

Soit  $X$  une variable aléatoire réelle suivant une loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$ . On définit  $Y = \lfloor X \rfloor$  la partie entière de  $X$ . On pose  $Z = X - \lfloor X \rfloor$ .

1. Déterminer la loi de probabilité de  $Y$ .
2. Calculer  $P(n \leq X < n + t)$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$  et  $t \in ]0; 1[$ . En déduire la fonction de répartition de  $Z$ .
3. Calculer l'espérance de  $Y$  et de  $Z$ .