

Rozwiązywanie równań i układów równań nieliniowych

Metody Obliczeniowe w Nauce i Technice

Laboratorium 8

Aleksandra Smela

SPIS TREŚCI

1. Bibliografia.....	1
2. Użyte narzędzia i środowisko	2
3. Opis zadania	2
4. Sposób realizacji zadania	2
4.1. Wstęp teoretyczny.....	2
4.1.1. Metoda Newtona	2
4.1.2. Metoda siecznych	3
4.2. Przygotowanie modułu z niezbędnymi funkcjami	4
4.3. Przeprowadzone testy i objaśnienia tabel	4
4.3.2. Parametry w przeprowadzonych testach i oznaczenia.....	4
4.3.3. Oczekiwane wyniki.....	4
5. Wyniki i ich analiza.....	5
5.3. Mała dokładność – $\rho = 0.1$	5
5.4. Duża dokładność – $\rho = 1e - 15$	6
5.5. Graniczna wartość ρ	8
5.6. Dobór punktów startowych	10
5.6.1. Metoda siecznych.....	10
5.6.2. Metoda Newtona	10
5.7. Kryterium przyrostowe a kryterium wartości funkcji.....	10
5.8. Metoda Newtona a metoda siecznych.....	10

1. BIBLIOGRAFIA

- [1] Wykłady dr Katarzyny Rycerz;
- [2] pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_siecznych (wykres II);
- [3] pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_Newtona (wykres I)

2. UŻYTE NARZĘDZIA I ŚRODOWISKO

- Komputer z systemem Windows 10
- Procesor: AMD Ryzen 7 3700X 3,6GHz
- Pamięć RAM: 32 GB
- Język programowania: Python 3
- Biblioteki: pandas

3. OPIS ZADANIA

Stosując metodę Newtona oraz metodę siecznych wyznacz pierwiastki równania:

$$f(x) = x^{12} + x^{15}$$

w przedziale $[-1.2, 1]$.

Dla metody Newtona wybierz punkty startowe rozpoczynając od wartości końców przedziału i zmniejszając je o 0.1 w kolejnych eksperymentach numerycznych.

Dla metody siecznej jeden z końców przedziału stanowić powinna wartość punktu startowego dla metody Newtona, a drugi – początek, a następnie koniec przedziału.

Porównaj liczbę iteracji dla obu tych metod (dla różnych dokładności ρ), stosując jako kryterium stopu:

- $|x^{(i+1)} - x^{(i)}| < \rho$
- $|f(x^{(i)})| < \rho$

4. SPOSÓB REALIZACJI ZADANIA

4.1. Wstęp teoretyczny

Mamy daną funkcję $f(x)$ i przedział $[a, b]$ poszukiwać pierwiastka. W przedziale $[a, b]$ funkcja f spełnia warunki:

- jest określona;
- jest ciągła;
- na końcach przedziału $[a, b]$ przyjmuje różne znaki;
- jej pierwsza pochodna w przedziale $[a, b]$ jest różna od 0.

