

# Études de chaines de transmission en fréquence porteuse

Mdaa Saad ,Dahhoumi Mouad

Département Sciences du Numérique - Première année  
2019-2020

# Contents

<b>1</b>	<b>Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire</b>	<b>3</b>
1.1	Etude théorique . . . . .	3
1.2	Implantation sous Matlab . . . . .	4
1.2.1	Implantation de la chaine sur fréquence porteuse . . . . .	4
1.2.2	Implantation de la chaine passe-bas équivalente . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Comparaison de modulations sur fréquence porteuse</b>	<b>12</b>
2.1	Etude théorique . . . . .	12
2.2	Implantation sous Matlab . . . . .	16
2.2.1	Etude de chaque chaine de transmission . . . . .	16
2.2.2	Comparaison des chaines de transmission . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>25</b>

## List of Figures

1	Réponse en fréquence de la chaine de transmission . . . . .	3
2	le signal généré sur la voie en phase chaine QPSK . . . . .	5
3	le signal généré sur la voie en quadrature chaine QPSK . . . . .	5
4	le signal transmis sur fréquence porteuse chaine QPSK . . . . .	6
5	la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse chaine QPSK . . . . .	6
6	le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit [0:6] chaine QPSK . . . . .	7
7	Comparaison $T_{eb}$ théorique et $T_{eb}$ calculé chaine QPSK . . . . .	8
8	le signal généré sur la voie en phase chaine QPSK équivalente . . . . .	8
9	le signal généré sur la voie en quadrature chaine QPSK équivalente . . . . .	9
10	la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe chaine QPSK équivalente . . . . .	9
11	le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit [0:6] chaine QPSK équivalente . . . . .	10
12	les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour $E_b/N_0 = 4$ . . . . .	11
13	Comparaison $T_{eb}$ théorique et $T_{eb}$ calculé chaine QPSK équivalente . . . . .	11
14	les constellations en sortie du mapping 4-ASK . . . . .	12
15	les constellations en sortie du mapping QPSK . . . . .	13
16	les constellations en sortie du mapping 8-PSK . . . . .	13
17	les constellations en sortie du mapping 16-QAM . . . . .	14
18	Comparaison des TEB pour les modulations ASK, PSK et QAM . . . . .	15
19	les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine 4-ASK . . . . .	16
20	les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine Q-PSK . . . . .	17
21	les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine 8-PSK . . . . .	18
22	les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine 16-QAM . . . . .	19
23	TEB pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine 4-ASK . . . . .	19
24	TEB pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine Q-PSK . . . . .	20
25	TEB pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine 8-PSK . . . . .	20
26	TEB pour différentes valeurs de $E_b/N_0$ chaine 16-QAM . . . . .	21
27	Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaine 4-ASK . . . . .	21
28	Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaine Q-PSK . . . . .	22
29	Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaine 8-PSK . . . . .	22
30	Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaine 16-QAM . . . . .	23
31	Comparaison du TEB pour les 4 chaines . . . . .	23
32	DSP du signal émis chaine 4ASK . . . . .	24
33	DSP du signal émis chaine QPSK . . . . .	24
34	DSP du signal émis chaine 8PSK . . . . .	25
35	DSP du signal émis chaine 16QAM . . . . .	25

# 1 Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission est identique que l'on implante la chaine de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaine passe-bas équivalente. L'étude sera réalisée pour une transmission QPSK.

## 1.1 Etude théorique

On considère la chaine de transmission passe-bas équivalente à une chaine de transmission QPSK (symboles  $d_k \in \{\pm 1 \pm j\}$ ), avec filtre de mise en forme et filtre de réception en racine de cosinus surélevé de même roll off et un canal à bruit additif blanc et Gaussien. La figure 1 donne le tracé de la réponse en fréquence globale de la chaine de transmission :  $G(f) = H(f)H_r(f)$ , où  $H(f)$  représente la réponse en fréquence du filtre de mise en forme et  $H_r(f)$  la réponse en fréquence du filtre de réception.

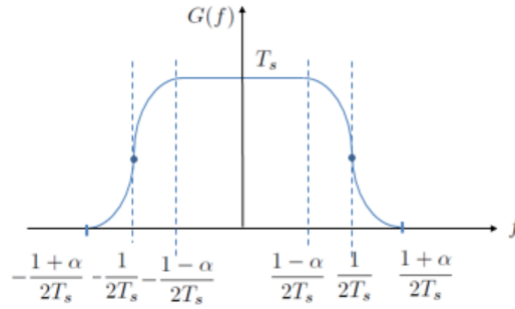


Figure 1: Réponse en fréquence de la chaine de transmission

1. Calculer l'énergie symbole  $E_s$  à l'entrée du récepteur. Attention  $E_s$  représente la véritable énergie reçue, c'est-à-dire qu'elle doit être calculée à partir de la véritable puissance du signal reçu, pas à partir de celle de l'enveloppe complexe associée.

Réponse :

On a

$$P_s = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) df$$

or

$$S_x(f) = \frac{1}{4}(S_{xe}(f - f_p) + S_{xe}(-f - f_p))$$

et

$$S_{xe}(f) = \frac{2}{T_s}|H(f)|^2 = \frac{2}{T_s}|G(f)|$$

donc

$$P_s = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{4} \left( \frac{2}{T_s}|G(f - f_p)| + \frac{2}{T_s}|G(-f - f_p)| \right) df = \frac{1}{T_s} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)| df = \frac{1}{T_s}$$

donc

$$\boxed{E_s = 1}$$

2. Calculer la puissance du bruit sur chaque voie (I et Q) en sortie du filtre de réception.

Réponse :

on a

$$P_{nI} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{nI}(f) |H(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} N_0 |G(f)| df = N_0$$

de même

$$P_{nQ} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{nQ}(f) |H(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} N_0 |G(f)| df = N_0$$

donc

$$\boxed{P_{nI} = P_{nQ} = N_0}$$

3. Les deux voies I et Q étant indépendantes, donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de ceux des voies I et Q ( $TES_I$  et  $TES_Q$ ).

Réponse :

on a

$$TES = P(\text{erreur de décision sur un symbole})$$

$$TES = P((\text{erreur de décision sur I}) \cup (\text{erreur de décision sur Q}))$$

or Les deux voies I et Q étant indépendantes donc

$$TES = TES_I + TES_Q - TES_Q \times TES_I$$

4. En supposant les termes du deuxième ordre négligeables ( $TES_I \times TES_Q \sim 0$ ), donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de  $TES_I$  uniquement.

Réponse :

on a

$$TES_I = TES_Q$$

donc

$$TES = 2TES_I$$

5. Déterminer  $TES_I$  en fonction de  $\frac{E_s}{N_0}$ ,  $E_s$  correspondant à la véritable énergie reçue. On supposera que les instants d'échantillonnage et l'organe de décision sont optimaux.

Réponse :

on a

$$TES_I = TES_{Imin} = Q\left(\frac{g(t_0)}{\sigma}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

6. En déduire le taux d'erreur binaire de la chaîne de transmission QPSK en fonction de  $\frac{E_b}{N_0}$ .

Réponse :

donc

$$TEB = \frac{TES}{2} = TES_I = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

## 1.2 Implantation sous Matlab

### 1.2.1 Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse

1. Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature ainsi que le signal transmis sur fréquence porteuse.

Réponse :

