

岩土工程下沉贯入数值模拟方法研究进展

闫澍旺* 霍知亮^{†,1)}

*(天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072)

[†](天津市市政工程设计研究院, 天津 300051)



闫澍旺, 1982 年 3 月本科毕业于天津大学海洋工程专业, 1984 年 9 月研究生毕业于天津大学岩土工程专业, 现任天津大学岩土工程研究所所长, 教授, 博士生导师. 主要从事软黏土、海洋土的工程性质及应用研究; 海洋平台桩基础与土相互作用的研究; 海底管道与土相互作用的研究; 海洋结构物的稳定性分析; 可靠度理论在岩土工程中的应用; 工业废料碱渣的治理等方面的研究工作. 主持了五项国家自然科学基金项目, 二十项省部级的科研项目, 生产单位委托的科研项目多项, 两次获得国家教委资助优秀年轻教师基金, 获省部级科技进步奖四次. 曾在挪威、澳大利亚、英国、美国和新加坡等国家的著名大学进行讲学和研究工作, 与国外一些高水平大学和研究

所建立了比较密切的联系. 研究成果主要有: 海底管道与土的相互作用; 桩基础与土相互作用研究; 工业废料碱渣的微观结构和治理技术研究; 软黏土在波浪作用下的软化特性. 现已发表论文 200 余篇, 培养博士 20 余名, 硕士 80 余名. 现为中国土木工程学会理事, 力学学会岩土力学委员会委员, 天津市学位委员会专家组成员.

摘要 岩土工程下沉贯入领域的数值分析, 由于结构物贯入时网格变形过大而产生扭曲畸变等问题, 常会造成收敛困难甚至计算结果失真. 采用合适的数值方法分析此类问题颇具挑战性. 本文系统介绍了近年来对于岩土下沉贯入数值模拟的研究现状和发展动态, 对各种数值模拟方法的相关原理、主要特征以及优缺点进行简要的探讨. 并简要介绍耦合的欧拉-拉格朗日 (coupled Eulerian-Lagrangian, CEL) 有限元法的基本原理, 通过不排水条件下的条形基础贯入问题和砂土中桩的静压下沉示例分析, 表明 CEL 有限元法在模拟岩土贯入问题时计算结果的准确性和较其他模拟方法的优势. 文中所阐述的岩土贯入分析数值模拟方法可供从事岩土贯入分析的相关学者借鉴参考.

关键词 岩土工程, 贯入, 数值分析, 任意拉格朗日-欧拉方法, 网格重划分, 耦合的欧拉-拉格朗日方法

中图分类号: TU47 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-14-383

ADVANCE IN NUMERICAL SIMULATION METHODS FOR PENETRATION IN GEOTECHNICAL ENGINEERING

YAN Shuwang* HUO Zhiliang^{†,1)}

*(State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

[†](Tianjin Municipal Engineering Design and Research Institute, Tianjin 300051, China)

2014-11-26 收到第 1 稿, 2015-01-22 收到修改稿.

1) E-mail: huozhiliang_01@163.com

引用格式: 闫澍旺, 霍知亮. 岩土工程下沉贯入数值模拟方法研究进展. 力学与实践, 2016, 38(3): 237-249

Yan Shuwang, Huo Zhiliang. Advance in numerical simulation methods for penetration in geotechnical engineering. *Mechanics in Engineering*, 2016, 38(3): 237-249

Abstract Earth penetration in geotechnical engineering is difficult to model, largely due to the transient, coupled nature of the impact event. The interaction between the penetrator and the target is inherent due to their vastly different material responses. The loading induced on the penetrator can lead to a significant deformation and potentially high shock levels on any onboard components. It is a challenging task to simulate such problems properly. This paper presents typical progresses, and the principles and features of each simulating method are elaborated. In addition, the rationale of the coupled Eulerian-Lagrangian method is discussed in detail. Two examples, the surface footing and the pile penetration, show that the coupled Eulerian-Lagrangian method is more accurate and convenient than other methods for the penetration analysis in geotechnical engineering. The numerical simulation methods of penetration in geotechnical engineering discussed in this paper can be used by related researchers.

Key words geotechnical engineering, penetration, numerical analysis, arbitrary Lagrangian-Eulerian method, remesh, coupled Eulerian-Lagrangian method

引 言

近年来随着计算机辅助求解工程的飞速发展以及线性、非线性分析方法的日趋完善,以有限元为代表的数值分析方法已经成为求解岩土工程问题的一个重要的工具。岩土下沉贯入领域的数值分析,由于涉及接触、网格过大变形产生扭曲畸变等问题,常会造成收敛困难甚至计算结果失真。如何准确地模拟岩土贯入过程中,结构物与土的相互作用以及土的物理状态和应力状态,已成为岩土工程中的一个重要问题。

岩土工程下沉贯入领域,包括桩、条形、圆形基础贯入问题;各种形状贯入仪静力触探问题(锥形、T形条、圆柱形和球形);纺锤形海洋平台基础贯入问题;吸力式沉箱自重下沉和负压下沉问题,以及其他海洋基础贯入问题等等。采用传统的拉格朗日有限元模拟方法往往会出现收敛困难等问题,需要依赖用户的专业网格重划分和插值程序。采用纯粹的欧拉方法时,当系统中包含多种介质即多个界面时,网格和物质的相对运动使处理对流效应困难。由于迁移项的影响,有限元方程中的系数矩阵是非对称的,可能得到振荡解,无法精确确定运动边界或者运动界面的位置。采用网格和材料相互脱离的任意拉格朗日-欧拉(arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE)方法,可以根据定义的参数在求解过程中适当调整位置,使得网格不致出现严重的畸变,在整个分析过程中保持比较良好的状态。然而 ALE 方法常需要做出不合理的假设,并且由于网格之间的变形协调,不能很好地模拟岩土下沉贯入问题中土体的冲剪破坏形态。耦合的欧拉-拉格朗日(coupled

Eulerian-Lagrangian, CEL)分析方法结合了拉格朗日网格与欧拉网格的优点,可以有效地解决有关大变形和材料破坏等诸多问题,并且能够较好地模拟结构物下沉时土体的冲剪破坏。

本文总结了近几十年来对于岩土下沉贯入数值模拟的研究现状和发展动态,阐述各种数值模拟方法的相关原理、主要特征以及优缺点。随后简要介绍 CEL 有限元法的基本原理,通过不排水条件下的条形基础贯入问题和砂土中桩的静压下沉示例分析,表明 CEL 有限元法在模拟岩土贯入问题时计算结果的准确性和较其他模拟方法的优势。文中所阐述的岩土贯入分析数值模拟方法可供从事岩土贯入分析的相关学者借鉴参考。

1 拉格朗日方法和欧拉方法

1.1 参考坐标系

将连续介质在初始 t_0 时刻的形状称为初始构型,记为 Ω_X ,如图 1 所示。并引入拉格朗日坐标系(运动坐标系) $OX_1X_2X_3$,则在该参考系下物质点 P 的位置矢量可表示为 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$,坐标 X_i ($i = 1, 2, 3$) 称为物质坐标,表示质点 P 在物质坐标系的初始位置。拉格朗日描述是在初始构型 Ω_X 的基础上来研究物质点 \mathbf{X} 在空间坐标系中的运动规律,其数学表达式为 $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$,描述了同一质点 \mathbf{X} 在不同时刻的空间位置。

将连续介质在现时 t 时刻的形状称为现时构型,记为 Ω_x ,如图 1 所示。并引入欧拉坐标系(空间坐标系) $ox_1x_2x_3$,则在该参考系下,物质点 P 位于 p 处,其位置矢量可表示为 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$,坐标

x_i ($i = 1, 2, 3$) 称为空间坐标, 表示质点 P 在空间坐标系中的现时位置. 欧拉描述是在现时构型 Ω_x 的基础上来研究空间点 x 处物质点的运动规律, 其数学表达式为 $\mathbf{X} = \mathbf{X}(x, t)$, 描述了同一空间点 x 在不同时刻被物质点占据的情况.