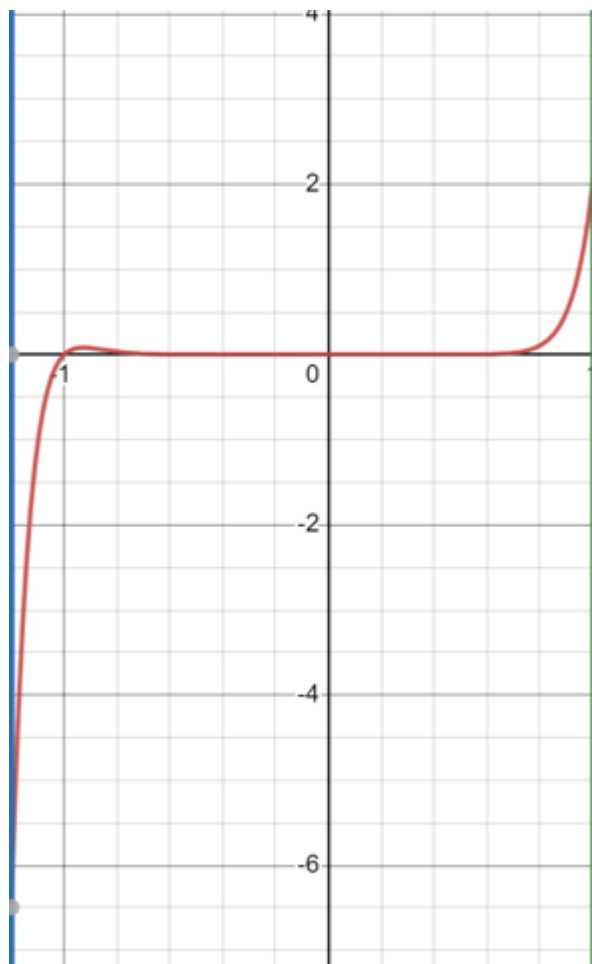
Gdy funkcja spełnia podane warunki, to istnieje pierwiastek w przedziale $[a, b]$ i można go wyszukać metodą Newtona lub metodą siecznych.

4.1.1. Metoda Newtona

W metodzie Newtona mamy jeden punkt początkowy x_0 należący do przedziału $[a, b]$. Będziemy korzystać ze wzoru Newtona:

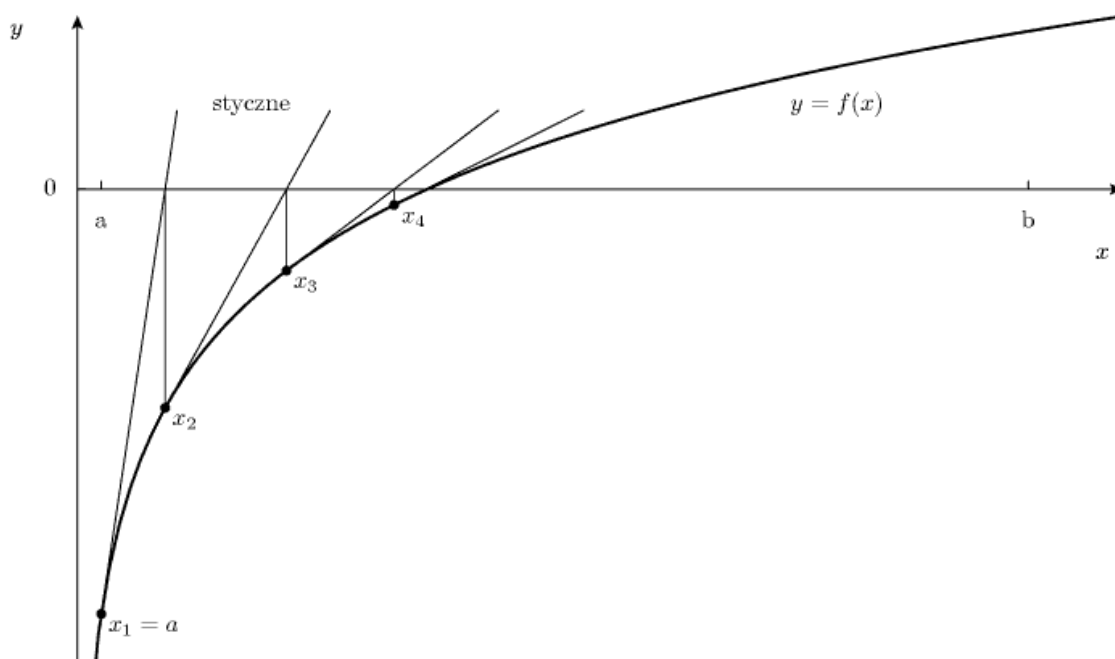
$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}$$

wzór 1



Wykres 1: Wykres zadanej funkcji

Dla kolejnych iteracji wykorzystując liczbę x_{i-1} wyliczoną w poprzednim przebiegu pętli.

