

Soient 9 variables aléatoires indépendantes, normales centrées réduites notées  $(U_i)_{1 \leq i \leq 9}$ .

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire  $X = \sum_{i=1}^9 U_i^2$  ? Déterminer le réel  $x$  tel que  $P(X > x) = 0.05$ .



On a  $X \sim \chi^2(9)$  et  $x = 16.92$ .

2. Soit  $Y$  une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne 10 et d'écart-type 3, indépendante de  $X$ . Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire  $Z = \frac{Y-10}{\sqrt{X}}$  ? Déterminer le réel  $z$  tel que  $P(Z > z) = 0.05$ .



On a  $Z = \frac{Y-10}{\sqrt{\frac{X}{9}}}$  donc par définition,  $Z$  suit une loi de Student  $St(9)$  et  $z = 1.833$ .

3. Soit  $V$  une variable aléatoire distribuée selon une loi du  $\chi^2$  à 3 degrés de liberté, indépendante de  $X$ . Quelle est la loi suivie par  $W_1 = \frac{X}{3V}$  ? Quelle est la loi suivie par  $W_2 = \frac{3V}{X}$  ? Déterminer le réel  $w_2$  tel que  $P(W_2 > w_2) = 0.05$ .



On a  $W_1 = \frac{X}{\frac{3}{V}}$  donc  $W_1$  suit une loi de Fisher  $F(9, 3)$ . De même,  $W_2 = \frac{3V}{X}$  donc  $W_2$  suit une loi de Fisher  $F(3, 9)$ . On a  $w_2 = 0.325$ .