PRUEBAS RESPECTO A LA MEDIA.

Suponga que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ es muestra aleatoria de $N(\mu, \sigma^2)$.

Hipótesis Nula: $H_0 : \mu = \mu_0$

Caso I: σ^2 **conocida**

Estadística de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha/2} \text{ ó } E > Z_{1-\alpha/2}\}$
$H_1 : \mu > \mu_0$	$\{E / E > Z_{1-\alpha}\}$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha}\}$

Caso II: σ^2 **desconocida**

Estadística de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$\{E / E < -t_{n-1,1-\alpha/2} \text{ ó } E > t_{n-1,1-\alpha/2}\}$
$H_1 : \mu > \mu_0$	$\{E / E > t_{n-1,1-\alpha}\}$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$\{E / E < -t_{n-1,1-\alpha}\}$

PRUEBAS RESPECTO A LA VARIANZA.

Suponga que $X_1, X_2, ..., X_n$ es muestra aleatoria de $N(\mu, \sigma^2)$, μ desconocida.

Hipótesis Nula: $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$

Estadística de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{(n-1)\cdot S^2}{\sigma_0^2} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_{n-1}^2$

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1 = \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\{E / E < \chi_{n-1,\alpha/2}^2 \text{ ó } E > \chi_{n-1,1-\alpha/2}^2\}$
$H_1 = \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\{E / E > \chi_{n-1,1-\alpha}^2\}$
$H_1 = \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\{E / E < \chi_{n-1,\alpha}^2\}$

PRUEBAS RESPECTO A UNA PROPORCION.

Suponga que $X_1, X_2, ..., X_n$ es muestra aleatoria de $Ber(1, p)$.

Hipótesis Nula: $H_0 : p = p_0$

Estadística de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} \cong N(0,1)$ (n **grande**)

Con $\hat{p} = \sum_{i=1}^{n} X_i \Big/ n$

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1 : p \neq p_0$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha/2} \text{ ó } E > Z_{1-\alpha/2}\}$
$H_1 : p > p_0$	$\{E / E > Z_{1-\alpha}\}$
$H_1 : p < p_0$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha}\}$

COMPARACIÓN DE POBLACIONES NORMALES.

Supongamos que $X_1, X_2, ..., X_{n_1}$ $m.a.(n_1)$ de $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $Y_1, Y_2, ..., Y_{n_2}$ $m.a.(n_2)$ de $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ son dos muestras de poblaciones normales ***independientes***. Entonces, interesa comparar las medias y las varianzas.

Notación:

$$\overline{X} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} X_i \qquad S_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1}\sum_{i=1}^{n_1}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} Y_i \qquad S_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1}\sum_{i=1}^{n_2}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2$$

COMPARACIÓN DE MEDIAS.

Hipótesis Nula: $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$

Caso I: σ_1^2 y σ_2^2 conocidas.

Estadístico de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{\left(\overline{X} - \overline{Y}\right) - d_0}{\sqrt{\left(\sigma_1^2 / n_1\right) + \left(\sigma_2^2 / n_2\right)}} \sim N(0,1)$

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha/2} \text{ ó } Z > Z_{1-\alpha/2}\}$
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$	$\{E / E > Z_{1-\alpha}\}$
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha}\}$

Caso II: σ_1^2 y σ_2^2 desconocidas e iguales.

Estadístico de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)-d_0}{S_p\sqrt{\left(1/n_1\right)+\left(1/n_2\right)}} \sim t_{n_1+n_2-2}$

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1: \mu_1-\mu_2 \neq d_0$	$\left\{E / E < -t_{n_1+n_2-2,1-\alpha/2} \text{ ó } E > t_{n_1+n_2-2,1-\alpha/2}\right\}$
$H_1: \mu_1-\mu_2 > d_0$	$\left\{E / E > t_{n_1+n_2-2,1-\alpha}\right\}$
$H_1: \mu_1-\mu_2 < d_0$	$\left\{E / E < -t_{n_1+n_2-2,1-\alpha}\right\}$

Caso III: σ_1^2 y σ_2^2 desconocidas y distintas.

