

Un laboratoire vient d'acquérir une nouvelle balance et on souhaite comparer la régularité du travail de cette dernière pour de très petites pesées à la norme habituelle du descriptif pour laquelle la variance σ_0^2 est égale à $4g^2$. On prélève alors un échantillon de 30 masses dont les valeurs (en grammes) sont données ci-après : 2.53 ; 1.51 ; 1.52 ; 1.44 ; 4.32 ; 2.36 ; 2.41 ; 2.06 ; 1.57 ; 1.68 ; 3.09 ; 0.54 ; 2.32 ; 0.19 ; 2.66 ; 2.20 ; 1.04 ; 1.02 ; 0.74 ; 1.01 ; 0.35 ; 2.42 ; 2.66 ; 1.11 ; 0.56 ; 1.75 ; 1.51 ; 3.80 ; 2.22 ; 2.88

On suppose que les masses sont distribuées selon une loi normale.

Au risque de 5%, peut-on affirmer que la variance de l'échantillon est conforme à la norme du descriptif ?

Indication : ce test n'est pas détaillé dans le cours. Pour le mettre en place, on pourra définir une variable de décision en s'appuyant sur le fait que si X_1, \dots, X_n est un n -échantillon dont la loi mère est une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ et \bar{X} la moyenne empirique de l'échantillon, alors la variable aléatoire

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^2$$

suit une loi $\chi^2(n-1)$.