Ex

Estimation des paramètres d'une loi normale

On considère un échantillon $X_1, ..., X_n$ suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. On cherche un estimateur de μ et de σ par la méthode du maximum de vraisemblance. On note $(x_1, ..., x_n)$ une réalisation de cet échantillon. On rappelle que la densité d'une loi normale est

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

1. Exprimer la fonction de vraisemblance $L(x_1, ..., x_n, \mu, \sigma)$, puis son logarithme.
2. Dériver $\ln L(x_1, ..., x_n, \mu, \sigma)$ par rapport à μ.
3. En déduire un estimateur de μ.
4. Déterminer un estimateur de σ avec une démarche analogue.