Ré-écriture

2h : avec documents

Année 2018-2019

Préambule

— Les contrats (entête + tests unitaires) de chaque fonction doivent être donnés.
— Vous devez tout écrire dans le fichier `boa.ml`.
— Les noms de modules et fonctions doivent être respectés (tests automatiques).
— Il ne faut pas modifier le fichier `test.ml`. Ce fichier est uniquement là pour vérifier que votre architecture est compatible avec les tests automatiques. Les tests unitaires doivent être réalisé dans le fichier `boa.ml`.
— Pour tester dans `utop`, vous devez ouvrir les modules Be et Boa (**open** Be.Boa;;) pour avoir accès aux modules et interfaces que vous définirez.
— Le code rendu doit impérativement compiler.
— Les exercices 1 et exercices 2 sont indépendants.

Sujet d'étude

Le but est de coder un algorithme qui à partir :
— d'un *terme*
— d'un ensemble de règles permettant de générer un ou plusieurs termes à partir d'un terme
— et d'un terme cible
donne la suite de règles et de termes permettant d'obtenir le terme cible à partir du terme initial.

En particulier, nous nous étudierons le système, nommé `BOA`, suivant :
— les termes sont des listes de caractères utilisant uniquement trois lettres : `'B'`, `'O'` et `'A'`
— les règles de transformation sont les suivantes :
- **Règle I** : À partir d'une chaîne se terminant par un `'O'` vous pouvez générer une chaîne identique à laquelle un `'A'` est ajouté à la fin.
  Par exemple `['B';'O']` permet de générer `['B';'O';'A']`.
- **Règle II** : À partir d'une chaîne commençant par un `'B'` vous pouvez générer une chaîne identique à laquelle est ajoutée à la fin la chaîne initiale privée du `'B'`.
  Par exemple `['B';'O';'A']` permet de générer `['B';'O';'A';'O';'A']`.
- **Règle III** : À partir d'une chaîne contenant les sous-chaînes `['O';'O';'O]` ou `['A';'O';'A']`, vous pouvez générer une chaîne où ces sous-chaînes ont été remplacées par un `'A'`.
  Par exemple `['B';'O';'O';'O';'O']` permet de générer `['B';'O';'A']` et `['B';'A';'O']`.
- **Règle IV** : À partir d'une chaîne contenant la sous-chaîne `['A';'A']`, vous pouvez générer une chaîne où cette sous-chaîne a été supprimée.

Par exemple `['B';'O';'A';'A';'O']` permet de générer `['B';'O';'O']`.

1 Les règles du système BOA

Les règles du système de réécriture sont caractérisées par un identificateur et le comportement de l'application de celles-ci.
L'interface correspondant à une règle de réécriture est la suivante :

```
module type Regle =
sig
  type tid = int
  type td
  val id : tid

  val appliquer : td -> td list
end
```

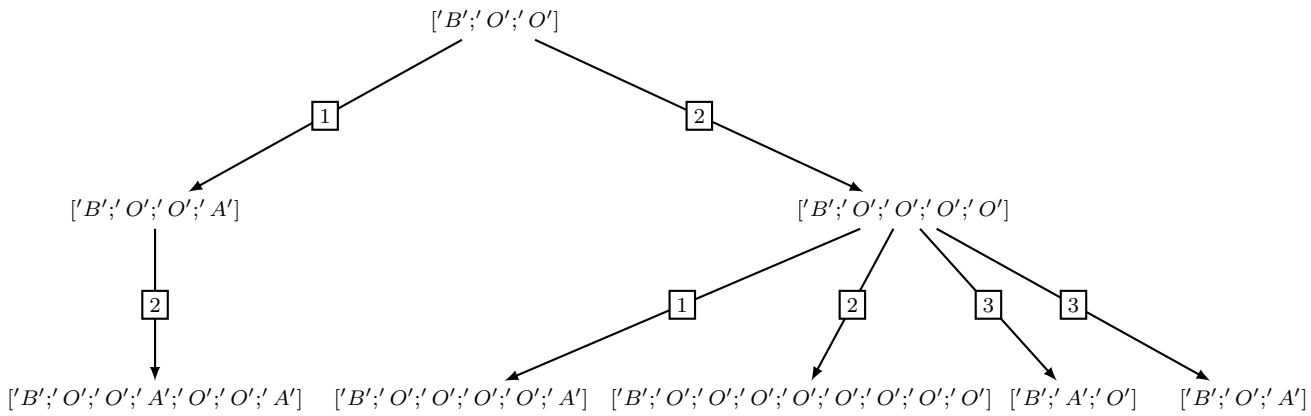
où tid est le type des identifiants de règles et td est le type des termes.

