

Exercice - Déterminant de Van Der Monde

On se propose de calculer le déterminant de VAN DER MONDE :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & x \\ a^2 & b^2 & c^2 & x^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & x^3 \end{vmatrix}$$

1. Quel est le degré du polynôme $P(x) = \Delta$?
2. Sans calculer Δ , donner trois racines évidentes du polynôme $P(x)$. En déduire Δ .

3. Calculer $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{vmatrix}$.