z5Rl ⊵ **Exercice** - *Décomposition en éléments simples*

1. Vérifier que le polynôme $B(X) = X^2 - X + 1$ est irréductible sur $\mathbb{R}[X]$. Effectuer la division euclidienne du polynôme $A(X) = X^3 + 2X - 1$ par le polynôme $B(X)$, et en déduire les coefficients $a, b, c$ et $d$ de la décomposition en éléments simples de :

$$F(X) = \frac{A(X)}{(B(X))^2} = \frac{X^3 + 2X - 1}{\left(X^2 - X + 1\right)^2} = \frac{a \cdot X + b}{\left(X^2 - X + 1\right)^2} + \frac{cX + d}{X^2 - X + 1}$$

2. En s'inspirant de la question précédent, décomposer en éléments simples sur $\mathbb{R}(X)$ :

$$F(X) = \frac{-3X^2 + X - 3}{\left(X^2 + 1\right)^8}$$