

Un fournisseur d'accès internet met en place un point local d'accès qui dessert 5000 abonnés. À un instant donné, chaque abonné a une probabilité égale à 0.20 d'être connecté. Les comportements des abonnés sont supposés indépendants les uns des autres.

1. On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre d'abonnés connectés à un instant  $t$ . Quelle est la loi de  $X$  ? Quelle est son espérance ? Son écart-type ?



$X \sim \mathcal{B}(5000, 0.2)$ ,  $\mathbb{E}(X) = 1000$  et  $\sigma^2(X) = 800$ .

2. On pose  $Y = \frac{X-1000}{\sqrt{800}}$ . Justifier précisément que l'on peut approcher la loi de  $Y$  par la loi normale centrée réduite.



$X$  peut être approchée par une loi  $\mathcal{N}(1000, \sigma = \sqrt{800})$  donc en centrant et en réduisant, on obtient que  $Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$ .

3. Le fournisseur d'accès souhaite savoir combien de connexions simultanées le point d'accès doit pouvoir gérer pour que sa probabilité d'être saturé à un instant donné soit inférieure à 2.5%. En utilisant l'approximation précédente, proposer une valeur approchée de ce nombre de connexions.



Soit  $n$  le nombre de connexions simultanées au point d'accès. On cherche  $n$  tel que  $P(X \geq n) \leq 0.025$ , c'est-à-dire

$$P\left(Y \geq \frac{n-1000}{\sqrt{800}}\right) \leq 0.025,$$

autrement dit

$$P\left(Y \leq \frac{n-1000}{\sqrt{800}}\right) \geq 0.975.$$

Par lecture de table de loi, on obtient  $\frac{n-1000}{\sqrt{800}} \simeq 1.96$ , soit  $n \simeq 1055.44$ . On en conclut qu'il faut qu'au minimum le point d'accès puisse gérer 1056 connexions simultanées pour que la probabilité d'être saturé soit inférieure à 2.5%.