

Soit la fonction $V: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$V(r, \theta) = \frac{\cos \theta}{r^2}$$

1. Donner l'ensemble de définition de V .
2. Calculer les dérivées partielles $\frac{\partial V}{\partial r}$ et $\frac{\partial V}{\partial \theta}$.
3. Calculer les dérivées partielles secondes $\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}$, $\frac{\partial V}{\partial \theta}$ et $\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial \theta}$.
4. En déduire que

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] = 0.$$