Ex **Dilemme**

On considère deux avions A et B ayant respectivement 4 et 2 moteurs. Les moteurs fonctionnent de manière indépendante et chacun a une probabilité $p \in]0;1[$ de tomber en panne. On admet qu'un vol se termine bien si moins de la moitié des moteurs tombe en panne. Quel avion est-il préférable de choisir ?

✓

Soit X le nombre de moteurs tombant en panne sur l'avion A et Y le nombre de moteurs tombant en panne sur l'avion B. Alors X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(4,p)$ et Y suit une loi binomiale $\mathcal{B}(2,p)$.
On en déduit que $\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)=(1-p)^4+4p(1-p)^3$ et $\mathrm{P}(Y=0)=(1-p)^2$.
Il est préférable de prendre l'avion A si et seulement si $\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)\geqslant \mathrm{P}(Y=0)$, c'est-à-dire :

$$p(1-p)^2(2-3p)\geqslant 0 \iff 2-3p\geqslant 0$$

En conclusion, si $p<\frac{2}{3}$, il est préférable de prendre l'avion A.