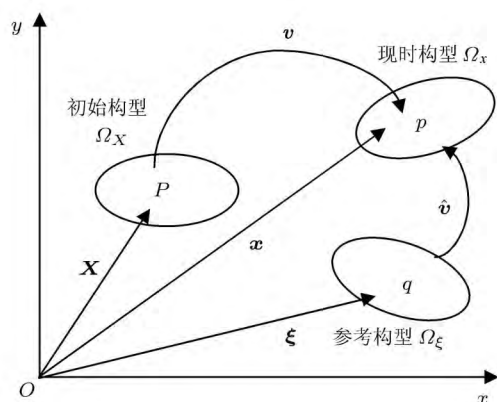


图 1 参考坐标系

1.2 拉格朗日方法

一般来讲, 在涉及到大变形的有限元分析中, 绝大多数研究工作都采用拉格朗日 (Lagrangian) 或欧拉 (Eulerian) 描述方法. 拉格朗日描述又称为物质描述, 可分为完全拉格朗日 (total Lagrangian) 描述和修正拉格朗日 (update Lagrangian) 描述. 在传统的拉格朗日分析中, 连续体的移动是材料坐标与时间的函数, 多用于固体结构的应力应变分析. 此种分析方法计算网格固定在物体上随物体一起运动, 即网格点与物质点在物体的变形过程中始终保持重合, 因此物质点与网格点之间不存在相对运动 (即迁移运动, 也称对流运动). 这大大简化了控制方程的求解过程, 而且能准确描述物体的移动界面, 并可跟踪质点的运动轨迹^[1].

拉格朗日分析是一种依赖网格变形的计算方法, 但是对于贯入等大变形问题时, 物质的扭曲将导致计算网格的畸形, 常会影响计算精度、造成收敛困难, 导致计算终止或者引起严重的局部误差^[2]. De Borst 等^[3] 应用小应变有限元模拟静力触探过程. Kioussis 等^[4] 应用大应变有限元模拟黏土中静力触探试验过程. Voyiadjis 等^[5] 基于 Bathe^[6] 的方法, 应用修正拉格朗日方法模拟非线性多孔介质中的静力触探过程. 然而他们的分析中都出现了网格变形过大, 导致病态的方程和负的积分点 Jacobian 行列式, 导致迭代过程失败.

沉桩模拟的有限元分析首先由 Carter 等^[7] 提出. 在研究中采用的土体模型有理想弹性和修正剑桥模型, 将土体视作两相物质, 应用 Biot 理论分析其固结过程. 由于小孔从 0 扩张会造成计算中应变无穷大, 所以小孔的扩张从初始半径 a_0 扩张到 $2a_0$. 由于只考虑平面应变问题, 其有限元单元采用了环单元, 用此方法可求解排水或不排水沉桩过程中及沉桩后任一时刻的桩周土压力及孔压. Chopra 等^[8], Baars 等^[9] 采用孔扩张理论 (cavity expansion method, CEM), 即在计算模型中预留桩孔, 忽略了桩本身而是在预留位置施加载荷或者桩径大小的位移载荷以此模拟桩的下沉过程. 这种方法的缺点在于此方法不能体现桩的下沉机理, 并且不能考虑动力下沉特性. 此后, Mabsout 等^[10] 预设桩一定的初始埋入深度, 并在桩上施加锤击载荷, 以此模拟桩的动力下沉, 但此方法只能计算出较小的桩下沉深度, 并且不能较好地模拟土体的动力响应. Grabe 等^[11] 和 Cudmani 等^[12] 利用一种桩土界面接触算法, 通过重划分接触单元, 成功处理接触面的大变形问题.

Sheng 等^[13-14] 应用修正拉格朗日算法和大应变摩擦接触 (large-strain frictional contact) 模拟桩的贯入和竖向承载特性. 计算结果显示, 桩土接触面采用接触运动学模型可以完整模拟桩的下沉过程. 计算得出的下沉过程中总抗力和离心试验结果吻合较好, 但侧摩阻力有些偏差. 同时文章也指出应用此种分析方法可能会遇到收敛性问题. 此后 Sheng 等^[15] 提出桩土界面接触的硬化/软化塑性理论和误差控制算法的自动载荷施加方案, 模拟桩在剑桥模型土体中的贯入问题. 计算结果表明此种接触算法可以有效地模拟桩的连续贯入过程.

1.3 欧拉分析方法

在纯粹的欧拉分析中, 连续体的移动是空间坐标和时间的函数, 多用于流体力学的分析中. 使用这种方法划分的网格和所分析的物质结构是相互独立的, 网格在整个分析过程中始终保持最初的空间位置不动, 有限元节点即为空间点, 其所在空间的位置在整个分析过程始终是不变的, 而材料在不变形的单元内流动. 在欧拉单元中并不一定 100% 充满某种材料, 很多情况下可能只有部分材料甚至是空的. 因此, 欧拉分析中的材料边界通常和单元边界并不一致, 必须在每个增量步中进行计算. 欧拉分析的优点在于, 在分析中没有网格发生变形, 其缺点是

当系统中包含多种介质即多个界面时,网格和物质的相对运动使处理对流效应困难.由于迁移项的影响,有限元方程中的系数矩阵是非对称的,可能得到振荡解,无法精确确定运动边界或者运动界面的位置.最早采用欧拉方法模拟贯入问题的是 van den Berg^[16],这种方法成功地避免了网格的扭曲问题,但边界处的材料流动未知.应用纯粹的欧拉分析在岩土贯入问题分析中并不多见,常是拉格朗日法和欧拉法联合使用.

2 任意拉格朗日-欧拉方法

为了避免网格变形过大而导致的负积分点 Jacobian 行列式和收敛问题,一个有效的办法是采用网格和材料相互脱离的任意拉格朗日-欧拉 (arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE) 方法.这种方法兼具单纯的拉格朗日方法与欧拉方法的分析特征,在不改变网格的拓扑结构(单元和连接关系)的前提下,允许单元网格独立于材料移动.它的主要原理则是让网格脱离材料而流动,但与欧拉方法不同,比较明显的一个不同点就是,它的网格必须被一种材料充满,而且材料边界条件复杂. ALE 网格自适应方法可以根据定义参数在求解过程中适当调整位置,使得网格不致出现严重的畸变,在整个分析过程中保持比较好的状态.

2.1 ALE 力学描述模型

不同于拉格朗日和欧拉描述模型, ALE 描述另外引进了一个独立于初始构型 Ω_X 和现时构型 Ω_x 的参考构型 Ω_ξ . 在物体的变形过程中,观察者始终跟随参考构形运动,因而对观察者而言,参考构形是固定不变的,而初始构形和现时构形则都相对于参考构形运动.为了确定参考构形中各参考点的位置,引入参考坐标系 $O\xi_1\xi_2\xi_3$. 则在该参考系下,物质点 P 位于 q 处,其位置矢量可表示为 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, 坐标 ξ_i ($i = 1, 2, 3$) 称为空间坐标,表示质点 P 在空间坐标系中的现时位置.

