

▷ Exercice - Recherche d'un estimateur

Soient θ un réel strictement positif et X_1, X_2, \dots, X_n un échantillon dont la loi mère a pour densité la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f: x \mapsto \frac{1}{\theta^2} xe^{-\frac{x}{\theta}} \mathbf{1}_{]0;+\infty[}(x)$$

1. Déterminer un estimateur de θ issu de la méthode du maximum de vraisemblance.

$$\hat{\theta} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n X_i$$

2. Déterminer le biais de cet estimateur.

(Indication : on admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx = n!$.)