

Soit $\lambda > 0$. Pour tout $n \geq \lambda$, on définit une suite $(X_k^n)_{k \in \mathbb{N}}$ une suite de variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Bernoulli de paramètre $p_n = \frac{\lambda}{n}$. On considère alors la variable aléatoire :

$$N_n = \frac{1}{n} \inf\{k \in \mathbb{N}, X_k^n = 1\}$$

1. Soit un entier $n \geq \lambda$. Justifier que la variable nN_n suit une loi géométrique dont on précisera le paramètre.
2. Déterminer la fonction caractéristique de la variable aléatoire N_n .
3. En déduire que la suite de variables aléatoires (N_n) converge en loi vers une loi usuelle que l'on précisera.