

## Résumé

Ce présent document constitue un rapport d'études sur les séries temporelles dans le cadre la validation de ma 2ème année de Master Professionnel spécialité Ingénierie Économique et Analyse de données.

Ce projet d'étude consiste à analyser deux séries temporelles financières journalières de rendements qui sont respectivement Amazon et Meta (Facebook). L'objectif principal est de comprendre les raisons économiques de leur positionnement dans le marché mondial actuel et plus intéressant encore est de chercher à trouver s'il éventuels raisons ou situations économiques qui relient ces deux géants des GAFAM.

Par la suite de l'analyse, nous présenterons des prédictions de l'évolution de ces séries financières entre le 01/06/2012 et 01/12/2021.

Ce document présente aussi les différentes étapes effectuées dans la réalisation de ce projet, en commençant par l'évolution de la couche présentation, puis l'analyse et la prédiction à l'horizon 100.

*A titre informatif, toutes les sorties de ce document ont été réalisés avec le logiciel R (Code inspiré des exemples vu en cours).*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>1 Explorations et des données</b>	<b>3</b>
1.1 Définitions et rappels . . . . .	3
1.2 Sources . . . . .	3
1.3 Évolution des séries journalières AMZN et FB . . . . .	4
1.4 Volatilités des rendements des séries AMZN et FB . . . . .	5
1.5 Statistiques descriptives . . . . .	7
1.6 Autocorrélogrammes des résidus des rendements . . . . .	9
1.6.1 Test de Ljung-Box . . . . .	9
1.6.2 Test de ARCH . . . . .	9
<b>2 Estimation d'un modèle univarié</b>	<b>12</b>
2.1 Définitions des modèles ARMA, ARCH et GARCH . . . . .	12
2.2 Estimation ARCH(q) et GARCH(q) . . . . .	12
2.2.1 Estimation ARCH(1, 1) . . . . .	13
2.2.2 Estimation du modèle GARCH(1,1) . . . . .	15
<b>3 Estimation des modèles asymétriques : GARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) et APARCH(1,1,1)</b>	<b>18</b>
3.1 Modèles asymétriques . . . . .	18
3.2 Estimation APARCH (1,1) avec les distributions (Gaussienne, Student et Skewed-Student) . . . . .	22
<b>4 Prévisions des rendements des séries AMZN et FB</b>	<b>24</b>
4.1 Prédictions des modèles asymétriques EGARCH et APARCH . . . . .	24
4.1.1 Prédiction du modèle EGARCH(1,1) et APARCH(1,1) sur des rendements des séries . . . . .	24
4.1.2 La Valeur à risque (VaR) . . . . .	26
<b>Conclusion</b>	<b>28</b>
<b>A Annexes 2</b>	<b>30</b>
<b>B Code R</b>	<b>40</b>

# Introduction

La bulle spéculative liée à l'informatique et aux télécommunications dans les années 2000 n'a pas fait renoncer les géants du numérique sur le comportement de leurs capitalisations boursières dans le NASDAQ. Bien au contraire, elles continuent d'être de plus en plus importantes au fil des années.

Aujourd'hui les GAFAM dont l'acronyme regroupe les préfixes des groupes Google, Amazon, Facebook, Apple et Microsoft sont les grands géants américains du numérique sur le plan mondial. Selon Farnault Investissement, elles occupent la 4ème place de l'économie mondiale, soit 4250 milliards de dollars.

Amazon (NASDAQ : AMZN) est une entreprise de commerce électronique américaine basée à Seattle. Créée par Jeff Bezos en juillet 1994, l'entreprise a été introduite en bourse au NASDAQ en mai 1997. Selon l'hebdo l'express, Au premier trimestre de 2021, le géant américain des technologies a dépassé les attentes du marché avec un chiffre d'affaires de 108,5 milliards de dollars, supérieur à ses propres prévisions et en hausse de 44% sur un an, alors que l'entreprise avait déjà enregistré une forte croissance au premier trimestre 2020. Son titre s'appréciait de 4% lors des échanges électroniques après la clôture de la Bourse de New York.

Amazon a plus que triplé son bénéfice net, à 8,1 milliards de dollars pour la période de janvier à mars, signe que l'appétit pour le commerce en ligne ne faiblit pas alors que certains pays, dont les États-Unis, émergent progressivement de la pandémie.

Facebook est fondé en 2004 par Mark Zuckerberg et ses camarades de l'université Harvard : Chris Hughes, Eduardo Saverin, Andrew McCollum et Dustin Moskovitz. Troisième site web le plus visité au monde après Google et YouTube selon Alexa Internet, il franchit en juin 2017 le nombre de 2 milliards d'utilisateurs actifs. Selon la revue les échos, son chiffre d'affaire sur l'ensemble de l'année 2020 de 22%, a atteint 86 milliards de dollars pour un bénéfice net 29,1 milliards, soit plus de 58%.

Dans un premier temps, nous allons faire une estimation d'un modèle univarié avec une partie du modèle ARMA et plusieurs spécifications avec le modèle GARCH. Dans un second temps, nous ferons différentes estimations avec les modèles GARCH, ARCH tout en vérifiant les symétries, les asymétries et l'effet levier. Et enfin nous choisirons le modèle adéquat en se basant sur les critères d'information (BIC, AIC), sur les autocorrélogrammes des résidus standardisés, des QQ plots pour la distribution. Par la suite, faire des prévisions sur les modèles choisis. Enfin, pour résumer, nous allons étudier les impacts des cours de AMZN et FB sur l'indice NASDAQ et essayer d'analyser leurs rendements de ces séries financières.

# Chapitre 1

## Explorations et des données

Pour commencer notre analyse proprement dite sur les deux séries financières évoquées en introduction, nous avons besoin de rappeler quelques définitions et notions importantes dont aurons besoins dans suite de notre de étude.

### 1.1 Définitions et rappels

**Série temporelle** - Une série temporelle (ou chronologique) est une suite d'observations  $x_1, x_2, \dots, x_n$  indexée par le temps. On supposera qu'il s'agit d'une réalisation d'un processus  $X$ , c'est à dire d'une suite  $\{X_i\}$  de variables aléatoires.

**Rentabilité économique** - La rentabilité économique est un indicateur économique évaluant la création de valeur réalisée par une entreprise. Il prend en compte le résultat d'exploitation net d'impôt et le rapporte aux capitaux engagés sur la même période. Plus brièvement, cet indicateur évalue le retour financier sur investissement.

**Volatilité** - La volatilité (en finance) est l'ampleur des variations du cours d'un actif financier. Elle sert de paramètre de quantification du risque de rendement et de prix d'un actif financier. Lorsque la volatilité est élevée, la possibilité de gain est plus importante, mais le risque de perte l'est aussi.

**Autocorrélation** - L'autocorrélation d'une série fait référence au fait que dans une série temporelle ou spatiale, la mesure d'un phénomène à un instant  $t$  peut être corrélée aux mesures précédentes (au instants  $t-1, t-2, t-3$ , etc.) ou aux mesures suivantes (à  $t+1, t+2, t+3$ , ...). Une série auto-corrélée est ainsi corrélée à elle-même, avec un décalage donné.

### 1.2 Sources

Les données utilisées dans le cadre de cette étude proviennent du site internet Yahoo finance. Les séries utilisées sont des données journalières de Meta (Facebook) et Amazon entre le 01/06/2012 et 01/12/2021. Et pour être plus précis, nous allons travailler avec AMAZON.Adjusted et FB.Adjusted.

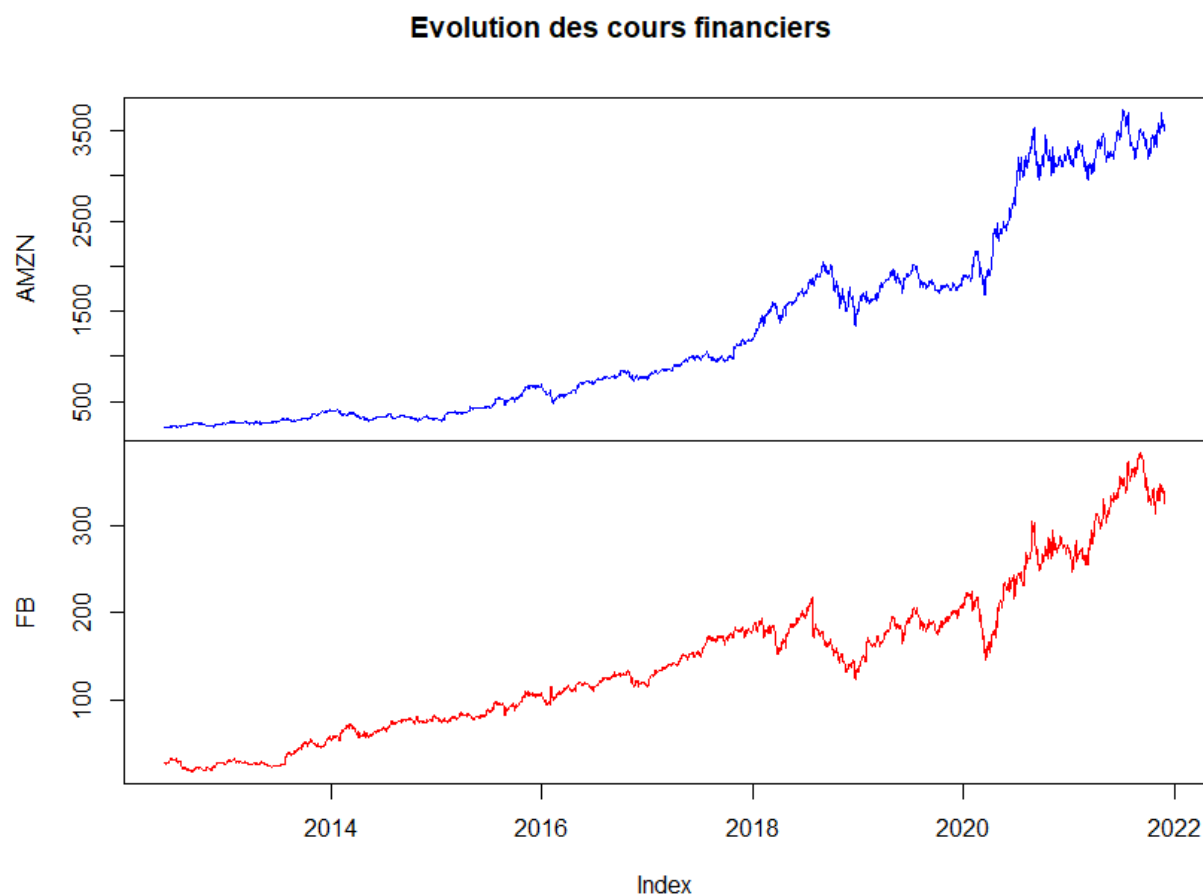


FIGURE 1.1 – Représentation des séries journalières AMZN et Meta(FB)

### 1.3 Évolution des séries journalières AMZN et FB

Les deux graphiques ci-dessus (*fig 1.1*) représentent l'évolution des indices boursiers d'Amazon (AMZN) et Facebook (FB) entre 2012 à 2021. Ces graphiques, en général, présentent une tendance commune, celle décrivant leurs évolutions au cours du temps. Amazon et Meta (FB) ont connu une évolution plus ou moins lente entre 2012 et 2016 et cela pourrait s'expliquer par la crise financière des années 2012 qui ont un effet de persistance sur les 2 séries.

Cette crise financière explique en générale le ralentissement de l'évolution des indices boursiers des ces géants de la technologie sur les 4 années qui ont suivi. Le phénomène de mondialisation à l'ère du numérique entre 2016 et 2018 a permis une reprise à la hausse de ces deux séries financières, avant de connaître un petit ralentissement entre 2018 et le premier trimestre 2020. Le 2ème trimestre de 2020, marquée par une pandémie de covid-19 de plus en plus intense à travers le monde avec est une devenue une aubaine pour la croissance de ces deux géants.

## 1.4 Volatilités des rendements des séries AMZN et FB

Sur le graphique (fig 1.2) nous avons reproduit l'évolution des rendements journaliers de nos deux séries. En effet l'analyse de ce graphique nous montre qu'il y a une forte volatilité des indices boursiers de AMZN et FB. Par ailleurs, nous observons des tendances à la baisse et en hausse au cours du temps.

En 2014, nous constatons une baisse du rendement d'AMZN jusqu'à une valeur très négative. Cela confirme les doutes que nous avons sur la persistance des résidus. On note une présence d'auto-corrélation dans les résidus.

Sur le graphique (fig 1.3) nous observons un regroupement des volatilités par paquets pour les rendements des 2 séries.

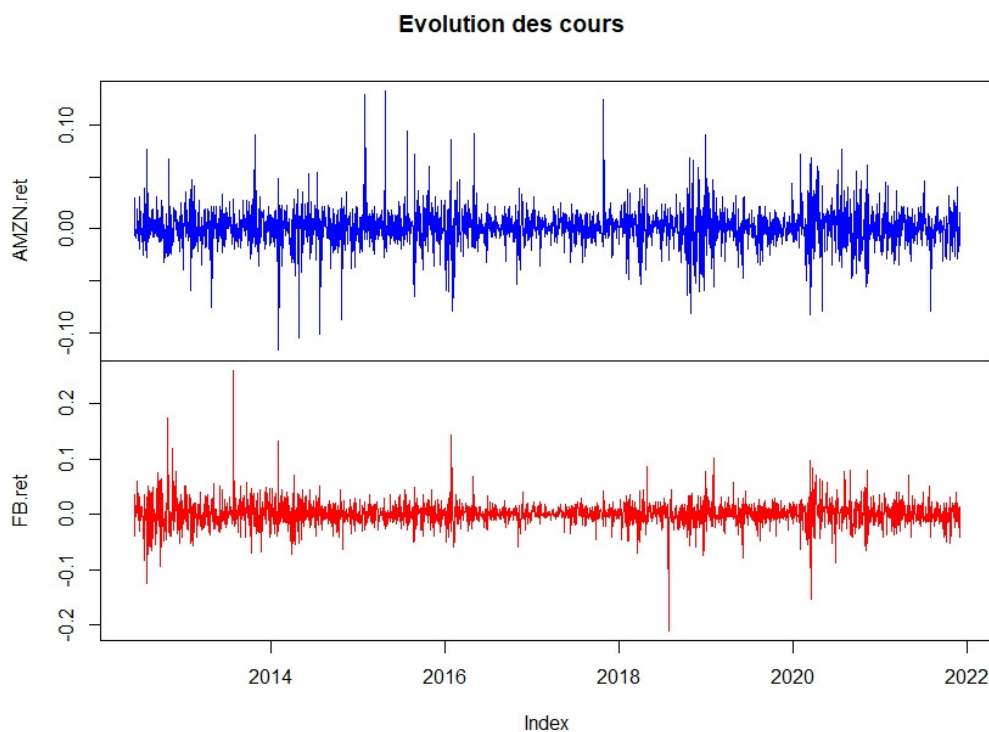


FIGURE 1.2 – Evolution des rendements journaliers des indices boursiers AMZN et Meta (FB)

