

▷ Exercice - Déterminant de Vandermonde

Montrer que :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (c-a)(b-a)(c-b)$$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} \mathbb{J}_1 & \mathbb{J}_2 - \mathbb{J}_1 & \mathbb{J}_3 - \mathbb{J}_1 \\ a & 0 & 0 \\ a^2 & b^2 - a^2 & c^2 - a^2 \end{vmatrix} \\ &= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & \mathbb{J}_3 - c_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ a^2 & b+a & c-b \end{vmatrix} \\ &= (b-a)(c-a)(c-b) \end{aligned}$$