Πολυτεχνείο Κρήτης

Σχολή ΗΜΜΥ

Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι

Διδάσκων: Αθανάσιος Π. Λιάβας

Άσκηση 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 31 Μαρτίου 2023

Η εργασία μπορεί να παραδοθεί από ομάδες $\leq$ δύο ατόμων

Μονάδες 130/1000

"Αντιγραφές" ή "ομοιότητες πέραν του φυσιολογικού"

θα τιμωρούνται με μηδενισμό της Άσκησης.

Μπροστά από κάθε ερώτημα, δίδεται το βάρος του.

Αρχικά, θα υπολογίσουμε συναρτήσεις αυτοομοιότητας απλών συναρτήσεων.

Θ.1 (10) Για κάθε $T > 0$, να υπολογίσετε **αναλυτικά** και να σχεδιάσετε τη συνάρτηση αυτοομοιότητας της

$$\phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}}, & \text{αν } |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Τι παρατηρείτε;

Θ.2 (10) Να επαναλάβετε για την $\phi(t-2)$.

Θ.3 (10) Να επαναλάβετε για την

$$\phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}}, & \text{αν } 0 \leq t < \frac{T}{2}, \\ -\frac{1}{\sqrt{T}}, & \text{αν } \frac{T}{2} \leq t \leq T, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Στη συνέχεια, θα μελετήσουμε επικοινωνία βασικής ζώνης, με διαμόρφωση 2–PAM και αποκομμένους παλμούς Square Root Raised Cosine - SRRC.

Η συνάρτηση srrc_pulse.m, η οποία κατασκευάζει αποκομμένους παλμούς SRRC, δίδεται στα "Έγγραφα." Διαβάστε προσεκτικά τον κώδικά της.

Ο κώδικάς σας θα πρέπει να είναι πλήρως παραμετροποιημένος, ώστε να αρκεί μόνο η αλλαγή στην τιμή του T για να εκτελεστούν σωστά τα παρακάτω βήματα, για κάθε περίοδο συμβόλου T.

A.1 Να δημιουργήσετε παλμούς SRRC $\phi(t)$. Ενδεικτικές τιμές: $T = 10^{-3}\,\text{sec}$, $T_s = \frac{T}{\text{over}}$, $\text{over} = 10$, $A = 4$ και συντελεστή roll-off $a = 0, 0.5, 1$ (το A δηλώνει το μισό μήκος του αποκομμένου παλμού μετρημένο σε περιόδους συμβόλου).

(5) Να σχεδιάσετε σε **κοινό** plot τους παλμούς, στον κατάλληλο άξονα του χρόνου, για $T = 10^{-3}\,\text{sec}$, $\text{over} = 10$, $A = 4$ και $a = 0, 0.5, 1$.

(5) Τι παρατηρείτε σχετικά με το ρυθμό "μείωσης" του πλάτους των παλμών, όσο αυξάνεται η απόλυτη τιμή του χρόνου, $|t|$, σε σχέση με τις τιμές του a; Ποιος παλμός φθίνει πιο γρήγορα;

A.2 Μέσω των συναρτήσεων fft και fftshift, να υπολογίσετε τους μετασχηματισμούς Fourier $\Phi(F)$ των παλμών που σχεδιάσατε στο προηγούμενο βήμα, σε N_f ισαπέχοντα σημεία στον άξονα συχνοτήτων $[-\frac{F_s}{2}, \frac{F_s}{2})$ (ενδεικτικά, $N_f = 1024, 2048$).

Να σχεδιάσετε τη φασματική πυκνότητα ενέργειας $|\Phi(F)|^2$ αυτών των παλμών

(α) (5) σε κοινό plot,

(β) (5) σε κοινό semilogy (παρατηρήστε ότι η semilogy σάς δίνει τη δυνατότητα να μελετήσετε τις τιμές των $|\Phi(F)|^2$ σε διαστήματα όπου αυτές είναι πολύ μικρές, κάτι το οποίο δεν μπορεί να γίνει με την plot).