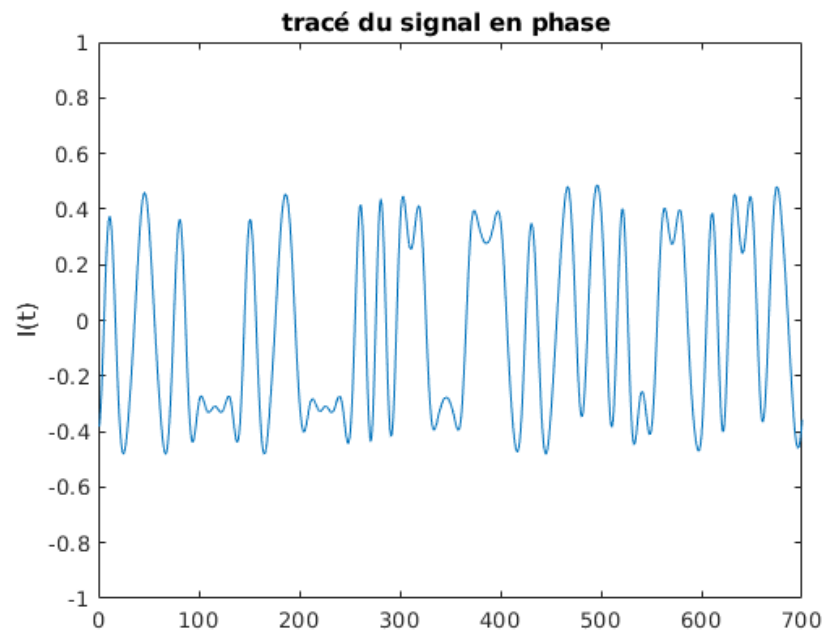


Figure 2: le signal généré sur la voie en phase chaîne QPSK

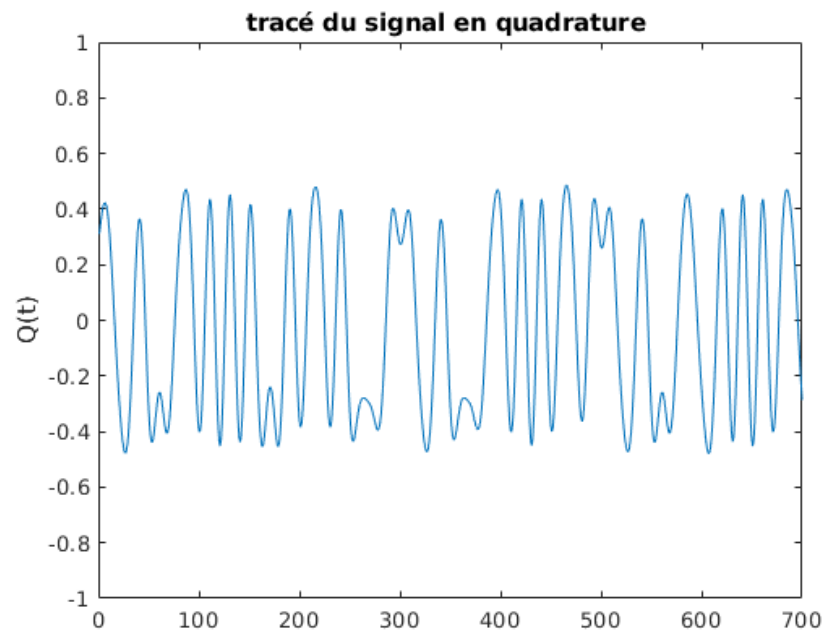


Figure 3: le signal généré sur la voie en quadrature chaîne QPSK

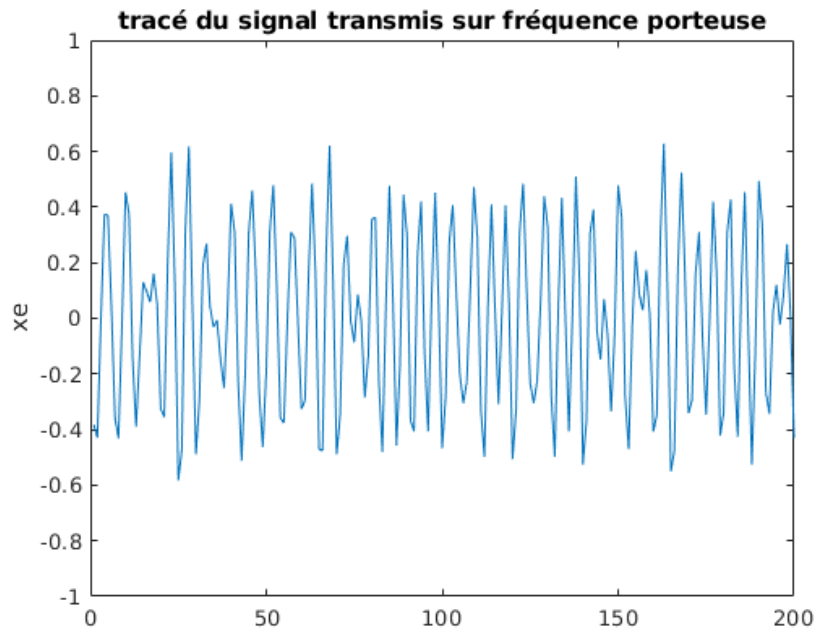


Figure 4: le signal transmis sur fréquence porteuse chaine QPSK

2. Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse.

Réponse :

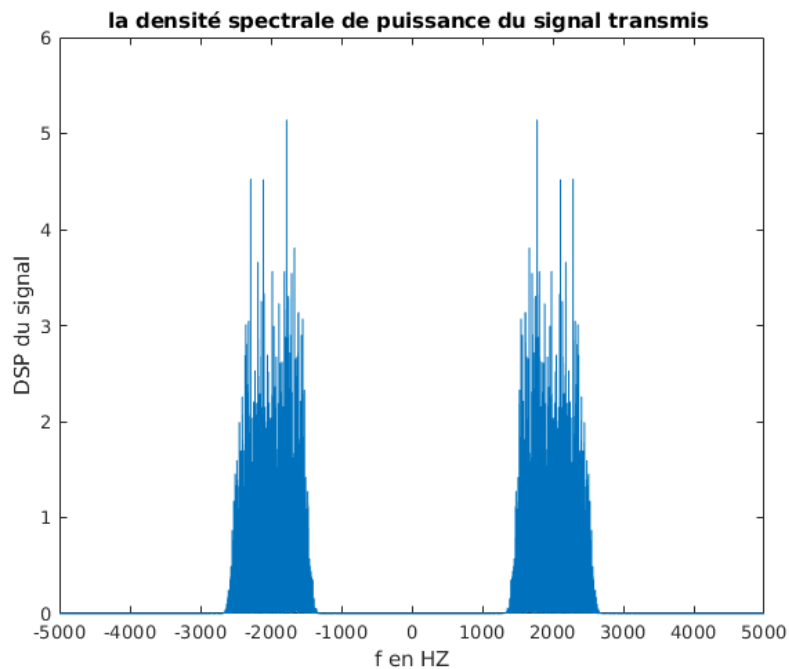


Figure 5: la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse chaine QPSK

Le tracé observé est bien conforme à la théorie en effet la DSP est centrée autour des valeurs  $-f_p$  et  $f_p$

3. Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

Réponse :

voir code.

4. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur ( $E_b/N_0$ ) en décibels. On prendra des valeurs de  $(E_b/N_0)_{dB}$  allant de 0 à 6 dB.

Réponse :

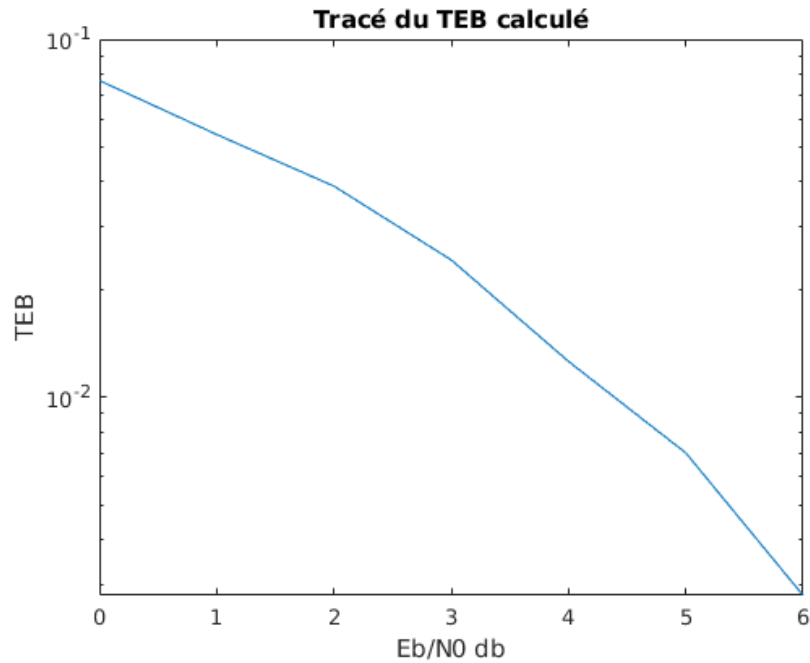


Figure 6: le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit [0:6] chaîne QPSK

5. Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission.

Réponse :

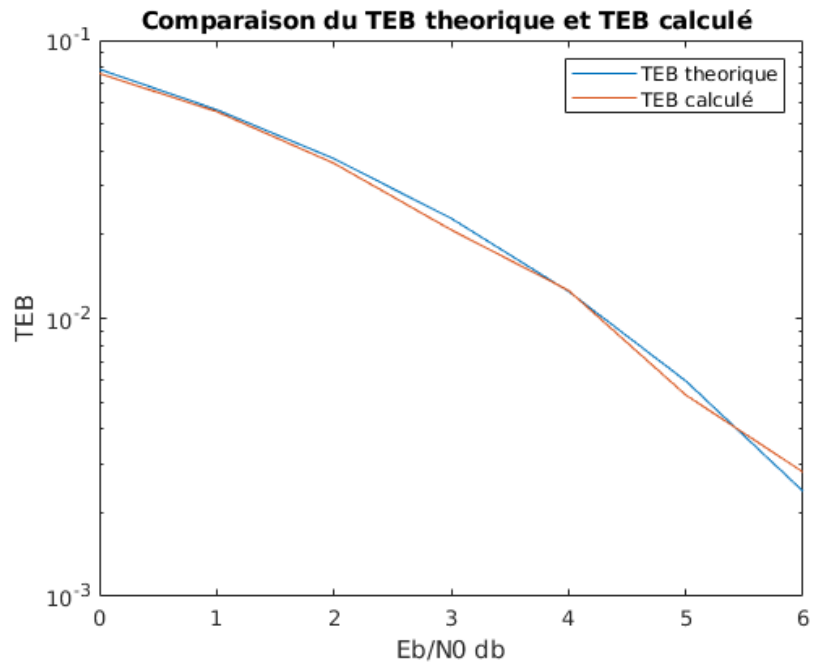


Figure 7: Comparaison Teb théorique et Teb calculé chaine QPSK

### 1.2.2 Implantation de la chaine passe-bas équivalente

1. Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature.