参考构形中各点的位置由其在参考坐标系中的位置矢量 ξ 确定,因此, $\xi = \xi(X, t)$ 描述了物质点 X 在参考坐标系中的运动规律,而 $x = x(\xi, t)$ 则描述参考点 ξ 在空间中的运动规律.图 1 中, v 和 \hat{v} 表示了在现时构形中物质点和参考点的运动速度.不难看出,当取 $\hat{v} = v$ 时, ALE 描述退化为传统的拉格朗日描述;当取 $\hat{v} = 0$ 时, ALE 描述退化为欧拉描述.因此 ALE 描述是拉格朗日描述和欧拉描述

的推广,而拉格朗日描述和欧拉描述是 ALE 描述的两个特例.

2.2 求解方法

ALE 方法最初出现由 Noh^[17] 以“coupled Eulerian-Lagrangian”概念提出,采用有限差分法用于二维流体动力学的计算,此后 Hirt 等^[18]和 Stein 等^[19]将此方法扩展到三维流体力学分析中.最早在有限元程序中应用 ALE 方法的是 Belytschko 等^[20],研究核安全分析中的流体-结构物相互作用.后来 ALE 方法被 Liu 等^[21-22]、Gadala 等^[23-25]引入到有限元方法分析固体力学中.

由于 ALE 方法综合了纯拉格朗日和纯欧拉方法的特点,在一定程度上克服各自的缺点,一方面,尽管 ALE 方法计算精度不如纯拉格朗日方法,但它处理大变形能力比纯拉格朗日方法强;另一方面,与纯欧拉方法相比,尽管 ALE 方法处理大变形能力不如纯欧拉方法,但它在物质界面处理和计算精度方面有所提高,同时,计算区域比纯欧拉方法小,计算量相对较小.一个完整的 ALE 分析包括两个步骤:(1)建立一个新的网路;(2)将旧网格的解答及状态变化传输到新网格上.通过这种做法,网格与物质点之间是可以相互脱离的,因而即使网格发生了很大的扭曲变形, ALE 方法也能在整个分析过程中保证高质量的网格^[26].

对于 ALE 推导的控制方程, Benson^[27]提出可以对网格位移和物质位移进行耦合求解,也可以基于算子分离 (operator-split) 技术进行求解.基于算子分离技术的 ALE,包含拉格朗日分析步和欧拉分析步,先进行拉格朗日分析步,在每一步(对时间步长而言)或相隔若干步,将拉格朗日网格重新划分,把由于扭曲而显得畸形的网格换成尽可能规整的新网格.新网格的力学量根据旧网格上的力学量按照质量、动量、能量守恒的原则加以重新计算,然后在欧拉分析步求解,如图 2 所示.关于全部的 ALE 方法的描述,可见考虑文献^[28].

2.3 接触问题的处理方法

由于几何非线性、材料非线性等因素的影响,大变形固体之间的接触问题是非常复杂和困难的研究课题之一.用有限元求解接触问题时,在界面上需设置分别属于各自物体的两个节点.为了准确满足界面相容条件和计算接触应力,不论两个物体是粘接还是相互滑移,在变形过程中节点对必须保持重

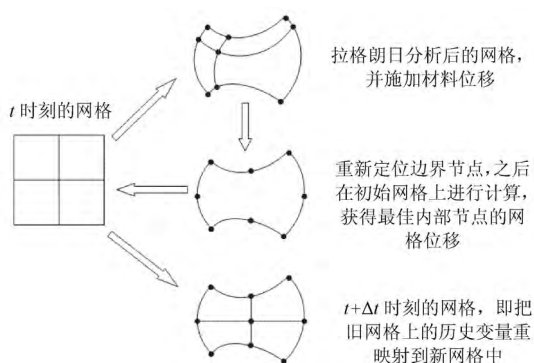


图 2 基于算子分离技术的 ALE 节点重定位方法

合. 在拉格朗日方法中, 物体的接触区域在求解前是未知的, 因此很难使接触区的节点对在变形过程中始终保持重合. 为了解决接触问题, 一般需要使用非常精密的网格, 而且对有限滑移问题还需求解单边位移约束的最优化问题. 在 ALE 方法中, 物体的初始构形和现时构形都是需要求解的部分, 可以很好地克服这个困难^[1].

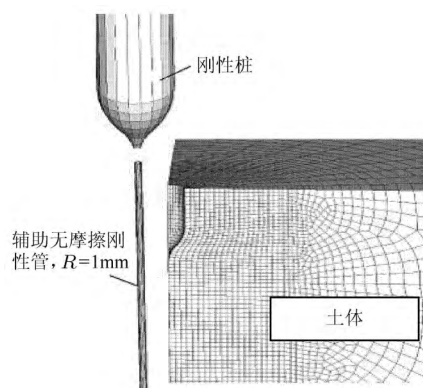
Haber 等^[29]采用 ALE 有限元法模拟了柔性结构的大变形接触问题, 把位移分类为拉格朗日位移和欧拉位移, 通过使接触面单元上结点对的拉格朗日位移相等而实现滑移边界相容条件, 但切向的欧拉位移可以不同. 这种方法后来被推广应用于准静态固体力学和弹性断裂力学^[30]. Liu 等^[31]介绍了界面单元法和摩擦力模型法两种处理界面摩擦问题的方法. 界面单元法是在摩擦力作用区的接触面上插入额外的单元层, 单元层中每一单元的刚度矩阵与屈服应力相关联. 摩擦力模型法对接触面上的摩擦力引入摩擦力模型, 摩擦力可由接触面上材料间的相对运动确定.

2.4 ALE 有限元法贯入分析研究成果

在岩土工程大变形分析以及岩土下沉贯入领域中, ALE 方法得到广泛的应用. Aubram 等^[32]阐述了基于算子分离技术基础 ALE 分析方法的基本原理, 通过冲制压模、反压成型和桩的贯入模拟, 说明 ALE 有限元分析方法与传统的拉格朗日分析方法相比, 在处理大变形问题上的优势. Liyanapathirana^[33]通过 Abaqus/Explicit 方法, 采用 ALE 网格自适应法模拟应变率相关的应变软化黏土 T-bar 贯入问题. 计算结果显示应变软化参数和比率参数的变化对 T-bar 因数具有显著影响, T-bar 循环贯入拔出模拟显示 T-bar 可以获得软土的重塑抗剪强

度和敏感度, 并表明在第一次贯入拔出后, 土体即可能发生软化. Nazem 等^[34]简要介绍了 ALE 方法的应用历史, 并通过圆孔扩张、不排水条件下条形基础承载力以及圆管动力入土 3 个示例, 分析基于算子分离的 ALE 方法与修正拉格朗日 (update Lagrangian, UL) 方法在处理大变形、惯性影响和接触力学机理的特性. 计算结果显示 ALE 方法在处理岩土工程大变形方面的高效准确性. Sheng 等^[35]应用 ALE 方法解决网格扭曲畸变的问题, 并引入自动载荷施加方案和平滑接触离散技术, 模拟桩的连续贯入. Senthilkumar 等^[36]应用 ALE 有限元分析法研究排水和不排水情况下海管的初始埋入深度及管土相互作用. 在不排水情况下, 通过海管的竖向载荷-位移特性与解析解进行对比, 得出不同土体有效重度与土体隆起的关系; 在排水情况下, 分析海管不同下沉深度时, 土体中孔压的变化规律.

需要指出, 在应用 ALE 方法模拟桩或者锥形体下沉的过程中, 为了避免在初始贯入时网格变形过大, 常把桩等细长结构物预设一定的初设深度, 并且为了模拟连续贯入, 常使用 zipper-type 技术. zipper-type 技术即在桩尖设置极细的无摩擦刚性管, 从而达到桩在贯入时与土平滑接触, 更利于计算的收敛性, 如图 3 所示. zipper-type 技术首先被 Mabsout 等^[10]提出应用在轴对称分析中, Cudmani^[37]应用此技术模拟轴对称情况下的静力触探贯入过程. Mahutka 等^[38]模拟静压桩、震动沉桩和动力沉桩 3 种不同沉桩方式的结果. 后通过 Henke 等^[39]拓展到三维桩的贯入分析. 不同截面尺寸桩的三维贯入分析见文献^[40-41]. 此方法使桩的连续贯入模拟成为可能, 但由于刚性管的存在, 阻碍了桩底两侧土体的移动, 影响了桩-土相互作用机理.

