

Soit $\lambda > 0$ et X une variable aléatoire admettant pour densité $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} 1_{[0; +\infty[}(x)$. Vérifier que f définit bien une fonction densité, puis déterminer la fonction de répartition F_X de X .



Il suffit de vérifier que $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis de calculer :

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx &= \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= \left[-e^{-\lambda x} \right]_0^{+\infty} \\ &= 1\end{aligned}$$

On détermine maintenant la fonction de répartition : soit $t \in \mathbb{R}$;

- si $t < 0$, alors $F_X(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx = \int_{-\infty}^t 0 dx = 0$;
- si $t \geq 0$, alors $F_X(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx = \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = 0 + \left[-e^{-\lambda x} \right]_0^t = 1 - e^{-\lambda t}$.