

Exercice - Variance, covariance, indépendance dans un couple

Soit $a \in \mathbb{R}$ et (X, Y) un couple de variables aléatoires admettant une densité f définie par

$$f(x, y) = a(x + y)\mathbf{1}_{[0;1]}(x)\mathbf{1}_{[0;1]}(y)$$

1. Déterminer a .
2. Déterminer les lois marginales du couple (X, Y) .
3. Calculer $\mathbb{E}(X)$, $\sigma^2(X)$, $\mathbb{E}(Y)$, $\sigma^2(Y)$, $cov(X, Y)$.
4. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?