

Exercice - Construction d'un schéma par interpolation

1. Soit f une fonction $\mathcal{C}^1([-1; 1])$. Écrire le polynôme $P \in \mathbb{R}_2[X]$ qui interpole f aux points $-1, 0$ et 1 .
2. En déduire une approximation de l'intégrale $\int_0^1 f(s)ds$.
3. En déduire par changement de variable une approximation de l'intégrale $\int_a^b f(s)ds$ pour f de classe $\mathcal{C}^1([a - (b - a); a + (b - a)])$.
4. En déduire un schéma à deux pas implicite pour approcher la solution d'un problème de Cauchy.