zAlF ⊵ **Exercice** - *Elements simples*

Pour chacune des fractions rationnelles, indiquer s'il s'agit d'un élément simple dans $\mathbb{R}(X)$.

Fraction rationnelle	Oui	Non	Fraction rationnelle	Oui	Non
$F_1(X) = \frac{1}{(X+1)}$			$F_4(X) = \frac{X-1}{(X^2+1)}$		
$F_2(X) = \frac{1}{(X^2+1)}$			$F_5(X) = \frac{X-1}{(X+1)^2}$		
$F_3(X) = \frac{1}{(X+1)^3}$			$F_6(X) = \frac{X^2+X+1}{(X^3+1)}$		

$F_1(X) = \frac{1}{(X+1)}$ est un élément simple car le dénominateur $(X+1)$ est un polynôme de degré 1 donc irréductible sur $\mathbb{R}$ et le numérateur est une constante, donc de degré $0(<1)$. $F_2(X) = \frac{1}{\left(X^2+1\right)}$ est un élément simple car le dénominateur $\left(X^2+1\right)$ est un polynôme de degré 2 irréductible sur $\mathbb{R}$ et le numérateur est une constante, donc de degré $0(<2)$.
$F_3(X) = \frac{1}{(X+1)^3}$ est un élément simple car le dénominateur $(X+1)^3$ est constitué d'un polynôme de degré 1 irréductible sur $\mathbb{R}$, élevé à la puissance 3 , et le numérateur est une constante, donc de degré $0(<1)$. $F_4(X) = \frac{X-1}{\left(X^2+1\right)}$ est un élément simple car le dénominateur $\left(X^2+1\right)$ est un polynôme de degré 2 irréductible sur $\mathbb{R}$, et le numérateur est un polynôme de degré $0(<2)$. $F_5(X) = \frac{X-1}{(X+1)^2}$ n'est pas un élément simple car le dénominateur $(X+1)^2$ est constitué d'un polynôme de degré 1 irréductible sur $\mathbb{R}$, élevé à la puissance 2, et le numérateur est un polynôme lui aussi de degré 1 . $F_6(X) = \frac{X^2+X+1}{\left(X^3+1\right)}$ n'est pas un élément simple car le dénominateur $\left(X^3+1\right)$ n'est pas un polynôme irréductible sur $\mathbb{R}$, car c'est un polynôme de degré 3 .