

Exercice - *Estimation des paramètres d'une loi normale*

On considère un échantillon X_1, \dots, X_n suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. On cherche un estimateur de μ et de σ par la méthode du maximum de vraisemblance. On note (x_1, \dots, x_n) une réalisation de cet échantillon. On rappelle que la densité d'une loi normale est

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

1. Exprimer la fonction de vraisemblance $L(x_1, \dots, x_n, \mu, \sigma)$, puis son logarithme.
2. Dériver $\ln L(x_1, \dots, x_n, \mu, \sigma)$ par rapport à μ .
3. En déduire un estimateur de μ .
4. Déterminer un estimateur de σ avec une démarche analogue.