

Exercice - Factoriser dans un déterminant

Soit $P = \begin{pmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{pmatrix}$. Justifier que $\det P = 0$.

On remarque que l'on peut mettre : - a en facteur de la première ligne ; - b en facteur de la deuxième ligne ; - c en facteur de la troisième ligne ; Ainsi :

$$\det P = \begin{vmatrix} a^2 & ab & ac \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} a & b & c \\ ab & b^2 & bc \\ ac & bc & c^2 \end{vmatrix} = ab \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ ac & bc & c^2 \end{vmatrix} = abc \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$$