E7RW ⊵ **Exercice** - *Système linéaire avec trop d'inconnues*

Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 + a \end{cases} \qquad a \in \mathbb{R}$$

On a :

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 + a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{r} \ell_1 \\ \ell_2 - 2\ell_1 \\ \ell_3 - 3\ell_1 \end{array} \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_4 = 1 \\ 4x_4 = 4 + a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_4 = 1 \\ 0 = a \end{cases}$$

- Si $a \neq 0$, le système n'a pas de solution ; - Si $a = 0$, le système est équivalent à :

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

et l'ensemble des solutions est

$$\{(x_1, x_2, 1 - 3x_1 - 4x_2, 1) \mid x_1 \in \mathbb{R}, x_2 \in \mathbb{R}\}$$