

Dans une base militaire, un nouveau type de radio est en cours de test pour évaluer sa fiabilité en conditions opérationnelles. Un échantillon de 150 radios a été testé durant un exercice, et il a été constaté que 135 de ces radios ont fonctionné sans défaillance tout au long de l'exercice.

- Donner une estimation de la proportion de ces nouvelles radios fonctionnant sans défaillance, en précisant l'estimateur utilisé et son biais.



On utilise l'estimateur de fréquence empirique $F = \frac{1}{150} \sum_{i=1}^{150} X_i$ avec $X_i \sim \mathcal{B}(p)$, sans biais pour estimer la proportion p de radios sans défaillance : sa réalisation ici est $p_{obs} = \frac{130}{150} = 0,90$.

- Donner cette estimation à l'aide d'un intervalle de confiance à 90%, 95% et 99%.



On utilise la formule du cours :

$$I_{conf}(F(\omega)) = \left[f_{obs} - u_{\alpha/2} \sqrt{\frac{f_{obs}(1-f_{obs})}{n}} ; f_{obs} + u_{\alpha/2} \sqrt{\frac{f_{obs}(1-f_{obs})}{n}} \right]$$

avec $\alpha = 0.1$: $I_{conf} = [0,859709479; 0,940290521]$

avec $\alpha = 0.05$: $I_{conf} = [0,851990883; 0,948009117]$

avec $\alpha = 0.01$: $I_{conf} = [0,836905325; 0,963094675]$

- Quelle taille d'échantillon devrait-on choisir pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance ne dépasse pas 0.01 avec une erreur de première espèce de 5% ?



On utilise la formule simplifiée du cours :

$$I_{conf}(F(\omega)) = \left[f_{obs} - u_{\alpha/2} \frac{1}{2\sqrt{n}} ; f_{obs} + u_{\alpha/2} \frac{1}{2\sqrt{n}} \right]$$

et on cherche n tel que $u_{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0.01 \iff \sqrt{n} \geq \frac{1.96}{0.01}$ soit $n \geq 38415$.