Réponse :

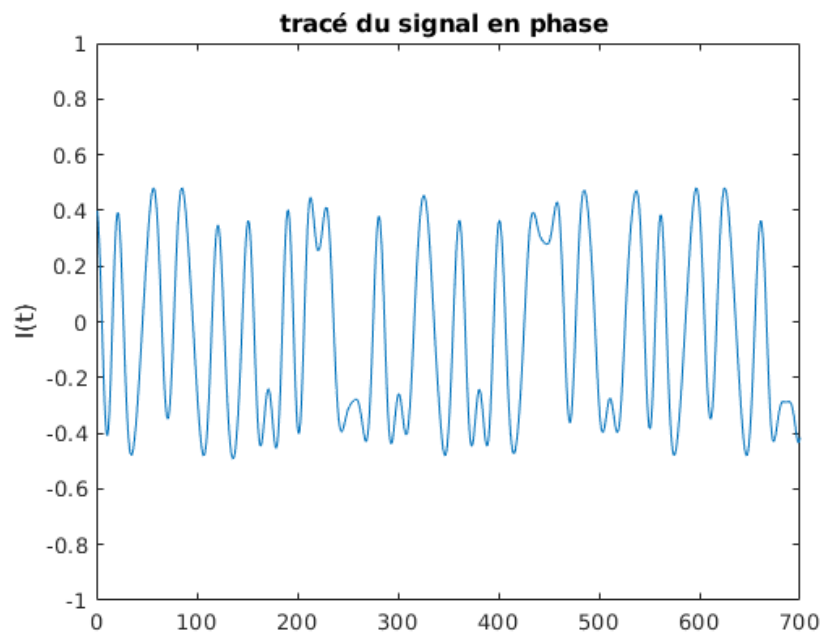


Figure 8: le signal généré sur la voie en phase chaine QPSK équivalente



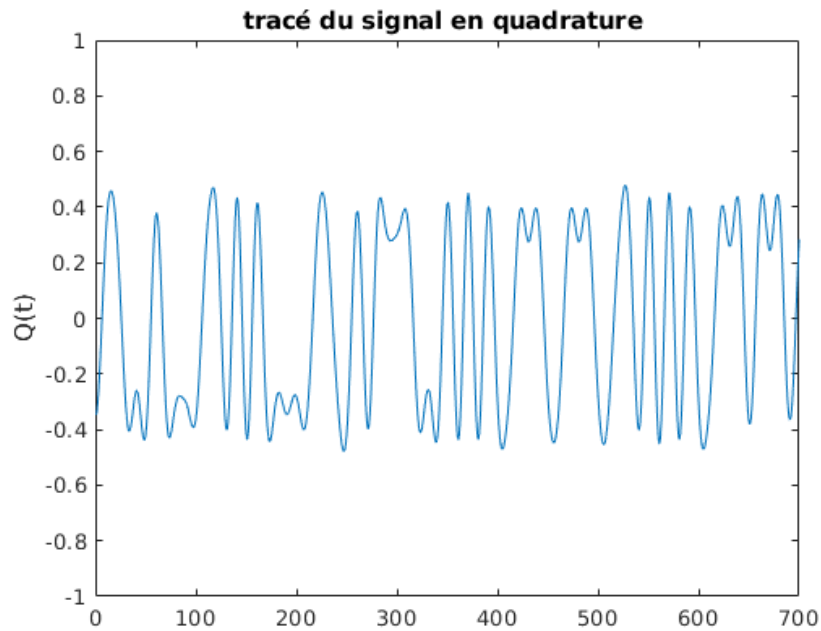


Figure 9: le signal généré sur la voie en quadrature chaîne QPSK équivalente

2. Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associée au signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse. On comparera notamment ce tracé avec celui obtenu pour la DSP du signal sur fréquence porteuse précédemment.

Réponse :

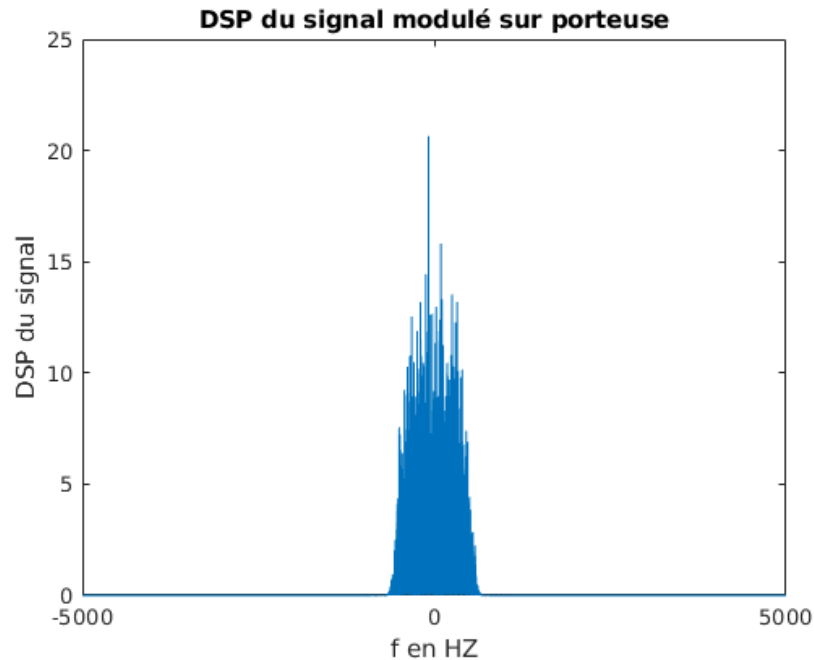


Figure 10: la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe chaîne QPSK équivalente

On remarque que la DSP est centrée en 0 contrairement à la chaîne QPSK avec simulation sur porteuse.

et le max de la DSP est autour de 4 fois plus que la chaine précédente.

3. Implanter la chaine complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

Réponse :  
voir code.

4. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur  $(E_b/N_0)$  en décibels. On prendra des valeurs de  $(E_b/N_0)_{dB}$  allant de 0 à 6 dB.

Réponse :

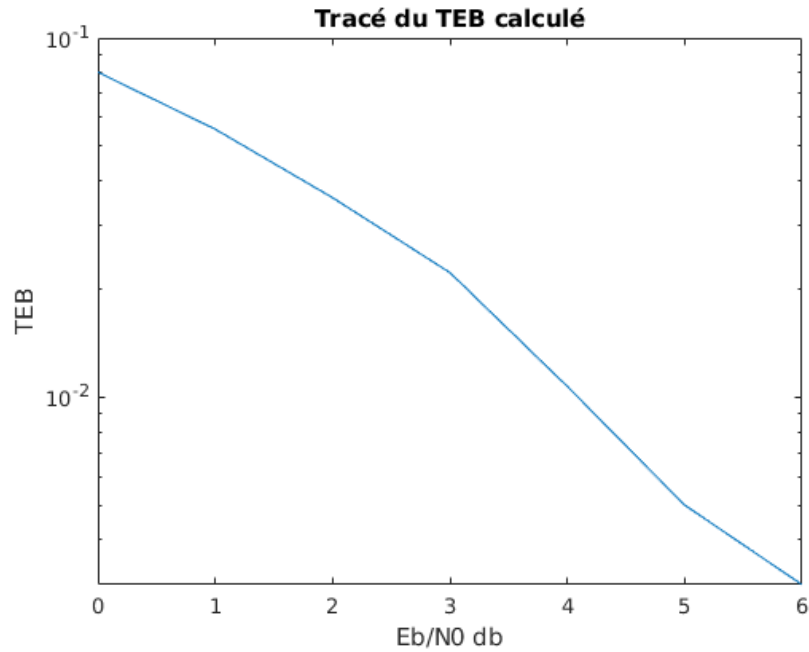


Figure 11: le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit [0:6] chaine QPSK équivalente

5. Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour une valeur donnée de  $E_b/N_0$ .