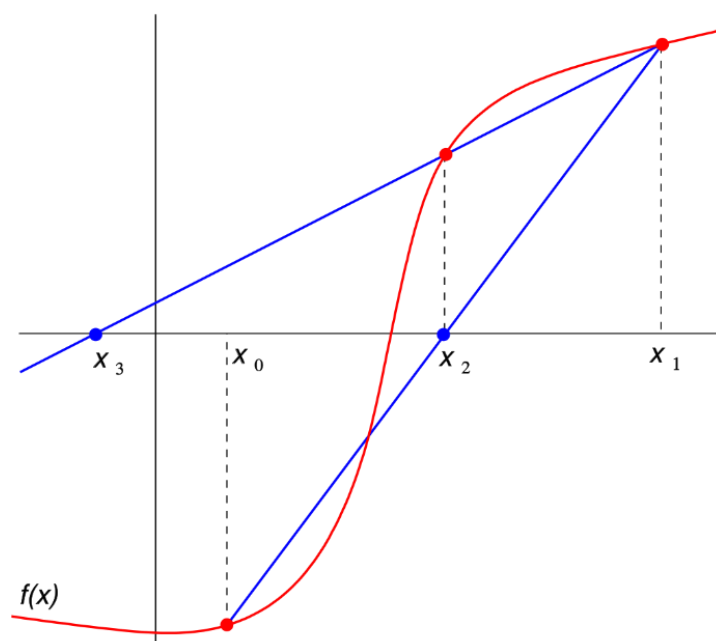


Wykres II: Graficzna ilustracja metody Newtona

4.1.2. Metoda siecznych

W metodzie siecznych mamy dwa punkty startowe x_1 oraz x_2 należące do przedziału $[a, b]$. Korzystamy ze wzoru:

$$x_i = x_{i-1} - f(x_{i-1}) \frac{x_{i-1} - x_{i-2}}{f(x_{i-1}) - f(x_{i-2})} \quad \text{wzór II}$$



Wykres III: Graficzna ilustracja metody stycznych

4.2. Przygotowanie modułu z niezbędnymi funkcjami

Przygotowano moduł *equations.py* zawierający funkcje niezbędne do zrealizowania zadania: *newton_solving_diff*, *newton_solving_fval*, *secant_solving_diff*, *secant_solving_fval*.

Warunek stopu		$ x^{(i+1)} - x^{(i)} < \rho$	$ f(x^{(i)}) < \rho$
metoda	parametry		
Newtona	f – funkcja f_der – pochodna funkcji x_start – punkt początkowy epsilon – parametr w warunku stopu (dom. 0) max_it – maksymalna liczba iteracji (dom. 1000)	<i>newton_solving_diff</i>	<i>newton_solving_fval</i>
siecznych	f – funkcja x_1, x_2 – punkty początkowe epsilon – parametr w warunku stopu (dom. 0) max_it – maksymalna liczba iteracji (dom. 1000)	<i>secant_solving_diff</i>	<i>secant_solving_fval</i>

Funkcje zwracają znaleziony pierwiastek oraz liczbę iteracji.

4.3. Przeprowadzone testy i objaśnienia tabel

4.3.1. Moduł tests.py

W module *tests.py* przygotowano testy dla różnych metod, warunków stopu, punktów startowych oraz wartości parametru ρ . Moduł tworzy dwie tabele i zapisuje je w arkuszu kalkulacyjnym. Pierwsza tabela zawiera znalezione pierwiastki dla danej metody z parametrami. Druga tabela zawiera dane dotyczące liczby iteracji dla znalezienia danego pierwiastka.

4.3.2. Parametry w przeprowadzonych testach i oznaczenia

Przyjmijmy oznaczenie $[a, b]$, na przeszukiwany przedział.

