

▷ **Exercice - Erreur relative et consistance**

Soient  $b$  et  $\delta b$  deux vecteurs de  $\mathbb{R}^n$  avec  $b \neq 0$  et  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  une matrice inversible. La matrice  $A$  étant inversible, soient  $X$  l'unique solution de  $AX = b$  et  $X + \delta X$  l'unique solution de  $A(X + \delta X) = b + \delta b$ .

1. Démontrer que :

$$\frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leq \text{cond}(A) \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$

2. En déduire l'encadrement

$$\frac{1}{\text{cond}(A)} \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \leq \frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leq \text{cond}(A) \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$