

Soit $f(x, y) = 2e^{-x}e^{-2y}\mathbf{1}_{(\mathbb{R}_+)^2}(x, y)$.

1. Vérifier que f définit une densité de probabilité.

On vérifie que f est positive sur \mathbb{R}^2 et par application du théorème de Fubini que $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1$

2. Calculer $P(X > 1, Y < 1)$, $P(X < Y)$ et $P(X < a)$.

On applique la définition et on trouve $P(X > 1, Y < 1) = e^{-1}(1 - e^{-2})$, $P(X < Y) = \frac{1}{3}$ et $P(X < a) = 1 - e^{-a}$.