

## Exercice - Etude d'une méthode itérative

Soit  $A \in \mathcal{M}_N(\mathbb{R})$  une matrice réelle symétrique définie positive et  $b \in \mathbb{R}^N$ . On note  $\rho(A)$  le rayon spectral de la matrice  $A$ . Pour résoudre le système

$$Ax = b$$

on considère la suite définie par  $x_0 \in \mathbb{R}^N$  et  $\sigma \in \mathbb{R}$  :

$$x_{n+1} = x_n - \sigma(Ax_n - b)$$

- Montrer que la méthode converge vers la solution  $x$  du système si et seulement si :

$$0 < \sigma < \frac{2}{\rho(A)}$$

- Comment choisir  $\sigma$  pour optimiser la vitesse de convergence de cette méthode ? Exprimer le résultat en fonction de  $\rho(A)$  et  $\rho(A^{-1})$ .