Ex - Densité SxZb

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$f(x,y) = 2e^{-x}e^{-2y}\mathbf{1}_{(\mathbb{R}^+)^2}(x,y).$$

1. Vérifier que f définit une densité de probabilité.

✓

On vérifie que pour tout $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, $f(x,y) \geqslant 0$. De plus, par le théorème de Fubini,

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy &= \int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} 2e^{-x}e^{-2y}dxdy \\ &= \int_0^{+\infty} e^{-x}dx \int_0^{+\infty} 2e^{-2y}dy \\ &= 1\end{aligned}$$

2. Calculer $\mathrm{P}(X > 1, Y < 1)$, $\mathrm{P}(X < Y)$ et $\mathrm{P}(X < a)$.

✓

On applique la définition et on trouve $\mathrm{P}(X > 1, Y < 1) = e^{-1}(1-e^{-2})$, $\mathrm{P}(X < Y) = \frac{1}{3}$ et $\mathrm{P}(X < a) = 1 - e^{-a}$.