图 3 Zipper-type 技术的 ALE 桩贯入模拟^[41]

3 网格重划分技术

另一种避免网格畸变的方法是利用网格重划分技术, 根据变形后的边界重新划分网格并插值应力变量. Perić 等^[42] 阐述了这项技术的思路 and 理论, 最初重划分网格技术广泛应用在金属成形和断裂问题上. Hu 等^[43-44] 在传统小变形有限元基础上发展了一种简便高效的网格重划分和插值技术 (remeshing and interpolation technique with small strain model, RITSS) 以实现大变形分析. 该方法实质上属于 ALE 范畴, 它将小变形计算模型同全自动网格重划分和平面线性应力插值技术相结合, 每进行一定步骤的小变形计算后, 根据变形后的边界重新划分网格并插值应力变量, 这样就避免了计算网格的进一步扭曲. 近年来, RITSS 方法在基础大变形分析中得到了成功的应用, 包括: 条形、圆形基础贯入问题^[45-47], 各种形状贯入仪静力触探问题 (锥形^[48], T 形条^[49], 圆柱形和球形^[50] 等), 纺锤形海洋平台基础贯入问题^[51-53], 吸力式沉箱承载力问题^[54], 锚板基础的拔出过程^[55-60], 等等.

RITSS 大变形分析的主要过程如下:

- (1) 生成优化的初始网格;
- (2) 进行 n 步小变形计算;
- (3) 更新计算域边界;
- (4) 将旧网格中的应力变量和材料参数插值到新网格中;
- (5) 检查位移是否达到指定要求. 如果是, 中止计算, 否则回到步骤 (2) 继续进行.

在每一次重划网格周期内要进行 n 步小变形计算, n 步小变形计算的累积位移通常控制其小于单元最小边长的一半.

RITSS 方法实际上是基于小变形有限元计算的, 在每段小变形计算内, 并没有考虑刚体转动对应力变化的影响. 刚体转动同边界作用力相关, 因此一定步长小变形计算后刚体转动导致边界载荷重新分配, 这造成了计算域内部应力不平衡. 但通过控制计算增量步长和重划分间隔, 载荷 - 位移曲线在接下来的一两步小变形计算后又趋于平稳. 实质上, RITSS 方法将每次网格重划分后的计算作为一个新的边值问题对待, 不考虑应变的连续性. 经过这样的简化, RITSS 方法不必对传统小变形有限元应力和应变列式进行修改, 计算效率大大提高.

RITSS 方法利用网格重划分和插值技术, 在传统小变形有限元基础上实现大变形分析, 可以较好

地模拟岩土贯入等问题. 但应用 RITSS 分析最主要的障碍在于需要依赖用户的专业网格重划分和插值程序, 这大大限制了此方法的应用.

4 耦合的欧拉 - 拉格朗日方法

耦合的欧拉 - 拉格朗日 (coupled Eulerian-Lagrangian, CEL) 有限元分析方法结合了拉格朗日网格与欧拉网格的优点, 采用欧拉网格中网格固定而材料可以在网格中自由流动的方式建立模型 (如图 4 所示), 有效地解决了有关大变形和材料破坏等诸多问题; 同时, 通过欧拉 - 拉格朗日的接触算法, 利用拉格朗日网格得到结构准确的应力应变响应.

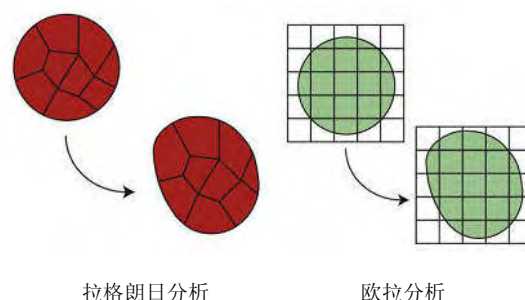


图 4 有限元分析中连续体的变形

4.1 Noh 的方法

耦合欧拉 - 拉格朗日分析方法最初由 Noh^[17] 在二维空间中提出, 随后其他学者把 CEL 方法推广应用到三维分析中. Noh 应用 CEL 方法进行分析的原理如图 5 所示. 假设在某一 t^n 时间, 拉格朗日域的位置及密度、应力等材料状态已知; 并且拉格朗日域内部、边界处和外部的欧拉域子集已知, 在下一时间 t^{n+1} 的解分 3 个不同的阶段进行计算获得. 在第 1 阶段, 根据欧拉域材料中的应力, 计算得出作用在拉格朗日域界面上的作用力, 从而获得拉格朗日域的运动. 在第 2 阶段, 利用新位置处的拉格朗日域确定拉格朗日域外的欧拉域部分, 同时需为欧拉域和拉格朗日域接触部位处形状不规则的欧拉网格建立离散方程. 最后, 通过解离散的欧拉方程得到新的应力, 并在下一时间步中作用在拉格朗日域.

离散的欧拉方程通过格林公式 (式 (1)) 推导得出, 并形成如图 5 中控制欧拉节点附近体积的守恒方程. 利用相同的方法形成拉格朗日域接触面的任意多边形单元. 对于接触面单元, 单元边界处欧拉材料的速度与拉格朗日边界处的速度一致, 小的欧

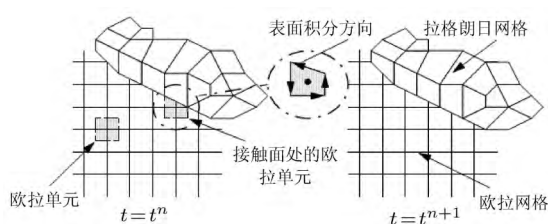


图 5 Noh 耦合欧拉-拉格朗日分析方法原理

拉单元合并到相邻单元从而避免时间步长限制.

$$\iint_A \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{\partial A} (M dx + N dy) \quad (1)$$

Noh 通过假定平面几何利用结构化欧拉网格, 简化了接触面单元的离散欧拉方程. 然而 Noh 的方法利用高斯散度定理 (式 (2)) 推广到三维计算时, 定义和计算面积分时将会相当繁琐. 同时 Noh 的方法也未明确惯性效应对计算的影响, 即作用在拉格朗日域上力的附加质量, 附加质量的影响将会增加作用在拉格朗日域上的有效作用力 [61]

$$\iiint_V (\nabla \cdot \underline{F}) dV = \iint_{\partial V} \underline{F} \cdot \hat{n} dA \quad (2)$$

4.2 罚接触方法

Benson [62] 阐述了与 Noh 相似的方法, 即拉格朗日边界处的速度在欧拉计算中提供运动学约束, 同时欧拉材料中的应力产生作用在拉格朗日域上的作用力. Olovsson [63] 提出了另一种耦合方法, 此方法与通用接触算法有许多相似之处.

Olovsson 的方法示意图见图 6. 在时间步长 t^n 的初始时刻, 欧拉网格中的任一拉格朗日节点被标记出, 利用前一时间步计算得出的界面作用力, 计算拉格朗日域和欧拉材料的运动. 在这一时间步结束时, 计算出欧拉材料节点和拉格朗日节点的相对位移, 并且计算出的罚力 (界面上对应点之间的接触力) 作用在拉格朗日和欧拉节点上.