- Kryteria stopu
 - $|x^{(i+1)} - x^{(i)}| < \rho$ – nazwane w tabelach **kryterium przyrostowym**.
 - $|f(x^{(i)})| < \rho$ – nazwane w tabelach **kryterium wartości f**.
 Wartości parametru ρ : $10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-7}, 10^{-9}, 10^{-12}, 10^{-15}$.
 Parametr ρ w tabelach oznaczony jest jako **epsilon**.
- Metody
 - Newtona
Punkty początkowe:
 x_0 : punkt a i kolejne punkty odległe o 0.1 aż do punktu b
 - siecznych
Punkty początkowe:
 - wariant I:
 x_1 : punkt a;
 x_2 : kolejne punkty odległe o 0.1 aż do punktu b.
 - wariant II:
 x_1 : punkt a i kolejne punkty odległe o 0.1 aż do punktu b-0.1;
 x_2 : punkt b.

4.3.3. Oczekiwane wyniki

Funkcja $f(x) = x^{12} + x^{15}$ ma dwa pierwiastki rzeczywiste dla $x=0$ oraz $x=-1$. Jednego z tych wyników oczekujemy więc w rezultacie przeprowadzonych obliczeń.

5. WYNIKI I ICH ANALIZA

5.3. Mała dokładność – $\rho = 0.1$

Dla małej dokładności obliczeń wykonało się niewiele iteracji. Dla kryterium wartości funkcji f w wielu przypadkach wykonało się 0 iteracji – co oznacza, że algorytm przyjął że punkt startowy jest odpowiednim przybliżeniem pierwiastka funkcji. Można zauważyć to również w tabeli II, gdzie dla przypadków 0 iteracji faktycznie przybliżony pierwiastek wynosi tyle co x_0 .

Jedna iteracja dla kryterium przyrostowego również jest minimalną wartością.

Poprawna wartość (0 oraz -1) została osiągnięta kilkakrotnie (patrz: tabela II), jednak wynika to z szczególnego dobrania punktów startowych.

Otrzymane wyniki dostarczają informację o tym, że wartość analizowanej funkcji na zadanym przedziale są bliskie 0 oraz, że należy ustalić mniejszą wartość parametru ρ , aby otrzymać wartościowe wyniki dla badanego problemu.

metoda	Newtona		siecznych			
punkty startowe	x_0	x_0	x_0, b		a, x_0	
kryterium	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f
x_0	epsilon = 0.1					
-1.2	1	4	2	1	-	-
-1.1	1	2	2	1	1	4
-1	1	0	2	1	1	0
-0.9	2	0	2	1	1	0
-0.8	1	0	2	1	1	0
-0.7	1	0	2	1	1	0
-0.6	1	0	2	1	1	0
-0.5	1	0	2	1	1	0
-0.4	1	0	2	1	1	0
-0.3	1	0	2	1	1	0
-0.2	1	0	2	1	1	0
-0.1	1	0	2	1	1	0
0	1	0	2	1	1	0
0.1	1	0	2	1	1	0
0.2	1	0	2	1	1	0
0.3	1	0	2	1	1	0
0.4	1	0	2	1	1	0
0.5	1	0	2	1	1	0
0.6	1	0	2	1	1	0
0.7	1	0	2	1	1	0
0.8	1	1	2	1	1	1
0.9	1	2	2	3	2	1
1	1	3	-	-	2	1