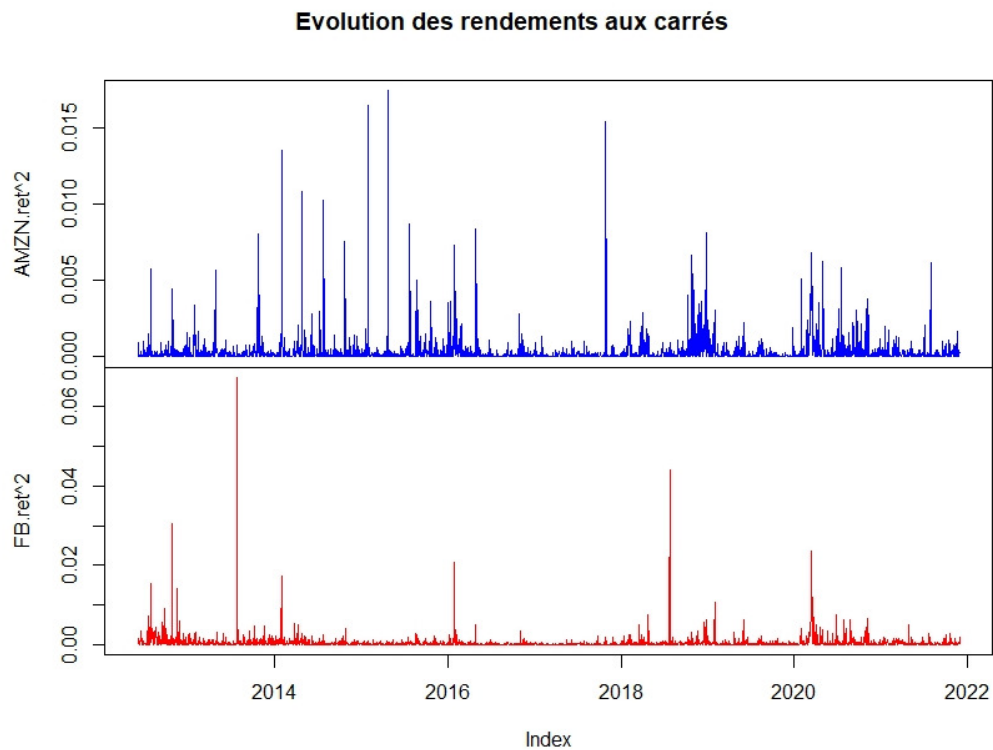


FIGURE 1.3 – Évolution des rendements aux carrés de AMZN et Meta (FB)

Le graphique (fig 1.4) nous montre les zones de fortes volatilités et de faibles volatilités. En plus, on voit clairement que les fortes variations se rassemblent en petits groupes.

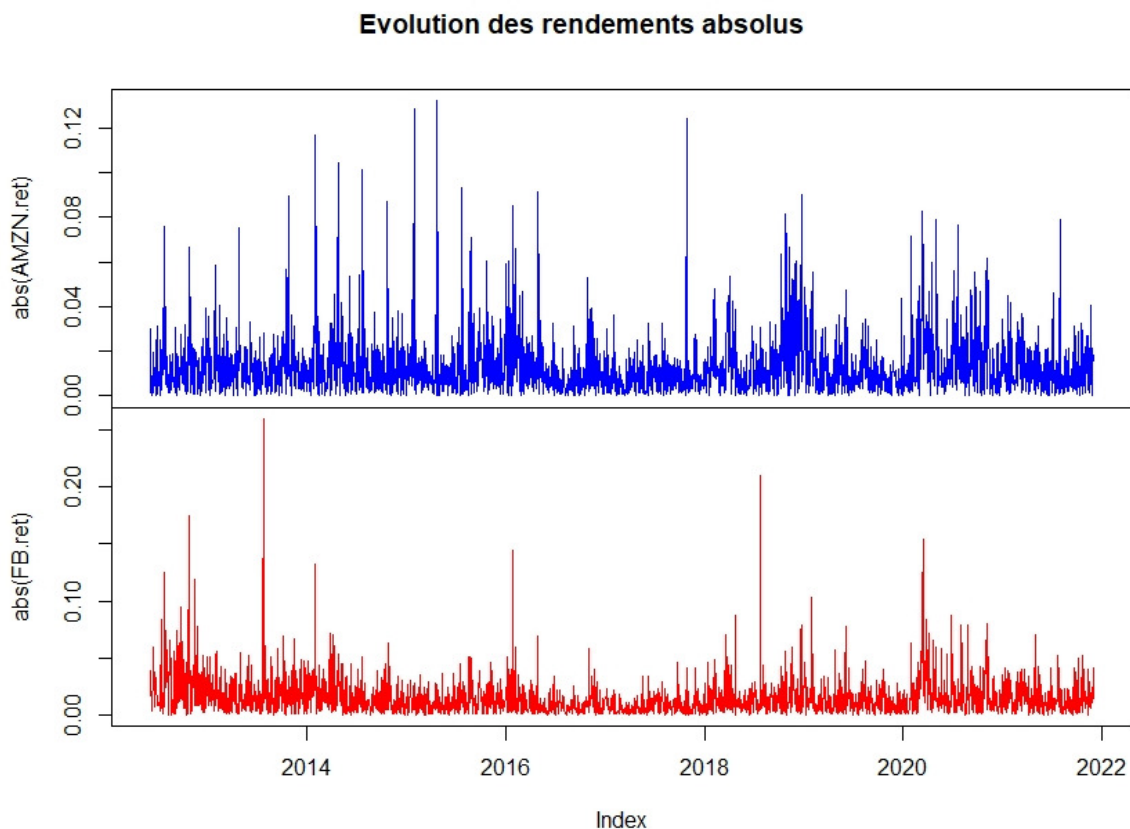


FIGURE 1.4 – Evolution des rendements en valeur absolue

## 1.5 Statistiques descriptives

Les **moyennes** de AMZN et FB sont respectivement 0.0004 et 0.0005. Ces valeurs sont relativement faibles. On remarque aussi des variances très faibles. AMZN a un minimum de -0.1165 et un maximum de 0.1322. Quant à FB, nous avons un min de -0.2102 et un max de 0.2594.

Les valeurs des **coefficients d'asymétrie**(Skewness) et d'aplatissement(Kurtosis) de **AMNZ** (TABLE 1.1) sont respectivement 0.1398 et 6.5416. Le fait que la valeur du skewness(0.1398) soit différent de 0 s'explique par la présence d'une asymétrie de la courbe des rendements de AMZN (fig 1.5). Le signe positif de ce rendement signifie que la courbe est étalée vers la droite. Autrement, en économie cette valeur du coefficient de skewness signifie que le rendement de AMZN réagit plus à un choc positif qu'à un choc négatif.

Quant au **Kurtosis** on a une valeur (6.5416) largement différente de 3. On est en présence d'un excès de Kurtosis. Cet excès du kurtosis témoigne d'une forte probabilité d'occurrence de points extrêmes, c'est-à-dire la présence de queues épaisses d'où on parle d'une distribution leptokurtique. Voir (fig 1.5)

Les **coefficients d'asymétrie**(skewness) et d'aplatissement(kurtosis) de **FB** sont respectivement 0.4528 et 15.2844. Le skewness(0.4528) est différent de 0 ce qui implique une présence d'asymétrie



Mesures	AMZN	FB
NAs	0	0
Minimum	-0.1165	-0.2102
Quartile 1	-0.0076	-0.0094
Median	0.0011	0.0011
Arithmetic Mean	0.0012	0.0010
Geometric Mean	0.0010	0.0008
Quartile 3	0.0108	0.0122
Maximum	0.1322	0.2594
SE Mean	0.0004	0.0005
LCL Mean (0.95)	0.0004	0.0001
UCL Mean (0.95)	0.0019	0.0019
Variance	0.0004	0.0005
Stdev	0.0188	0.0226
Skewness	0.1398	0.4528
Kurtosis	6.5416	15.2844

TABLE 1.1 – Statistique descriptive des rendements

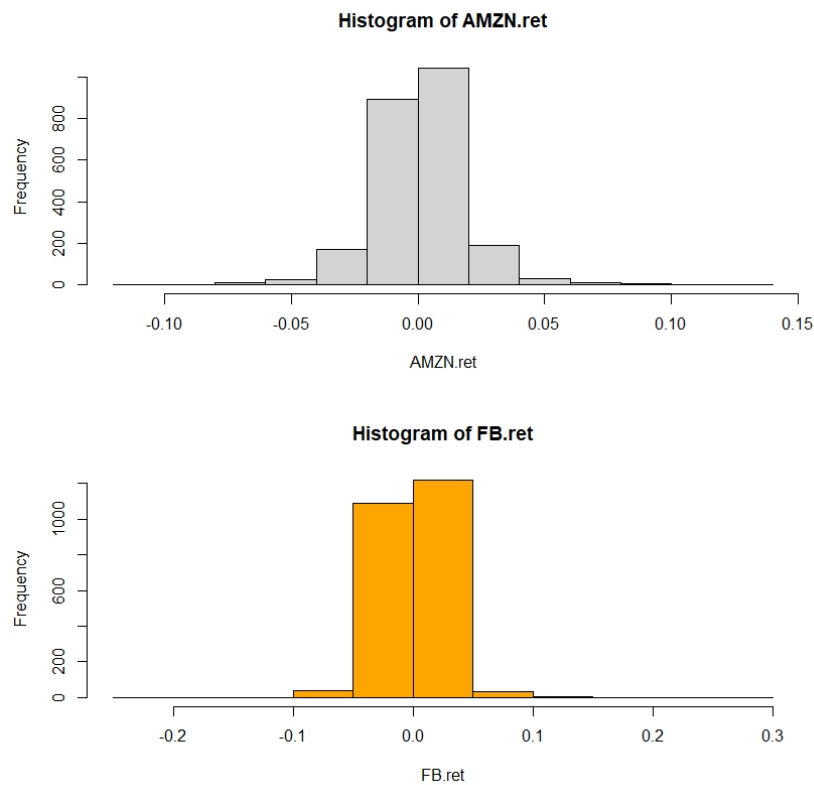


FIGURE 1.5 – La densité de la loi normale du rendement de AMZN et FB

de la courbe des rendements de FB. Le signe positif de ce rendement indique que la courbe est étalée vers la droite, ce qui signifie que FB réagit plus à un choc positif qu'à un choc négatif.

Pour le **Kurtosis** nous avons une valeur de (15.2844) largement différente de 3. On est en présence d'un excès de Kurtosis. Cet excès du kurtosis témoigne d'une forte probabilité d'occurrence de points extrêmes, ainsi donc nous avons une distribution leptokurtique.

## 1.6 Autocorrélogrammes des résidus des rendements

Les autocorrélation des séries avec elles-mêmes sans décalage sont chacune égale à 1. Les autocorrélogramme des rendements simples (*Returns*) et celles aux carrés (*Returns*<sup>2</sup>) des deux séries alignées verticalement respectivement sur les 1er et 2ème niveaux montrent clairement qu'il y a absence d'autocorrélation entre les résidus, car la répartition des barres ne respecte aucune structure particulière. En revanche pour la valeur absolue (*abs>Returns*)), il y a une grande partie des autocorrélations qui sont significativement différentes de zéro. Ainsi pour y voir plus clair, nous décidons de réaliser dans un 1er temps les tests d'absence d'autocorrélation (Test Ljung-Box) et dans un 2nd temps les tests d'absence d'homoscédasticité (Test de ARCH) des rendements de nos 2 séries.

### 1.6.1 Test de Ljung-Box

Supposons les hypothèses suivantes :

- Ho : absence d'autocorrélation des résidus
- H1 : présence d'autocorrélation des résidus

Test de Ljung-Box : AMZN

$X - squared = 99, df = 12, p - value = 1e - 15$

La  $p - valeur < 0.001$ , ce que est hautement significatif\*\*\*, nous rejetons donc Ho. Donc il y a bien autocorrélation entre les résidus.

Test de Ljung-Box : FB

$X - squared = 32, df = 12, p - value = 0.001$

La  $p - valeur = 0.001$ , ce que est très significatif\*\*, nous rejetons donc Ho. Donc il y a bien autocorrélation entre les résidus.

### 1.6.2 Test de ARCH

Supposons les hypothèses suivantes :

- Ho : homoscédasticité
- H1 : hétéroscédasticité

ARCH LM-test : AMZN

*data : AMZN.ret*

$Chi - squared = 66, df = 12, p - value = 2e - 09$

ARCH LM-test : FB

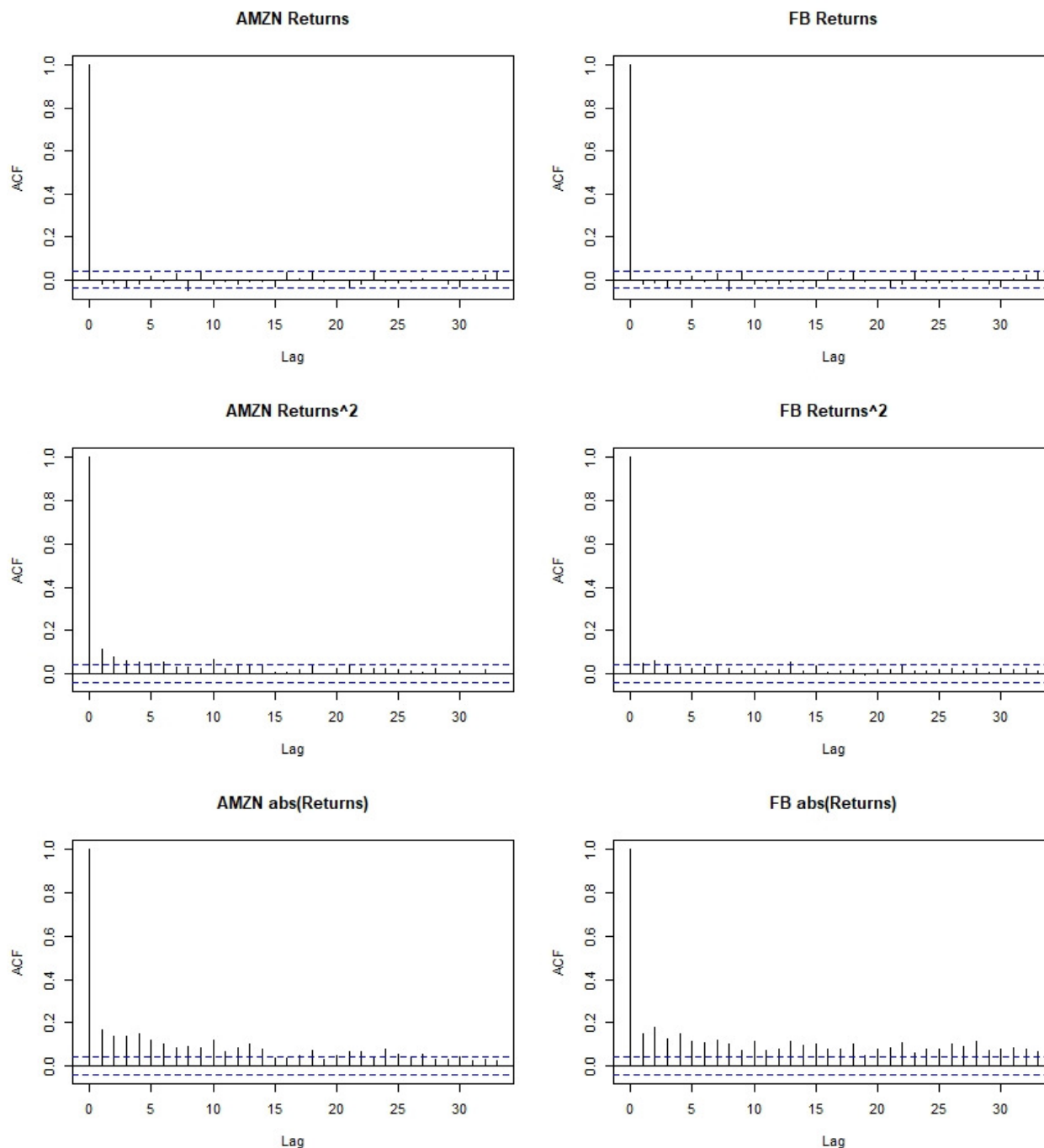


FIGURE 1.6 – Autocorrélogrammes des résidus des rendements de AMZN et Meta (FB)

*data : FB.ret*

*Chi - squared = 24, df = 12, p - value = 0.02*

Nous rejetons l'hypothèse nulle, la présence d'effet ARCH selon les tests effectués. Les p-values sont inférieures à 5%. Nous avons ainsi de l'hétéroscédasticité conditionnelle pour chacune de ces séries. Cela veut dire que la variation de  $AMZN.ret^2$  et de  $FB.ret^2$  au temps « t » est en fonction de leur évolution en « t-1 ». La variance n'étant pas constante, on peut donc modéliser ces rendements

avec un processus ARCH. Quant au test ARCH, LM-test révèle que la variance des observations n'est pas constante, on peut donc modéliser ces rendements avec un processus ARCH.

