

Clase # 5 de Análisis 3

Equipo clases a L^AT_EX

20 de noviembre de 2020

1. Definicion

Derivadas en funciones de varias variables: Sea $f : S \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, S conjunto abierto, $\vec{x}_\bullet \in S$, $\vec{u} \in \mathbb{R}^n$, $||\vec{u}|| = 1$, Supongamos que existe el límite

$$D_{\vec{u}}f(\vec{x}_\bullet) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\vec{x}_\bullet + h\vec{u}) - f(\vec{x}_\bullet)}{h}$$

llamaremos a $D_{\vec{u}}f(\vec{x}_\bullet)$ derivada direccional de f en \vec{x}_\bullet , según dirección $||\vec{u}||$.

2. Definicion

Cuando $\vec{u} = e_1 = (1, 0, \dots, 0)$ se escribe:

$$D_{\vec{u}}f(\vec{x}_\bullet) = \frac{\partial f}{\partial x_1}(\vec{x}_\bullet) = D_1f(\vec{x}_\bullet)$$

derivada parcial de f con respecto a x_1 , $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ evaluada en \vec{x}_\bullet .

Análogamente:

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}(\vec{x}_\bullet) = D_kf(\vec{x}_\bullet)$$

Observaciones

La existencia de derivadas parciales no implica continuidad:

Ejemplo

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & \text{si } x = 0 \text{ ó } y = 0 \\ 1 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

$D_1(0, 0) = D_2f(0, 0) = 1$ pero f no es continua en $(0, 0)$.