

Soit une fonction $f: x \mapsto \begin{cases} 2x & \text{si } x \in [0; 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$.

- Montrer que f est une densité de probabilité.



(a) f est positive sur \mathbb{R} .

(b) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_0^1 2x dx = [x^2]_0^1 = 1$.

Donc f est une densité de probabilité.

- Écrire f à l'aide d'une fonction indicatrice $x \mapsto \mathbf{1}_A(x)$ où A est un ensemble à préciser.



$$f(x) = 2x\mathbf{1}_{[0;1]}(x).$$

- Soit X une variable aléatoire admettant f pour densité de probabilité. Calculer $P(X \leq \frac{1}{2})$ et $P(-1 \leq X \leq 0.2)$.



$$\begin{aligned} P(X \leq \frac{1}{2}) &= \int_{-\infty}^{\frac{1}{2}} f(x)dx \\ &= \int_0^{\frac{1}{2}} 2x dx \\ &= [x^2]_0^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(-1 \leq X \leq 0.2) &= \int_{-1}^{0.2} f(x)dx \\ &= \int_0^{0.2} 2x dx \\ &= [x^2]_0^{0.2} \\ &= 0.04 \end{aligned}$$