

▷ Exercice - Inverse de matrice et application

Soient les matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -4 \\ -6 & -13 & 12 \\ -6 & -12 & 11 \end{pmatrix}$  et  $P = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 4 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

1. Parmi les trois matrices suivantes, dire laquelle est l'inverse de  $P$  en justifiant.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Calculer  $D = P^{-1} \cdot A \cdot P$ .
3. En déduire  $A^{-1}$ ,  $A^{2n}$  et  $A^{2n+1}$ , pour  $n \in \mathbb{N}$ .