

## Exercice - Déterminant d'un produit

Soient  $A$  et  $B$  deux matrices telles que  $|AB| = -2$ ,  $|B| > 0$ , et  $B = B^{-1}$ . Déterminer  $|A|$ .

On a  $\det(A \cdot B) = \det(A) \times \det(B) = -2$ , et  $B = B^{-1} \Rightarrow \det(B) = \det(B^{-1})$ . Or  $\det(B^{-1}) = (\det(B))^{-1}$ , aussi :

$$\det(B) = \det(B^{-1}) = (\det(B))^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \Leftrightarrow (\det(B))^2 = 1 \Leftrightarrow \det(B) = \pm 1$$

Puisque  $\det(B) > 0$ ,  $\det(B) = +1$  et  $\det(A) = -2$ .