Ex

WCGV

Une usine produit des circuits imprimés dont 1% sont défectueux.

1. On fait un prélèvement de 100 circuits imprimés. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait pas de circuit imprimé défectueux dans ce prélèvement ?

✓

Soit X le nombre de circuits défectueux dans ce prélèvement. Alors $X \sim \mathcal{B}(100, 0.01)$. La probabilité qu'il n'y ait pas de circuit défectueux est :

$$\mathrm{P}(X=0) = \binom{100}{0} \times 0.01^0 \times 0.99^{100} = 0.99^{100} \simeq 0.366.$$

2. Quelle est la probabilité qu'il y ait deux circuits imprimés défectueux dans un prélèvement de 100 circuits imprimés ?

✓

$\mathrm{P}(X=2) = \binom{100}{2} \times 0.01^2 \times 0.99^{98} \simeq 0.185$

3. On prélève les circuits imprimés un par un et on les teste immédiatement. Quelle est la probabilité que le premier circuit imprimé défectueux apparaisse au $100^{\text{ème}}$ tirage ?

✓

Soit Y le rang du premier circuit imprimé défectueux. Alors $Y \sim \mathcal{G}(0.01)$ et on a :

$$\mathrm{P}(Y=100) = 0.99^{99} \times 0.01 \simeq 0.0037,$$

soit environ 0.37% de chance de rencontrer le premier circuit défectueux au dernier tirage.

4. Sur $N = 10\,000$ circuits imprimés en stock dont $d = 100$ sont défectueux, on en choisit 500. Quelle est la probabilité que sur les 500 prélevés il y en ait cinq défectueux ?

✓

Soit Z le nombre de circuits défectueux sur les 500 prélevés. Alors $Z \sim \mathcal{H}(500, 0.01, 10\,000)$ et on a

$$\mathrm{P}(Z=5) = \frac{\binom{100}{5}\binom{9900}{495}}{\binom{10\,000}{500}}.$$

Quand le paramètre N est grand (dans les faits, quand $\frac{n}{N} < 0,1$), on peut approcher une loi hypergéométrique $\mathcal{H}(n,p,N)$ par une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$. Ici, on obtient une approximation de $\mathrm{P}(X=5)$ par $\binom{500}{5} \times 0.01^5 \times 0.99^{495} \simeq 0.18$.