

Soit la série entière d'une variable réelle définie par :

$$f: x \mapsto \sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) x^n.$$

1. Donner un équivalent de  $\sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .
2. Déterminer le rayon de convergence  $R$  de la série entière  $f$ .
3. La série est-elle convergente lorsque  $x = R$ ?  $x = -R$ ? En déduire le domaine de convergence de  $f$ .