# Chapitre 2

## Estimation d'un modèle univarié

### 2.1 Définitions des modèles ARMA, ARCH et GARCH

**Modèle ARMA** - Les processus ARMA (Autoregressive moyenne mobile) ont été introduits par BOX et Jenkins en 1970. L'objectif est de modéliser une série temporelle en fonction de ses valeurs passées, mais aussi en fonction des valeurs présentes et passées d'un bruit. Ils sont composés d'une partie AR (autoregressive) et d'une partie MA (moyenne mobile). L'avantage de ces processus est qu'ils fournissent une dynamique linéaire adaptée au traitement de certains problèmes économiques

**Modèle ARCH** - Engle, en 1982, a développé les modèles ARCH (Autorégressifs Conditionnellement Hétéroscédastiques) afin de permettre à la variance d'une série de dépendre de l'ensemble 5 d'informations disponible, et notamment du temps. Les séries financières sont en effet caractérisées par une volatilité qui varie au cours du temps. Ainsi, la variance conditionnelle, qui constitue une mesure de la volatilité d'une série, n'est plus constante et dépend de ses valeurs passées.

**Modèle GARCH** - Bollerslev 1986 a généralisé le modèle initial d'Engle en établissant le modèle GARCH (ARCH généralisés). Cette extension consiste en l'introduction de valeurs retardées de la variance dans son équation. Cela permet une description plus parcimonieuse de la structure des retards. Dans cette session, nous allons estimer dans un premier temps ARCH(1,1), après GARCH(1,1) avec les différentes distributions (Gaussienne, Student et skewed-student).

**NB :** Nous testons la non-significativité de la régression de chaque série sur son passé. Pour ce faire, nous choisissons de régresser le carré de la série sur un degré de liberté  $df = 12$ . L'hypothèse nulle se traduit par l'idée qu'il n'y a pas d'hétéroscédasticité conditionnelle. On rejette l'hypothèse nulle car les p-values sont inférieures à 5%. On a de l'hétéroscédasticité conditionnelle pour chacune de ces séries. Cela signifie que la variation de AMZN.ret, FB.ret au temps « t » est en fonction de son évolution en « t-1 ». La variance n'étant pas constante, on peut donc modéliser ces rendements avec un processus ARCH.

### 2.2 Estimation ARCH(q) et GARCH(q)

Un modèle ARCH (q) consiste à représenter la variance de l'erreur étant donné la connaissance de son information passée. Après l'analyse sommaire de nos séries, nous avons testé la présence d'hétéroscédasticité. A cet effet, on suppose qu'une modélisation ARCH / GARCH pourrait nous

permettre de capter le processus de nos 4 rendements excédentaires. Ainsi, nous supposons que nos séries peuvent être identifiées par un ARCH (1). Notre modèle à estimer se présente sous la forme :

$$R_t = \mu + \epsilon_t \text{ avec } \epsilon_t = \sigma_t Z_t \\ \sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 \text{ avec } Z_t \sim iid N(0; 1)$$

### 2.2.1 Estimation ARCH(1, 1)

Les tableaux (TABLE 2.1) et (TABLE 2.2) suivants donnent les résultats des paramètres estimés. Ces paramètres sont estimés par le maximum de vraisemblance dont les résidus suivent une distribution gaussienne.

Coefficients	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
mu	0.001716	0.000334	5.1389	0
omega	0.000037	0.000006	6.2900	0
alpha1	0.161529	0.020730	7.7920	0
beta1	0.747465	0.026649	28.0482	0

TABLE 2.1 – Estimation ARCH(1,1) de AMZN.ret

(TABLE 2.1) : Ce tableau donne les résultats des paramètres estimés. Ces paramètres sont estimés par le maximum de vraisemblance dont les résidus suivent une distribution gaussienne. L'estimation du modèle ARCH(1) du AMZN.ret donne les résultats dans ce tableau (2.1).

Les coefficients estimés sont tous positifs et significatifs. En plus, le paramètre « Omega » est très significatif. Si on s'intéresse aux écarts types des coefficients estimés associés à la distribution gaussienne, on voit que les écarts types de « Omega » et « mu » sont faibles par rapport aux écarts types du modèle robuste.

L'effet ARCH est Les coefficients estimés sont tous positifs et significatifs. En plus, le paramètre « Omega » est très significatif. Si on s'intéresse aux écarts types des coefficients estimés associés à la distribution gaussienne, on voit que les écarts types de « Omega » et « mu » sont faibles par rapport aux écarts types du modèle robuste.

L'effet ARCH est donc bien détecté dans la série du rendement excédentaire du AAPL.ret avec une faible persistance dans la volatilité.

Coefficients	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
mu	0.000969	0.000395	2.4562	0.014042
omega	0.000001	0.000001	2.2608	0.023772
alpha1	0.018650	0.000533	34.9941	0.000000
beta1	0.979392	0.000536	1827.1552	0.000000

TABLE 2.2 – Estimation ARCH(1,1) de FB.ret

(TABLE 2.2) : Dans ce tableau, tous les coefficients sont positifs. Le paramètre  $\beta_1$  est très significatif. Et en s'intéressant aux écarts types des coefficients estimés associés à la distribution gaussienne, on voit que les écarts types de tous ces paramètres sont élevés par rapport aux écarts types du modèle robuste. L'effet ARCH est donc bien détecté dans la série du rendement excédentaire de FB.ret avec une faible persistance dans la volatilité.

**NB :** Pour trouver le modèle adéquat, nous allons d'une part présenter quelques modèles ARCH susceptibles d'expliquer chaque série et d'autre part nous baser sur les critères d'information et les critères de minimisation des erreurs de prévision des rendements de nos 2 séries.

(TABLE 2.3) : Critères d'information du rendement de AMZN

(1, 1)	ARCH (1, 1)	GARCH (1, 1)
Akaike	-5.2249	-5.2249
Bayes	-5.2152	-5.2152
Shibata	-5.2249	-5.2249
Hannan-Quinn	-5.2213	-5.2213

TABLE 2.3 – Critères d'information du rendement de AMZN

(TABLE 2.3) : Critères d'information du rendement de FB

(1, 1)	ARCH (1, 1)	GARCH (1, 1)
Akaike	-4.8613	-4.8613
Bayes	-4.8516	-4.8516
Shibata	-4.8613	-4.8613
Hannan-Quinn	-4.8578	-4.8578

TABLE 2.4 – Critères d'information du rendement de FB

L'analyse de la comparaison des critères d'information des modèles ARCH(1,1) et GARCH(1,1) révèle le fait que les modèles présentent les mêmes valeurs pour les critères d'information donc on ne peut conclure sur la qualité du meilleur modèle. Mais pour l'estimation dans la suite, nous allons utiliser le modèle **GARCH (1,1)** car en normalisant les résidus on constate qu'il minimise les critères d'information que le modèle ARCH(1,1).

Séries	mu	omega	alpha1	beta1
AMZN_ret	0.001716	3.721e-05	0.16153	0.7475
FB_ret	0.000969	1.373e-06	0.01865	0.9794

TABLE 2.5 – Critères d’information du rendement de FB

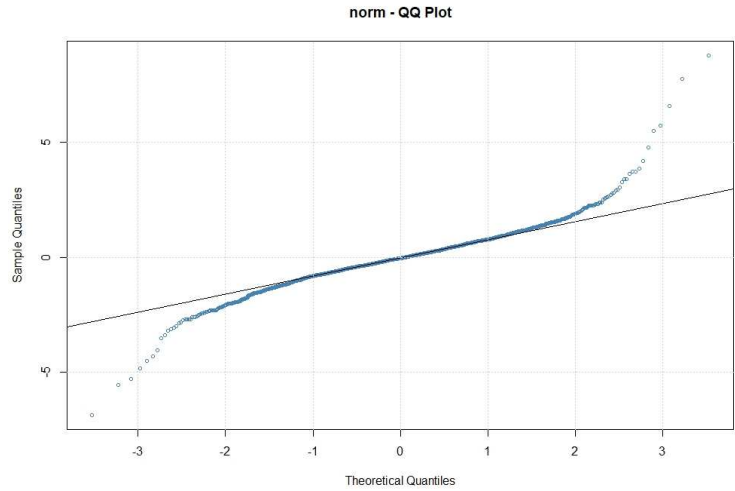


FIGURE 2.1 – QQ plot des rendements de AMZN

### 2.2.2 Estimation du modèle GARCH(1,1)

L’estimation du modèle GARCH (1,1) se fait par la méthode du maximum de vraisemblance. Le modèle GARCH (1,1) peut s’écrire comme suit :

$$R_t = \mu + \epsilon_t \text{ avec } \epsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \text{ avec } Z_t \sim iid N(0;1)$$

#### (TABLE 2.5) : Estimation des rendements des deux séries

Tous les paramètres ont des coefficients positifs avec des écarts-types très faibles. Les coefficients des paramètres sont significatifs. On peut dire que tous les paramètres ont un impact significatif sur les rendements de nos deux séries.

#### (fig 2.1) : QQ plot des rendements de AMZN et FB

Ces graphiques ci-dessus représentent la répartition des résidus selon une loi normale. Le premier graphique est le QQ-Plot de AAPL.ret , le second est celui du rendement AMZN.ret et le troisième celui de GOOGL.ret. En effet, en comparant les QQ-Plots des distributions on remarque que les résidus ont plus tendance à suivre une loi de student.



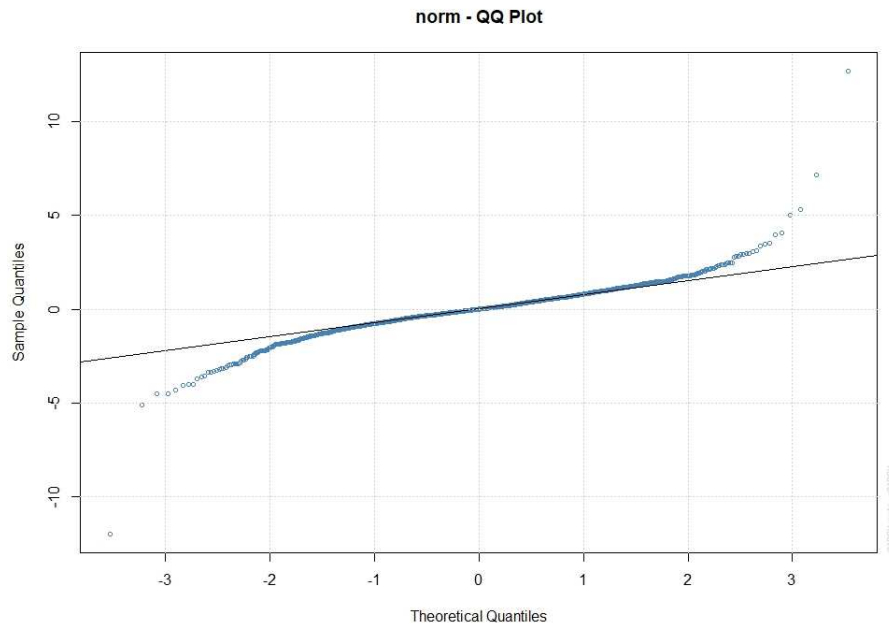


FIGURE 2.2 – QQ plot des rendements de FB

### Évolution de la volatilité des rendements de AMZN :

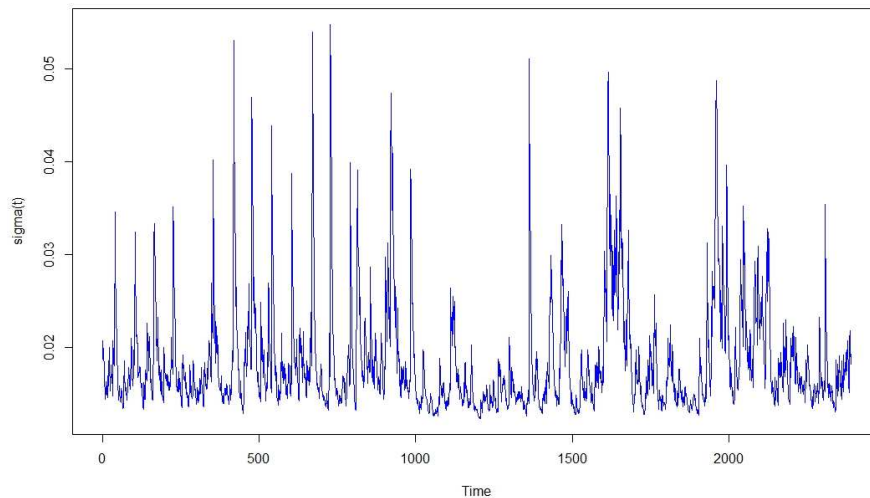


FIGURE 2.3 – Volatilité des rendements de AMZN

En regardant l'évolution de la volatilité des rendements des deux séries sur les figures (fig 2.3) et (fig 2.4), on constate de fortes fluctuations. En effet le graphique (fig 2.3) montre que la série AMZN présente des creux et des pics tout au long de la période. Cependant nous constatons que les pics sont plus persistants que les creux. Ces variations sont dues aux conséquences liées aux

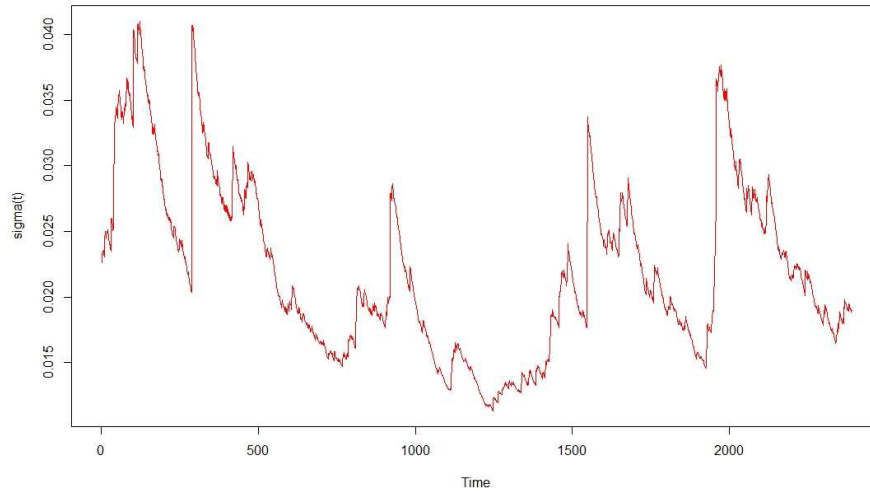


FIGURE 2.4 – Volatilité des rendements de FB

conséquences de la crise économique et financière de 2012 à laquelle elle a fait face depuis cette période.