Réponse :

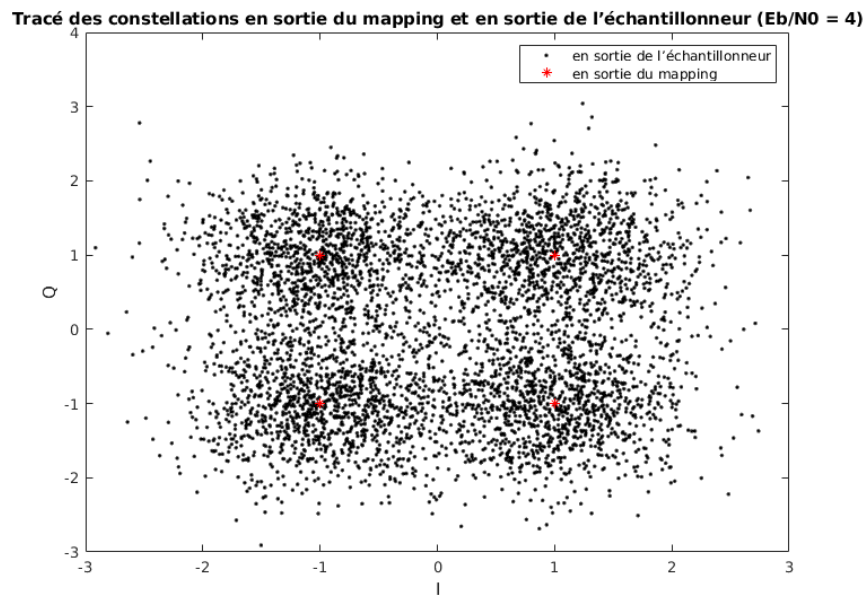


Figure 12: les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour  $E_b/N_0 = 4$

6. Vérifier que l'on obtient bien le même TEB que celui obtenu avec la chaîne simulée sur fréquence porteuse (tracé sur une même figure).

Réponse :

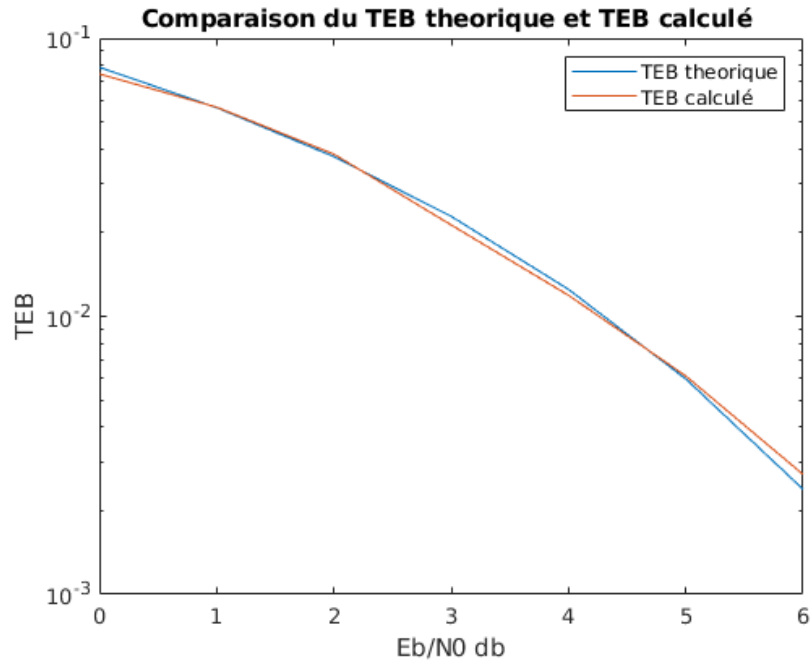


Figure 13: Comparaison TEB théorique et TEB calculé chaîne QPSK équivalente

## 2 Comparaison de modulations sur fréquence porteuse

### 2.1 Etude théorique

On considère les quatre chaînes de transmission définies dans le tableau suivant ("SRRCF" signifie "Square Root Raised Cosine Filter" ou filtre en racine de cosinus surélevé en français) :

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'émission :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Filtre de réception :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Debit binaire :	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB :	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$

1. Tracer les constellations des quatre modulations considérées.

Réponse :

