

Soient $(X_i)_{1 \leq i \leq 9}$ des variables aléatoires indépendantes, identiquement distribuées, suivant chacune une loi normale de moyenne $\mu = 2$ et de variance $\sigma^2 = 9$.

1. Déterminer la probabilité de l'événement $\{X_1 \geq 1\}$.
2. Soit Y la variable aléatoire définie par

$$Y = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 X_i$$

Déterminer la loi de Y et calculer $P(Y \geq 1)$.

3. Soit Z la variable aléatoire définie par

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 - X_6 - X_7 - X_8 - X_9$$

Déterminer la loi de Z et calculer $P(Z \geq 1)$.