Sur le graphique (fig 2.4) dont on a l'évolution des variations de la série FB, on constate également des fluctuations. Cette série présente plus de pics comparé à ce qu'on a obtenu sur le graphique (fig 2.3) de AMZN.

Lorsqu'on regarde graphiquement l'impact de la volatilité, il en ressort que l'effet de la dernière période des rendements des résidus sur la volatilité en  $t$  est symétrique pour toutes les deux séries.

On estimera dorénavant les modèles GARCH (1,1) avec asymétrie pour voir comment se comportent les paramètres.

## Chapitre 3

# Estimation des modèles asymétriques : GARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) et APARCH(1,1,1)

### 3.1 Modèles asymétriques

Dans le modèle GARCH (1,1) précédemment étudié, nous avons vu que la réponse de la volatilité future aux variations des prix est déterminée uniquement par l'ampleur de ces dernières et non leur signe. Dans cette section, on étend ces spécifications en incorporant de l'asymétrie dans la réponse de la volatilité aux variations des prix. Le tableau (*TABLE 2.5*) contient les résultats des coefficients estimés par maximum de vraisemblance des modèles **EGARCH (1,1)**, **GJR-GARCH (1,1)** et **APARCH (1,1,1)**.

#### Estimations des modèles de AMZN :

(TABLE 3.1) : Estimations des modèles de la série financière AMZN

Models	mu	omega	alpha1	beta1	gamma1	delta
GARCH(1,1)	0.001716	0.000037	0.161529	0.747465		
EGARCH(1,1)	0.001527	-0.620899	-0.085568	0.920823	0.231472	
GJR-GARCH(1,1)	0.001492	0.000037	0.102809	0.751464	0.110253	
APARCH(1,1)	0.00155	0.001314	0.127207	0.836107	0.393243	1

TABLE 3.1 – Estimation des modèles pour la série AMZN

(TABLE 3.2) : Comparaisons des modèles de la série financières AMZN

**NB :** Le meilleur modèle est celui qui minimise au mieux ses critères d'information. (C'est celui qui minimise au mieux les AIC, BIC etc.)

Information Criteria	Akaike	Bayes	Shibata	Hannan-Quinn
GARCH(1,1)	-5.224854	-5.215182	-5.224859	-5.221334
EGARCH(1,1)	-5.2422	-5.2301	-5.2422	-5.2378
GJRGARCH(1,1)	-5.2277	-5.2156	-5.2277	-5.2233
APARCH(1,1)	-5.2467	-5.2346	-5.2467	-5.2423

TABLE 3.2 – Critères d'information des modèles de la série AMZN

Nous constatons que la table de critère d'information ne contient que des valeurs négatives. Ainsi dans cette situation, le meilleur modèle sera celui qui aura en *valeur absolue* les plus grandes valeurs des critères. Après comparaison, nous obtenons comme meilleurs modèles EGARCH(1,1) et APARCH(1,1) (fig 3.1).

Après analyse de la comparaison des modèles à travers leurs critères d'information pour les rendements de nos 2 séries, il convient de retenir le modèle APARCH(1,1,1) puisqu'il renferme les critères d'informations les plus petits. Il y a donc une forte persistance dans les volatilités.

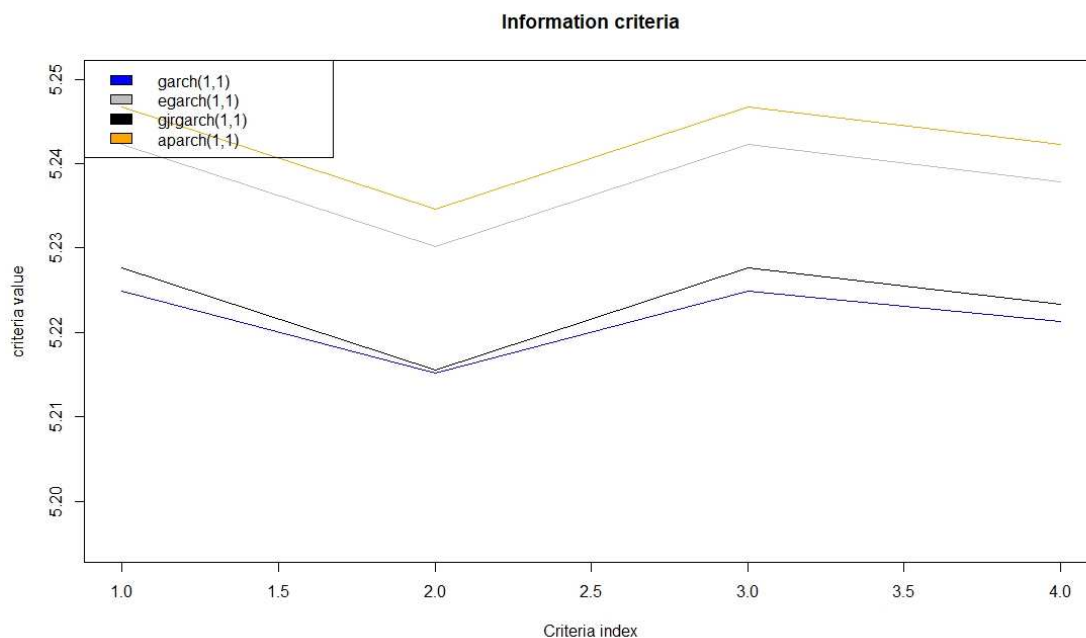


FIGURE 3.1 – Représentation des critères d'information des 4 modèles de AMZN

**NB :** le *Criteria Index* représente le critère utilisé pour mesurer la qualité du modèle : 1 : " Akaike " ; 2 : " Bayes " ; 3 : " Shibata " ; 4 : " Hannan-Quinn "

### **Estimations des modèles de FB :**

(TABLE 3.3) : Estimations des modèles de la série financière FB

Models	mu	omega	alpha1	beta1	gamma1	delta
GARCH(1,1)	0.000969	0.000001	0.01865	0.979392		
EGARCH(1,1)	0.00059	-0.027524	-0.029745	0.995668	0.052046	
GJRGARCH(1,1)	0.000933	0.000001	0.003456	0.983119	0.024847	
APARCH(1,1)	0.000552	0.000106	0.032687	0.97292	0.484248	1

TABLE 3.3 – Estimation des modèles pour la série FB

(TABLE 3.4) : Comparaisons des modèles de la série financières FB

Information Criteria	Akaike	Bayes	Shibata	Hannan-Quinn
GARCH(1,1)	-4.8613	-4.8516	-4.8613	-4.8578
EGARCH(1,1)	-4.8932	-4.8811	-4.8932	-4.8888
GJRGARCH(1,1)	-4.8763	-4.8642	-4.8763	-4.8719
APARCH(1,1)	-4.885	-4.873	-4.885	-4.8806

TABLE 3.4 – Critères d'informations des modèles de la série FB

Ici aussi, nous constatons que la table de critère d'information ne contient que des valeurs négatives. Afin de trouver le meilleur nous procédons de la même manière que pour la série AMZN. Par la suite sur la figure (*fig 3.2*), il en découle que les meilleurs modèles sont : EGARCH(1,1) et APARCH(1,1).

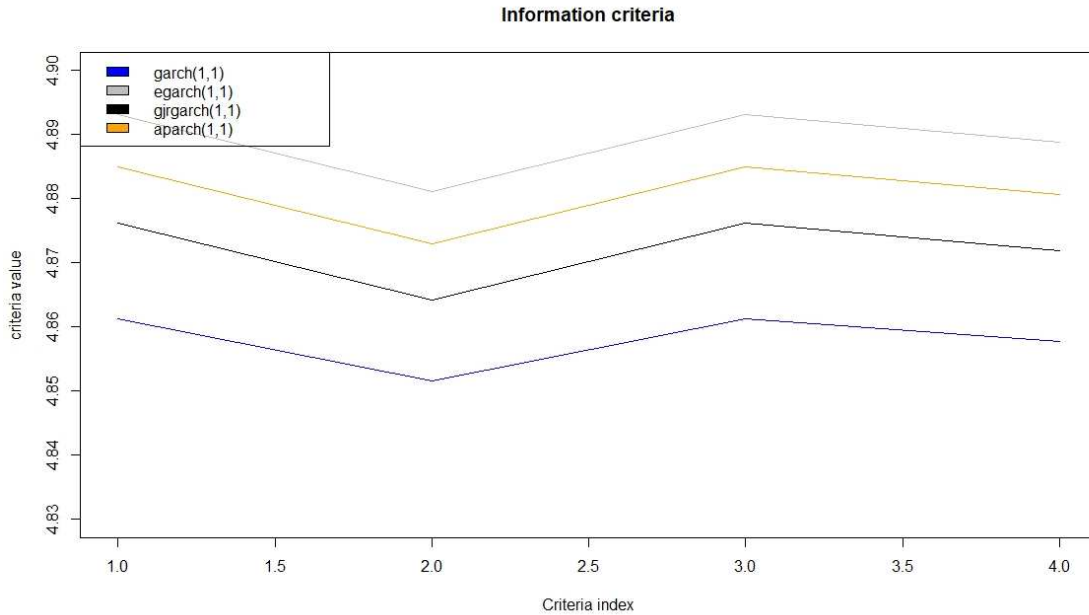


FIGURE 3.2 – Représentation des critères d'information des 4 modèles de FB

### Résumé général :

1°) Suivant le modèle **EGARCH (1,1)**, les valeurs de "alpha1" sont négatives pour toutes les deux séries. Cela met en évidence l'existence de l'asymétrie. "alpha1" a un effet négatif sur  $\sigma_t^2$ ; puisqu'il est multiplié par  $\epsilon_{t-1}^2$ . Autrement dit, un "alpha1" faible signifie que la volatilité décroît car un choc en t-1 a une incidence sur la volatilité d'aujourd'hui.

Si on compare les deux séries, la valeur de "alpha1" de AMZN est plus grande que celle de FB. On peut donc dire qu'un choc d'hier affecte beaucoup plus la volatilité de AMZN aujourd'hui que celle de FB. En plus, nous avons des valeurs de "beta1" très proches de 1 mais avec des valeurs de "alpha" négatives.

On a des persistance fortement réduites. Dans le GJR-GARCH (1,1), on constate que les paramètres "alpha1", "beta1" et "gamma1" sont fortement significatifs tandis que "mu" et "omega" ne le sont pas. Ensuite, on a un coefficient estimé "gamma1" positif pour les 2 séries, cela nous informe de la présence de l'asymétrie.

Cela veut dire que le rendement positif fait augmenter moins la variance qu'un rendement négatif. On a des valeurs de "beta1" très proches de 1, cela veut dire qu'il y a de la persistance dans les volatilités de nos séries. On constate que la valeur de "beta1" de FB est plus grande que celle de AMZN. Cela veut dire que la volatilité est plus persistante dans l'indice boursier de FB que celle de AMZN.

2°) Dans le modèle **APARCH (1,1)**, on constate l'apparition d'un nouveau paramètre "delta". En plus, les coefficients estimés sont tous fortement significatifs sauf "mu" et "omega". Ensuite, on a des valeurs de "gamma1" positives, cela prouve qu'il y a de l'asymétrie dans les deux séries. Les "beta1" estimés montrent qu'il y a énormément de persistance dans les volatilités. On a plus

de persistance dans les volatilités de FB que celles de AMZN. Enfin, on remarque des valeurs de "alpha1" plus importantes que dans les deux autres modèles.

On peut dire que la volatilité s'accroît plus vite dans ce modèle que dans les autres. Lorsqu'on s'intéresse aux courbes expliquant l'asymétrie de nos différents modèles **GARCH (1,1)** estimés. On observe dans le modèle GARCH (1,1), un effet symétrique pour les deux séries. Par contre, l'effet devient asymétrique pour les deux autres graphiques. Dans le modèle **EGARCH (1,1)**, on constate que l'effet n'augmente pas du tout les volatilités quand on est dans la partie positive t-1. On peut voir clairement à partir de  $\epsilon_{t+1}^2$ , l'effet commence à diminuer avant de se stabiliser dans la partie positive.

3°) Quant au modèle **GJR-GARCH (1,1)**, la quadratique n'est pas la même selon qu'on est dans la partie positive ou négative. Si on a un rendement positif, on a certes un effet sur la volatilité mais cet effet sera beaucoup plus élevé quand le rendement est négatif.

On peut également s'intéresser sur les critères d'information obtenus par l'estimation du maximum de vraisemblance. Les tableaux (*TABLE 3.2*) et (*TABLE 3.4*) indiquent les critères d'information des modèles GARCH (1,1), EGARCH (1,1), GJR-GARCH (1,1) et APARCH (1,1,1) pour nos trois séries respectives.

## 3.2 Estimation APARCH (1,1) avec les distributions (Gaussienne, Student et SkewedStudent)

On estime un APARCH (1,1,1) avec différentes distributions, le tableau (*TABLE 3.5*) : donne le résultat des coefficients estimés par les distributions normales, student et skewed.

(*TABLE 3.4*) : Comparaisons des modèles de séries financières AMZN et FB

Avec la distribution de student, on a un nouveau paramètre estimé "shape". Il donne le nombre de degré de liberté de la distribution.

On a un "shape" pour AMZN égale à 4.27338, une valeur très faible. Cela veut dire que les rendements des résidus sont fortement non normaux. Le degré de liberté de AMZN est très fortement significatif avec une  $p < 0.05$ , on peut dire que le modèle est bien spécifié par la distribution de student.

FB a également un "shape" (4.018856) très faible. Nous avons des valeurs de « beta1 » très proches de 1, il y a ainsi donc beaucoup de mémoire dans les volatilités. En comparant ces valeurs à celle de la distribution normale, on constate que la persistance est un peu plus forte dans les distributions de student.

De plus, nous avons presque les mêmes valeurs des coefficients "shape" que dans la distribution student. On constate que les volatilités dans la distribution skew-t sont plus persistantes que dans la distribution de student. Nous pourrions être plus intéressés par ce modèle pour les processus.

**Estimation APARCH (1,1,1) suivant les distributions séries mu omega alpha1 beta1 shape**

Normal	Séries	mu	omega	alpha1	beta1	shape
	AMZN	0.00155	0.001314	0.127207	0.836107	
	FB	0.000552	0.000106	0.032687	0.97292	
Student	AMZN	0.001176	0.001036	0.123638	0.853395	4.273383
	FB	0.001013	0.00023	0.076696	0.934408	4.210018

TABLE 3.5 – Estimation APARCH (1,1,1) suivant les distributions séries mu omega alpha1 beta1 shape



# Chapitre 4

## Prévisions des rendements des séries AMZN et FB

### 4.1 Prédictions des modèles asymétriques EGARCH et APARCH

Dans cette partie, nous présentons graphiquement les volatilités prédites du processus APARCH (1,1,1). Ensuite on essayera de voir les prédictions de la VaR du modèle APARCH (1,1,1).

