

## ▷ Exercice - Dérivées partielles

Soit la fonction  $V: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$V(r, \theta) = \frac{\cos \theta}{r^2}$$

1. Donner l'ensemble de définition de  $V$ .
2. Calculer les dérivées partielles  $\frac{\partial V}{\partial r}$  et  $\frac{\partial V}{\partial \theta}$ .
3. Calculer les dérivées partielles secondes  $\frac{\partial^2 V}{\partial r^2}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial \theta}$  et  $\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial \theta}$ .
4. En déduire que

$$\sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right] = 0.$$