

L'évolution de la concentration de certaines réactions chimiques au cours du temps peut être décrite par l'équation différentielle :

$$y'(t) = -\frac{1}{1+t^2}y(t)$$

1. Sachant qu'à l'instant $t = 0$, la concentration vaut $y(0) = 5$, déterminer la concentration en $t = 2$ à l'aide de la méthode d'Euler implicite avec un pas $h = 0.5$.
2. Faire de même pour un pas de $h = 10^{-3}$ et commenter la différence.
3. Proposer sur un même graphique la solution approchée de la méthode d'Euler implicite et la solution exacte pour différentes valeurs de h .