

Soit  $\lambda > 0$  et  $X$  une variable aléatoire admettant pour densité  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} 1_{[0;+\infty[}(x)$ . Vérifier que  $f$  définit bien une fonction densité, puis déterminer la fonction de répartition  $F_X$  de  $X$ .



Il suffit de vérifier que  $f(x) \geq 0$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$  puis de calculer :

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx &= \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= \left[ -e^{-\lambda x} \right]_0^{+\infty} \\ &= 1\end{aligned}$$

On détermine maintenant la fonction de répartition : soit  $t \in \mathbb{R}$  ;

- si  $t < 0$ , alors  $F_X(t) = \int_{-\infty}^t f(x)dx = \int_{-\infty}^t 0dx = 0$  ;
- si  $t \geq 0$ , alors  $F_X(t) = \int_{-\infty}^t f(x)dx = \int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = 0 + \left[ -e^{-\lambda x} \right]_0^t = 1 - e^{-\lambda t}$ .