Po88 ⊵ **Exercice** - *Limite et continuité d'une fonction définie sur* $\mathbb{R}^2$

Soit $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$(x,y) \mapsto \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 - 2x^2 y + 3y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

1. Montrer que la restriction de f à toute droite passant par l'origine est continue en $(0,0)$. Autrement dit, montrer que les trois limites suivantes existent et sont égales à 0 :
   (a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x,0)$,
   (b) $\lim\limits_{x\to 0} f(x,ax)$, pour $a \in \mathbb{R}^*$,
   (c) $\lim\limits_{y\to 0} f(0,y)$
2. Calculer la limite en $(0,0)$ de la restriction de f à la courbe d'équation $y = x^2$.
3. La fonction f est-elle continue en $(0,0)$? Justifier.