

▷ Exercice - Loi d'une somme de variables aléatoires, question de cours

Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant chacune une loi uniforme sur $[0; 1]$. Déterminer la loi de $S = X + Y$.

Si X et Y suivent chacune une loi uniforme sur $[0; 1]$, alors $S = X + Y$ admet une densité h définie par

$$h(s) = \int_0^1 \mathbf{1}_{[0;1]}(s-x)dx = \int_{s-1}^s \mathbf{1}_{[0;1]}(u)du$$

- si $s < 0$ alors $s - x < 0$ et $h(s) = 0$
- si $0 < s < 1$ alors $h(s) = \int_0^s \mathbf{1}_{[0;1]}(u)du = s$
- si $1 < s < 2$ alors $h(s) = \int_{s-1}^1 \mathbf{1}_{[0;1]}(u)du = 2 - s$
- si $s > 2$ alors $h(s) = 0$

En traçant cette densité, on voit apparaître une loi triangulaire.