

## ▷ Exercice - Etude de points critiques et d'une ligne de niveau

On pose

$$f(x, y) = x(x + 1)^2 - y^2$$

1. Déterminer les points stationnaires de la fonction  $f$  et préciser la nature de chacun d'eux.
2. Tracer la courbe constituée des points tels que  $f(x, y) = 0$  et  $x \geq 0$  en faisant apparaître des éléments qualitatifs (tangente, inflexion de la courbe).
3. Montrer que le point  $(-1, 0)$  est un point isolé de la partie  $\mathcal{C} = \{(x, y); f(x, y) = 0\}$  du plan, c'est-à-dire, le point  $(-1, 0)$  appartient à cette partie et il existe un nombre réel  $\varepsilon > 0$  tel que  $D_\varepsilon \cap \mathcal{C} = \{(-1, 0)\}$  où  $D_\varepsilon$  est le disque ouvert centré en  $(-1, 0)$  et de rayon  $\varepsilon$ .