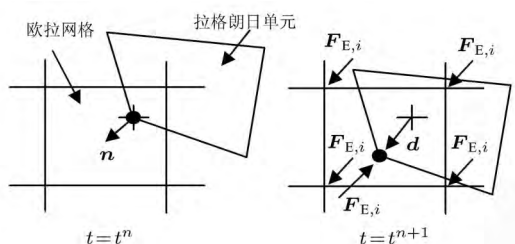


图 6 Olovsson 耦合欧拉-拉格朗日分析方法原理

作用在拉格朗日和欧拉节点上的罚力通过式 (3) 计算得出

$$\mathbf{F}_p = k_p \cdot \mathbf{d}_p \quad (3)$$

式中, \mathbf{F}_p 为罚力, 即界面上对应点之间的接触力; \mathbf{d}_p 为罚位移; k_p 为罚刚度, 其值与拉格朗日和欧拉介质材料特性有关. 式 (3) 中的罚位移 \mathbf{d}_p 由正向及切向的相对位移矢量的分量计算得出.

$$\mathbf{d}_n = (\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (4)$$

$$\mathbf{d}_t = \mathbf{d} - \mathbf{d}_n \quad (5)$$

式中, \mathbf{d} 为图 6 中所示的真实位移, \mathbf{n} 为拉格朗日面上节点的外法向量. 只有当欧拉材料节点与拉格朗日节点发生相对压缩方向的运动时, 才会产生界面接触力, 即

$$\mathbf{d} \cdot \mathbf{n} > 0 \quad (6)$$

Olovsson 利用界面摩擦力计算罚位移, 如式 (7) 所示

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{d}_p &= \mathbf{d}_n, \quad \text{当 } \mu_f = 0 \\ \mathbf{d}_p &= \mathbf{d}_n + \mu_f \frac{|\mathbf{d}_t|}{|\mathbf{d}_n|} \mathbf{d}_t, \quad \text{当 } |\mathbf{d}_n| < \mu_f |\mathbf{d}_t| \\ \mathbf{d}_p &= \mathbf{d}, \quad \text{当 } |\mathbf{d}_n| \geq \mu_f |\mathbf{d}_t| \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, μ_f 为摩擦系数.

式 (3) 中的罚刚度代表惯性刚度

$$k_p = \varepsilon \frac{\tilde{m}}{\Delta t^2} \quad (8)$$

式中, Δt 为时间步长, \tilde{m} 为拉格朗日质量和欧拉质量的最小值.

$$\tilde{m} = \min\{m_L, m_E\} \quad (9)$$

欧拉质量 m_E 通过欧拉单元基函数进行计算, 并在这一时间步结束时映射其节点质量值到拉格朗日节点位置处. 拉格朗日质量 m_L 即是拉格朗日节点质量. 罚力的本质是增加了一个新的弹簧-质量系统. 为避免时间步长的限制, 罚刚度 k_p 包含了一个小的乘子 ε , 如式 (8) 所示. Hallquist [64] 建议对于 LS-DYNA 中的接触算法, ε 取为 4%, Olovsson [63] 则建议 ε 取 5%.

计算出罚刚度和位移后, 罚力通过式 (3) 计算得出, 并根据欧拉单元基函数确定作用在欧拉节点上的力

$$\mathbf{F}_{E,i} = N_i \beta_i \mathbf{F}_p \quad (10)$$

式中, $F_{E,i}$ 为作用在欧拉单元节点上的力, N_i 是第 i 步欧拉基函数, 由这一时间步结束时拉格朗日节点的位置而确定, β_i 为权函数, 通过每一欧拉节点质量 $m_{E,i}$ 确定.

$$\beta_i = \min \left\{ 1, \frac{m_{E,i}}{(N_i + 0.001)\tilde{m}} \right\} \quad (11)$$

所以, 作用在欧拉节点上的力将随着节点质量为零而变为零, 作用在拉格朗日节点上的力与作用在欧拉网格节点上的合力大小相等、方向相反.

$$F_L = - \sum_i F_{E,i} \quad (12)$$

在 Olovsson 方法中, 作用在欧拉和拉格朗日节点上的力将会产生把欧拉材料“推离”拉格朗日表面的趋势. Olovsson 的方法并没有严格强制欧拉材料不侵入到拉格朗日区域中. 实际上, 如果欧拉网格的大小远小于拉格朗日网格的大小, 此时欧拉材料会“渗漏”过拉格朗日区域表面. 这是因为在极小的欧拉网格中不会包含有拉格朗日节点, 因此将不会受到拉格朗日节点的反作用力. 有若干种方法可以解决这一问题, 例如利用拉格朗日积分点位置代替节点位置; 或者当拉格朗日网格远小于欧拉网格的大小, 同样不会出现“渗漏”问题.

4.3 CEL 有限元法贯入分析研究成果

在应用 CEL 有限元法模拟岩土下沉贯入分析中, Bessette 等^[65] 利用 CEL 分析方法计算尖头型钢贯入两种不同性质岩体, 得出的贯入深度和减速时程与试验值十分接近. Tho 等^[66] 和 Qiu 等^[67] 通过 Abaqus 有限元软件, 利用 CEL 分析方法对自升式平台桩靴贯入安装过程进行了模拟, 通过与已有离心模型试验结果的对比 (如图 7 所示), 在一定程度上验证建立的 CEL 有限元模型的合理性. 并表明基础连续贯入过程中承载力随贯入深度的变化规律与小变形计算得到的不同预埋深度下承载力与埋置深度关系曲线有较大差别.

Qiu 等^[68] 应用 CEL 有限元方法, 对条形基础承载力、静压桩的贯入和沉船问题进行模拟计算. 首先对条形基础的承载力计算以及与有限元隐式分析、显式分析的比较, 表明采用 CEL 分析方法可以更好地处理基础边缘塑性奇点区域土体的应力和变形. 其次对静压桩的贯入模拟, 采用 CEL 分析方法克服了其他模拟方法 (如 ALE 方法) 需事先设置桩贯入路径, 并且不需要为了提高收敛性而预设一定

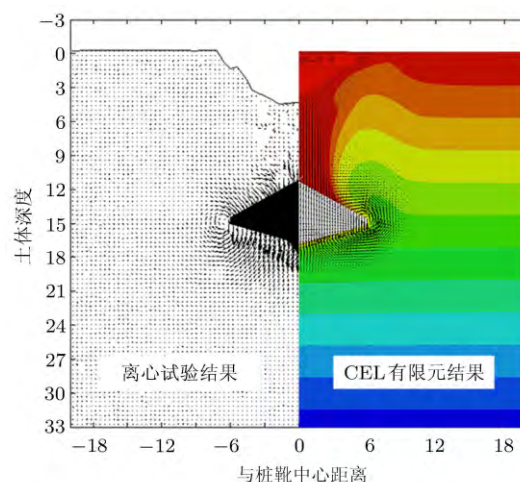


图 7 桩靴贯入过程 CEL 法结果与离心试验的对比

的桩埋入深度, 可以模拟桩的连续贯入. 最后应用 CEL 方法对沉船产生的碰撞力和沉船深度进行有限元模拟. Yi 等^[69] 通过 Abaqus/Explicit 提供的用户自定义材料 VUMAT 进行三维有效应力本构关系二次开发, 利用 CEL 分析方法对自升式平台桩靴贯入安装过程产生的贯入阻力和超孔隙水压力进行模拟, 计算结果与离心试验十分接近.

4.4 CEL 法和 ALE 法的优缺点评述

为进一步说明和阐述 CEL 和 ALE 有限元方法在解决岩土大变形问题及下沉贯入分析中土体的破坏特点, 通过 CEL 法和 ALE 法进行条形基础和桩基础两个下沉示例分析, 从而比较这两种方法在分析此类问题中的优缺点.

