

Vorname:

Nachname:

Matrikelnummer:

1. Lösen Sie folgende Differenzialgleichung mit der Bedingung $N(0) = N_0$ und bestimmen Sie den Typ und die Ordnung. Bei jedem radioaktiven Präparat ist die momentane Änderungsrate \dot{N} des Bestandes entgegengesetzt proportional zum Bestand N selbst:

$$\dot{N} = -\lambda \cdot N \quad (1)$$

Den Proportionalitätsfaktor λ bezeichnet man als Zerfallskonstante.

8 Punkte

2. Lösen Sie die Differenzialgleichung eines ungedämpften LC-Serienschwingkreises, wobei eine Spule mit Induktivität L und ein Kondensator mit Kapazität C in Serie geschaltet werden.

$$\ddot{Q} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot Q = 0 \quad (2)$$

Q ist hier die Ladung und \dot{Q} wäre theoretisch die Stromstärke I , die wir hier aber nicht verwenden.

8 Punkte

3. Lösen Sie die Differenzialgleichung des gedämpften, (periodisch) getriebenen, harmonischen Oszillators (Schwingung einer Feder, in mehreren Dimensionen eine Schaukel, oder wenn in einem Kristallgitter die Bindungen als Federn beschrieben werden, dann kommt pro zusätzlicher Bindung ein Term mit Federkonstante dazu)

$$\ddot{x} + 2 \cdot \gamma \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = K \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (3)$$

Dabei ist γ die Dämpfungskonstante, $\omega_0^2 = \frac{D}{m}$, D die Federkonstante, die manchmal auch mit k bezeichnet wird und m die Masse.

8 Punkte

4. Entwickeln Sie die Funktion $g(x) = -x$ für $x \in [-\pi; \pi)$ und sonst periodisch fortgesetzt, in eine Fourierreihe.

8 Punkte

5. Bonusbeispiel: Separieren Sie die Wärmeleitungsgleichung und lösen Sie diese in einer Dimension. Welchem Typ gehört sie an und von welcher Ordnung ist sie?

$$\dot{u} = a \cdot u'' \quad (4)$$

8 Bonuspunkte

29-32 Punkte: Sehr gut, 25-28 Punkte: Gut, 20-24 Punkte: Befriedigend, 16-19 Punkte: Genügend