

Etant donnés trois nombres réels dans l'intervalle  $[0; 1]$ , on définit deux stratégies :

**Stratégie A :** choisir le plus grand des trois nombres ;

**Stratégie B :** choisir la somme des deux nombres les plus petits.

Deux hobbits jouent au jeu comportant les étapes suivantes :

- choisir entre la stratégie A et la stratégie B ;
- à l'aide d'un générateur pseudo aléatoire, tirer au hasard et de manière indépendante trois nombres réels entre 0 et 1 ;
- le gagnant est celui qui obtient la plus grande valeur, compte tenu de la stratégie choisie.

On note  $X_1, X_2, X_3$  les nombres obtenus lors des tirages au sort. On note  $Y_A$  la variable égale à la valeur obtenue par la stratégie A et  $Y_B$  la variable égale à la valeur obtenue par la stratégie B.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par chaque variable aléatoire  $X_i, i \in \{1, 2, 3\}$  ?
2. Exprimer  $Y_A$  en fonction des  $X_i$ .
3. Exprimer  $Y_B$  en fonction de  $Y_A$  et des  $X_i$ .
4. Déterminer la fonction de répartition de  $Y_A$ . En déduire que  $Y_A$  est une variable aléatoire absolument continue dont on déterminera une fonction densité.
5. En comparant l'espérance des variables aléatoires  $Y_A$  et  $Y_B$  , peut-on dire qu'il existe une meilleure stratégie ?