

1. Calculer la division euclidienne de $X^5 + 1$ par $X^4 - 2X^3 + X^2$.
2. Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$ le polynôme $X^4 - 2X^3 + X^2$.
3. On note $F(X) = \frac{X^5+1}{X^4-2X^3+X^2}$. Donner la forme de la décomposition en éléments simples de $F(X)$ dans $\mathbb{R}(X)$.
4. Calculer $\lim_{X \rightarrow 0} (X^2 \cdot F(X))$
5. Calculer $\lim_{X \rightarrow 1} ((X - 1)^2 \cdot F(X))$.
6. Calculer $F(-1)$ et $F(2)$ de deux façons différentes.
7. En déduire la décomposition en éléments simples de $F(X)$ dans $\mathbb{R}(X)$.