

▷ Exercice - Loi uniforme, max, min, stratégie

Etant donnés trois nombres réels dans l'intervalle $[0; 1]$, on définit deux stratégies :

Stratégie A : choisir le plus grand des trois nombres ;

Stratégie B : choisir la somme des deux nombres les plus petits.

Deux hobbits jouent au jeu comportant les étapes suivantes :

- choisir entre la stratégie A et la stratégie B ;
- à l'aide d'un générateur pseudo aléatoire, tirer au hasard et de manière indépendante trois nombres réels entre 0 et 1 ;
- le gagnant est celui qui obtient la plus grande valeur, compte tenu de la stratégie choisie.

On note X_1, X_2, X_3 les nombres obtenus lors des tirages au sort. On note Y_A la variable égale à la valeur obtenue par la stratégie A et Y_B la variable égale à la valeur obtenue par la stratégie B.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par chaque variable aléatoire $X_i, i \in \{1, 2, 3\}$?
2. Exprimer Y_A en fonction des X_i .
3. Exprimer Y_B en fonction de Y_A et des X_i .
4. Déterminer la fonction de répartition de Y_A . En déduire que Y_A est une variable aléatoire absolument continue dont on déterminera une fonction densité.
5. En comparant l'espérance des variables aléatoires Y_A et Y_B , peut-on dire qu'il existe une meilleure stratégie ?