Ex

Critère de Cauchy

En utilisant le critère de Cauchy, déterminer la nature de la série dont le terme général est défini par : $u_n = \left(\dfrac{n-1}{2n+1}\right)^n$.

✓

On a $u_n \geqslant 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et

$$\begin{aligned}(u_n)^{\frac{1}{n}} &= \left(\frac{n-1}{2n+1}\right)^{n\times\frac{1}{n}} \\ &= \frac{1-\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n}} \\ &\underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{2} < 1\end{aligned}$$

donc par le critère de Cauchy, la série $\sum u_n$ converge.