#### 4.1.1 Prédiction du modèle EGARCH(1,1) et APARCH(1,1) sur des rendements des séries

**Prévisions de la série AMZN :** Le graphique (*fig 4.1*) est un graphique de prévision avec la racine carrée inconditionnelle de la variance. Et la ligne bleue représente la série AMZN des retours réels et la ligne rouge, la prévision.

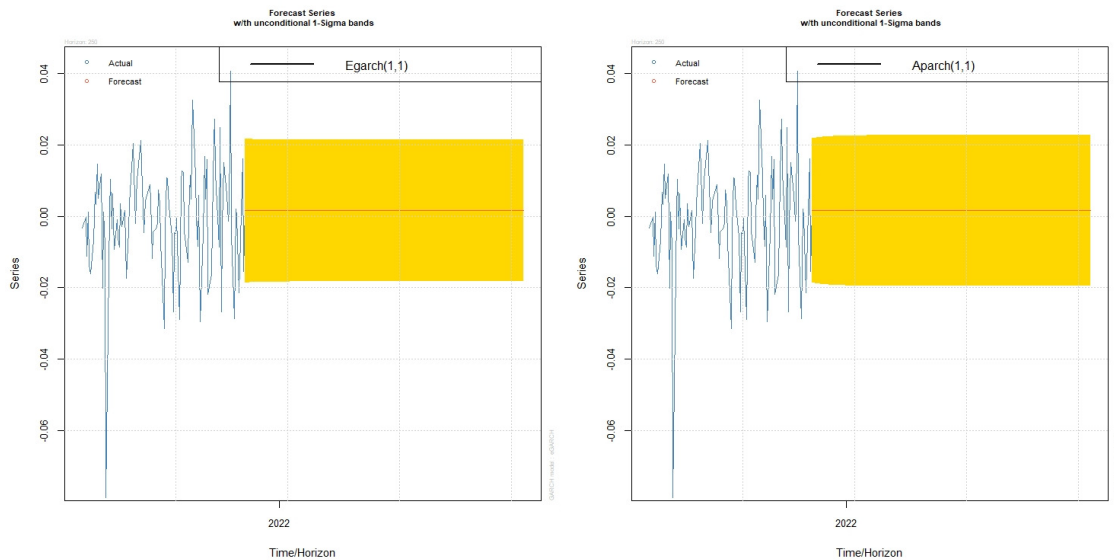


FIGURE 4.1 – Prévision de la série AMZN par les modèles Egarch et Aparch

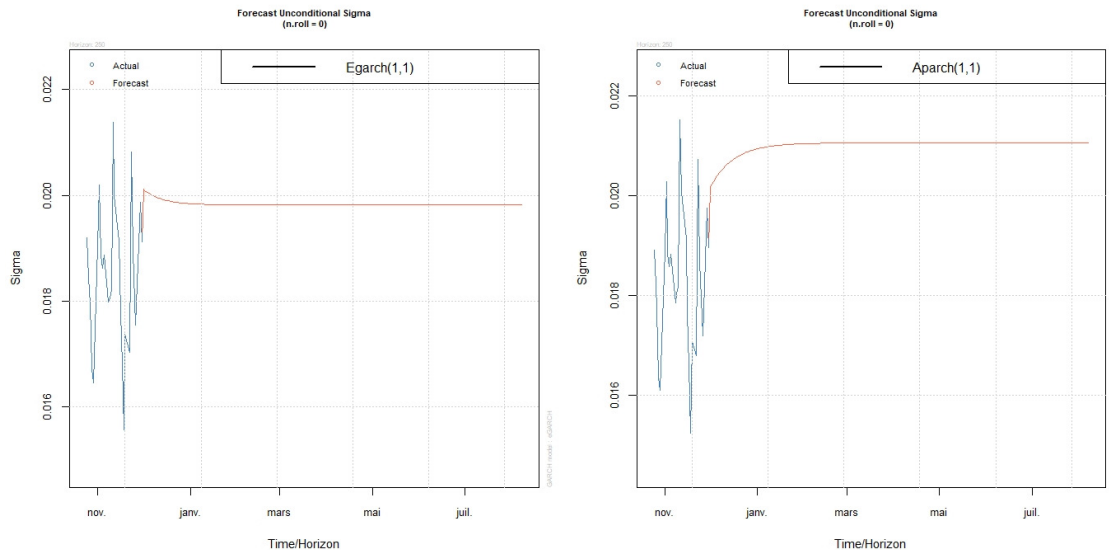


FIGURE 4.2 – Prévisions de volatilités inconditionnelles avec bandes pour AMZN

En regardant attentivement la figure (*fig 4.2*), la ligne bleue représente le tracé des séries de retours réels et la ligne rouge indique la racine carrée de la variance inconditionnelle et nous pouvons observer à partir du graphique de prévision qu'il y a une augmentation continue de la variance inconditionnelle.

**Prévisions de la série FB :** Du graphique (*fig 4.1*) au graphique (*fig 4.4*), montrent les prédictions de nos 2 séries à l'horizon 100, nous avons les dernières observations en bleu et les prédictions en rouge. Nous avons représenté les prédictions avec les modèles APARCH (1,1) et EGARCH(1,1) pour les deux séries respectives que sont AMZN et FB.

On observe que l'intervalle qui incorpore les prédictions est un peu moins large que les volatilités de nos séries. Lorsqu'on observe bien les graphiques à droite, on est en dessous pour de la volatilité à long terme pour AMZN, le modèle prédit qu'on va revenir petit à petit vers la volatilité à long terme. La volatilité prédite pour la série FB est beaucoup plus importante que celle de AMZN.

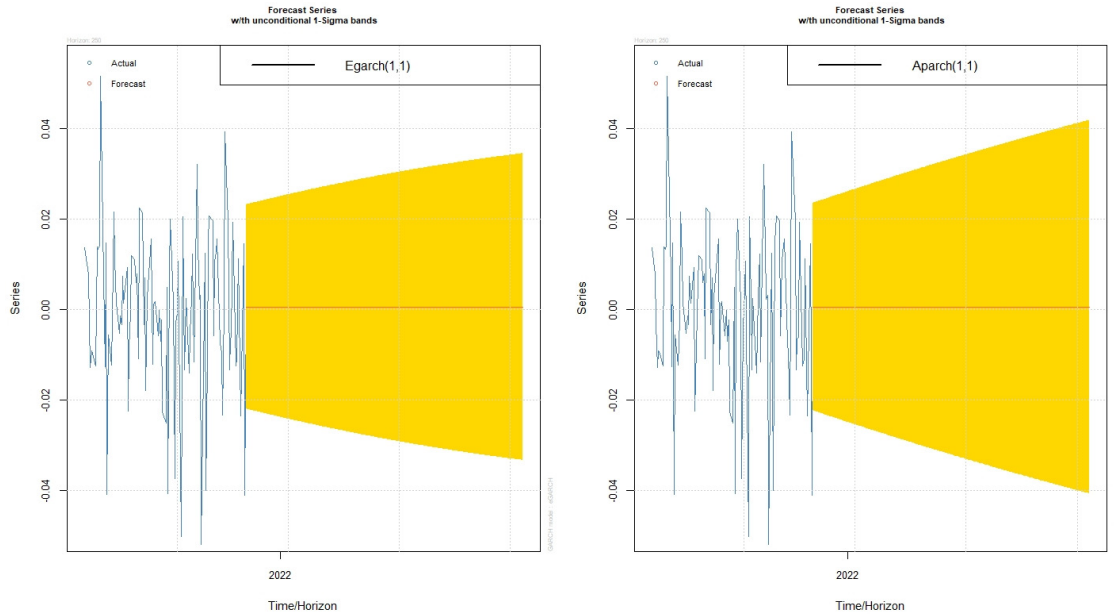


FIGURE 4.3 – Prévision de la série AMZN par les modèles Egarch et Aparch

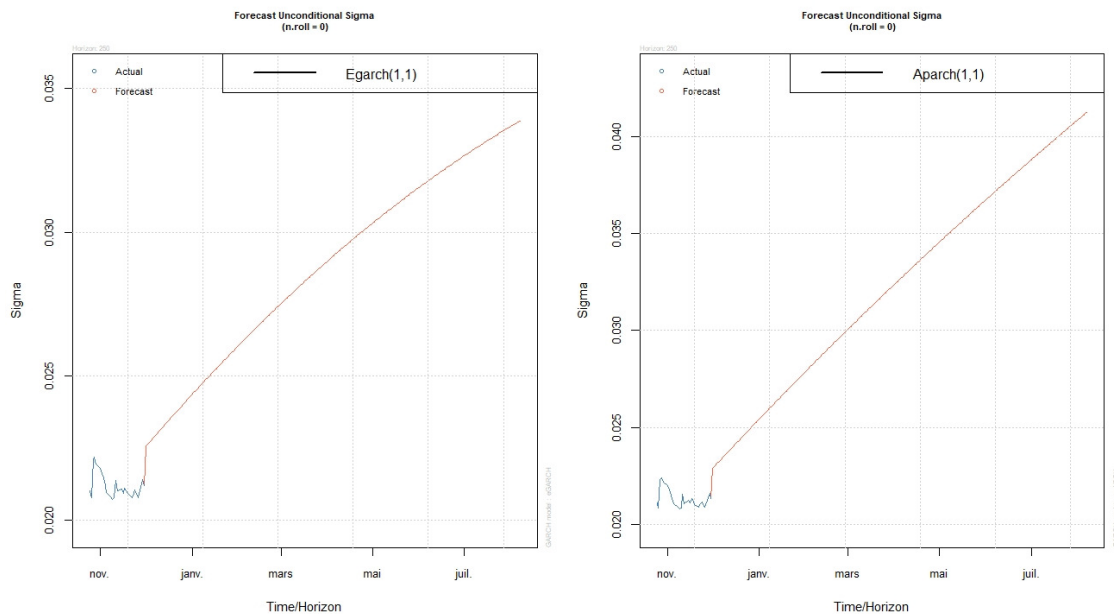


FIGURE 4.4 – Prévisions de volatilités inconditionnelles avec bandes FB

### 4.1.2 La Valeur à risque (VaR)

**VaR** - La valeur à risque ou *Value-at-risk* est une mesure du risque de perte des investissements. Il estime combien un ensemble d'investissements pourrait perdre (avec une probabilité donnée), dans des conditions normales de marché, au cours d'une période de temps définie telle qu'une journée. La VaR est généralement utilisée par les entreprises et les régulateurs du secteur financier pour

évaluer le montant des actifs nécessaires pour couvrir les pertes éventuelles.

La *Value-at-risk* a été introduite par la banque **JP Morgan** dans les années 1990 grâce à son système de mesure de risque *Risk Metrics*. La *Value-at-risk* est basée sur des probabilités qui reflètent un intervalle de confiance qui est sélectionné par l'utilisateur à l'avance et mesure la volatilité des prix des actifs d'une entreprise, plus la volatilité est forte et plus la probabilité de la perte est élevée. De manière plus simple, cet indicateur peut être défini comme le maximum de perte qui peut arriver.

Jusqu'alors les méthodes utilisées pour détecter et gérer les risques de marché ne permettaient pas de comparer les mesures de risque entre les différentes activités de marché. L'accroissement de la volatilité des marchés et les séries de faillites et de krachs boursiers ont poussé les institutions financières à mettre en place un indicateur commun et synthétique des risques financiers.

Selon (Engle et Manganelli, 2001),

*"De façon générale, la Value-at-risk est définie comme la perte maximale potentielle qui ne devrait être atteinte qu'avec une probabilité donnée sur un horizon temporel t donné".*

C'est pourquoi la VaR est rapidement devenue un *indicateur* très largement utilisé en gestion des risques puisqu'elle va déterminer si un horizon défini, quelles pertes maximales un actif financier peut subir pour un intervalle de confiance donné (généralement 99% ou 95%).

La *Value-at-risk* possède une relation de dépendance avec le niveau de confiance, la distribution des pertes et profits du portefeuille valable pour la période et la période de détention de l'actif.

Dans le calcul du VaR, la méthodologie est variée, on peut par exemple l'obtenir en traitant les hypothèses de corrélation (*variance-covariance*) ou encore utiliser la méthode de simulation historique qui est plus simple que la précédente.

Afin de calculer la *Value-at-risk* on peut calculer le  $\alpha\%$  de la distribution de perte et profit valable sur la période de détention de l'actif :

$VaR(\alpha = (1/F) * \alpha$  , avec **F** la fonction de répartition associée à la distribution de perte et profit.

Ainsi, dans la suite de notre analyse, nous allons émettre l'hypothèse que la VaR prend une valeur négative.

Si nous prenons l'exemple de distribution normale, on affiche alors une *Value-at-risk* pour un niveau de confiance de 95% ( $\alpha = 5\%$ ) égale à *1.645*. Cela signifie qu'il y a 95% de chances que la perte associée à la détention de l'actif n'excède pas *1.645*. Pour un niveau de confiance de 99% ( $\alpha = 1\%$ ), la VaR est égale à *-2.326*.

Dans le cas de nos indices boursiers, nous allons dans un premier temps modéliser avec un GARCH (1,1) la VaR de la série de AMZN puis celle FB.

..

# Conclusion

Dans ce rapport d'études nous avons pour ambition d'estimer les deux séries financières AMZN (Amazon) et FB (Facebook ou Meta) par des modèles univariés et de faire des prévisions de ces dernières.

Après analyse des 2 séries, nous constatons qu'il n'est pas facile de choisir le meilleur modèle puisque tous les modèles sont certes estimés par la méthode du maximum de vraisemblance mais avec des distributions différentes.

Nous pourrions toujours tenir compte de tous ces détails pour sélectionner le bon modèle. Lorsqu'on se base sur les critères d'information, on retient le modèle APARCH (1,1) dans les modèles GARCH (1,1) asymétriques pour les séries AMZN.

Pour la série FB le modèle APARCH(1,1) minimise aussi les critères d'information en revanche en termes de minimisation des erreurs de prévision, EGARCH(1,1) est le mieux adapté. Par contre, quand on estime le modèle GARCH (1,1) avec différentes distributions. Le bon modèle correspond à celui dont les résidus seront fortement distribués.

# Bibliographie

- [1] <https://fr.wikipedia.org/wiki/Amazon>.
- [2] Joel Hartman et Osvald Wiklander  
. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:542029/FULLTEXT01.pdf>.
- [3] Joel Hartman et Osvald Wiklander  
. <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:542029/FULLTEXT01.pdf>.
- [4] Univariate GARCH. <https://faculty.washington.edu/ezivot/book/Ch7.garch.ssc>.
- [5] Eric Zivot :  
. <https://faculty.washington.edu/ezivot/econ589/univariateGarch2012powerpoint.pdf>.
- [6] [https://en.wikipedia.org/wiki/Value\\_at\\_risk](https://en.wikipedia.org/wiki/Value_at_risk).
- [7] [http://faculty.baruch.cuny.edu/smanzan/FINMETRICS/\\_book/measuring-financial-risk.html#value-at-risk-var](http://faculty.baruch.cuny.edu/smanzan/FINMETRICS/_book/measuring-financial-risk.html#value-at-risk-var).
- [8] [http://faculty.baruch.cuny.edu/smanzan/FINMETRICS/\\_book/volatility-models.html](http://faculty.baruch.cuny.edu/smanzan/FINMETRICS/_book/volatility-models.html).

