

On donne ou on rappelle la définition de quelques lois usuelles :

Définition : Soit $p \in]0; 1[$: une variable X suit une loi de Rademacher $\mathcal{R}(p)$ si :

- $P(X = 1) = p$
- $P(X = -1) = 1 - p$

Définition : Soit $\lambda > 0$: une variable X suit une loi de Laplace $\mathcal{L}(\lambda)$ si elle admet pour densité :

$$f_X(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|}$$

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes telles que X suit une loi Rademacher $\mathcal{R}(1/2)$ et Y suit une loi uniforme sur $[0; 1]$. Soit $\lambda > 0$. On pose $U = \frac{1}{\lambda} X \ln(Y)$.

1. Soit $a \in \mathbb{R}$. Calculer $P(\ln(Y) \leq a, X = 1)$ et $P(\ln(Y) \geq a, X = -1)$
2. Déterminer la fonction de répartition de la variable U .
3. En déduire que U suit une loi de Laplace $\mathcal{L}(\lambda)$.
4. A partir de la fonction `rand()` qui permet de simuler une loi uniforme sur $[0; 1]$ et en utilisant les résultats des questions précédentes, écrire un programme qui permet de simuler une loi de Laplace