示例一: 对 Nazem 等^[34] 采用 ALE 有限元法对不排水条件下条形基础贯入问题进行计算, 其中土体采用 Tresca 屈服准则, 不排水抗剪强度 $s_u = 1 \text{ kPa}$, 弹性模量 $E = 100s_u$, 泊松比 $\nu = 0.49$, 计算区域为 $12 \times 8B$, 由于基础与土体的刚度相差极大, 条形基础简化为刚体. 如 Nazem 等的计算条件, 应用 CEL 有限元法, 得出的归一化力 ($V/(Bs_u)$) 和归一化位移 (w/B) 的关系如图 8 所示, 贯入过程土体变形如图 9 所示. 采用 CEL 法和 Nazem 等的计算结果吻合较好. Nazem 等的计算中, 在贯入深度约为 $0.225B$ 、归一化力 $V/(Bs_u)$ 约为 6.25 时计算终止, 而采用 CEL 有限元法不会出现收敛性困难.

示例二: 应用 CEL 方法, 对 Sheng 等^[35] 利用 ALE 方法并引入自动载荷施加方案和平滑接触离散技术, 模拟砂土中桩的连续贯入问题. 在 Sheng 等的

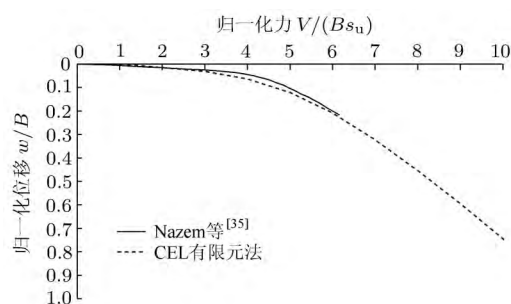


图 8 条形基础抗力和贯入深度曲线

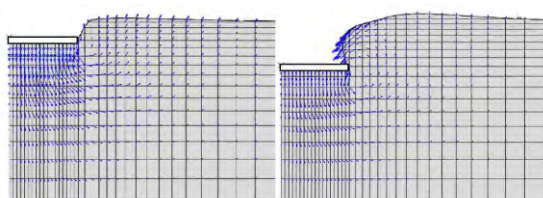
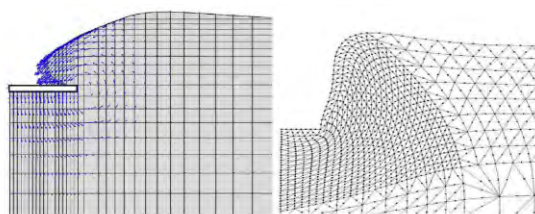
(a) CEL 法 $w/B = 0.4$ (b) CEL 法 $w/B = 0.8$ (c) CEL 法 $w/B = 1.2$ (d) Nazem 计算结果

图 9 条形基础贯入土体变形

计算中, 土体采用 Mohr-Coulomb 屈服准则, 弹性模量 $E = 10^4$ kPa, 泊松比 $\nu = 0.3$, 黏聚力 $c = 1$ kPa, 内摩擦角 $\phi = 30^\circ$, 剪胀角 $\psi = 20^\circ$, 土体容重 $\gamma = 20$ kN/m³. 桩的弹性模量 $E = 1.0 \times 10^8$ kPa, 泊松比 $\nu = 0.3$. 土体计算区域为 $2.4\text{m} \times 4.8\text{m}$, 桩的尺寸为 $0.4\text{m} \times 3\text{m}$, 桩尖角为 60° , 桩土界面摩擦系数为 0.01 , 桩贯入深度为 2.5m .

应用 CEL 有限元法模拟砂土中桩的静压贯入问题, 土体分别采用 Mohr-Coulomb 屈服准则 (简称 M-C) 和 Drucker-Prager 屈服准则 (简称 D-P), 比较不同本构关系对计算结果的影响. D-P 准则的材料常数 α, k 是由平面应变下与 M-C 准则的屈服极限相同的条件推导得出的 [70], 如式 (13). 两者的不同在于 M-C 准则的屈服曲线为六角锥面, D-P 准则的屈服曲线为圆面如图 10 所示.

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}\sqrt{3 + \sin^2 \phi}} = \frac{\tan \phi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi}} \\ K &= \frac{\sqrt{3} \cos \phi}{\sqrt{3 + \sin^2 \phi}} = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \phi}} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

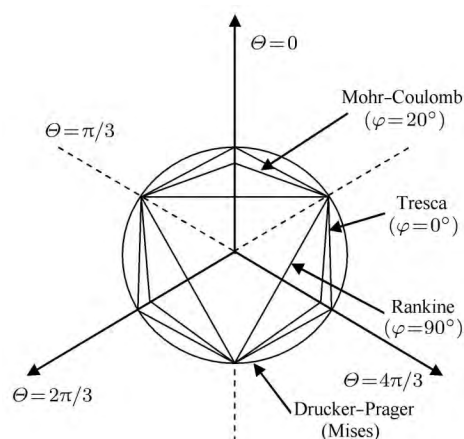


图 10 D-P 准则与 M-C 准则的拟合关系

计算得出的桩抗力和归一化位移 (贯入深度/桩半径) 的关系以及土体变形情况如图 11 和图 12 所示, 采用 CEL 有限元法和 Sheng 等 [35] 采用 ALE 有限元法的计算结果吻合较好. 同时可以看出由于 M-C 准则与 D-P 准则屈服面的不同, 两者的计算结果略有差别, 但与 Sheng 等的计算结果都十分接近.

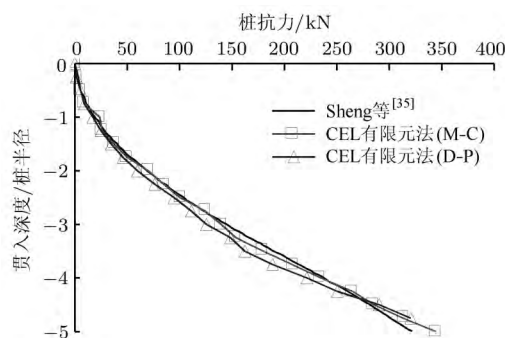
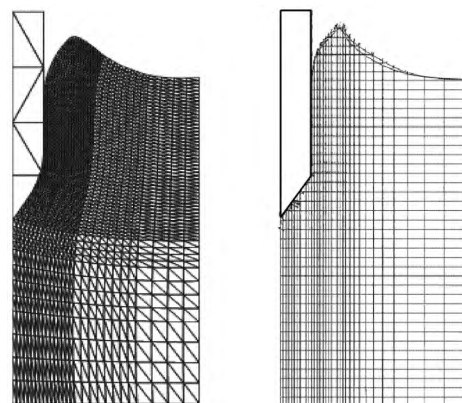


图 11 桩贯入时抗力和贯入深度曲线



(a) Sheng 的计算结果 (b) CEL 有限元法

图 12 桩贯入时土体的变形

从以上两个 CEL 法和 ALE 法分析的对比示例可以看出:

(1) Nazem 等采用的 ALE 有限元法模拟如条形基础等宽度较大的结构物贯入时, 由于需要满足变形协调条件, 土体的变形类似于“蜘蛛网”, 随着基础的下沉网格不断“拉伸”, 不能较好地模拟基础冲剪贯入的形态 (如图 9(d) 所示). 采用 CEL 有限元法模拟基础贯入时, 可以较为明确地看出土体冲剪破坏形态, 并且随着基础的下沉, 出现土体回淤的情况, 如图 9(a) ~ 图 9(c) 所示.