# Annexe A

## Annexes 2

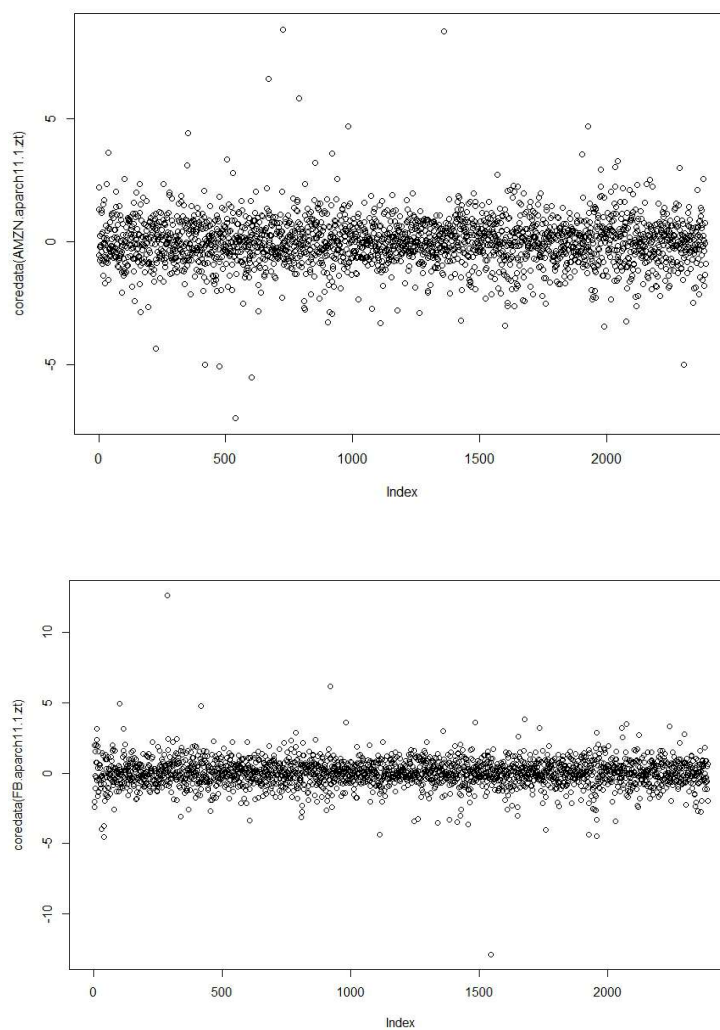


FIGURE A.1 – **Aparch 11** corrélations AMZN et FB

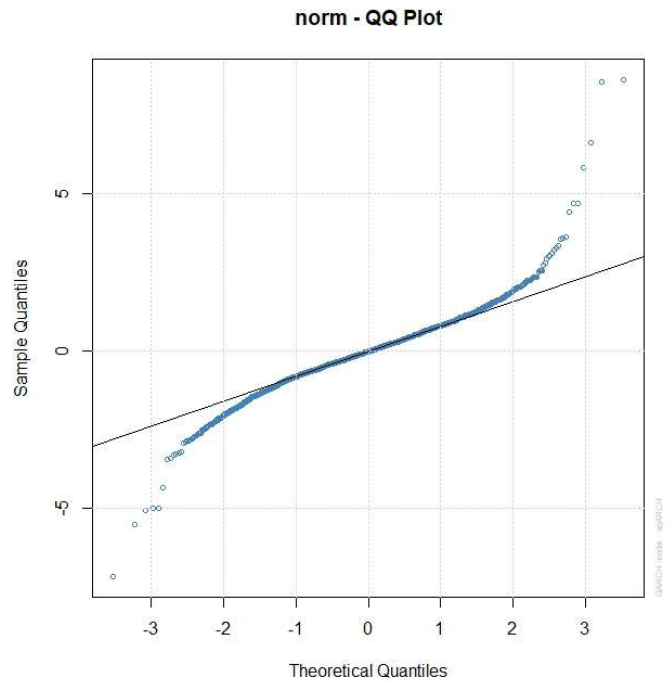
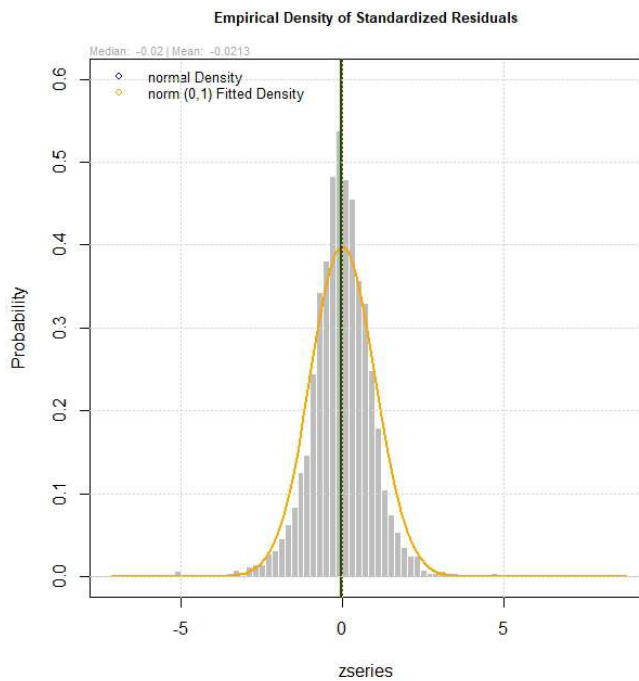


FIGURE A.2 – Aparch 11 fit AMZN

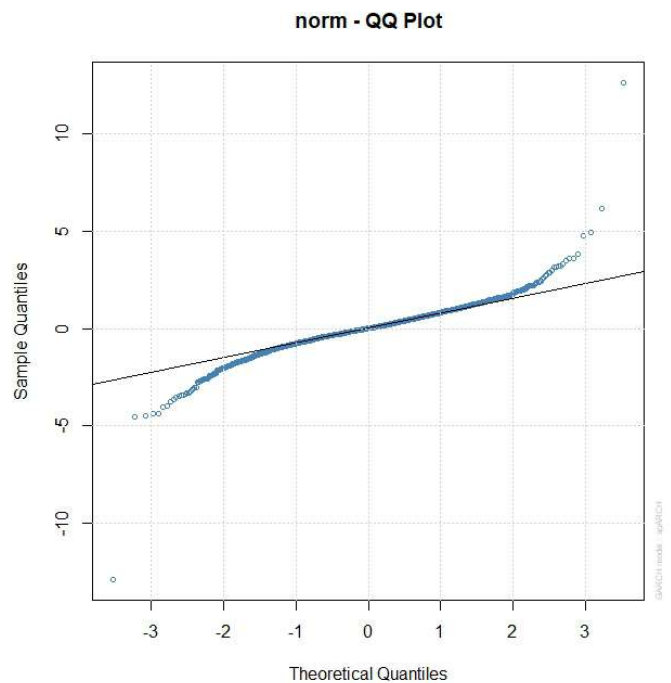
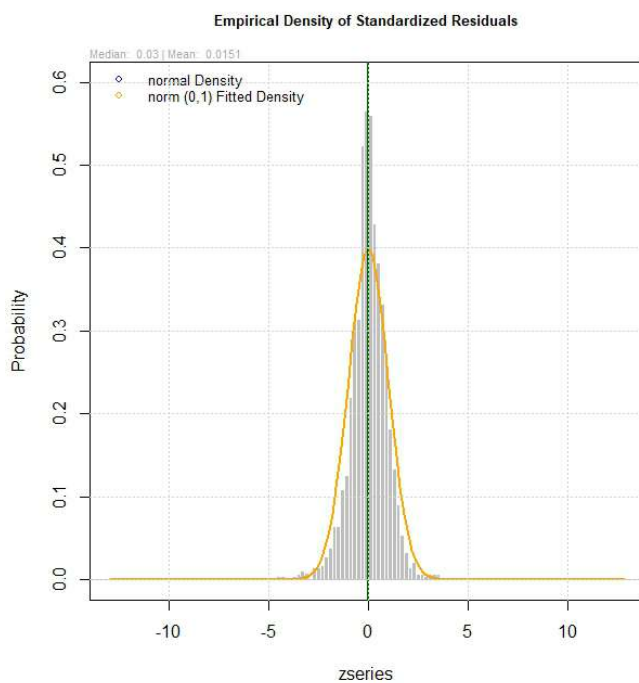


