- 2: \_ 6 \_ \_ \_ \_ 2
- 3: \_ \_ 9 \_ \_ 3 \_ \_
- 4: 7 \_ \_ 5 \_ \_ 4
- 5: \_ \_ 8 \_ \_ 1 \_ \_ \_
- 6: 4 \_ \_ \_ \_ 1 \_
- 7: \_ 3 \_ \_ \_ 6 8 \_ \_ 8: \_ \_ 2 \_ 7 \_ \_ 9
- [[3 2 7 1 4 8 5 9 6]
- [9 5 1 6 2 3 4 7 8] [8 6 4 7 9 5 1 3 2]
- [2 4 5 9 6 7 3 8 1]
- [7 1 3 8 5 2 9 6 4] [6 9 8 4 3 1 7 2 5]
- [4 7 6 5 8 9 2 1 3]
- [5 3 9 2 1 6 8 4 7]
- [1 8 2 3 7 4 6 5 9]]
- この時のパラメータは、

```
lagrange1 = 90.0# 数値に重複なしlagrange2 = lagrange1 * 0.8# 行、列、ブロック、で重複なしlagrange3 = -0.0# 和は Slagrange4 = lagrange1 * 3.0# 既定セル
```

## 1.4 プログラムの全体

```
from openjij import SASampler, SQASampler
from collections import defaultdict, Counter
import numpy as np
class NumberPlace:
    def __init__(self, M=2, FileN='data.txt'):
        self.M = M
        self.N = M * M
        S = 0
        for i in range(1, self.N+1):
            S += i
        self.S = S
        with open(FileN, 'r') as f:
            self.required = f.read().splitlines()
        self.idx = {}
        k = 0
        for i in range(self.N):
            for j in range(self.N):
                for n in range(self.N):
                     self.idx[(i,j,n)] = k
                     k += 1
        samplers = [SASampler(), SQASampler()]
        self.sampler = samplers[0]
        self.debug = False
    def get_param(self):
        return self.N, self.M, self.S, self.idx
    def block_ij(self):
        i0j0 = []
        for i in range(self.M):
            i0j0.append(self.M*i)
        return i0j0
    def belongs(self, I, J):
        i0j0 = self.block_ij()
        IO = 0
        JO = 0
        for n in i0j0:
            if n \le I \le (n+3):
                 I0 = n
            if n \le J \le (n+3):
                J0 = n
        return IO, JO
```

```
def sub1(self, i, j, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for n1 in range(N):
        Q[(idx[(i, j, n1)], idx[(i, j, n1)])] = 2.0 * L
        for n2 in range(N):
            Q[(idx[(i, j, n1)], idx[(i, j, n2)])] += 1.0 * L
def f1(self, L, Q):
    N, _, _, _ = self.get_param()
    for i in range(N):
        for j in range(N):
            self.sub1(i, j, L, Q)
    return O
def sub2R(self, i, n, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for j1 in range(N):
        Q[(idx[(i, j1, n)], idx[(i, j1, n)])] = 2.0 * L
        for j2 in range(N):
            Q[(idx[(i, j1, n)], idx[(i, j2, n)])] += 1.0 * L
def sub2C(self, j, n, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for i1 in range(N):
        Q[(idx[(i1, j, n)], idx[(i1, j, n)])] = 2.0 * L
        for i2 in range(N):
            Q[(idx[(i1, j, n)], idx[(i2, j, n)])] += 1.0 * L
def f2(self, L, Q):
    N, _, _, _ = self.get_param()
    for i in range(N):
        for n in range(N):
            self.sub2R(i, n, L, Q)
    for j in range(N):
        for n in range(N):
            self.sub2C(j, n, L, Q)
    return Q
def sub3(self, i0, j0, n, L, Q):
    N, M, _, idx = self.get_param()
    for x1 in range(M):
        for y1 in range(M):
            if self.debug: print(f'debug: i0+x1=\{i0+x1\}, j0+y1=\{j0+y1\}, n=\{n\}')
            Q[(idx[(i0 + x1, j0 + y1, n)], idx[(i0 + x1, j0 + y1, n)])] = 2.0
* <u>L</u>
            for x2 in range(M):
                for y2 in range(M):
                    Q[(idx[(i0 + x1, j0 + y1, n)], idx[(i0 + x2, j0 + y2, n)])]
+= 1.0 * L
def f3(self, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    i0j0 = self.block_ij()
```

```
for iO in iOjO:
        for j0 in i0j0:
