Clase # 5 de Análisis 3

Equipo clases a LaTeX

20 de noviembre de 2020

1. Definicion

Derivadas en funciones de varias variables: Sea $f : S \subset \mathbb{R}^{\ltimes} \to \mathbb{R}$, S conjunto abierto, $\vec{x}_{\bullet} \in S$, $\vec{u} \in \mathbb{R}^{\ltimes}$, $||\vec{u}|| = 1$, Supongamos que existe el límite

$$D_{\vec{u}} f(\vec{x}_{\bullet}) = \lim_{h \to \infty} \frac{f(\vec{x}_{\bullet} + h\vec{u} - f(\vec{x}_{\bullet})}{h}$$

llamaremos a $D_{\vec{u}} f(\vec{x}_{\bullet})$ derivada direccional de f en $\vec{x}_{\bullet}$, según dirección $||\vec{u}||$.

2. Definicion

Cuando $\vec{u} = e_1 = (1, 0, ..., 0)$ se escribe:

$$D_{\vec{u}} f(\vec{x}_{\bullet}) = \frac{\partial f}{\partial x_1}(\vec{x}_{\bullet}) = D_1 f(\vec{x}_{\bullet})$$

derivada parcial de f con respecto a x_1, $\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ evaluada en $\vec{x}_{\bullet}$.
Análogamente:

$$\frac{\partial f}{\partial x_k}(\vec{x}_{\bullet}) = D_k f(\vec{x}_{\bullet})$$

Observaciones

La existencia de derivadas parciales no implica continuidad:

Ejemplo

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & \text{si } x = 0 \text{ ó } y = 0 \\ 1 & \text{cualquier otro caso} \end{cases}$$

$D_1(0, 0) = D_2 f(0, 0) = 1$ pero f no es contínua en $(0, 0)$.