

Exercice - Critère de D'Alembert

On définit les deux suites suivantes pour tout n entier naturel non nul :

$$u_n = \frac{(n+1)(n+2)\dots(2n)}{(2n)^n} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}.$$

On s'intéresse à la nature de la série de terme général u_n et de la série de terme général v_n .

1. Appliquer le critère de d'Alembert à ces deux séries. Que peut-on conclure sur la nature des séries de terme général u_n et v_n ?
2. En comparant la série de terme général v_n à une série usuelle, déterminer sa nature.