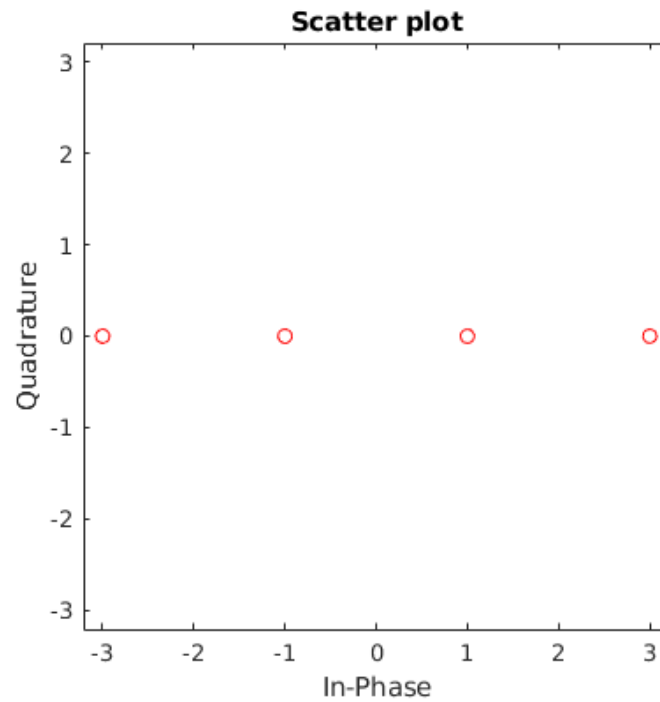


Figure 14: les constellations en sortie du mapping 4-ASK

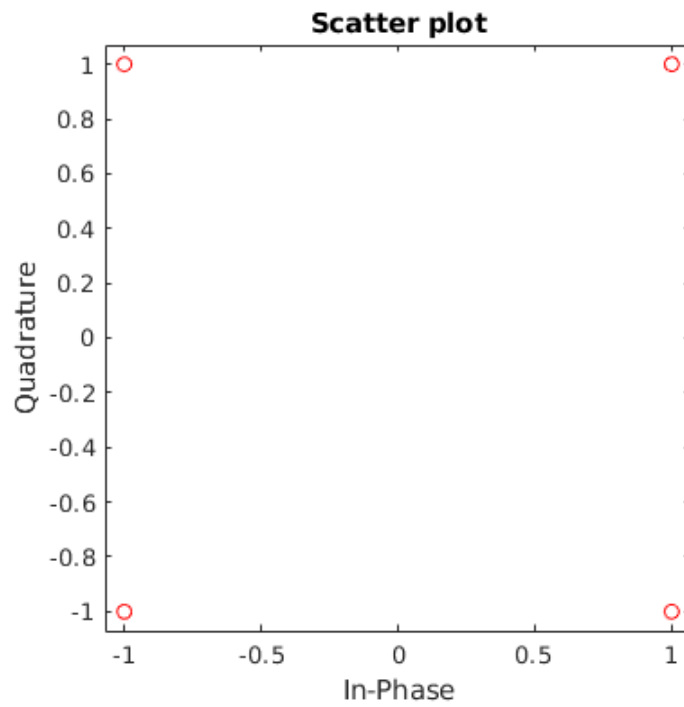


Figure 15: les constellations en sortie du mapping QPSK

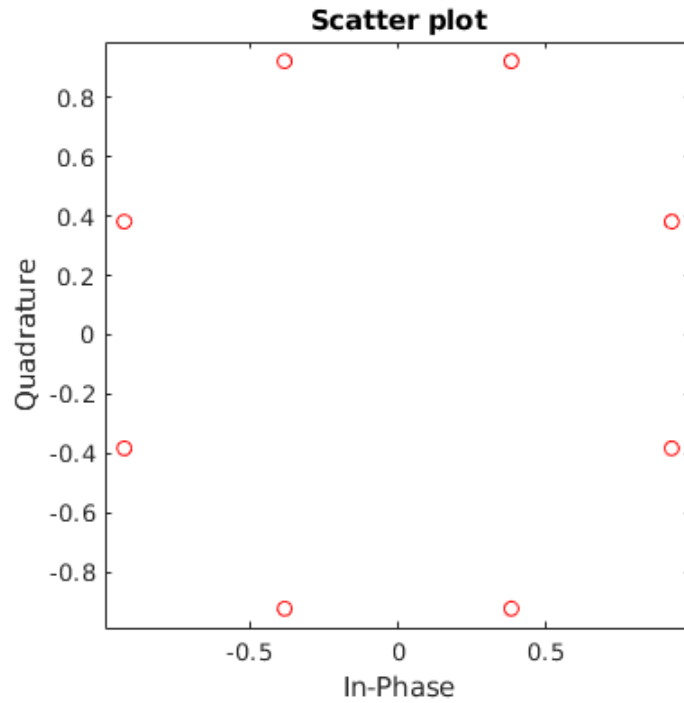


Figure 16: les constellations en sortie du mapping 8-PSK

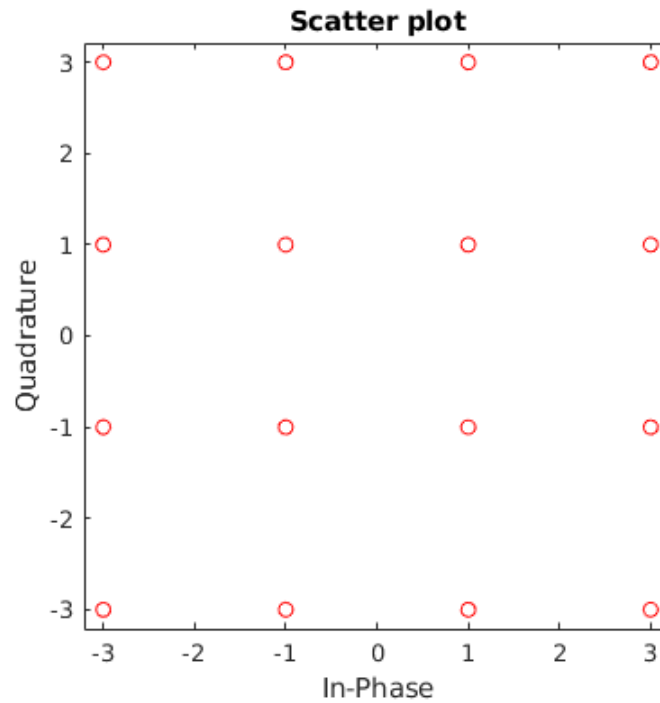


Figure 17: les constellations en sortie du mapping 16-QAM

2. Déterminer le débit symbole ( $R_s$ ) dans les quatre cas.

Réponse :

on a

$$R_s = \frac{R_b}{\log_2(M)}$$

pour la chaîne 4-ASK et la chaîne QPSK on a  $M = 4$  donc

$$R_s = \frac{R_b}{2} = 24 \text{ kbps}$$

pour la chaîne 8-PSK on a  $M = 8$  donc

$$R_s = \frac{R_b}{3} = 16 \text{ kbps}$$

pour la chaîne 16-QAM on a  $M = 16$  donc

$$R_s = \frac{R_b}{4} = 12 \text{ kbps}$$

3. Calculer les efficacités spectrales des quatre transmissions proposées. Quelle est la transmission la plus efficace spectralement ? Qu'est-ce que cela veut dire ?

Réponse :

on a

$$\eta = \frac{R_b}{B}$$

avec  $B$  la largeur de la bande occupée par le signal modulé  $B = kR_s$  donc

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{k}$$

les quatre chaînes utilisent le même filtre de mise en forme donc la chaîne la plus efficace est celle qui maximise  $\log_2(M)$  qui est la chaîne 16-QAM. cad en utilisant la chaîne 16-QAM la bande de fréquence nécessaire sera bien inférieure.

4. La figure 18 donne les courbes de TEB obtenus en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur ( $E_b/N_0$ ) en dB, pour les quatre transmissions considérées réalisées sur canal à bruit additif et Gaussien.

- En déduire les valeurs de  $E_b/N_0$  nécessaires pour satisfaire à la spécification du TEB. Quel est le système le plus efficace en terme de puissance ? Justifiez votre réponse.

Réponse :

pour la chaîne 4-ASK il faut prendre

$$E_b/N_0 = 8db$$

pour la chaîne Q-PSK il faut prendre

$$E_b/N_0 = 4db$$

pour la chaîne 8-PSK il faut prendre

$$E_b/N_0 = 7db$$

pour la chaîne 16-QAM il faut prendre

$$E_b/N_0 = 8db$$

le système le plus efficace en terme de puissance est la chaîne QPSK en effet l'énergie nécessaire pour atteindre un  $T_{eb} = 10^{-2}$  est inférieure.

- La chaîne de transmission utilisant la modulation 4-ASK et la chaîne de transmission utilisant la modulation 16-QAM présentent le même taux d'erreur binaire. Qu'est-ce qui pourrait justifier le choix de l'une ou l'autre ?

Réponse :

avec la chaîne 16 QAM on obtient une efficacité spectrale plus importante .

5. Si on souhaitait réaliser la transmission à travers un canal de propagation supposé à bruit additif blanc et Gaussien (AWGN) de bande passante 20 kHz, serait-il possible de réaliser chaque transmission proposée en trouvant, au niveau du récepteur, un instant optimal d'échantillonnage sans interférence entre symboles ? Expliquez votre réponse.

Réponse :

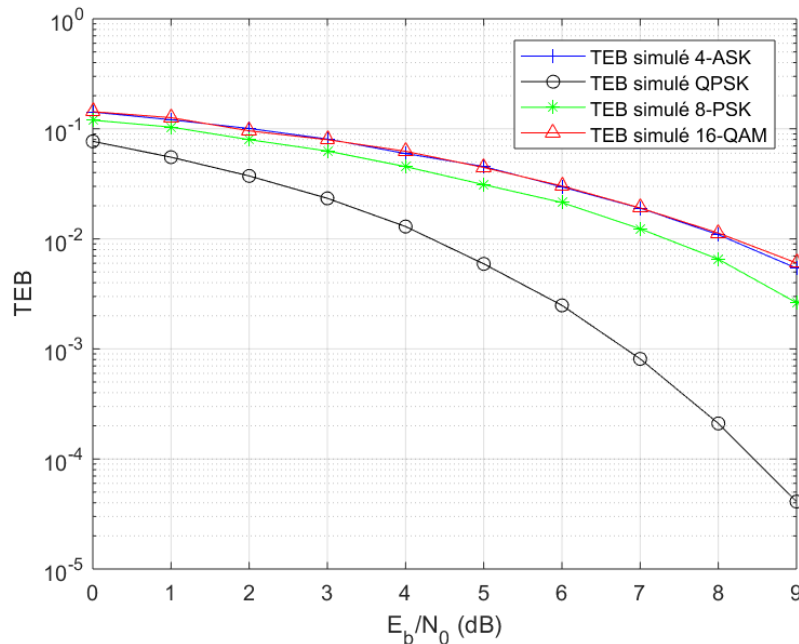


Figure 18: Comparaison des TEB pour les modulations ASK, PSK et QAM

## 2.2 Implantation sous Matlab

Il s'agira d'implanter, d'analyser et de comparer les chaines passe-bas équivalentes associées aux chaines de transmissions proposées dans l'étude théorique. Pour cela :

### 2.2.1 Etude de chaque chaine de transmission

1. Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul. On pourra utiliser les fonctions Matlab *pskmod.m*, *pskdemod.m* et *qammod.m*, *qamdemod.m* pour réaliser les mapping/demapping et prises de décision.

Réponse :

voir code .

2. Rajouter le bruit et :

- Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$ , en expliquant les différences observées.

Réponse :

chaîne 4-ASK :

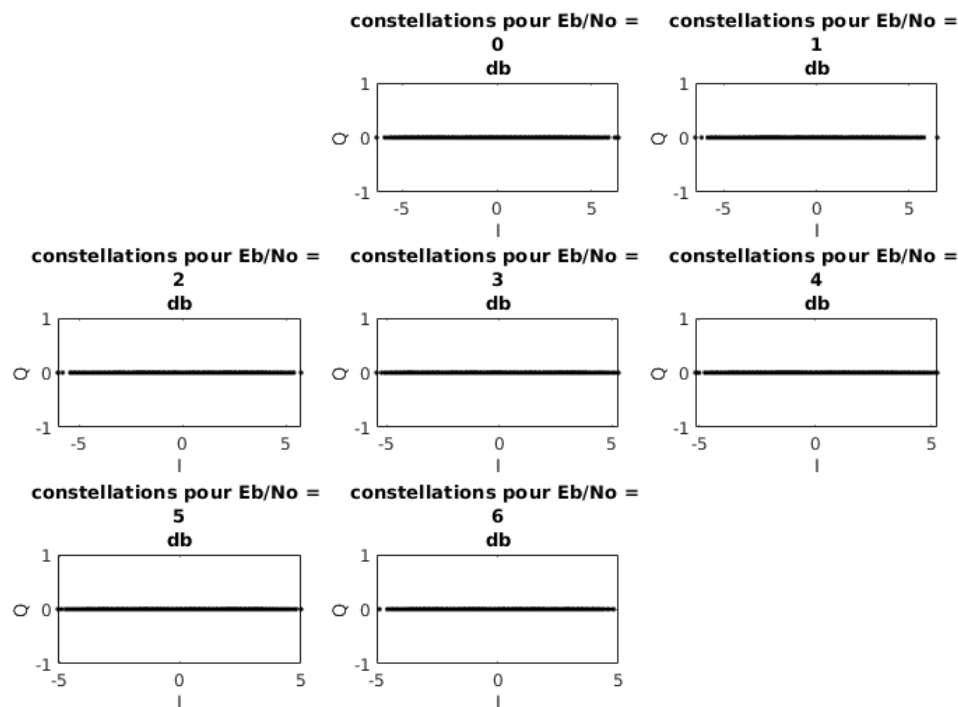


Figure 19: les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne 4-ASK

chaîne QPSK :



