

On considère le système linéaire :

$$\begin{cases} 5x + y + z &= 7 \\ x + 5y - z &= 5 \\ x - y + 4z &= 4 \end{cases} \quad (S)$$

dont la solution est $(1, 1, 1)$.

1. Montrer que l'on peut utiliser la méthode de Jacobi pour résoudre ce système et justifier que dans ce cas, la méthode converge.
2. Calculer la première itération de la méthode de Jacobi en partant de $X_0 = (0, 0, 0)$ puis la 50ème itération à l'aide d'un programme Python.
3. Montrer que la matrice A est symétrique définie positive et en déduire la convergence de la méthode de Gauss-Seidel pour ce problème.
4. Calculer les cinquante premières itérations de la méthode de Gauss-Seidel en partant de $X_0 = (0, 0, 0)$.