

On rappelle que si $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}}$, alors la trace de A est : $\text{Tr } A = \sum_{i=1}^n a_{ii}$ (autrement dit $\text{Tr } A$ est la somme des termes de la diagonale de A).

Soient $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $\text{Tr } A$ et $\det A$. Vérifier que $A^2 - (\text{Tr } A) \cdot A + (\det A)I_2 = 0$, où I_2 est la matrice identité 2×2 .
2. En déduire que A est inversible et exprimer A^{-1} .