

Soient 9 variables aléatoires normales centrées réduites notées  $(U_i)_{1 \leq i \leq 9}$ . on suppose que les variables  $(U_i)_{1 \leq i \leq 9}$  sont indépendantes.

1. Quelle est la loi suivie par  $X = \sum_{i=1}^9 U_i^2$  ? Déterminer le réel  $x$  tel que  $P(X > x) = 0.05$ .

Les variables  $(U_i)_{1 \leq i \leq 9}$  sont indépendantes et suivent chacune une loi  $\mathcal{N}(0, 1)$  donc  $\sum_{i=1}^9 U_i^2$  suit une loi  $\chi^2(9)$ .

2. Soit  $Y$  une variable aléatoire suivant une loi normale de moyenne 10 et d'écart-type 3, indépendante de  $X$ . Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire  $Z = \frac{Y-10}{\sqrt{X}}$  ? Déterminer le réel  $z$  tel que  $P(Z > z) = 0.05$ .

On réécrit  $Z = \frac{Y-10}{\sqrt{X}} = \frac{\frac{Y-10}{3}}{\sqrt{\frac{X}{9}}}$  ; or  $\frac{Y-10}{3}$  suit une loi normale centrée réduite donc par définition,  $Z$  suit une loi  $St(9)$ .