

Si l'on tire un réel au hasard dans $[0, 1]$, est-il plus probable d'avoir sa racine carrée inférieure à 0.4 ou d'avoir son carré plus grand que 0.7 ?



Soit $X \sim \mathcal{U}([0, 1])$ modélisant le réel tiré au hasard dans $[0, 1]$. Alors

$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad f_X(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, 1] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On souhaite comparer les deux probabilités suivantes :

- $\mathbb{P}(\sqrt{X} \leq 0.4) = \mathbb{P}(X \leq 0.4^2) = \int_0^{0.16} dt = 0.16$
- $\mathbb{P}(X^2 \geq 0.7) = \mathbb{P}(X \geq \sqrt{0.7}) = \int_{\sqrt{0.7}}^1 dt = 1 - \sqrt{0.7} \simeq 0.163$

On en conclut qu'il est plus probable d'avoir son carré plus grand que 0.7 (par rapport à avoir sa racine carrée inférieure à 0.4).