

▷ **Exercice** - *Simulation de loi : Rademacher, Laplace, Géométrique*

On donne ou on rappelle la définition de quelques lois usuelles :

Définition : Soit  $p \in ]0; 1[$  : une variable  $X$  suit une loi de Rademacher  $\mathcal{R}(p)$  si :

- $P(X = 1) = p$
- $P(X = -1) = 1 - p$

Définition : Soit  $\lambda > 0$  : une variable  $X$  suit une loi de Laplace  $\mathcal{L}(\lambda)$  si elle admet pour densité :

$$f_X(x) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|x|}$$

Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes telles que  $X$  suit une loi Rademacher  $\mathcal{R}(1/2)$  et  $Y$  suit une loi uniforme sur  $[0; 1]$ . Soit  $\lambda > 0$ . On pose  $U = \frac{1}{\lambda} X \ln(Y)$ .

1. Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Calculer  $P(\ln(Y) \leq a, X = 1)$  et  $P(\ln(Y) \geq a, X = -1)$
2. Déterminer la fonction de répartition de la variable  $U$ .
3. En déduire que  $U$  suit une loi de Laplace  $\mathcal{L}(\lambda)$ .
4. A partir de la fonction `rand()` qui permet de simuler une loi uniforme sur  $[0; 1]$  et en utilisant les résultats des questions précédentes, écrire un programme qui permet de simuler une loi de Laplace