

On jette un dé à 6 faces et on observe le résultat.

1. Quel univers peut-on définir pour modéliser cette expérience aléatoire ?



L'univers Ω peut être défini comme l'ensemble des résultats possibles lorsqu'on jette un dé à 6 faces. Ainsi, $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

2. On observe que $P(1) = 0.3$, $P(2) = 0.15$, $P(3) = 0.1$, $P(4) = P(2)$, $P(5) = P(6)$. Le dé est-il truqué ? Déterminer $P(5)$ et $P(6)$.



Le dé est truqué car les probabilités ne sont pas égales pour chaque face. Pour déterminer $P(5)$ et $P(6)$, nous utilisons la somme des probabilités égale à 1 :

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

En substituant les valeurs données :

$$0.3 + 0.15 + 0.1 + 0.15 + P(5) + P(5) = 1$$

$$0.7 + 2P(5) = 1$$

$$2P(5) = 0.3$$

$$P(5) = 0.15$$

Donc, $P(5) = P(6) = 0.15$.

3. On considère les deux événements suivants :

- (a) A : « le nombre obtenu est impair »
 (b) B : « le nombre obtenu est supérieur ou égal à 3 ».

Calculer les probabilités $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$.



$$P(A) = P(1) + P(3) + P(5) = 0.3 + 0.1 + 0.15 = 0.55$$

$$P(B) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 0.1 + 0.15 + 0.15 + 0.15 = 0.55$$

$$P(A \cap B) = P(3) + P(5) = 0.1 + 0.15 = 0.25$$

4. Calculer $P(A \cup B)$ de deux manières différentes.



Première méthode :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.55 + 0.55 - 0.25 = 0.85$$

Deuxième méthode :

$$P(A \cup B) = P(1) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 0.3 + 0.1 + 0.15 + 0.15 + 0.15 = 0.85$$

5. Décrire à l'aide d'une phrase les événements \bar{A} et \bar{B} puis calculer leur probabilité.



\bar{A} : « le nombre obtenu est pair ». \bar{B} : « le nombre obtenu est inférieur à 3 ».

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.55 = 0.45$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.55 = 0.45$$

6. Donner un exemple de deux événements incompatibles C et D puis calculer $P(C)$, $P(D)$, $P(C \cap D)$, $P(C \cup D)$.



C : « le nombre obtenu est 1 ». D : « le nombre obtenu est 2 ».

$$P(C) = 0.3$$

$$P(D) = 0.15$$

$$P(C \cap D) = 0 \quad (\text{puisque } C \text{ et } D \text{ sont incompatibles})$$

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) = 0.3 + 0.15 = 0.45$$