            for n in range(N):
                if self.debug: print(f'debug:(i0,j0)=({i0},{j0})')
                self.sub3(i0, j0, n, L, Q)
    return Q
def sub4R(self, i, L, Q):
    N, _, S, idx = self.get_param()
    for j1 in range(N):
        for n1 in range(N):
            Q[(idx[(i, j1, n1)], idx[(i, j1, n1)])] = 2.0 * (n1+1) * S * L
            for j2 in range(N):
                for n2 in range(N):
                     Q[(idx[(i, j1, n1)], idx[(i, j2, n2)])] += (n1+1) * (n2+1)
* <u>L</u>
def sub4C(self, j, L, Q):
    N, _, S, idx = self.get_param()
    for i1 in range(N):
        for n1 in range(N):
            Q[(idx[(i1, j, n1)], idx[(i1, j, n1)])] = 2.0 * (n1+1) * S * L
            for i2 in range(N):
                for n2 in range(N):
                     Q[(idx[(i1, j, n1)], idx[(i2, j, n2)])] += (n1+1) * (n2+1)
* <u>L</u>
def f4(self, L, Q):
    N, _, _, _ = self.get_param()
    for i in range(N):
        self.sub4R(i, L, Q)
    for j in range(N):
        self.sub4C(j, L, Q)
    return Q
def sub5(self, i0, j0, L, Q):
    N, M, S, idx = self.get_param()
    for x1 in range(M):
        for y1 in range(M):
            for n1 in range(N):
                Q[(idx[(i0+x1, j0+y1, n1)], idx[(i0+x1, j0+y1, n1)])] = 2.0 *
(n1+1) * S * L
                for x2 in range(M):
                     for y2 in range(M):
                         for n2 in range(N):
                             Q[(idx[(i0+x1, j0+y1, n1)], idx[(i0+x2, j0+y2, n2)]]
)])] += (n1+1) * (n2+1) * L
def f5(self, L, Q):
    i0j0 = self.block_ij()
    for iO in iOjO:
        for j0 in i0j0:
            self.sub5(i0, j0, L, Q)
    return Q
```

```
def f6(self, I, J, X, L, Q):
    _, _, _, idx = self.get_param()
    Q[(idx[(I, J, X-1)], idx[(I, J, X-1)])] -= L
    return Q
def f60(self, I, J, X, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for n1 in range(N):
        Q[(idx[(I, J, n1)], idx[(I, J, n1)])] = 2.0 * X * (n1 + 1) * L
        for n2 in range(N):
            Q[(idx[(I,J,n1)],idx[(I,J,n2)])] += (n1+1) * (n2+1) * L
def f61(self, I, J, X, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for j1 in range(N):
        Q[(idx[(I, j1, X - 1)], idx[(I, j1, X - 1)])] = 2.0 * L
        for j2 in range(N):
            Q[(idx[(I, j1, X-1)], idx[(I, j2, X-1)])] += 1.0 * L
def f62(self, I, J, X, L, Q):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    for i1 in range(N):
        Q[(idx[(i1, J, X - 1)], idx[(i1, J, X - 1)])] = 2.0 * L
        for i2 in range(N):
            Q[(idx[(i1, J, X-1)], idx[(i2, J, X-1)])] += 1.0 * L
def f63(self, I, J, X, L, Q):
    N, M, _, idx = self.get_param()
    I0, J0 = self.belongs(I, J)
    \#print(f'debug:\ (I,J) = (\{I\},\{J\}) \setminus t(I0,J0) = (\{I0\},\{J0\})\ ')
    for x1 in range(M):
        for y1 in range(M):
            Q[(idx[(I0 + x1, J0 + y1, X - 1)], idx[(I0 + x1, J0 + y1, X - 1)])]
 -= 2.0 * L
            for x2 in range(M):
                for y2 in range(M):
                    Q[(idx[(I0+x1, J0+y1, X - 1)], idx[(I0+x2, J0+y2, X - 1)])]
+= 1.0 * L
def f6_another(self, I, J, X, L, Q):
    self.f60(I, J, X, L, Q)
    self.f61(I, J, X, L, Q)
    self.f62(I, J, X, L, Q)
    self.f63(I, J, X, L, Q)
    return Q
def f(self, lagrange1=1.0, lagrange2=1.0, lagrange3=1.0, lagrange4=1.0):
    Q = defaultdict(lambda: 0)
    _ = self.f1(lagrange1, Q)
    _ = self.f2(lagrange2, Q)
     = self.f3(lagrange2, Q)
    if 0.0 < lagrange3:
        _ = self.f4(lagrange3, Q)