(2) 在应用 ALE 方法模拟桩下沉时, 为了避免在初始贯入时网格变形过大, 常把桩端模拟成锥形^[35,41], 并且为了模拟连续贯入, 常使用 zipper-type 技术, 即在桩尖设置极细的无摩擦刚性管, 从而达到桩在贯入时与土平滑的接触, 更利于计算的收敛性^[10,37]. 但做出这样的简化, 在模拟桩下沉时会对桩-土相互作用机理产生影响. 应用 CEL 有限元法无需对桩端截面进行修改, 不需其他简化即可模拟桩的连续贯入.

(3) ALE 方法进行岩土下沉贯入分析时, 由于贯入物在下沉过程中, 土体网格需要满足变形协调条件, 使得计算过程中可能产生收敛困难的情况. 而采用 CEL 方法进行下沉贯入分析时, 可以有效地解决大变形和材料破坏等诸多问题, 不会出现收敛性问题.

5 其他模拟方法及各方法的对比

5.1 其他数值模拟方法

此外对于岩土工程贯入分析, 一些学者还采用计算流体动力学 (computational fluid dynamics, CFD)、离散元法 (discrete element method, DEM) 等方法. 计算流体动力学 (CFD) 常用于模拟实际的流体流动情况, 其基本原理是数值求解控制流体流动的微分方程, 得出流体流动的流场在连续区域上的离散分布, 从而近似模拟流体流动情况.

在岩土贯入领域并不常用, Raie 等^[71]应用 CFD 方法, 视土体为 Bingham 黏性液体, 预测鱼雷锚 (torpedo-anchor) 的贯入深度和土体抗力的关系, 以及土-锚接触面之间正压力与剪应力的分布规律. 计算结果与室内试验和原型贯入试验结果十分吻合.

DEM 由 Cundall^[72]首次提出, 其理论的发展

及应用领域正不断扩大. 离散单元法可以解决土壤整体大变形的问題, 同时还可以解决颗粒与颗粒间的摩擦和剪切问题. Huang 等^[73]、Tanaka 等^[74]、Jiang 等^[75]利用 DEM 方法对圆锥贯入仪贯入土壤问题进行了研究.

5.2 各方法的对比

依据前文的分析, 各种数值模拟方法的特点、计算精度及效率、实现难易程度等如表 1 所示.

6 结论及展望

岩土工程下沉贯入领域的数值分析, 由于结构物贯入时网格变形过大而产生扭曲畸变等问题, 常会造成收敛困难甚至计算结果失真. 采用合适的数值方法分析此类问题颇具挑战性. 传统的纯粹的拉格朗日方法模拟岩土贯入问题, 常会出现网格变形过大, 积分点的 Jacobian 行列式可能成为负值, 从而使计算中止或者引起严重的局部误差. 纯粹的欧拉分析可能导致数值扩散或者边界处的材料流动未知等问题, 在岩土贯入问题数值分析中并不多见.

ALE 方法综合了纯拉格朗日和纯欧拉方法的特点, 在一定程度上克服各自的缺点. 但应用 ALE 方法进行下沉贯入分析时, 常常为了计算的收敛性做出一些假设、以及不能很好模拟土体“冲剪”破坏形态等问题, 影响贯入物与土的相互作用机理. 采用 CFD 和 DEM 的方法, 需要把土体视为流体或者圆盘 (圆球) 单元, 不能准确描述土体应力应变状态, 限制了这两种方法在岩土下沉贯入模拟方面的应用.

以 RITSS 方法为代表的网格重划分和插值技术在基础大变形分析中得到了成功的应用. RITSS 方法将小变形计算模型同全自动网格重划分和平面线性应力插值技术相结合, 每进行一定步骤的小变形计算后, 根据变形后的边界重新划分网格并插值应力变量, 这样就避免了计算网格的进一步扭曲. 此方法可以较好地模拟岩土贯入等问题. 但应用 RITSS 分析最主要的障碍在于需要依赖用户的专业网格重划分和插值程序. CEL 有限元分析方法结合了拉格朗日网格与欧拉网格的优点, 采用欧拉网格中网格固定而材料可以在网格中自由流动的方式建立模型, 有效解决了有关大变形和材料破坏等诸多问题. 对自升式平台桩靴贯入安装过程模拟和桩的贯入模拟也取得了一些成果. 并通过两个示例, 阐述 CEL 有限元法在模拟岩土贯入问题时计算结果的准确性

表 1 各种数值模拟方法的对比

模拟方法	特点	计算精度及效率	实现难易程度
拉格朗日方法	连续体的移动是材料坐标与时间的函数,多用于固体结构的应力应变分析.	分析贯入等大变形问题时,物质的扭曲将导致计算网格的畸形,造成收敛困难,导致计算终止或者引起严重的局部误差.	采用此种方法需要开发界面接触算法重划分接触单元,实现较为困难.
欧拉方法	连续体的移动是空间坐标和时间的函数,多用于流体力学的分析中.	纯粹的欧拉分析可能导致数值扩散或者边界处的材料流动未知等问题,计算精度差.	纯粹欧拉分析法效果差,常是应用拉格朗日法和欧拉法联合使用.
ALE 方法	综合了纯拉格朗日和纯欧拉方法的特点,在一定程度上克服各自的缺点.	计算精度不如纯拉格朗日方法,但处理大变形能力比纯拉格朗日方法强,且在物质界面处理和计算精度有所提高.	在诸如 Abaqus、LS-DYNA 等商业化有限元仿真软件中,都包含 ALE 算法,其应用较为广泛.
网格重划分方法	在传统小变形有限元基础上利用网格重划分和插值技术实现大变形分析.	将每次网格重划分后的计算作为一个新的边值问题对待,计算效率和精度高.	需要依赖用户的专业网格重划分和插值程序,限制此方法的应用.
CEL 方法	采用欧拉网格建立模型,通过欧拉-拉格朗日的接触算法,利用拉格朗日网格得到结构准确的应力应变响应.	采用显示动力中心差分方法求解,其计算效率高.计算精度依赖于拉格朗日及欧拉网格的密度和相对大小.	在如 Abaqus 有限元仿真软件中包含 CEL 求解器,无需开发界面接触算法和插值程序,应用简单.
CFD 方法	数值求解流体流动的微分方程,得出流场在连续区域上的离散分布,从而近似模拟流体流动情况.	常视土体为 Bingham 黏性液体等拟塑性体,不能很好地描述土体的应力应变状态,在岩土贯入领域并不常用.	有较多的 CFD 商业软件,如 CFX, Fluent 等,其实现简单.
DEM 方法	土体介质假定为离散体的集合,颗粒之间不需满足变形协调方程,但需满足平衡方程.	土颗粒常用二维圆盘单元或三维圆球单元模拟,其参数不能由常规岩土试验获得,计算结果和精度还需要深度研究探讨.	有例如二维 PFC2D 和三维 PFC3D 离散元程序,其实现简单.

和较其他模拟方法的优势,且能够有效模拟下沉贯入分析中土体的冲剪破坏形态.

解决接触、网格扭曲畸变等问题是岩土工程下沉贯入领域数值研究中的难点,采用何种简单有效的计算方法是一个长期、艰巨的工作.在后续的工作中还有许多问题值得研究和探索.一是开发简单或者商业化的大变形界面接触算法、网格重划分和插值技术,使得此技术可为更多研究者所应用.例如 Tian 等^[76]提出一种简便的网格重划分方法实现 RITSS 大变形分析,利用 Abaqus 自带的插值和重划分网格方法“mesh-to-mesh solution mapping”,通过编写 Python 程序,自动进行迭代计算,可以准确高效地模拟岩土贯入等问题.同时也指出,应用此方法关键在于如何利用 Python 程序捕捉关键节点的位置.

