

Une entreprise fabrique des pièces en sous-traitance. Au sein d'une démarche qualité, toutes les machines ont été systématiquement révisées et on a défini une nouvelle organisation dans l'atelier : les tâches de contrôle sont réparties à chaque étape du processus de fabrication et le taux de pièces défectueuses est tombé à 1%.

Quelques mois plus tard, une opération de contrôle est effectuée pour vérifier si la norme de 1% (hypothèse  $H_0$ ) de pièces défectueuses reste valable. Sur les 5 000 pièces contrôlées 100 s'avèrent défectueuses, soit 2% (hypothèse  $H_1$ ).

Mme de Mainard, chef d'entreprise, décide que si l'hypothèse nulle est vérifiée, elle ne modifiera plus son processus de production (décision  $D_0$ ) et au contraire, si c'est l'hypothèse alternative, elle entreprendra une action de sensibilisation des salariés de cet atelier au problème de la qualité (décision  $D_1$ ).

Pour choisir entre ces deux hypothèses, elle tire un échantillon de 1 500 pièces.

1. Si la chef d'entreprise se fixe un risque de 1% d'entreprendre une action de sensibilisation des salariés à tort, quel sera le taux critique de pièces défectueuses qui fera prendre une décision ?

On réalise les premières étapes d'un test de conformité d'une proportion :

(a) Hypothèses : 
$$\begin{cases} H_0 : p = 0.01 \\ H_1 : p > 0.01 \end{cases}$$

(b) Variable de décision : 
$$Z = \frac{F - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01 \times 0.99}{1500}}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

(c) Zone de rejet :  $W = [2.326; +\infty[$  pour une erreur de première espèce  $\alpha = 1\%$

(d) proportion critique : on cherche  $p_C$  tel que 
$$\frac{F - 0.01}{\sqrt{\frac{0.01 \times 0.99}{1500}}} = 2.326 \text{ et on trouve } p_C = 0.016 = 1,6\%.$$

Au delà de 1,6% de pièces défectueuses observées, on rejette l'hypothèse  $H_0$  avec un risque de première espèce  $\alpha = 1\%$ .

2. Si dans l'échantillon prélevé, le nombre de pièces défectueuses est 18, quelle sera la décision de la chef d'entreprise ?

On a  $F_{obs} = \frac{18}{1500} = 0.012$  : la décision prise est donc  $D_0$  (on ne rejette pas  $H_0$ ).

3. Calculer alors le risque de l'acheteur, c'est-à-dire ne pas modifier le processus de production alors qu'on le devrait. Comment s'appelle ce risque ?

On cherche la probabilité de prendre la décision  $D_0$  par erreur, c'est-à-dire si  $H_1$  est vraie.

Sous l'hypothèse  $p = 0.02$ , on a la variable 
$$Z_2 = \frac{F - 0.02}{\sqrt{\frac{0.02 \times 0.98}{1500}}}$$
 qui suit une loi  $\mathcal{N}(0, 1)$ .