```

```
_ = self.f5(lagrange3, Q)
    for a in self.required:
        IJX = a.split(',')
        _ = self.f6(int(IJX[0]), int(IJX[1]), int(IJX[2]), lagrange4, Q)
    return Q
def solv(self, Q, num_reads=1):
    sampleset = self.sampler.sample_qubo(Q, num_reads=num_reads)
    return sampleset
def result(self, sampleset):
    N, _, _, idx = self.get_param()
    result = [i for i in sampleset.first[0].values()]
    ans = [[None] * N for _ in range(N)]
    for i in range(N):
        for j in range(N):
            for n in range(N):
                if result[idx[(i,j,n)]] == 1:
                    ans[i][j] = n+1
    return ans
def evaluate(self, sampleset):
    # Extract sample solutions, energies, and sort them by frequency
    samples = sampleset.record['sample']
    energies = sampleset.record['energy']
    # Combine solutions and corresponding energies
    sample_data = [(tuple(sample), energy) for sample, energy in zip(samples,
energies)]
    # Sort the results by appearance frequency and then energy
    sample_frequency = Counter(sample for sample, _ in sample_data)
    # Print sorted results by frequency and include energy
    if self.debug:
        print("\nSorted samples by frequency and energy:")
        for solution, freq in sample_frequency.most_common():
            energy = next(energy for sample, energy in sample_data if sample ==
 solution)
            print(f"Sample: {solution}, Frequency: {freq}, Energy: {energy:+.2f
}")
    return sample_data, sample_frequency
def check1(self, a):
    N, M, _, _ = self.get_param()
    b = np.array(a).reshape(N*N, N)
    # 既定値は正しい?
    for a in self.required:
        IJX = a.split(',')
        i = int(IJX[0])*N + int(IJX[1])
        n = int(IJX[2]) - 1
        if b[i][n]!=1:
            if self.debug: print(f'!: 既定値が違う:({IJX[0]},{IJX[1]}){IJX
[2]}!={b[i]}')
            return False
```

```
# 各セルに数値は1つ?
   for i in range(N*N):
       s = 0
       for n in range(N):
           s += b[i][n]
       if s != 1:
           if self.debug: print(f'!: セルの中の数値が1つでない{i:3d}:{b[i]}')
           return False
   # 各ブロックに重複する数値はない?
   i0j0 = self.block_ij()
   for iO in iOjO:
       for j0 in i0j0:
           for n in range(N):
               ary = []
               s = 0
               for x in range(M):
                  for y in range(M):
                      bidx = (i0+x)*N + j0+y
                      s += b[bidx][n]
                      ary.append(b[bidx][n])
               if s != 1:
                  if self.debug: print(f'!: ブロック内で数値が重複:{np.array(
ary)}')
                  return False
   for n in range(N):
       # 各行に重複する数値はない?
       for i in range(N):
           ary = []
           s = 0
           for j in range(N):
              bidx = i * N + j
               s += b[bidx][n]
               ary.append(b[bidx][n])
           if s != 1:
              if self.debug: print(f'!: 行で数値が重複:{np.array(ary)}')
               return False
       # 各列に重複する数値はない?
       for j in range(N):
           ary = []
           s = 0
           for i in range(N):
               bidx = i * N + j
               s += b[bidx][n]
               ary.append(b[bidx][n])
           if s != 1:
               if self.debug: print(f'!: 列で数値が重複:{np.array(ary)}')
               return False
   return True
def check2(self, a):
   N, M, S, _ = self.get_param()
```

```
b = np.array(a).reshape(N, N)
    ,,,
   # 既定値は正しい?
   for a in self.required:
       IJX = a.split(', ')
       if \ b [int(IJX[0])][int(IJX[1])]! = int(IJX[2]):
           if self.debug: print(f'!: 既定値が違う:({IJX[0]},{IJX[1]}){IJX
[2]}!={b[int(IJX[0])][int(IJX[1])]}')
           return False
   # 各行の数値の和はS?
   for i in range(N):
       s = 0
       for j in range(N):
           s += b[i][j]
       if s != S:
           if self.debug: print(f'!: 行の総和={s}!={S}')
           return False
   # 各列の数値の和はS?
   for j in range(N):
       s = 0
       for i in range(N):
           s += b[i][j]
       if s != S:
           if self.debug: print(f'!: 列の総和={s}!={S}')
           return False
   # 各ブロックの数値の和はS?
   i0j0 = self.block_ij()
   for i in i0j0:
       for j in i0j0:
           s = 0
           for x in range(M):
               for y in range(M):
                   #print(i+x,j+y)
                   s += b[i+x][j+y]
           if s != S:
               if self.debug: print(f'!: ブロック内の総和={s}!={S}')
               return False
   return True
def decode(self, a):
   N, M, _, _ = self.get_param()
   b = np.array(a).reshape(N**2, N)
   mat = []
   for v in b:
       for i, u in enumerate(v):
           if u==1:
               num = i+1
       mat.append(num)
   return mat
def print_shape(self):
```

```
for i in range(self.N):
           print(f'{i}:', end='\t')
           for j in range(self.N):
               for a in self.required:
                   IJX = a.split(',')
                   if i=int(IJX[0]) and j=int(IJX[1]):
                       print(int(IJX[2]), end=' ')
                       break
               else:
                   print('_', end='')
           print()
if __name__ == '__main__':
   KiteiF = 'dataA250429.txt'
   M = 3
    sudoku = NumberPlace(M, KiteiF)
   sudoku.print_shape()
                        # 数値に重複なし
    \#lagrange1 = 40.0
    \#lagrange2 = 5.4
                        # 行、列、ブロック、で重複なし
    \#lagrange3 = 0.0
                         # 和はS
    \#lagrange4 = 5.1
                          # 既定セル
    \#lagrange1 = 90.0
                                       #数値に重複なし
    #lagrange2 = lagrange1 * 0.8
                                      # 行、列、ブロック、で重複なし
                                       # 和は5
    \#lagrange3 = -0.0
    #lagrange4 = lagrange1 * 3.0
                                      # 既定セル
   Q = sudoku.f(lagrange1, lagrange2, lagrange3, lagrange4)
   num_reads = 100
    sampleset = sudoku.solv(Q, num_reads)
   ans = sudoku.result(sampleset)
   print(*ans, sep='\n')
    sudoku.debug = True
   for sample in sampleset.record['sample']:
       if sudoku.check1(sample):
           #if sudoku.debug: print('check1 Passed!')
           a = sudoku.decode(sample)
           #if sudoku.check2(a):
           #if sudoku.debug: print('check2 Passed!')
           print(np.array(a).reshape(M*M, M*M))
           print()
           break
```

プログラム 1.1 数独

# 参考文献

- [1] 西森秀稔、大関真之, 量子アニーリングの基礎, 共立出版
- [2] 数独 技術リソース Fixstars Amplify 量子コンピューティング クラウド https://amplify.fixstars.com/ja/techresources/application/sudoku/
- [3] D-wave の量子アニーリングのクラウドサービス Leap で数独を解いてみる https://zenn.dev/airev/articles/airev-quantum-02
- [4] 量子アニーリングを駆使して数独を解いてみた IMACEL Academy -人工知能・画像解析の技術応用に向けて--- エルピクセル株式会社

https://lp-tech.net/articles/jbkhW

[5] 21-19. 量子アニーリング (QUBO) でナンプレ (数独) と不等号ナンプレを解く — Vignette & Clarity (ビネット&クラリティ)

https://vigne-cla.com/21-19/

[6] 量子コンピュータで論理パズルを解いてみた # Python - Qiita

https://qiita.com/tax\_nalgo/items/48cf1ee47549fbf3b386