

Soient A et B deux matrices telles que $|AB| = -2$, $|B| > 0$, et $B = B^{-1}$. Déterminer $|A|$.



On a $\det(A \cdot B) = \det(A) \times \det(B) = -2$, et $B = B^{-1} \Rightarrow \det(B) = \det(B^{-1})$. Or $\det(B^{-1}) = (\det(B))^{-1}$, aussi :

$$\det(B) = \det(B^{-1}) = (\det(B))^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \Leftrightarrow (\det(B))^2 = 1 \Leftrightarrow \det(B) = \pm 1$$

Puisque $\det(B) > 0$, $\det(B) = +1$ et $\det(A) = -2$.