

Soient b et δb deux vecteurs de \mathbb{R}^n avec $b \neq 0$ et $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ une matrice inversible. La matrice A étant inversible, soient X l'unique solution de $AX = b$ et $X + \delta X$ l'unique solution de $A(X + \delta X) = b + \delta b$.

1. Démontrer que :

$$\frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leq \text{cond}(A) \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$

2. En déduire l'encadrement

$$\frac{1}{\text{cond}(A)} \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \leq \frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leq \text{cond}(A) \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$