Tabela I: Liczba iteracji dla $\rho = 0.1$

metoda	Newtona		siecznych			
punkty startowe	x0	x0	x0, b		a, x0	
kryterium	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f
x0	epsilon = 0.1					
-1.2	-1.13724	-1.01461	0.48175	0.48180	-	-
-1.1	-1.05429	-1.02180	-0.38212	-0.38212	-1.08095	-1.01027
-1	-1.00000	-1.00000	-1.00000	-1.00000	-1.00000	-1.00000
-0.9	-0.60829	-0.90000	-1.02949	-0.97561	-0.90350	-0.90000
-0.8	-0.70963	-0.80000	-0.87387	-0.83070	-0.80206	-0.80000
-0.7	-0.63291	-0.70000	-0.71652	-0.70777	-0.70070	-0.70000
-0.6	-0.54630	-0.60000	-0.60277	-0.60137	-0.60016	-0.60000
-0.5	-0.45679	-0.50000	-0.50032	-0.50016	-0.50002	-0.50000
-0.4	-0.36609	-0.40000	-0.40002	-0.40001	-0.40000	-0.40000
-0.3	-0.27483	-0.30000	-0.30000	-0.30000	-0.30000	-0.30000
-0.2	-0.18330	-0.20000	-0.20000	-0.20000	-0.20000	-0.20000
-0.1	-0.09167	-0.10000	-0.10000	-0.10000	-0.10000	-0.10000
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.1	0.09167	0.10000	0.10000	0.10000	0.10000	0.10000
0.2	0.18337	0.20000	0.20000	0.20000	0.20000	0.20000
0.3	0.27516	0.30000	0.30000	0.30000	0.30000	0.30000
0.4	0.36716	0.40000	0.39999	0.40000	0.40000	0.40000
0.5	0.45946	0.50000	0.49986	0.49993	0.49993	0.50000
0.6	0.55213	0.60000	0.59895	0.59947	0.59927	0.60000
0.7	0.64517	0.70000	0.69449	0.69719	0.69457	0.70000
0.8	0.73854	0.73854	0.77946	0.78904	0.76849	0.76849
0.9	0.83215	0.76861	0.84425	0.79021	0.73725	0.75307
1	0.92593	0.79136	-	-	0.48175	0.48180

Tabela II: Wyliczone pierwiastki dla $\rho = 0.1$

5.4. Duża dokładność - $\rho = 1e - 15$

Dla dużej dokładności znaleziono poprawne (z dokładnością do 5 miejsc po przecinku) pierwiastki funkcji dla każdego przypadku wykorzystania kryterium przyrostowego oraz dla niektórych przypadków kryterium wartości funkcji.

Ponadto można zauważyć bardzo dużą rozbieżność w liczbie iteracji – dla kryterium przyrostowego wykonało się wielokrotnie więcej iteracji.

Stąd można wysnuć wniosek, że w zadanym przedziale wartości funkcji są bardzo blisko zera i dlatego kryterium przyrostowe daje lepsze wyniki chociaż w dużo większym czasie.

Dla $x_0 = -1$ i $x_0 = 0$ znaleziono odpowiednie wartości $(-1, 0)$ w niewielu iteracjach, co wynika z szczególnego dobrania punktów startowych.

metoda	Newtona		siecznych			
punkty startowe	x0	x0	x0, b		a, x0	
kryterium	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f
x0	epsilon = 1e-15					
-1.2	10	9	517	38	-	-
-1.1	8	7	513	34	11	10
-1	1	0	3	3	1	0
-0.9	366	30	10	9	522	43
-0.8	366	30	524	45	523	44
-0.7	365	29	522	44	521	42
-0.6	364	27	520	41	519	40
-0.5	362	25	517	38	516	37
-0.4	359	23	513	35	512	34
-0.3	356	20	509	30	508	29
-0.2	351	15	502	23	501	22
-0.1	343	7	491	12	490	11
0	1	0	2	1	1	0
0.1	343	7	491	12	490	11
0.2	351	15	502	23	501	22
0.3	356	20	509	30	508	29
0.4	359	23	514	35	513	34
0.5	362	26	517	39	516	38
0.6	364	28	521	42	520	41
0.7	366	30	523	44	522	43
0.8	368	31	525	46	524	45
0.9	369	33	527	48	524	46
1	371	34	-	-	517	38

