

Dans une base militaire, un nouveau type de radio est en cours de test pour évaluer sa fiabilité en conditions opérationnelles. Un échantillon de 150 radios a été testé durant un exercice, et il a été constaté que 135 de ces radios ont fonctionné sans défaillance tout au long de l'exercice.

1. Donner une estimation de la proportion de ces nouvelles radios fonctionnant sans défaillance, en précisant l'estimateur utilisé et son biais.



On utilise l'estimateur de fréquence empirique $F = \frac{1}{150} \sum_{i=1}^{150} X_i$ avec $X_i \sim \mathcal{B}(p)$, sans biais pour estimer la proportion p de radios sans défaillance : sa réalisation ici est $p_{obs} = \frac{130}{150} = 0,90$.

2. Donner cette estimation à l'aide d'un intervalle de confiance à 90%, 95% et 99%.



On utilise la formule du cours :

$$I_{conf}(F(\omega)) = \left[f_{obs} - u_{\alpha/2} \sqrt{\frac{f_{obs}(1-f_{obs})}{n}} ; f_{obs} + u_{\alpha/2} \sqrt{\frac{f_{obs}(1-f_{obs})}{n}} \right]$$

avec $\alpha = 0.1 : I_{conf} = [0, 859709479; 0, 940290521]$

avec $\alpha = 0.05 : I_{conf} = [0, 851990883; 0, 948009117]$

avec $\alpha = 0.01 : I_{conf} = [0, 836905325; 0, 963094675]$

3. Quelle taille d'échantillon devrait-on choisir pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance ne dépasse pas 0.01 avec une erreur de première espèce de 5% ?



On utilise la formule simplifiée du cours :

$$I_{conf}(F(\omega)) = \left[f_{obs} - u_{\alpha/2} \frac{1}{2\sqrt{n}} ; f_{obs} + u_{\alpha/2} \frac{1}{2\sqrt{n}} \right]$$

et on cherche n tel que $u_{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 0.01 \iff \sqrt{n} \geq \frac{1.96}{0.01}$ soit $n \geq 38415$.