▷ **Exercice 1**

1. *Compléter l'interface* Regle *pour ajouter les contrats.*
2. *Pour chacune des règles du système* BOA*, écrire un module conforme à l'interface* Regle*. Ils devront se nommer* Regle1*,* Regle2*,* Regle3 *et* Regle4*. Les termes retournés par la fonction* appliquer *doivent d'être obtenus avec une unique application de la règle. Tous les termes obtenables par une application doivent être renvoyés.*

2 Arbre de réécriture

Pour représenter l'ensemble des termes générables à partir d'un terme et la façon de les obtenir, nous utiliserons un arbre n-aire avec des termes dans les nœuds et des identifiants de règles sur les branches.
Par exemple, l'arbre de réécriture, engendré par les règles 1 à 4, de profondeur 2, à partir du terme `['B';'O';'O']` est le suivant :



L'interface correspondant aux arbres de réécriture est la suivante :

```
module type ArbreReecriture =
sig
  type tid = int
  type td
  type arbre_reecriture = ...

  val creer_noeud : ...

  val racine : ...
  val fils : ...

  val appartient : td -> arbre_reecriture -> bool
end
```

où tid est le type des identifiants de règles, td est le type des termes, arbre_reecriture est le type des arbres n-aires décrits précédemment et les fonctions creer_noeud, racine et fils sont des constructeurs et destructeurs du type arbre_reecriture .

▷ **Exercice 2**

1. *Compléter cette interface pour ajouter les contrats, définir le type* arbre_reecriture *et donner les types de* creer_noeud, racine *et* fils .
2. *Définir un module* ArbreReecritureBOA *conforme à* ArbreReecriture *pour la cas particulier du système* `BOA`
3. *À l'intérieur du module* ArbreReecritureBOA, *définir 2 exemples d'arbre de réécriture et écrire les tests unitaires des fonctions du module.*

3 Le système BOA

▷ **Exercice 3**

Écrire un module SystemeBOA *contenant :*

1. *une fonction* construit_arbre *qui à partir d'une liste de caractères et d'un entier* n, *crée l'arbre de réécriture contenant les solutions obtenues en appliquant au maximum* n *règles (règle I à IV de l'exercice 1).*
2. *une fonction* chemin *qui à partir d'une liste de caractères de départ, d'une liste de caractères cible et d'un entier* n, *renvoie la liste des règles appliquées et la liste des listes de caractères successives, pour passer de la liste de caractères de départ à la liste de caractères cible (toutes deux incluses), en maximum* n *transformations. Le type* 'a option *sera utilisé pour différencier les cas où la liste de caractères cible appartient à l'arbre de réécriture de ceux où elle ne lui appartient pas.*
3. *une vérification qu'il y a bien une solution pour passer de la liste de caractères* `['B';'O']` *à la liste de caractères* `['B';'A']` *en cinq transformations au plus.*

4 Généralisation (BONUS)

Dans le cas général, un système de réécriture est caractérisé par une ensemble de règles (couple : identifiant et comportement de la règle).
L'interface correspondant à un système de réécriture est la suivante :

```
module type ReglesReecriture =
sig
  type tid = int
  type td

  val regles : (tid * (td -> td list)) list
end
```

où tid est le type des identifiants de règles et td est le type des termes.

▷ **Exercice 4**

1. *Écrire un foncteur* SystemeReecriture *paramétré par un* ArbreReecriture *et un* ReglesReecriture *qui définit les fonctions* construit_arbre *et* chemin *dans le cas général.*
2. *Écrire un module* ReglesReecritureBOA *conforme à* ReglesReecriture *qui regroupe les règles du système* `BOA`.
3. *Écrire un module* SystemeReecritureBOA *qui instancie le foncteur* SystemeReecriture *dans le cas particulier du système* `BOA`.
4. *Vérifier que les tests du module* SystemeBOA *sont également valides avec le module* SystemeReecritureBOA.