

**Exercice** - *Estimation des paramètres d'une loi normale*

On considère un échantillon  $X_1, \dots, X_n$  suivant une loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . On cherche un estimateur de  $\mu$  et de  $\sigma$  par la méthode du maximum de vraisemblance. On note  $(x_1, \dots, x_n)$  une réalisation de cet échantillon. On rappelle que la densité d'une loi normale est

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

1. Exprimer la fonction de vraisemblance  $L(x_1, \dots, x_n, \mu, \sigma)$ , puis son logarithme.
2. Dériver  $\ln L(x_1, \dots, x_n, \mu, \sigma)$  par rapport à  $\mu$ .
3. En déduire un estimateur de  $\mu$ .
4. Déterminer un estimateur de  $\sigma$  avec une démarche analogue.