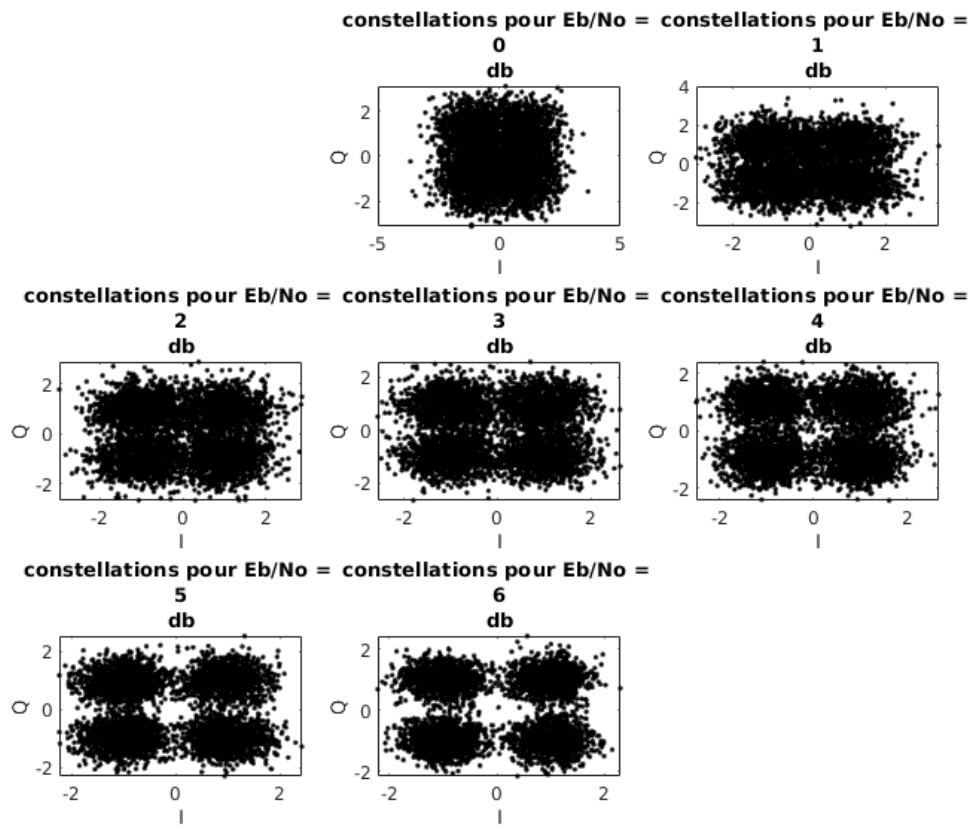


Figure 20: les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne Q-PSK

chaîne 8-PSK :

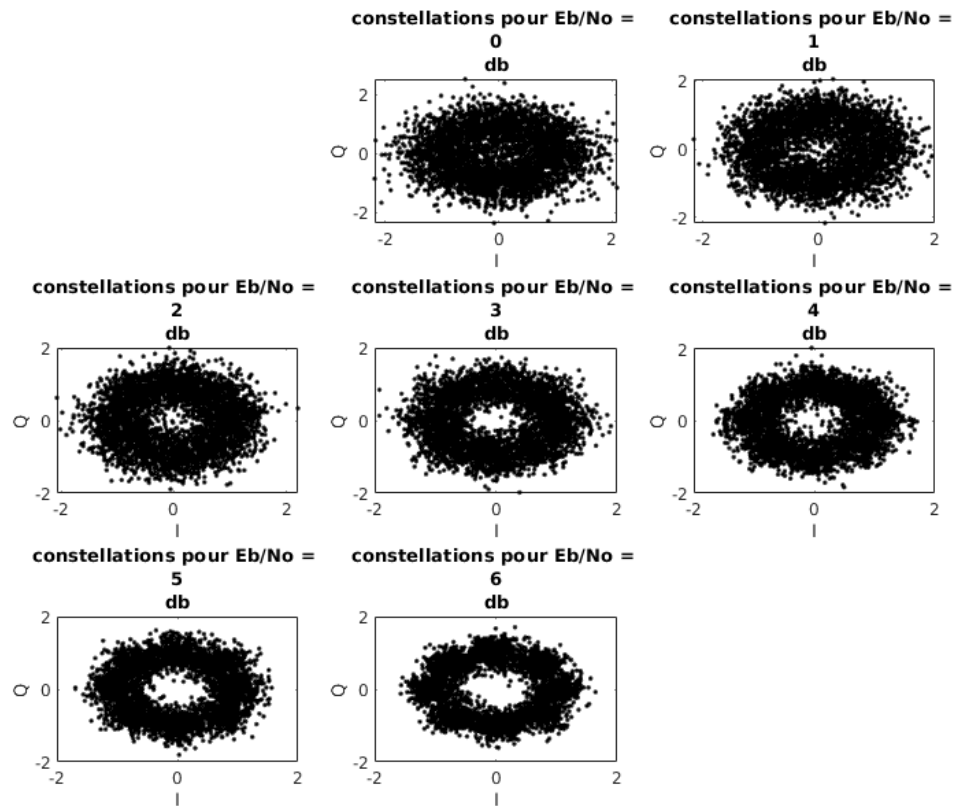


Figure 21: les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne 8-PSK

chaîne 16-QAM :

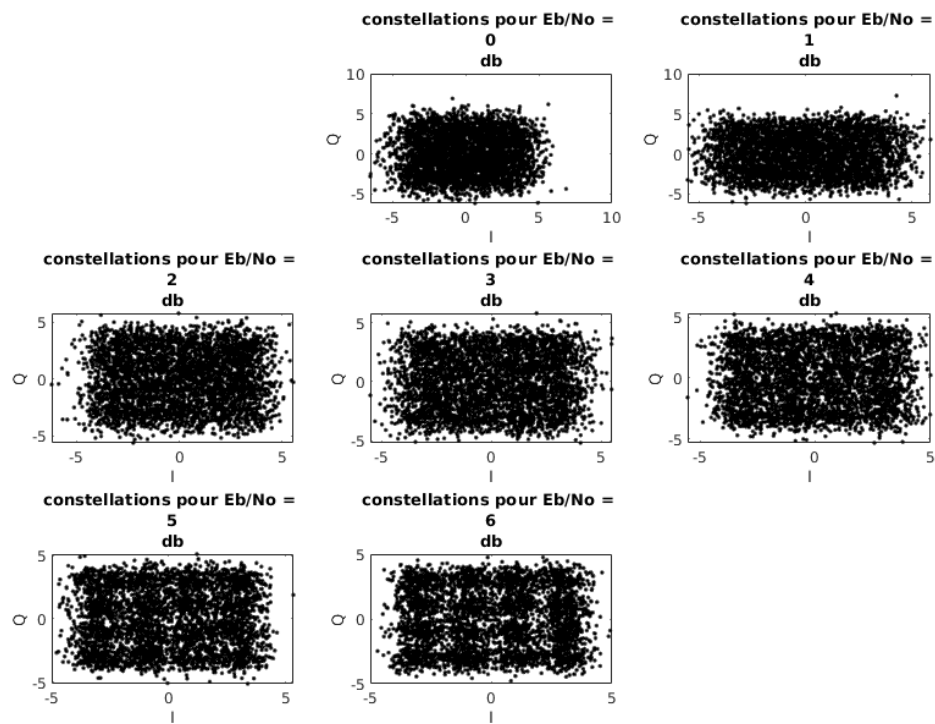


Figure 22: les constellations de l'échantillonneur pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne 16-QAM

- Tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur ( $E_b/N_0$ ) en décibels. On prendra des valeurs de  $(E_b/N_0)_{dB}$  allant de 0 à 6 dB.