Tabela III: Liczba iteracji dla $\rho = 1e - 15$

metoda	Newtona		siecznych			
punkty startowe	x0	x0	x0, b		a, x0	
kryterium	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f
x0	epsilon = 1e-15					
-1.2	-1.00000	-1.00000	0.00000	0.05442	-	-
-1.1	-1.00000	-1.00000	0.00000	-0.05407	-1.00000	-1.00000
-1	-1.00000	-1.00000	-1.00000	-1.00000	-1.00000	-1.00000
-0.9	0.00000	-0.05186	-1.00000	-1.00000	0.00000	-0.05531
-0.8	0.00000	-0.05435	0.00000	-0.05572	0.00000	-0.05427
-0.7	0.00000	-0.05374	0.00000	-0.05298	0.00000	-0.05545
-0.6	0.00000	-0.05587	0.00000	-0.05480	0.00000	-0.05462
-0.5	0.00000	-0.05604	0.00000	-0.05519	0.00000	-0.05516
-0.4	0.00000	-0.05371	0.00000	-0.05324	0.00000	-0.05324
-0.3	0.00000	-0.05250	0.00000	-0.05419	0.00000	-0.05419
-0.2	0.00000	-0.05418	0.00000	-0.05521	0.00000	-0.05521
-0.1	0.00000	-0.05438	0.00000	-0.05363	0.00000	-0.05363
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.1	0.00000	0.05439	0.00000	0.05364	0.00000	0.05364
0.2	0.00000	0.05427	0.00000	0.05530	0.00000	0.05530
0.3	0.00000	0.05278	0.00000	0.05448	0.00000	0.05448
0.4	0.00000	0.05440	0.00000	0.05392	0.00000	0.05392
0.5	0.00000	0.05266	0.00000	0.05323	0.00000	0.05323
0.6	0.00000	0.05350	0.00000	0.05363	0.00000	0.05367
0.7	0.00000	0.05295	0.00000	0.05569	0.00000	0.05578
0.8	0.00000	0.05609	0.00000	0.05611	0.00000	0.05581
0.9	0.00000	0.05369	0.00000	0.05461	0.00000	0.05299
1	0.00000	0.05543	-	-	0.00000	0.05442

Tabela III: Wyliczone pierwiastki dla $\rho = 1e - 15$

5.5. Graniczna wartość ρ

metoda	Newtona		siecznych			
punkty startowe	x0	x0	x0, b		a, x0	
kryterium	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f
x0	epsilon = 1e-07					
-1.2	8	8	211	13	-	-
-1.1	7	6	207	8	9	9
-1	1	0	2	1	1	0
-0.9	154	12	8	8	217	18
-0.8	155	12	219	20	217	18
-0.7	154	11	217	18	216	17
-0.6	152	10	215	16	213	15
-0.5	150	8	212	13	211	12
-0.4	148	5	208	9	207	8
-0.3	144	2	203	4	1	3
-0.2	140	0	2	1	1	0
-0.1	132	0	2	1	1	0
0	1	0	2	1	1	0
0.1	132	0	2	1	1	0
0.2	140	0	2	1	1	0
0.3	144	2	203	5	202	4
0.4	148	5	208	9	207	8
0.5	150	8	212	13	211	12
0.6	153	10	215	16	214	15
0.7	154	12	218	19	217	18
0.8	156	14	220	21	219	20
0.9	158	15	221	23	219	20
1	159	17	-	-	211	13
epsilon = 1e-09						
-1.2	9	8	288	19	-	-
-1.1	7	6	284	15	10	9
-1	1	0	2	1	1	0
-0.9	207	16	9	8	293	24
-0.8	208	17	295	26	294	25
-0.7	207	16	293	24	292	23
-0.6	205	14	291	22	290	21
-0.5	203	12	288	19	287	18
-0.4	201	10	284	16	283	15
-0.3	197	6	280	11	279	10
-0.2	193	2	273	4	1	3
-0.1	185	0	2	1	1	0
0	1	0	2	1	1	0
0.1	185	0	2	1	1	0
0.2	193	2	273	4	1	3
0.3	197	7	280	11	279	10
0.4	201	10	285	16	284	15
0.5	203	13	288	19	287	19
0.6	205	15	292	23	291	22
0.7	207	17	294	25	293	24
0.8	209	18	296	27	295	26
0.9	210	20	298	29	295	26
1	212	21	-	-	288	19

