

## ▷ Exercice - Dérivées partielles et règle des chaînes

On considère une boîte dont la longueur  $\ell$ , la largeur  $w$  et la hauteur  $h$  varient au cours du temps  $t$ .

A l'instant  $t_0$ , les dimensions de la boîte sont  $\ell = 1$  m,  $w = h = 2$  m. A ce même instant, on sait que  $\ell$  et  $w$  augmentent de 2m/s et  $h$  diminue de 3m/s.

On note  $V$  le volume,  $S$  la surface et  $D$  la longueur de la diagonale de cette boîte.

1. Exprimer  $V$ ,  $S$  et  $D$  comme fonction des trois variables  $\ell$ ,  $w$ ,  $h$ .
2. Exprimer  $\frac{\partial D}{\partial h}(\ell, w, h)$ .
3. Que valent  $\ell'(t_0)$ ,  $w'(t_0)$ ,  $h'(t_0)$  ?
4. On pose  $\tilde{V}(t) = V(\ell(t), w(t), h(t))$ . Exprimer  $\frac{\partial V}{\partial \ell}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial w}$  et  $\frac{\partial V}{\partial h}$  puis en calculant une dérivée partielle, déterminer les taux de variations à l'instant  $t_0$  du volume, de la surface et de la diagonale de cette boîte.