Estadístico de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{\left(\overline{X}-\overline{Y}\right)-d_0}{\sqrt{S_1^2/n_1+S_2^2/n_2}} \approx t_\nu$

con $\nu = \left[\dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{\left(S_1^2/n_1\right)^2}{n_1-1}+\dfrac{\left(S_2^2/n_2\right)^2}{n_2-1}}\right]$

Hipótesis Alternativa	Región de Rechazo de la Hipótesis Nula
$H_1: \mu_1-\mu_2 \neq d_0$	$\left\{E / E < -t_{\nu,1-\alpha/2} \text{ ó } E > t_{\nu,1-\alpha/2}\right\}$
$H_1: \mu_1-\mu_2 > d_0$	$\left\{E / E > t_{\nu,1-\alpha}\right\}$
$H_1: \mu_1-\mu_2 < d_0$	$\left\{E / E < -t_{\nu,1-\alpha}\right\}$

COMPARACIÓN DE VARIANZAS.

Hipótesis Nula: $H_0 : \sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1$

Estadístico de Prueba (bajo H_0): $E = S_1^2 / S_2^2 \sim F_{n_1-1, n_2-1}$

Hipótesis Alternativa	Región de Rechazo de la Hipótesis Nula
$H_1 : \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \neq 1$	$\{E / E < F_{n_1-1, n_2-1, \alpha/2}$ ó $E > F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha/2}\}$
$H_1 : \sigma_1^2 / \sigma_2^2 > 1$	$\{E / E > F_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha}\}$
$H_1 : \sigma_1^2 / \sigma_2^2 < 1$	$\{E / E < F_{n_1-1, n_2-1, \alpha}\}$

MUESTRAS PAREADAS.

Supongamos que $X_1, X_2, \ldots, X_n$ $m.a.(n)$ de $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ $m.a.(n)$ de $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ son dos muestras de poblaciones normales ***no independientes***.

Notación:

$d_i = X_i - Y_i, \; i = 1, \ldots, n.$

$$\bar{d} = \bar{X} - \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} d_i$$

$$S_d^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(d_i - \bar{d}\right)^2$$

Hipótesis Nula: $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$

Estadístico de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{\bar{d} - d_0}{S_d / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$\{E / E < -t_{n-1, 1-\alpha/2}$ ó $E > t_{n-1, 1-\alpha/2}\}$
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > d_0$	$\{E / E > t_{n-1, 1-\alpha}\}$
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 < d_0$	$\{E / E < -t_{n-1, 1-\alpha}\}$

COMPARACIÓN DE PROPORCIONES.

Supongamos que $X_1, X_2, ..., X_{n_1}$ $m.a.(n_1)$ de $Ber(1, p_1)$ e $Y_1, Y_2, ..., Y_{n_2}$ $m.a.(n_2)$ de $Ber(1, p_2)$ son dos muestras de poblaciones Bernoulli independientes. $(0 < p_1 < 1 ; 0 < p_2 < 1)$

Notación:

$$\hat{p}_1 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} X_i = \overline{X}$$

$$\hat{p}_2 = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} Y_i = \overline{Y}$$

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} X_i + \sum_{i=1}^{n_2} Y_i}{n_1 + n_2}$$

Hipótesis Nula: $H_0 : p_1 = p_2$

Estadístico de Prueba (bajo H_0): $E = \dfrac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})[(1/n_1)+(1/n_2)]}} \approx N(0,1)$

Observación: Para que esta prueba sea válida, n_1 y n_2 deber ser grandes.

Hipótesis Alternativa	**Región de Rechazo de la Hipótesis Nula**
$H_1 : p_1 \neq p_2$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha/2} \text{ ó } Z > Z_{1-\alpha/2}\}$
$H_1 : p_1 > p_2$	$\{E / E > Z_{1-\alpha}\}$
$H_1 : p_1 < p_2$	$\{E / E < -Z_{1-\alpha}\}$