

Une entreprise fabrique des pièces en sous-traitance. Au sein d'une démarche qualité, toutes les machines ont été systématiquement révisées et on a défini une nouvelle organisation dans l'atelier : les tâches de contrôle sont réparties à chaque étape du processus de fabrication et le taux de pièces défectueuses est tombé à 1%.

Quelques mois plus tard, une opération de contrôle est effectuée pour vérifier si la norme de 1% (hypothèse H_0) de pièces défectueuses reste valable. Sur les 5 000 pièces contrôlées 100 s'avèrent défectueuses, soit 2% (hypothèse H_1).

Mme de Mainard, chef d'entreprise, décide que si l'hypothèse nulle est vérifiée, elle ne modifiera plus son processus de production (décision $D0$) et au contraire, si c'est l'hypothèse alternative, elle entreprendra une action de sensibilisation des salariés de cet atelier au problème de la qualité (décision $D1$).

Pour choisir entre ces deux hypothèses, elle tire un échantillon de 1 500 pièces.

- Si la chef d'entreprise se fixe un risque de 1% d'entreprendre une action de sensibilisation des salariés à tort, quel sera le taux critique de pièces défectueuses qui fera prendre une décision ?

On réalise les premières étapes d'un test de conformité d'une proportion :

$$(a) \text{ Hypothèses : } \begin{cases} H_0: p = 0.01 \\ H_1: p > 0.01 \end{cases}$$

$$(b) \text{ Variable de décision : } Z = \frac{F - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01 \times 0.99}{1500}}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

(c) Zone de rejet : $W = [2.326; +\infty[$ pour une erreur de première espèce $\alpha = 1\%$

$$(d) \text{ proportion critique : on cherche } p_C \text{ tel que } \sqrt{\frac{0.01 \times 0.99}{1500}} = 2.326 \text{ et on trouve } p_C = 0.016 = 1,6\%.$$

Au delà de 1,6% de pièces défectueuses observées, on rejette l'hypothèse H_0 avec un risque de première espèce $\alpha = 1\%$.

- Si dans l'échantillon prélevé, le nombre de pièces défectueuses est 18, quelle sera la décision de la chef d'entreprise ?

On a $F_{obs} = \frac{18}{1500} = 0.012$: la décision prise est donc $D0$ (on ne rejette pas H_0).

- Calculer alors le risque de l'acheteur, c'est-à-dire ne pas modifier le processus de production alors qu'on le devrait. Comment s'appelle ce risque ?

On cherche la probabilité de prendre la décision $D0$ par erreur, c'est-à-dire si H_1 est vraie.

Sous l'hypothèse $p = 0.02$, on a la variable $Z_2 = \frac{F - 0.02}{\sqrt{\frac{0.02 \times 0.98}{1500}}}$ qui suit une loi $\mathcal{N}(0, 1)$.