

Soit la série entière d'une variable réelle définie par :

$$f : x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \sin \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right) x^n.$$

1. Donner un équivalent de $\sin \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ quand $n \rightarrow +\infty$.
2. Déterminer le rayon de convergence R de la série entière f .
3. La série est-elle convergente lorsque $x = R$? $x = -R$? En déduire le domaine de convergence de f .