

▷ Exercice - Factoriser dans un déterminant

Soit $P = \begin{pmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{pmatrix}$. Justifier que $\det P = 0$.

On remarque que l'on peut mettre : - a en facteur de la première ligne ; - b en facteur de la deuxième ligne ; - c en facteur de la troisième ligne ; Ainsi :

$$\det P = \left| \begin{array}{ccc} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{array} \right| = a \left| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{array} \right| = ab \left| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ a & b & c \\ ac & bc & c^2 \end{array} \right| = abc \left| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ a & b & c \\ a & b & c \end{array} \right| = 0$$

$$\left| \begin{array}{ccc} a & b & c \\ a & b & c \\ a & b & c \end{array} \right| = 0$$