

T4fh    $\triangleright$  **Exercice** - *Convergence d'une suite de variables aléatoires*

Soit  $X$  une variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli  $\mathcal{B}(p)$  où  $p \in ]0; 1[$ . On considère un  $n$ -échantillon de  $X$  et on note  $\overline{X}$  sa moyenne empirique. On pose  $Y = n\overline{X}$ .

1. Exprimer  $\mathbb{E}(Y)$  et  $\mathbb{E}(Y^2)$  en fonction de  $n$  et  $p$ .
2. On pose  $Z = \overline{X}^2$ . Peut-on dire que  $Z$  est un estimateur sans biais de  $p^2$  ?
3. On pose  $T = \frac{Y(Y-1)}{n(n-1)}$ . Vérifier que  $T$  est un estimateur sans biais de  $p^2$ .