Tabela IV: Liczba iteracji dla $\rho = 1e - 15$

metoda	Newtona		siecznych			
punkty startowe	x0	x0	x0, b		a, x0	
kryterium	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f	przyrostowe	wartości f
x0	epsilon = 1e-07					
-1.2	-1.000000	-1.000000	0.000002	0.245470	0.000000	0.000000
-1.1	-1.000000	-1.000000	-0.000002	-0.259867	-1.000000	-1.000000
-1	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-0.9	-0.000001	-0.248690	-1.000000	-1.000000	-0.000002	-0.250198
-0.8	-0.000001	-0.260714	-0.000002	-0.252068	-0.000002	-0.260821
-0.7	-0.000001	-0.257789	-0.000002	-0.254590	-0.000002	-0.250864
-0.6	-0.000001	-0.245586	-0.000002	-0.247903	-0.000002	-0.247097
-0.5	-0.000001	-0.246322	-0.000002	-0.249649	-0.000002	-0.249531
-0.4	-0.000001	-0.257633	-0.000002	-0.255850	-0.000002	-0.255840
-0.3	-0.000001	-0.251801	-0.000002	-0.261177	-0.300000	-0.261176
-0.2	-0.000001	-0.200000	-0.200000	-0.200000	-0.200000	-0.200000
-0.1	-0.000001	-0.100000	-0.100000	-0.100000	-0.100000	-0.100000
0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.1	0.000001	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
0.2	0.000001	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000
0.3	0.000001	0.252349	0.000002	0.245469	0.000002	0.245470
0.4	0.000001	0.260029	0.000002	0.258230	0.000002	0.258234
0.5	0.000001	0.251765	0.000002	0.254947	0.000002	0.254982
0.6	0.000001	0.255760	0.000002	0.256890	0.000002	0.257070
0.7	0.000001	0.253134	0.000002	0.251151	0.000002	0.251572
0.8	0.000001	0.245861	0.000002	0.253035	0.000002	0.251689
0.9	0.000001	0.256691	0.000002	0.246290	0.000002	0.253843
1	0.000001	0.242968	1.000000	0.246455	0.000002	0.245470
epsilon = 1e-09						
-1.2	-1.000000	-1.000000	0.000000	0.171101	-	-
-1.1	-1.000000	-1.000000	0.000000	-0.170145	-1.000000	-1.000000
-1	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000
-0.9	0.000000	-0.175416	-1.000000	-1.000000	0.000000	-0.174048
-0.8	0.000000	-0.168523	0.000000	-0.175345	0.000000	-0.170778
-0.7	0.000000	-0.166639	0.000000	-0.177094	0.000000	-0.174510
-0.6	0.000000	-0.173233	0.000000	-0.172457	0.000000	-0.171898
-0.5	0.000000	-0.173751	0.000000	-0.173668	0.000000	-0.173586
-0.4	0.000000	-0.166539	0.000000	-0.167539	0.000000	-0.167532
-0.3	0.000000	-0.177604	0.000000	-0.170536	0.000000	-0.170536
-0.2	0.000000	-0.168001	0.000000	-0.174233	-0.200000	-0.174233
-0.1	0.000000	-0.100000	-0.100000	-0.100000	-0.100000	-0.100000
0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.1	0.000000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
0.2	0.000000	0.168109	0.000000	0.174326	0.200000	0.174326
0.3	0.000000	0.163514	0.000000	0.171280	0.000000	0.171280
0.4	0.000000	0.168508	0.000000	0.169506	0.000000	0.169508
0.5	0.000000	0.163135	0.000000	0.177727	0.000000	0.167362
0.6	0.000000	0.165732	0.000000	0.168619	0.000000	0.168737
0.7	0.000000	0.164025	0.000000	0.175072	0.000000	0.175366
0.8	0.000000	0.173757	0.000000	0.176390	0.000000	0.175448
0.9	0.000000	0.166338	0.000000	0.171674	0.000000	0.176954
1	0.000000	0.171707	-	-	0.000000	0.171101

Tabela V: Liczba iteracji dla $\rho = 1e - 15$

Analizując wyniki dla różnych wartości parametru ρ chciałam znaleźć pewną graniczną wartość, dla której wyniki znacząco się poprawiają. Taka poprawa została zauważona przy przejściu z dokładności rzędu $1e-07$ na $1e-09$. Wartość $\rho = 1e - 09$ jest najmniejszą wartością spośród testowanych, dla której kryterium przyrostowe znajduje pierwiastki z dokładnością do

6 miejsc po przecinku. Warto jednak zauważyć, że w przypadku $\rho = 1e - 07$ kryterium przyrostowe znajduje pierwiastki z dokładnością do 5 miejsc po przecinku.

