

On s'intéresse à la méthode de contrôle fiscal d'une entreprise qui consiste à vérifier la comptabilité de l'entreprise.

On considère que le temps de contrôle d'une entreprise est une variable aléatoire de loi  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ . On réalise 7 contrôles et on obtient les temps suivants (en jours) :

57    61    42    53    45    65    58.

1. Donner une estimation de  $m$  et de  $\sigma^2$ . On précisera les estimateurs utilisés en indiquant leurs propriétés.



On estime la moyenne  $m$  à l'aide de la moyenne empirique ( $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ), qui est sans biais et convergente :

$$\bar{x} = \frac{57 + 61 + 42 + 53 + 45 + 65 + 58}{7} = \frac{381}{7} \simeq 54.43$$

On estime la variance  $\sigma^2$  à l'aide de la variance empirique ( $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ), qui est sans biais et convergent :

$$s^2 = \frac{1}{6} ((57 - 54.43)^2 + (61 - 54.43)^2 + \dots + (58 - 54.43)^2) \simeq 69.95$$

2. Donner un intervalle de confiance de niveau 90% permettant d'estimer  $m$ .



Il s'agit d'un intervalle de confiance d'une moyenne dans le cas où la variance est inconnue et la loi mère de l'échantillon est une loi Normale. On a donc :

$$IC(\bar{X}) = \left[ \bar{x} - t \times \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t \times \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

avec  $\bar{x} = 54.43$ ,  $s = \sqrt{69.95} \simeq 8.36$ ,  $n = 7$  et  $t$  est le réel tel que  $\mathbb{P}(U \leq t) = 1 - \frac{0.10}{2} = 0.95$ , où  $U \sim St(6)$ , c'est-à-dire  $t = 1.9432$ . On obtient alors

$$IC(\bar{X}) = [48.29; 60.57]$$