

Soit $A \in \mathcal{M}_N(\mathbb{R})$ une matrice réelle symétrique définie positive et $b \in \mathbb{R}^N$. On note $\rho(A)$ le rayon spectral de la matrice A . Pour résoudre le système

$$Ax = b$$

on considère la suite définie par $x_0 \in \mathbb{R}^N$ et $\sigma \in \mathbb{R}$:

$$x_{n+1} = x_n - \sigma(Ax_n - b)$$

1. Montrer que la méthode converge vers la solution x du système si et seulement si :

$$0 < \sigma < \frac{2}{\rho(A)}$$

2. Comment choisir σ pour que optimiser la vitesse de convergence de cette méthode ? Exprimer le résultat en fonction de $\rho(A)$ et $\rho(A^{-1})$.