FIGURE A.3 – Aparch 11 fit FB



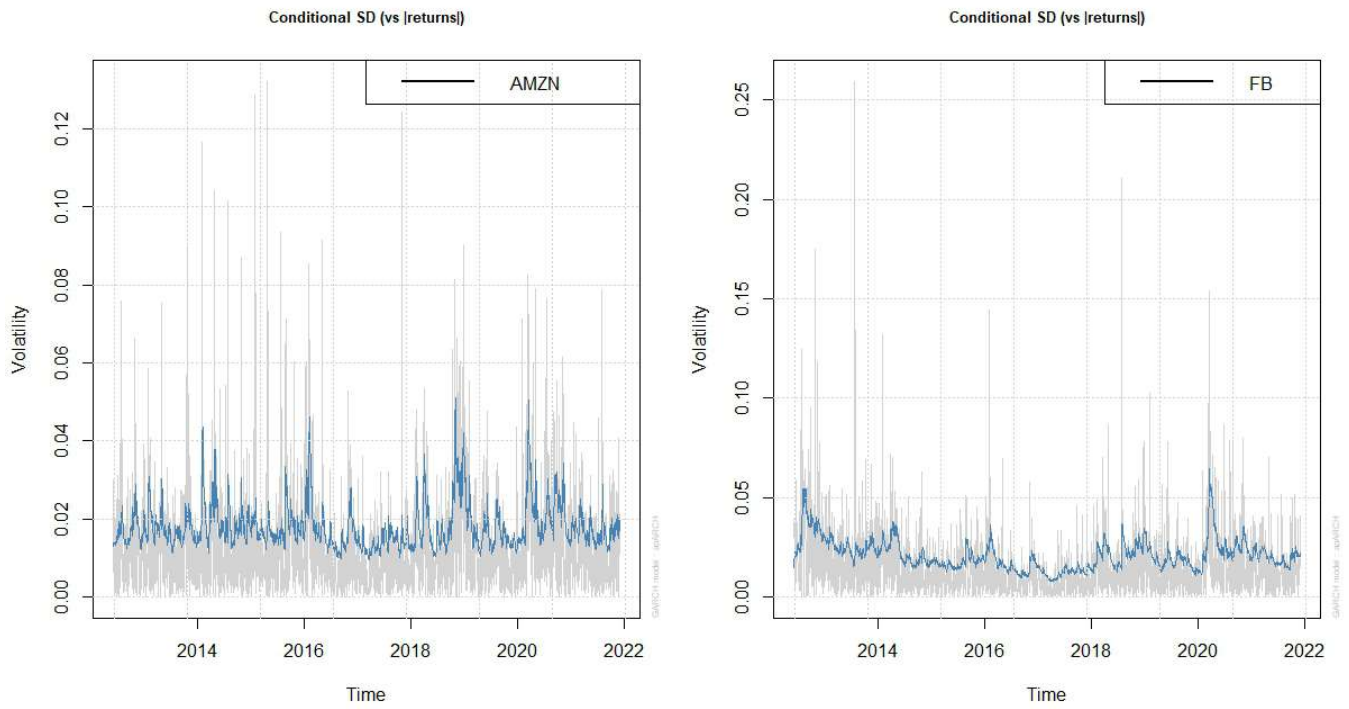


FIGURE A.4 – Aparch 11 with error AMZN et FB

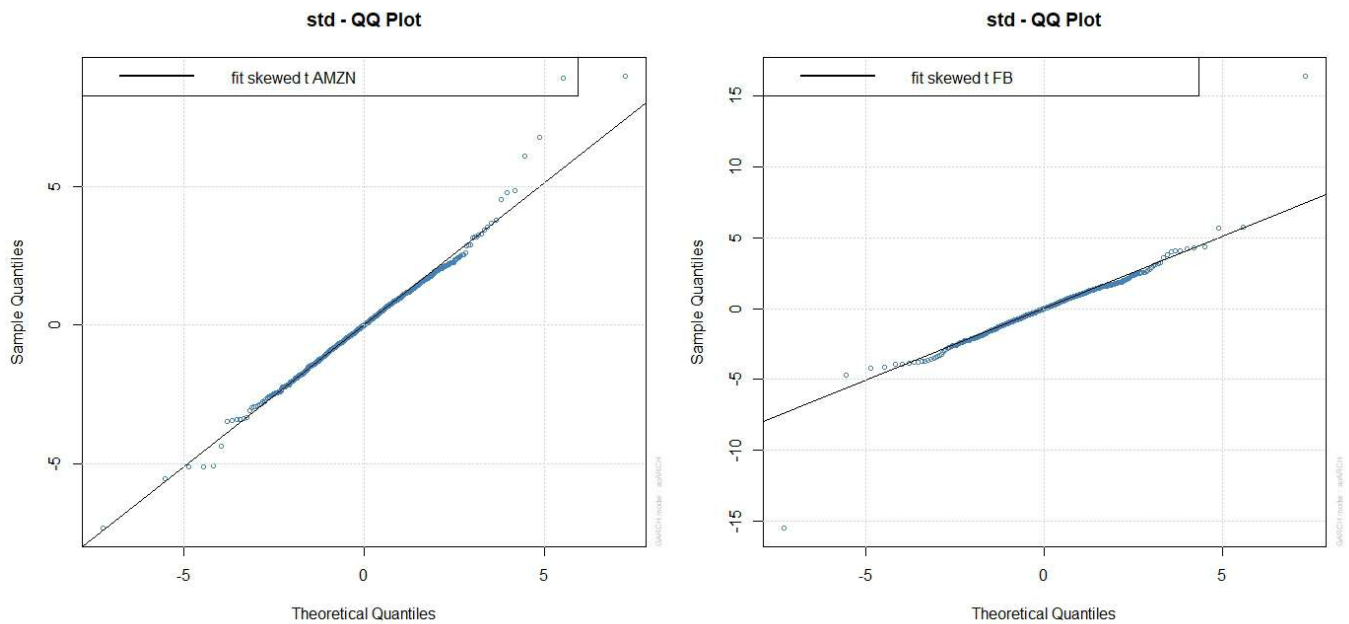


FIGURE A.5 – Aparch 11 fit skew AMZN et FB

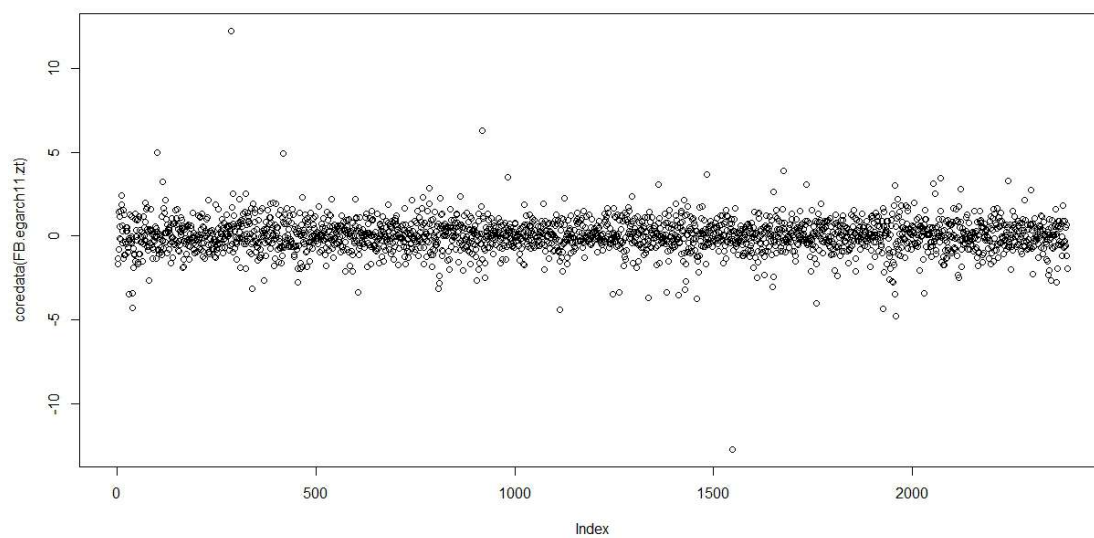
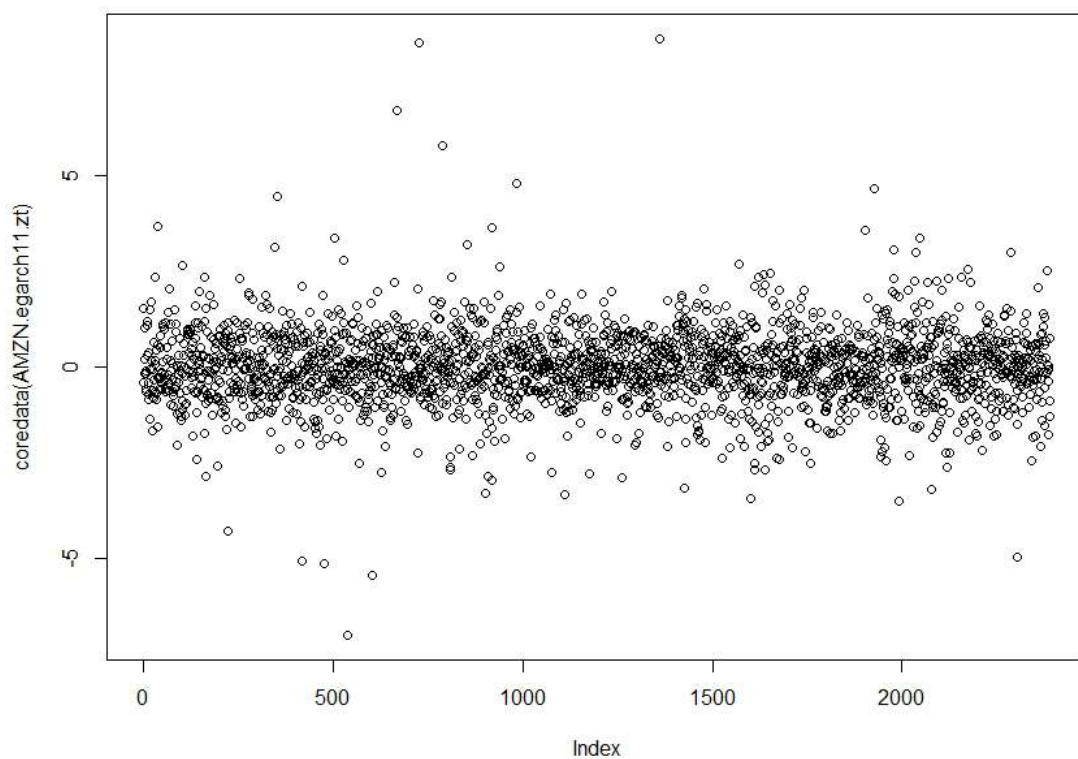