A.3 Το θεωρητικό εύρος φάσματος των παλμών άπειρης διάρκειας είναι $\mathrm{BW} = \frac{1+a}{2T}$.

(5) Να υπολογίσετε την τιμή του θεωρητικού εύρους φάσματος για καθένα από τους τρεις παλμούς.

(5) Στην πράξη, αφού οι αποκομμένοι παλμοί έχουν θεωρητικά άπειρο εύρος φάσματος, χρειάζεται ένας πιο πρακτικός ορισμός για το εύρος φάσματος. Στο κοινό semilogy του ερωτήματος Α.2, να σχεδιάσετε μία οριζόντια γραμμή με τιμή c (ενδεικτικά $c = \frac{T}{10^3}$) και να θεωρήσετε ότι οι τιμές οι οποίες ευρίσκονται κάτω από αυτή τη γραμμή είναι "πρακτικά μηδέν." Σε αυτή την περίπτωση, ποιο είναι προσεγγιστικά το εύρος φάσματος των τριών παραπάνω παλμών (η χρήση της δυνατότητας "Zoom in" θα σας φανεί χρήσιμη); Ποιος παλμός είναι πιο αποδοτικός ως προς το εύρος φάσματος;

(5) Πώς μεταβάλλεται το εύρος φάσματος των παλμών αν $c = \frac{T}{10^5}$; Στην περίπτωση αυτή, ποιος παλμός είναι πιο αποδοτικός;

Αν υλοποιήσατε επιτυχώς τα παραπάνω, τότε θα πρέπει να έχετε καταλάβει ότι, στην περίπτωση που θεωρούμε αποκομμένους παλμούς, αντίθετα από την ιδανική περίπτωση όπου θεωρούμε όλο το (άπειρο) μήκος του παλμού, δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένο ποιος παλμός είναι βέλτιστος ως προς το εύρος φάσματος! Εξαρτάται από το τι ορίζουμε ως "πρακτικά μηδέν," και η επιλογή του "βέλτιστου" θέλει προσοχή, εμπειρία, και πειραματισμό.

Στη συνέχεια, θα πειραματιστούμε με τις ιδιότητες ορθοκανονικότητας της $\phi(t)$, ως προς τις μετατοπίσεις της, κατά ακέραια πολλαπλάσια του T.

B.1 Για $T = 10^{-3}$, $A = 4$, $a = 0, 0.5, 1$, και $k = 0, 1, \ldots, 2A$ (αντίστοιχα αποτελέσματα θα πάρετε για αρνητικά k)

1. να δημιουργήσετε σε κοινό plot τους παλμούς $\phi(t)$ και $\phi(t - kT)$,
2. να δημιουργήσετε το γινόμενο $\phi(t)\,\phi(t - kT)$,
3. να προσεγγίσετε αριθμητικά το ολοκλήρωμα του γινομένου $\phi(t)\,\phi(t - kT)$, με τη μέθοδο που αναφέρουμε στις σημειώσεις.

(10) Να σχεδιάσετε τα αποτελέσματα των βημάτων 1. και 2., για $a = 0, 0.5, 1$ και $k = 0, 1, 2$.

(10) Να αναφέρετε τις τιμές των ολοκληρωμάτων που υπολογίσατε στο βήμα 3., για $a = 0, 0.5, 1$ και $k = 0, 1, 2, 3$ και να προσπαθήσετε να τις εξηγήσετε.

Αν υλοποιήσατε επιτυχώς τα παραπάνω, τότε θα πρέπει να έχετε καταλάβει ότι οι αποκομμένοι SRRC παλμοί είναι **προσεγγιστικά ορθοκανονικοί**, ως προς τις μετατοπίσεις τους κατά kT, με την προσέγγιση να βελτιώνεται όσο το a πλησιάζει τη μονάδα. Επίσης, αν πειραματιστείτε με το A, θα διαπιστώσετε ότι, όσο μεγαλώνει το A, τόσο βελτιώνεται η προσέγγιση.

