

▷ **Exercice - Développement limité**

Donner le développement limité de  $\ln(1 + x)$  au voisinage de 0 à l'ordre 3. En déduire le développement limité de  $(\ln(1 + x))^2$  à l'ordre 3.

$$\ln(1 + x) = \underbrace{x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}}_{P_1(x)} + x^3 \cdot \varepsilon(x)$$

$$\begin{aligned} (P_3(x))^2 &= \left( x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \right)^2 \\ &= \left( x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \right) \times \left( x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \right) \\ &= x \times \left( x - \frac{x^2}{2} \right) - \frac{x^2}{2} \times x + o(x^3) \\ &= x^2 - x^3 + o(x^3) \end{aligned}$$

Ainsi,  $(\ln(1 + x))^2 = x^2 - x^3 + x^3 \cdot \varepsilon(x) = x^2 - x^3 + o(x^3)$