

Soit X une variable aléatoire dont la loi est déterminée par la fonction densité définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

1. A l'aide d'un changement de variable, calculer $\mathbb{E}(X)$.
2. Calculer la variance de X .
3. Soit $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. Déterminer la loi de Z .