

Soient  $\theta$  un réel strictement positif et  $X_1, X_2, \dots, X_n$  un échantillon dont la loi mère a pour densité la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f: x \mapsto \frac{1}{\theta^2} x e^{-\frac{x}{\theta}} \mathbf{1}_{]0; +\infty[}(x)$$

1. Déterminer un estimateur de  $\theta$  issu de la méthode du maximum de vraisemblance.

$$\hat{\theta} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n X_i$$

2. Déterminer le biais de cet estimateur.

(Indication : on admet que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx = n!$ .)