Réponse :

chaîne 4-ASK :

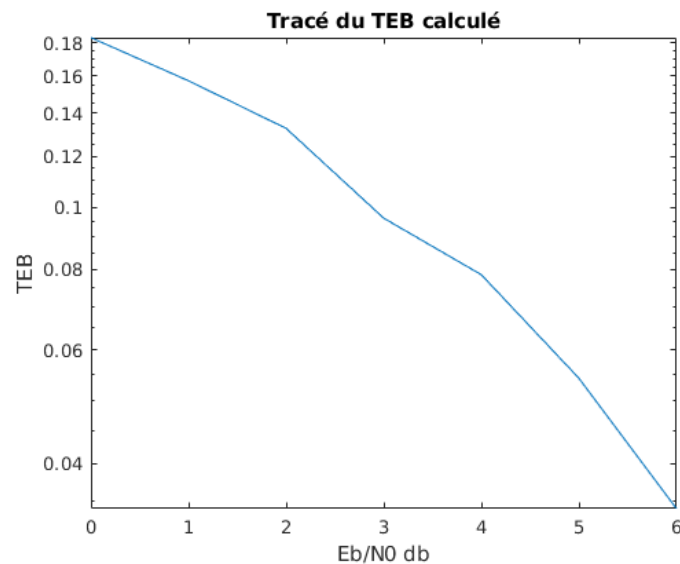


Figure 23: TEB pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne 4-ASK

chaîne QPSK :

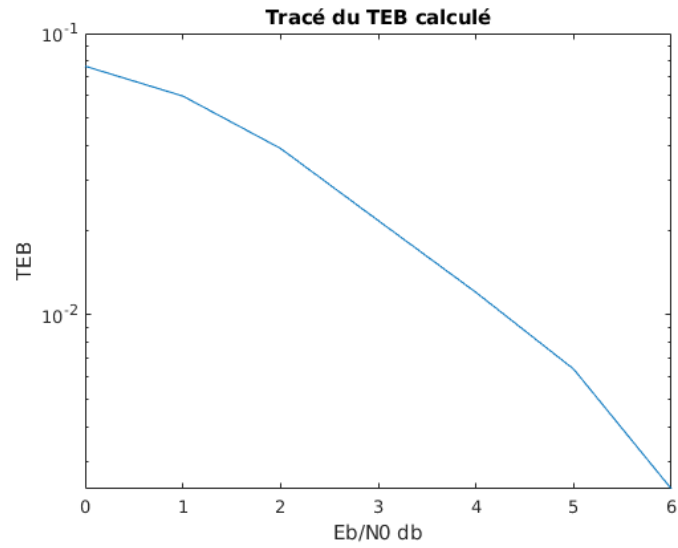


Figure 24: TEB pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne Q-PSK

chaîne 8-PSK :

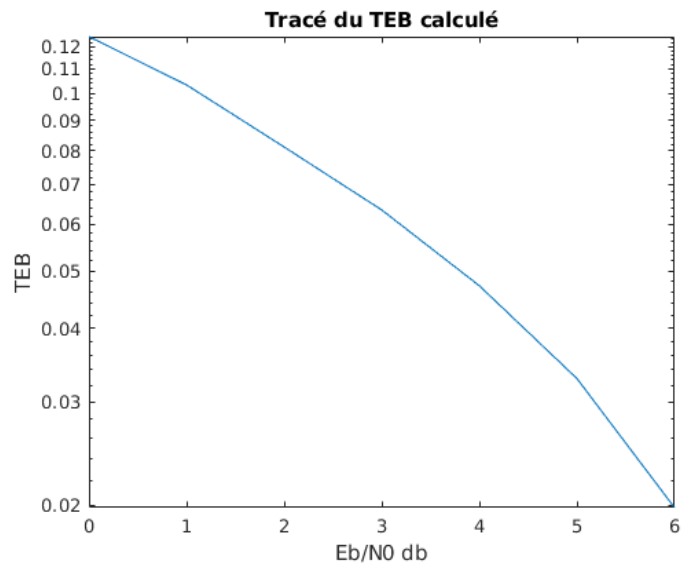


Figure 25: TEB pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne 8-PSK

chaîne 16-QAM :

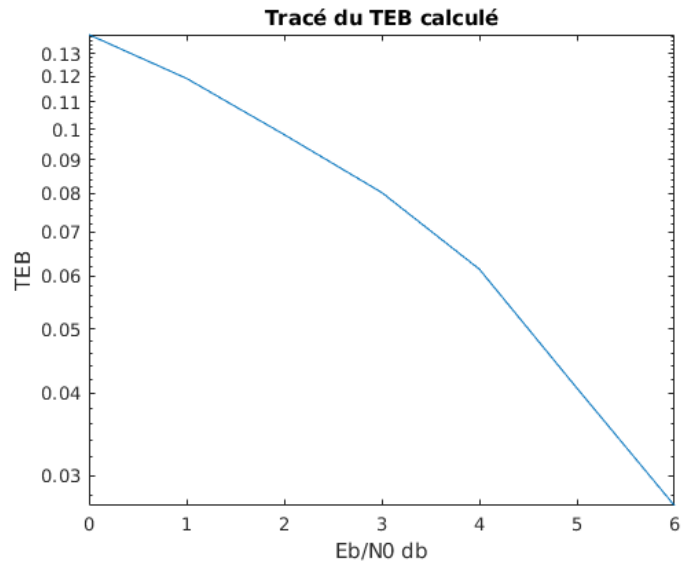


Figure 26: TEB pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  chaîne 16-QAM

- Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission. Les TEBs théoriques sont donnés dans les planches de cours.

Réponse :

chaîne 4-ASK :

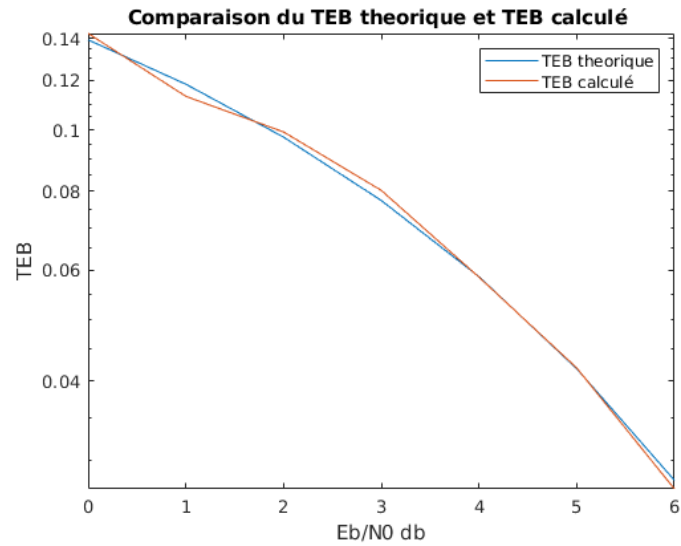


Figure 27: Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaîne 4-ASK

chaîne QPSK :

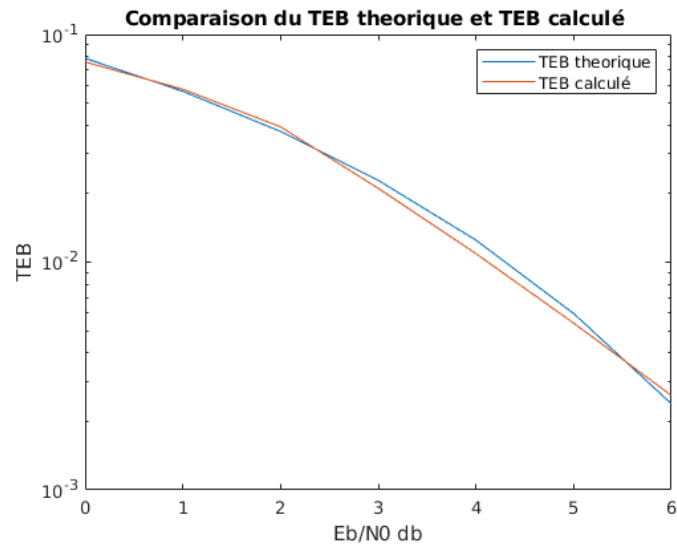


Figure 28: Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaîne Q-PSK

chaîne 8-PSK :

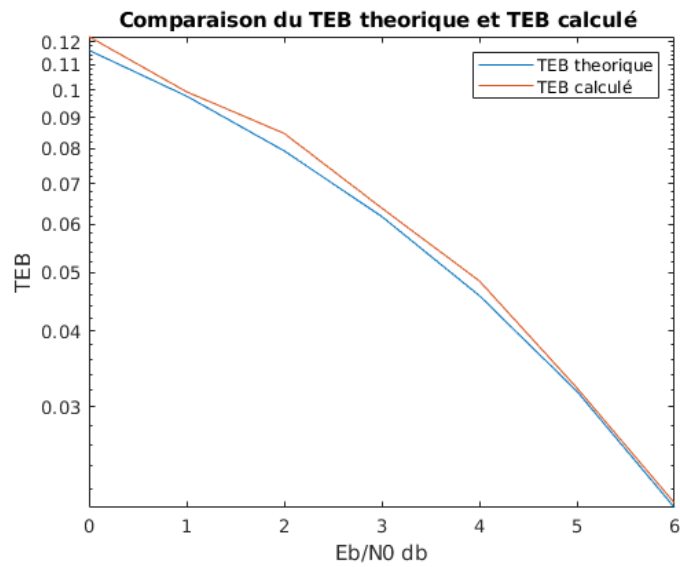


Figure 29: Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaîne 8-PSK

chaîne 16-QAM :

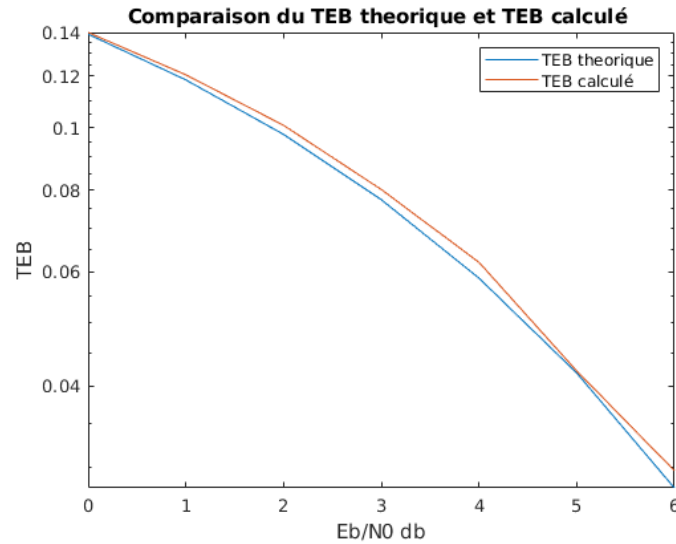


Figure 30: Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique chaîne 16-QAM

### 2.2.2 Comparaison des chaînes de transmission

1. En utilisant les tracés obtenus pour leurs TEBs, comparer et classer les différentes chaînes de transmission en en termes d'efficacité en puissance (en expliquant votre raisonnement).

