

Exercice - Utilisation d'une table de loi normale

À l'aide des tables de valeurs, effectuer les calculs suivants à 10^{-2} près.

1. Calculer $P(-1.2 \leq Z \leq 1.1)$ où Z suit une loi $\mathcal{N}(0, 1)$.

On exprime la probabilité à l'aide de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite notée Φ :

$$\begin{aligned} P(-1.2 \leq Z \leq 1.1) &= P(Z \leq 1.1) - P(Z < -1.2) \\ &= P(Z \leq 1.1) - P(Z > 1.2) && \text{par symétrie} \\ &= P(Z \leq 1.1) - (1 - P(Z \leq 1.2)) \\ &= \Phi(1.1) + \Phi(1.2) - 1 \\ &\approx 0,75 \end{aligned}$$

2. Calculer $P(70 \leq QI \leq 130)$ où QI suit une loi $\mathcal{N}(100, \sigma = 15)$.

On pose $Z = \frac{QI - 100}{15}$ de telle sorte que Z suit une loi normale centrée réduite. On exprime alors

$$\begin{aligned} P(70 \leq QI \leq 130) &= P\left(\frac{70 - 100}{15} \leq \frac{QI - 100}{15} \leq \frac{130 - 100}{15}\right) \\ &= P(-2 \leq Z \leq 2) \\ &= 2 \times \Phi(2) - 1 \\ &\approx 0,95 \end{aligned}$$

3. Déterminer un réel t tel que $P(|X - 5| < t) = 95\%$ où X suit une loi $\mathcal{N}(5, \sigma = 1)$.

On pose $Z = X - 5$ de telle sorte que Z suit une loi normale centrée réduite. On exprime alors

$$\begin{aligned} P(|X - 5| < t) &= P(-t < X - 5 < t) \\ &= P(-t \leq Z \leq t) \\ &= 2 \times \Phi(t) - 1 \end{aligned}$$

On cherche $t \in \mathbb{R}$ tel que

$$\begin{aligned} P(|X - 5| < t) = 0.95 &\iff 2 \times \Phi(t) - 1 = 0.95 \\ &\iff \Phi(t) = 0.975 \\ &\iff t \approx 1,96 && \text{par lecture inverse de la table} \end{aligned}$$