

Exercice - Limite d'une suite dans \mathbb{R}^2

Pour tout $k \in \mathbb{N}$, on pose

$$X_k = \left(\frac{2}{1+k}, 1 + e^{-k} \right) \in \mathbb{R}^2$$

- Soit $\ell = (0, 1)$. Calculer $\|X_k - \ell\|_2$ où $\|\cdot\|_2$ est la norme euclidienne.

$$\|X_k - \ell\|_2 = \sqrt{\left(\frac{2}{1+k}\right)^2 + (e^{-k})^2} = \sqrt{\frac{4}{(1+k)^2} + e^{-2k}}$$

- En déduire la convergence de la suite (X_k) dans \mathbb{R}^2 .

$$\|X_k - \ell\|_2 \xrightarrow[k \rightarrow +\infty]{} 0 \text{ donc } X_k \xrightarrow[k \rightarrow +\infty]{} \ell.$$