Le nombre de déjeuners servis chaque jour ouvrable par un restaurant d'entreprise est une variable aléatoire X suivant une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ telle que :

$$\mathrm{P}(X \geqslant 1522) = 0{,}33 \quad \text{et} \quad \mathrm{P}(X \leqslant 1598) = 0{,}975$$

Quel est le nombre minimal de repas qui doivent être préparés chaque midi si l'on veut avoir 99 chances sur 100 de satisfaire la demande ?

✓

Commençons par déterminer m et σ grâce aux données de l'énoncé :

$$\mathbb{P}(X \geqslant 1522) = 0.33 \;\Leftrightarrow\; \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} \leqslant \frac{1522-m}{\sigma}\right) = 0.67 \;\Leftrightarrow\; \frac{1522-m}{\sigma} = 0.44$$

$$\mathbb{P}(X \leqslant 1598) = 0.975 \;\Leftrightarrow\; \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} \leqslant \frac{1598-m}{\sigma}\right) = 0.975 \;\Leftrightarrow\; \frac{1598-m}{\sigma} = 1.96$$

Il vient ainsi

$$\begin{cases} 1522 - m = 0.44\sigma \\ 1598 - m = 1.96\sigma \end{cases}$$

soit $\sigma = 50$ et $m = 1500$. Donc $X \sim \mathcal{N}(1500, \sigma = 50)$.

On note n le nombre de repas à prévoir pour satisfaire 99% des demandes. Par définition : $\mathbb{P}(X \leqslant n) = 0.99$, ce qui donne

$$\mathbb{P}\left(\frac{X-1500}{50} \leqslant \frac{n-1500}{50}\right) = 0.99$$

soit $\frac{n-1500}{50} = 2.33$ et finalement $n = 1617$. Il faut donc prévoir 1617 repas au minimum pour satisfaire la demande dans 99% des cas.