

Calculer les déterminants ci-dessous en indiquant la méthode de calcul :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} x & x & x & x & x \\ -x & 0 & x & x & x \\ -x & -x & 0 & x & x \\ -x & -x & -x & 0 & x \\ -x & -x & -x & -x & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} l'_1 = l_2 \\ l'_2 = l_1 \\ l'_3 = l_3 \\ l'_4 = l_4 \end{pmatrix} \\ &= - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & -3 & -3 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} l''_1 = l'_1 \\ l''_2 = l'_2 - 2l'_1 \\ l''_3 = l'_3 + l'_1 \\ l''_4 = l'_4 - 2l'_1 \end{pmatrix} \\ &= 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3 - 2 + 15 + 3 + 3 - 10) = 3 \cdot 6 \\ &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} x & x & x & x & x \\ -x & 0 & x & x & x \\ -x & -x & 0 & x & x \\ -x & -x & -x & 0 & x \\ -x & -x & -x & -x & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_1 & C_2 - C_1 & C_3 - C_1 & C_4 - C_1 & C_5 - C_1 \\ -x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x & 0 & 2x & 2x & 2x \\ -x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x & 0 & 0 & 0 & x \end{vmatrix} \\ &= x \cdot \begin{vmatrix} x & 2x & 2x & 2x \\ 0 & x & 2x & 2x \\ 0 & 0 & x & 2x \\ 0 & 0 & 0 & x \end{vmatrix} \\ &= x^5 \end{aligned}$$