Réponse :

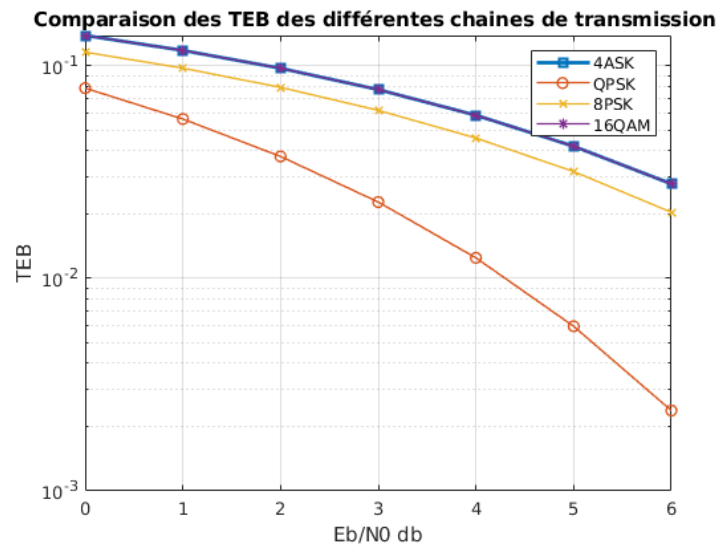


Figure 31: Comparaison du TEB pour les 4 chaînes

En termes d'efficacité en puissance, il ressort que pour une valeur fixe de  $TEB$  la modulation QPSK présente un SNR plus bas c'est donc la chaîne la plus performante en puissance.

2. Pour un même débit binaire, tracer les densités spectrales de puissance des signaux émis dans les différentes chaînes de transmission étudiées afin de les comparer en termes d'efficacité spectrale et de les classer (en expliquant votre raisonnement).

Réponse :

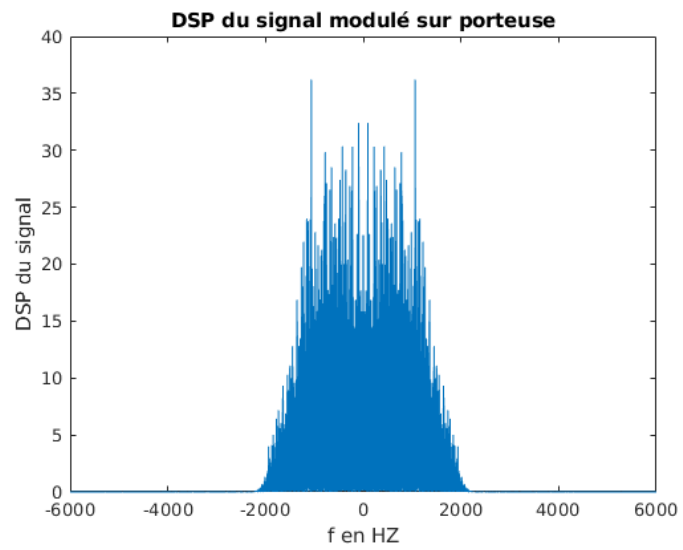


Figure 32: DSP du signal émis chaine 4ASK

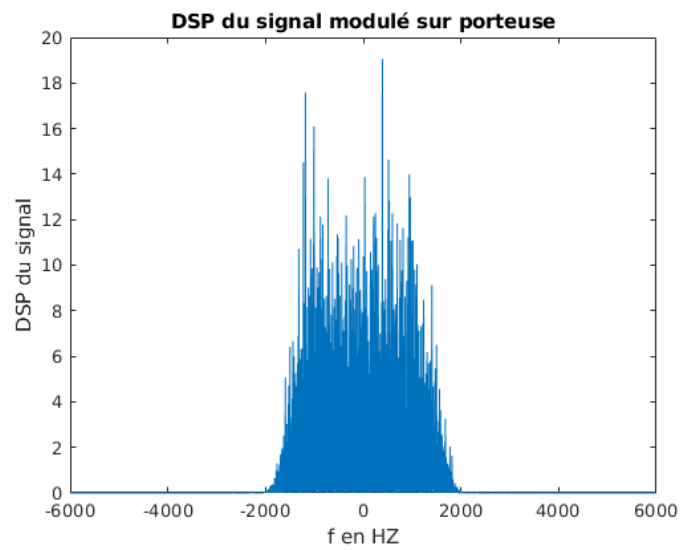


Figure 33: DSP du signal émis chaine QPSK



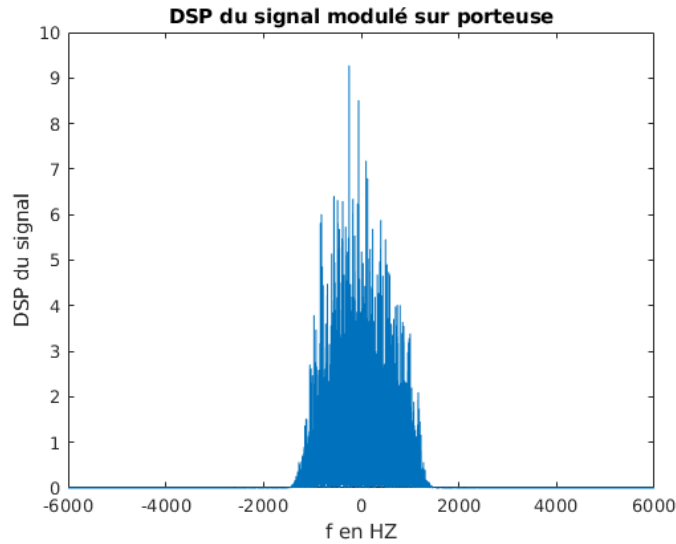


Figure 34: DSP du signal émis chaine 8PSK

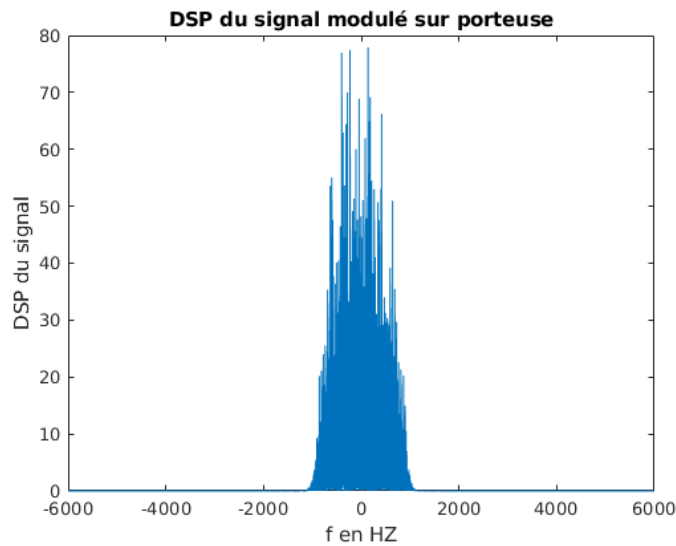


Figure 35: DSP du signal émis chaine 16QAM

En termes d'efficacité spectrale il ressort que la chaine 16QAM est la plus performante en efficacité spectrale , en effet et conformément à l'étude théorique c'est elle qui maximise  $\eta = \frac{\log_2(M)}{k}$  avec k un coefficient qui dépend de la nature du filtre utilisé . la 2<sup>m</sup> en terme d'efficacité spectrale est la chaine 8PSK , et les deux dernières chaînes sont QPSK et 4ASK avec  $M = 4$ .

### 3 Conclusion

1. Afin d'avoir une bonne transmission en fréquence porteuse il faut utiliser un mapping de gray, respecter les critères de Nyquist et de Shannon, utiliser un filtre de reception adapté, utiliser les instants optimaux pour l'échantillonnage, utiliser un detecteur à seuil avec les seuils optimaux .
2. Afin d'optimiser la simulation d'une chaine de transmission en fréquence porteuse il faut utiliser un filtre passe bas équivalente.