Τέλος, θα προσομοιώσουμε ένα PAM σύστημα βασικής ζώνης, το οποίο μεταφέρει N bits χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 2-PAM. Έστω $T = 10^{-3}$ sec, over $= 10$, $a = 0.5$, και $A = 4$ (το A ισούται με το μισό μήκος του αποκομμένου παλμού μετρημένο σε περιόδους συμβόλου).

C.1 (5) Να δημιουργήσετε N bits b_i, για $i = 0, \ldots, N-1$ (ενδεικτικά $N = 50, 100$), με την εντολή

$$\texttt{b} = (\texttt{sign}(\texttt{randn}(\texttt{N}, \texttt{1})) + \texttt{1})/\texttt{2}; \tag{1}$$

C.2 Το σύστημα 2-PAM βασικής ζώνης υλοποιείται ως εξής.

(α) (5) Να γράψετε συνάρτηση

$$\texttt{X} = \texttt{bits\_to\_2PAM}(\texttt{b});$$

η οποία παίρνει είσοδο την ακολουθία bits `b` και παράγει ως έξοδο την ακολουθία από 2-PAM σύμβολα `X`, χρησιμοποιώντας την εξής απεικόνιση:

$$0 \longrightarrow +1,$$

$$1 \longrightarrow -1.$$

(β) Να προσομοιώσετε το σήμα

$$X_\delta(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \, \delta(t - kT), \tag{2}$$

μέσω της εντολής

$$\texttt{X\_delta} = \texttt{1}/\texttt{T\_s} * \texttt{upsample}(\texttt{X}, \texttt{over}); \tag{3}$$

(10) Να ορίσετε κατάλληλα τον άξονα του χρόνου και να σχεδιάσετε το σήμα $X_\delta(t)$.

(ς) Να δειγματοληπτήσετε κατάλληλα τον *αποκομμένο* SRRC παλμό, $\phi(t)$, και να προσομοιώσετε τη συνέλιξη $X(t) = X_\delta(t) \circledast \phi(t)$.

(10) Να κατασκευάσετε κατάλληλα τον άξονα του χρόνου και να σχεδιάσετε το σήμα $X(t)$.[1]

(δ) Υποθέτοντας ιδανικό κανάλι, στην είσοδο του δέκτη λαμβάνουμε $X(t)$. Να προσομοιώσετε τη συνέλιξη $Z(t) = X(t) \circledast \phi(-t)$.

(10) Να σχεδιάσετε το $Z(t)$ στον αντίστοιχο άξονα του χρόνου και να βρείτε τι τιμές παίρνει τις χρονικές στιγμές kT, για $k = 0, \ldots, N-1$. Να συσχετίσετε τις τιμές αυτές με τις τιμές των X_k, για $k = 0, \ldots, N-1$. Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

(5) Ένας γραφικός τρόπος για να συγκρίνετε τις τιμές $Z(kT)$ με τις τιμές X_k, για $k = 0, \ldots, N-1$, είναι να επιλέξετε hold on στο plot του $Z(t)$ και να εκτελέσετε την εντολή

```
stem([0:N-1]*T,X);
```

όπου X είναι το διάνυσμα με τα σύμβολα X_k, $k = 0, \ldots, N-1$. Τι παρατηρείτε; Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

[1] Υπενθυμίζουμε ότι η συνέλιξη δύο σημάτων $x_1(t)$ και $x_2(t)$ συνεχούς χρόνου, τα οποία είναι μη μηδενικά στα χρονικά διαστήματα $[t^1_{\min}, t^1_{\max}]$ και $[t^2_{\min}, t^2_{\max}]$, αντίστοιχα, είναι μη μηδενική στο διάστημα $[t^1_{\min} + t^2_{\min}, t^1_{\max} + t^2_{\max}]$.