Ex

Contrôle qualité

Une entreprise fabrique des pièces en sous-traitance. Au sein d'une démarche qualité, toutes les machines ont été systématiquement révisées et on a défini une nouvelle organisation dans l'atelier : les tâches de contrôle sont réparties à chaque étape du processus de fabrication et le taux de pièces défectueuses est tombé à 1%.
Quelques mois plus tard, une opération de contrôle est effectuée pour vérifier si la norme de 1% (hypothèse H_0) de pièces défectueuses reste valable. Sur les 5 000 pièces contrôlées 100 s'avèrent défectueuses, soit 2% (hypothèse H_1).
Mme de Mainard, chef d'entreprise, décide que si l'hypothèse nulle est vérifiée, elle ne modifiera plus son processus de production (décision $D0$) et au contraire, si c'est l'hypothèse alternative, elle entreprendra une action de sensibilisation des salariés de cet atelier au problème de la qualité (décision $D1$).
Pour choisir entre ces deux hypothèses, elle tire un échantillon de 1 500 pièces.

1. Si la chef d'entreprise se fixe un risque de 1% d'entreprendre une action de sensibilisation des salariés à tort, quel sera le taux critique de pièces défectueuses qui fera prendre une décision ?

✓

On réalise les premières étapes d'un test de conformité d'une proportion :

(a) Hypothèses : $\begin{cases} H_0 : p = 0.01 \\ H_1 : p > 0.01 \end{cases}$

(b) Variable de décision : $Z = \dfrac{F - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01\times 0.99}{1500}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$

(c) Zone de rejet : $W = [2.326; +\infty][$ pour une erreur de première espèce $\alpha = 1\%$

(d) proporition critique : on cherche p_C tel que $\dfrac{F - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01\times 0.99}{1500}}} = 2.326$ et on trouve $p_C = 0.016 = 1{,}6\%$.

Au delà de 1,6% de pièces défectueuses observées, on rejette l'hypothèse H_0 avec un risque de première espèce $\alpha = 1\%$.

2. Si dans l'échantillon prélevé, le nombre de pièces défectueuses est 18, quelle sera la décision de la chef d'entreprise ?

✓

On a $F_{obs} = \frac{18}{1500} = 0.012$: la décision prise est donc $D0$ (on ne rejette pas H_0).

3. Calculer alors le risque de l'acheteur, c'est-à-dire ne pas modifier le processus de production alors qu'on le devrait. Comment s'appelle ce risque ?

✓

On cherche la probabilité de prendre la décision $D0$ par erreur, c'est-à-dire si H_1 est vraie.
Sous l'hypothèse $p = 0.02$, on a la variable $Z_2 = \dfrac{F - 0.02}{\sqrt{\frac{0.02\times 0.98}{1500}}}$ qui suit une loi $\mathcal{N}(0,1)$.