FIGURE A.6 – **Egarch 11** corrélations AMZN et FB

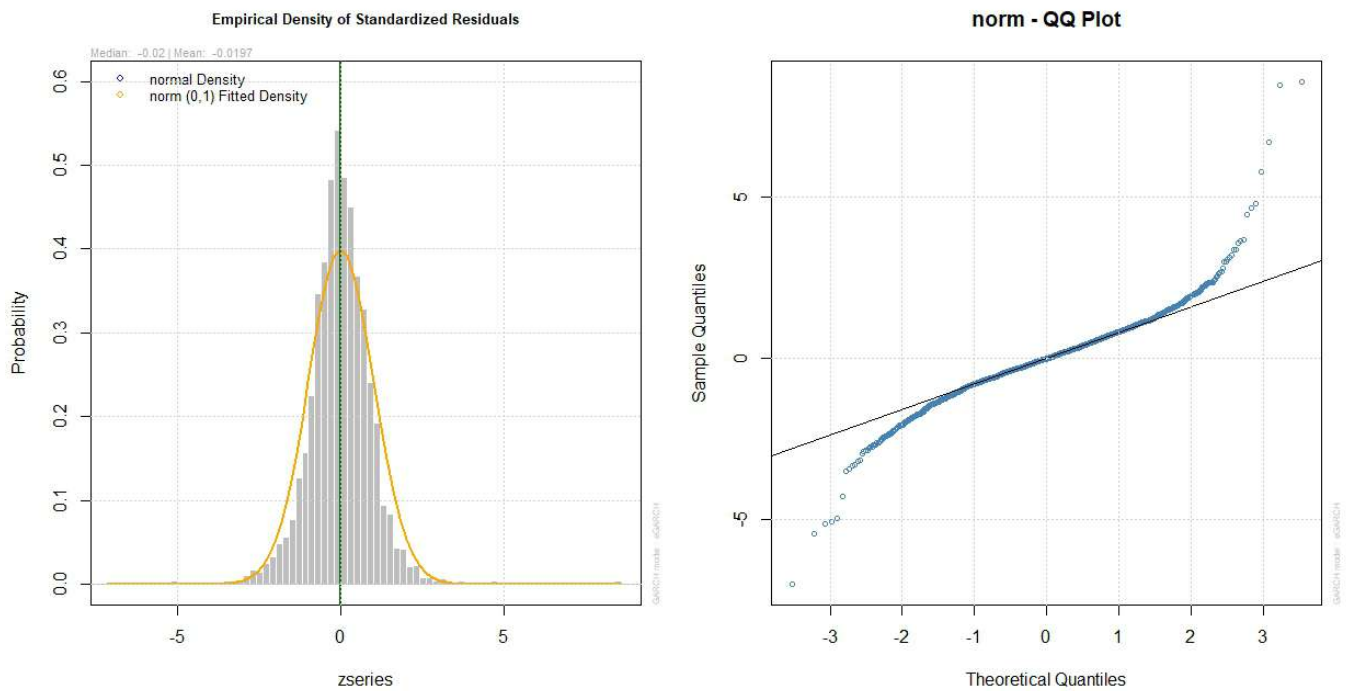


FIGURE A.7 – Egarch 11 fit AMZN

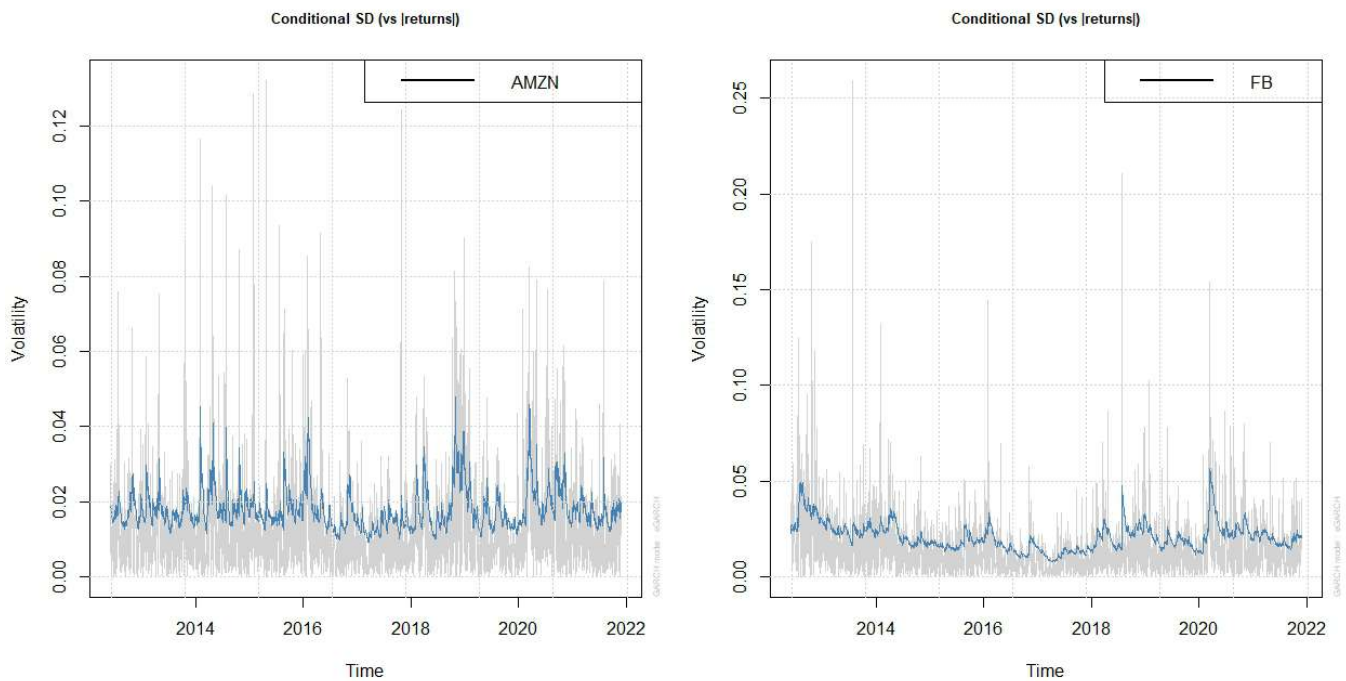


FIGURE A.8 – Egarch 11 with error AMZN et FB

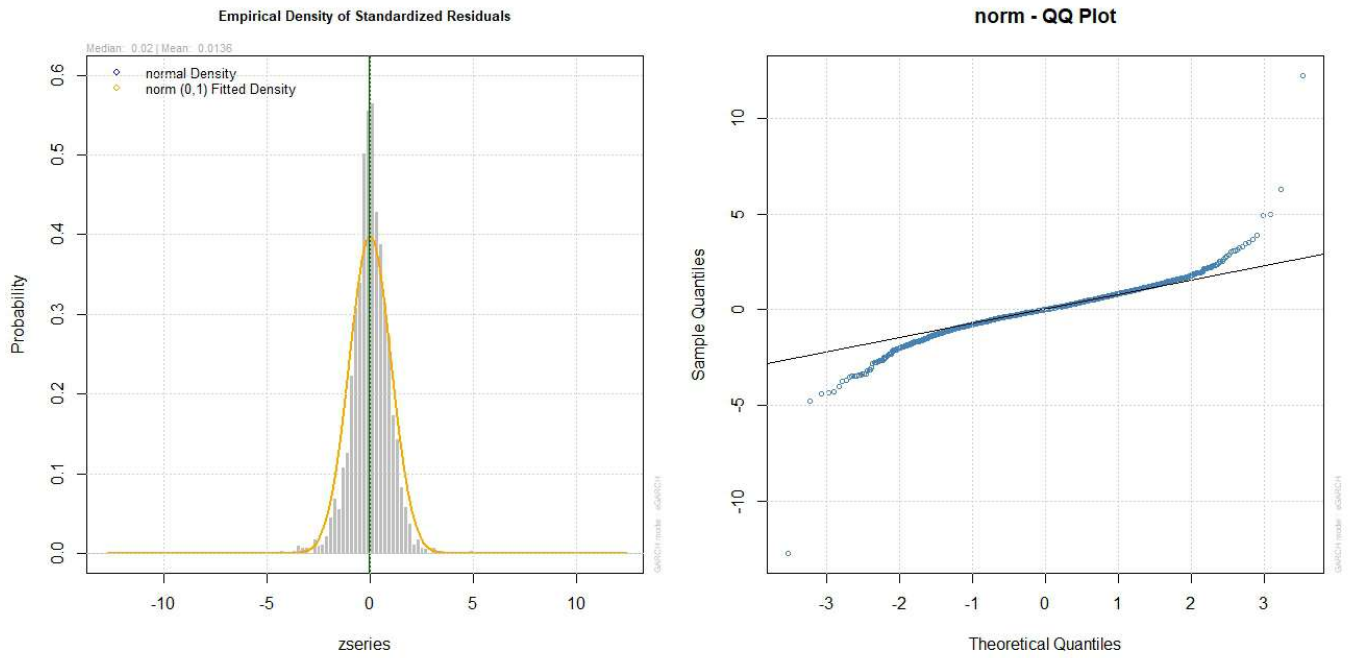


FIGURE A.9 – Egarch 11 fit FB

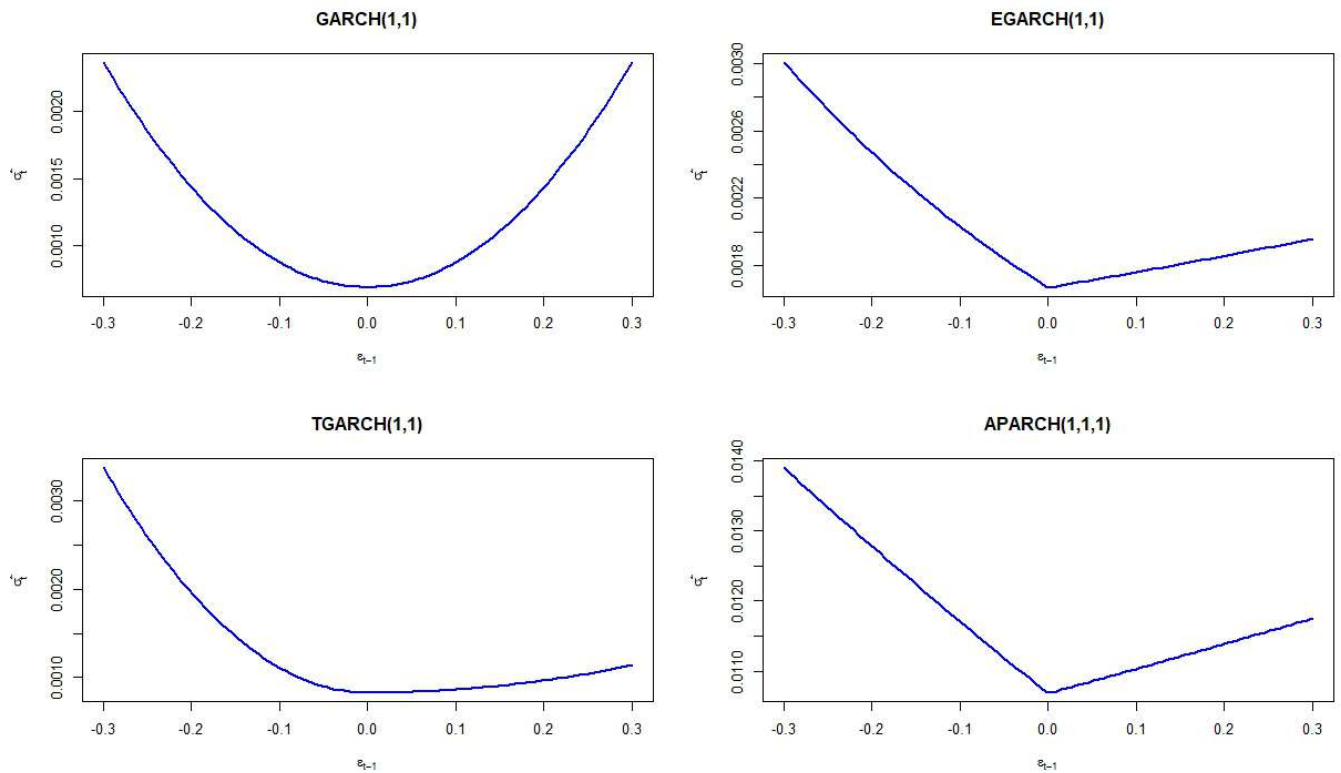


FIGURE A.10 – Garch 11 nic

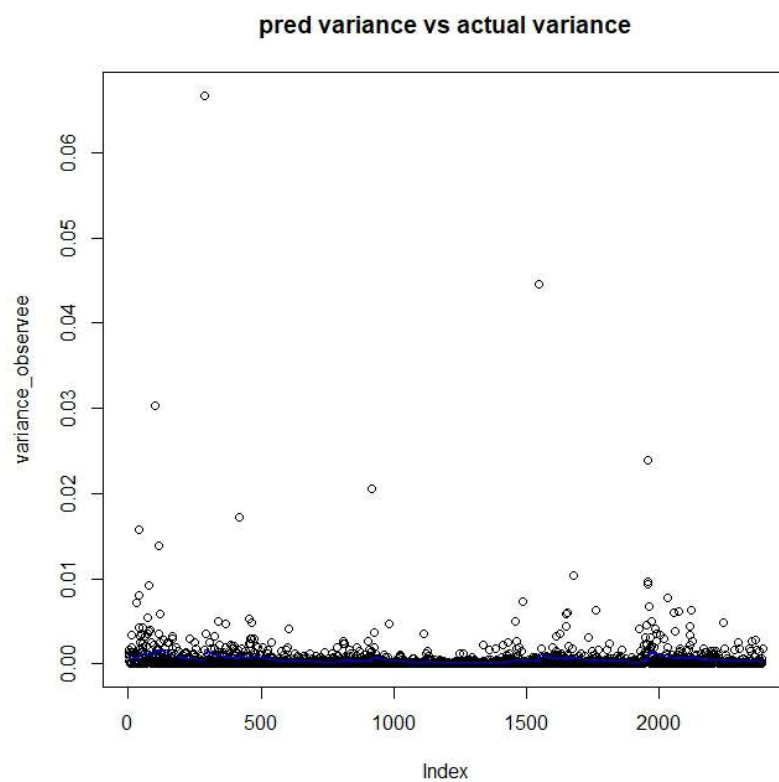
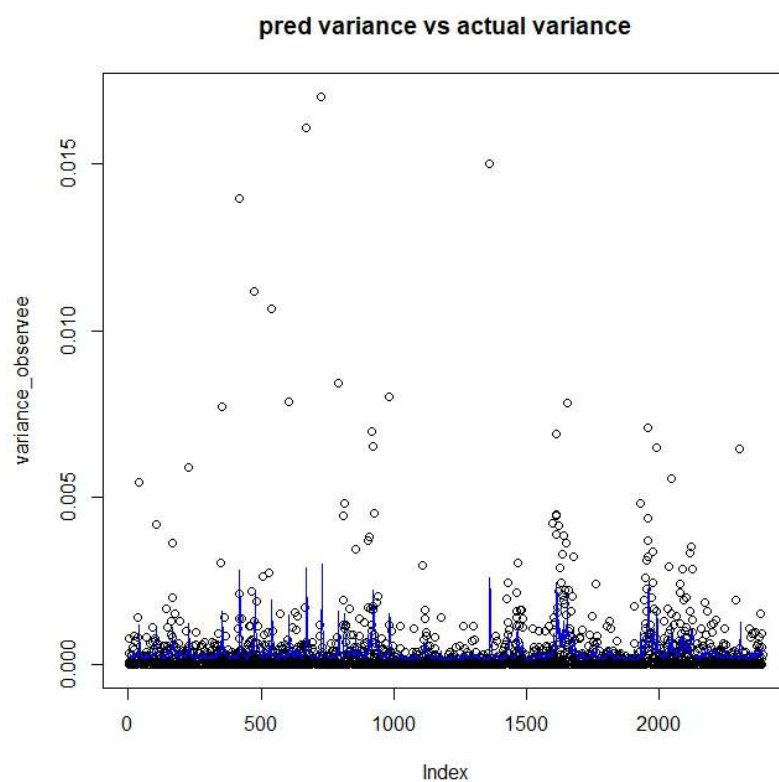


FIGURE A.11 – Garch 11 var\_AMZN (up) - Garch 11 var\_FB (down)

```

> signbias(AMZN.garch11.fit)
      t-value   prob sig
Sign Bias      2.084 0.0373 **
Negative Sign Bias  1.302 0.1929
Positive Sign Bias  0.750 0.4533
Joint Effect     4.508 0.2116
> signbias(FB.garch11.fit)
      t-value   prob sig
Sign Bias      1.2558 0.20930
Negative Sign Bias  1.9129 0.05588 *
Positive Sign Bias  0.4899 0.62423
Joint Effect     4.4436 0.21738

```

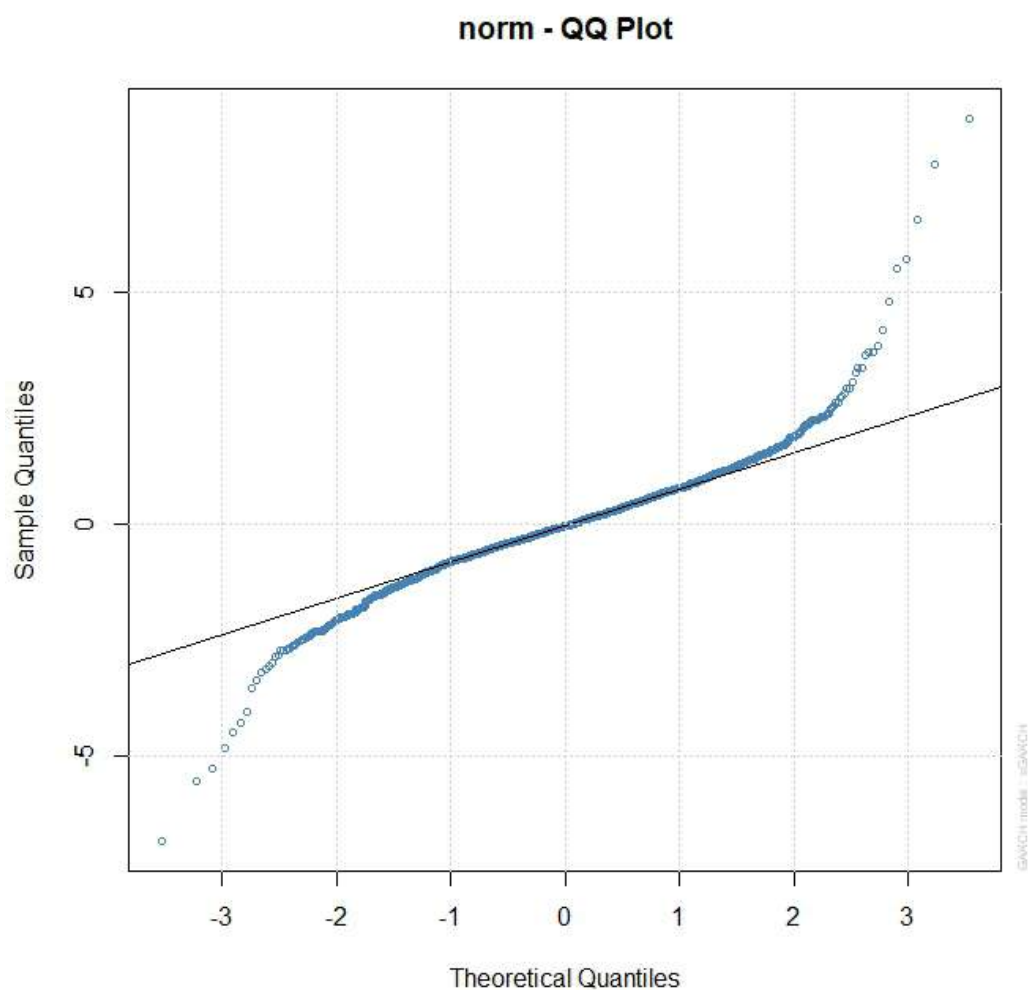


FIGURE A.12 – Garch 11 sign biai (up) - Garch 11 qqplot (down)



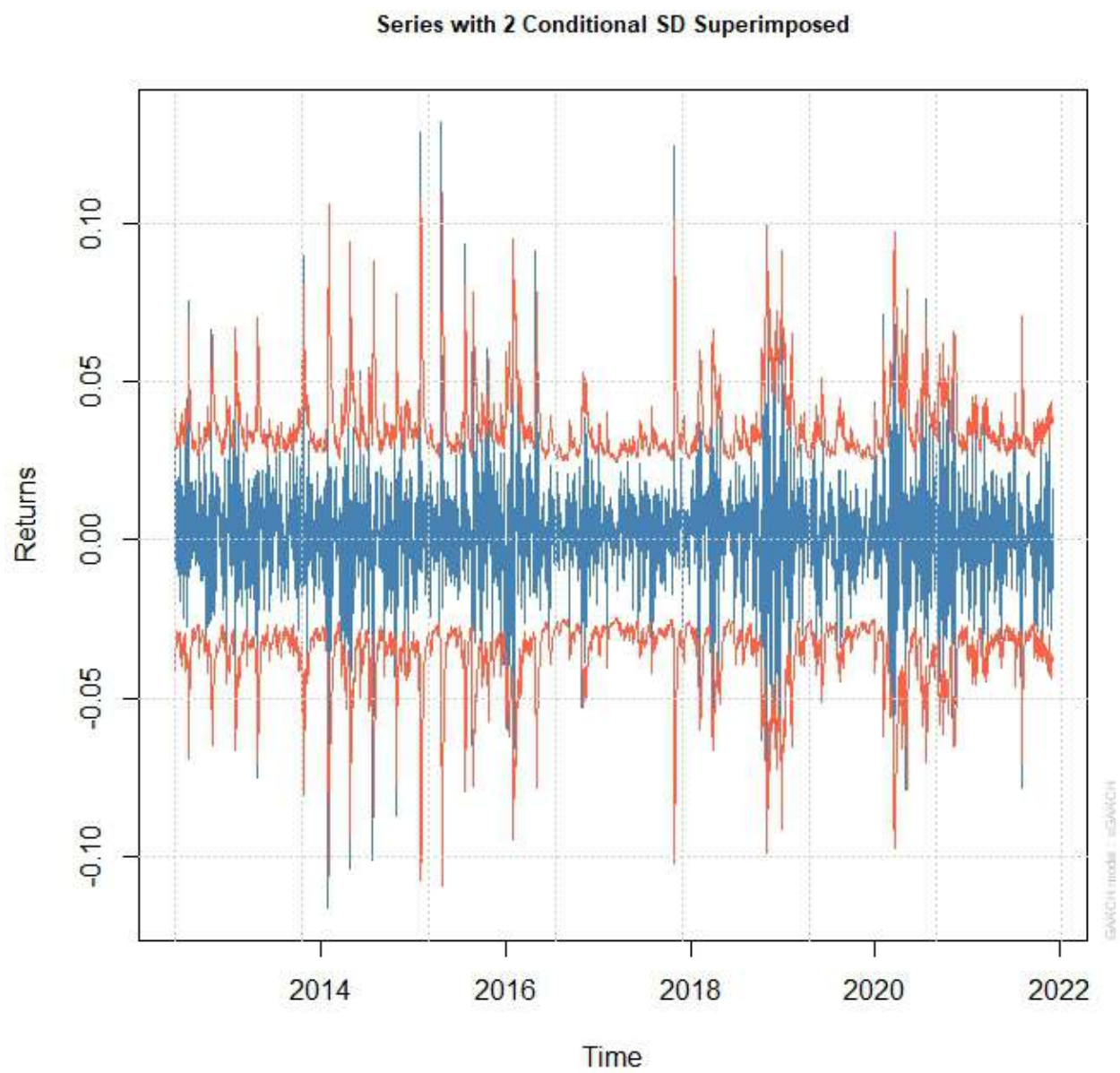


FIGURE A.13 – Garch 11

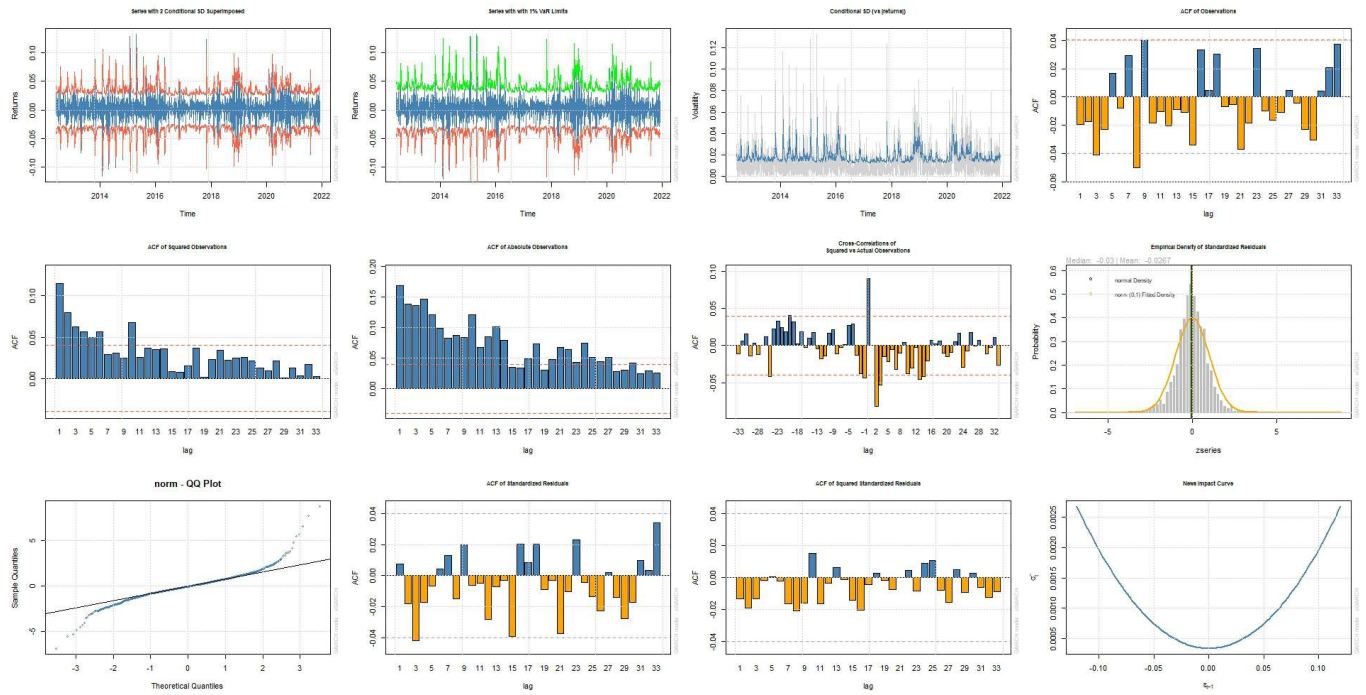


FIGURE A.14 – Garch 11 all