Dla tych dokładności ponownie można zauważyć niewielką liczbę iteracji dla kryterium wartości funkcji i znacznie większą dla kryterium przyrostowego. Tak jak wcześniej, wynika to z tego, że wartości funkcji na zadanym przedziale są bardzo bliskie zera.

5.6. Dobór punktów startowych

5.6.1. Metoda siecznych

Zwróćmy uwagę na wyniki przedstawione w tabeli I i II dla metody siecznych i kryterium wartości funkcji f . Przy doborze punktów startowych a oraz x_0 , w większości przypadków algorytm nie wykonywał żadnej iteracji, a znalezione przybliżenie wynosiło x_0 – wynika to z sposobu implementacji. Algorytm sprawdził czy drugi przekazany punkt jest odpowiednio blisko 0 i jeśli tak to nie wykonuje iteracji tylko go zwraca – w przypadku niedużej dokładności okazywało się, że w większości przypadków punkt x_0 był odpowiednio blisko zera.

Przy doborze punktów startowych x_0 oraz b taka sytuacja nie zachodzi – tutaj algorytm sprawdza bliskość wartości dla b (końca przedziału) do zera. Wartość ta nie znajdowała się wystarczająco blisko, więc algorytm wykonał pierwszą iterację. W większości przypadków (wartości x_0) ta jedna iteracja wystarczyła, żeby znaleźć punkt wystarczająco blisko pierwiastka dla określonej wartości x_0 .

Na ogół w pozostałych testach uzyskano bardzo podobne wyniki w podobnej liczbie iteracji dla punktów startowych a , x_0 oraz x_0 , b . Szczególnym przypadkiem jest sytuacja w której $x_0=0$ oraz $x_0=-1$, czyli x_0 jest pierwiastkiem. Wtedy, co można przewidzieć, algorytmy znajdują jeden z pierwiastków. Co więcej dla x_0 blisko -1 – w granicach -1.2 i -0.9 metoda siecznych czasami znajduje pierwiastek z dokładnością do 6 miejsc po przecinku.

5.6.2. Metoda Newtona

Podobnie jak dla metody siecznych w przypadku gdy x_0 jest pierwiastkiem – metoda Newtona znajduje odpowiednie rozwiązanie z nieskończoną dokładnością. Również tutaj w okolicy $x_0=-1$ np. $x_0=-1.1$, $x_0=-1.2$ algorytm znajduje pierwiastek z wyjątkowo dużą precyzją. Podobna sytuacja nie zachodzi w okolicy $x_0=0$. Stąd wnioskuję, że wynika to z przebiegu zmienności funkcji w okolicy tych dwóch punktów. W okolicy -1 funkcja jest bardziej „stroma”, niż w okolicy 0 – co można zauważyć na wykresie I.

5.7. Kryterium przyrostowe a kryterium wartości funkcji

Co zostało już zauważone i omówione w punktach 4.1-4.3, liczba iteracji jest wielokrotnie większa dla kryterium przyrostowego niż dla kryterium wartości funkcji. Wynika to z faktu, iż, funkcja na przedziale przyjmuje wyniki, które znajdują się bardzo blisko zera. Z tego powodu dla zadanej funkcji otrzymujemy bardziej dokładne wyniki dla kryterium przyrostowego, jednakże w o wiele dłuższym czasie.

5.8. Metoda Newtona a metoda siecznych

Metoda Newtona potrzebuje tylko jednego punktu startowego, gdy metoda siecznych potrzebuje dwóch. W przeprowadzonych testach metoda Newtona na ogół potrzebowała mniejszej liczby iteracji dla znalezienia pierwiastka. Ponadto, dla przeprowadzonych testów metoda Newtona znajdowała pierwiastki z bardzo dużą dokładnością, tam gdzie metoda siecznych nie. Widać to szczególnie w tabeli V.