

Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ un polynôme dont le reste de la division euclidienne par $(X^2 - 1)$ est $(X + 1)$.
Quels sont les restes de la division de P par $(X + 1)$? par $(X - 1)$?

On a :

$$P(X) = Q(X) \cdot (X^2 - 1) + (X + 1)$$

Que l'on peut encore écrire :

$$P(X) = Q(X) \cdot (X - 1)(X + 1) + (X + 1) = (X + 1)[Q(X) \cdot (X - 1) + 1] + 0$$

Le reste de la division par $(X + 1)$ est 0.

On peut aussi écrire :

$$P(X) = Q(X) \cdot (X - 1)(X + 1) + \underbrace{(X - 1) + 2}_{X+1} = (X - 1)[Q(X) \cdot (X + 1) + 1] + 2$$

Le reste de la division par $(X - 1)$ est 2.