其次应用 CEL 有限元法进行下沉贯入分析时,在不同介质界面处也会存在数值弥散现象和迁移的影响,因此需要研究简单有效的网格运动算法、迁移影响的处理等.此外,随着工程实践和研究的不断深入,研究者需要更多更复杂的土体本构模型进行下

沉贯入分析,现有的商业软件 CEL 求解器中只提供了有限的土体本构关系,无法分析下沉过程中土体孔隙水压力的变化,这还需要对 CEL 法进行进一步开发.

参 考 文 献

- 1 张雄,陆明万,王建军.任意拉格朗日-欧拉描述法研究进展.计算力学学报,1997,14(1): 91-102
- 2 Armero F, Love E. An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for finite strain plasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, 57(2): 471-508
- 3 De Borst R, Vermeer PA. Finite element analysis of static penetration tests. *Géotechnique*, 1984, 34(2): 199-210
- 4 Kioussis PD, Voyiadjis GZ, Tumay MT. A large strain theory and its application in the analysis of the cone penetration mechanism. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1988, 12(1): 45-60
- 5 Voyiadjis GZ, Abu-Farsakh MY. Coupled theory of mixtures for clayey soils. *Computers and Geotechnics*, 1997, 20(3): 195-222
- 6 Bathe KJ. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982

- 7 Carter JP, Randolph MF, Wroth CP. Stress and pore pressure changes in clay during and after the expansion of a cylindrical cavity. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1979, 3(4): 305-322
- 8 Chopra MB, Dargush GF. Finite-element analysis of time-dependent large-deformation problems. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1992, 16(2): 101-130
- 9 Baars VS, Niekirk VJW. Numerical modelling of tension piles. *International Symposium on Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, Lisse, Nederland, 1999
- 10 Mabsout ME, Tassoulas JL. A finite element model for the simulation of pile driving. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1994, 37(2): 257-278
- 11 Grabe J, Mahutka KP. Finite-elemente-analyse zur vibrationsrammung von pfählen. *Bautechnik*, 2005, 82(9): 632-640
- 12 Cudmani R, Sturm H. An investigation of the tip resistance in granular and soft soils during static, alternating and dynamic penetration. *International Symposium on Vibratory Pile Driving and on Deep Soil Vibratory Compaction*, Pairs, 2006
- 13 Sheng D, Axelsson K, Magnusson O. Stress and strain fields around a penetrating cone. 6th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Rotterdam, Nederland, 1997
- 14 Sheng D, Eigenbrod KD, Wriggers P. Finite element analysis of pile installation using large-slip frictional contact. *Computers and Geotechnics*, 2005, 32(1): 17-26
- 15 Sheng D, Wriggers P, Sloan SW. Improved numerical algorithms for frictional contact in pile penetration analysis. *Computers and Geotechnics*, 2006, 33(6): 341-354
- 16 van den Berg P. Analysis of soil penetration. [PhD Thesis]. The Netherlands: Technische Universiteit Delft, 1994
- 17 Noh WF. A time-dependent, two-space-dimensional, coupled Eulerian-Lagrange code.// Alder B, Fernbach S, Rotenberg M, eds. *Methods in Computational Physics*. New York: Academic Press, 1964. 12-23
- 18 Hirt CW, Amsden AA, Cook JL. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, 1974, 14(3): 227-253
- 19 Stein LR, Gentry RA, Hirt CW. Computational simulation of transient blast loading on three-dimensional structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1977, 11(1): 57-74
- 20 Belytschko TB, Kennedy JM. Computer models for sub-assembly simulation. *Nuclear Engineering and Design*, 1978, 49(1): 17-38
- 21 Liu WK, Belytschko T, Chang H. An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for path-dependent materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1986, 58(2): 227-245
- 22 Liu WK, Herman C, Jiun-Shyan C, et al. Arbitrary Lagrangian-Eulerian Petrov-Galerkin finite elements for nonlinear continua. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, 68(3): 259-310
- 23 Gadala MS, Wang J. ALE formulation and its application in solid mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 167(1): 33-55
- 24 Gadala MS, Movahhedy MR, Wang J. On the mesh motion for ALE modeling of metal forming processes. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2002, 38(5): 435-459
- 25 Bayoumi HN, Gadala MS. A complete finite element treatment for the fully coupled implicit ALE formulation. *Computational Mechanics*, 2004, 33(6): 435-452
- 26 Manual ABAQUS Uesr's (Version 6.8). Dassault Systems Simulia Corp, USA, 2008
- 27 Benson DJ. An efficient, accurate, simple ALE method for nonlinear finite element programs. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1989, 72(3): 305-350
- 28 Huerta A, Casadei F. New ALE applications in non-linear fast-transient solid dynamics. *Engineering Computations*, 1994, 11(4): 317-345
- 29 Haber RB, Abel JF. Contact-slip analysis using mixed displacements. *Journal of Engineering Mechanics*, 1983, 109(2): 411-429
- 30 岳宝增, 李笑天. ALE 有限元方法研究及应用. *力学与实践*, 2002, 24(2): 7-11
- 31 Liu WK, Chen JS, Belytschko T, et al. Adaptive ALE finite elements with particular reference to external work rate on frictional interface. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1991, 93(2): 189-216
- 32 Aubram D, Rackwitz F, Savidis SA. Computation of soil penetration at finite strains by using arbitrary Lagrangian-Eulerian methods. The 12th International Conference of International Association for Computer Method and Advances in Geomechanics, Goa, India, 2008
- 33 Liyanapathirana DS. Numerical simulation of T-bar penetration in soft clay. *GeoCongress 2008*, New Orleans, 2008
- 34 Nazem M, Carter JP, Airey DW. Arbitrary Lagrangian-Eulerian method for dynamic analysis of geotechnical problems. *Computers and Geotechnics*, 2009, 36(4): 549-557
- 35 Sheng D, Nazem M, Carter JP. Some computational aspects for solving deep penetration problems in geomechanics. *Computational Mechanics*, 2009, 44(4): 549-561
- 36 Senthilkumar M, Kodikara J, Rajeev P. Numerical modelling of undrained vertical load-displacement behaviour of offshore pipeline using coupled analysis. 2011 Pan-Am CGS Geotechnical Conference, Toronto, 2011
- 37 Cudmani RO. Statische, alternierende und dynamische Penetration in nichtbindigen Böden. [PhD Thesis]. Karlsruhe: Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, 2001
- 38 Mahutka KP, König F, Grabe J. Numerical modelling of pile jacking, driving and vibratory driving. *International Conference on Numerical Simulation of Construction Pro-*

- cesses in Geotechnical Engineering for Urban Environment, Bochum, Germany, 2006
- 39 Henke S, Grabe J. Simulation of pile driving by 3-dimensional finite-element analysis. 17th European Young Geotechnical Engineers' Conference, Zagreb, 2006
 - 40 Henke S, Grabe J. Numerical investigation of soil plugging inside open-ended piles with respect to the installation method. *Acta Geotechnica*, 2008, 3(3): 215-223
 - 41 Henke S. Influence of pile installation on adjacent structures. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2010, 34(11): 1191-1210
 - 42 Perić D, Hochard C, Dutko M, et al. Transfer operators for evolving meshes in small strain elasto-plasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, 137(3): 331-344
 - 43 Hu Y, Randolph MF. H-adaptive FE analysis of elasto-plastic non-homogeneous soil with large deformation. *Computers and Geotechnics*, 1998, 23(1): 61-83
 - 44 Hu Y, Randolph MF. A practical numerical approach for large deformation problems in soil. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1998, 22(5): 327-350
 - 45 Hu Y, Randolph MF. Deep penetration of shallow foundations on non-homogeneous soil. *Soils and Foundations*, 1998, 38(1): 241-246
 - 46 Hu Y, Randolph MF, Watson PG. Bearing response of skirted foundation on nonhomogeneous soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1999, 125(11): 924-935
 - 47 Wang CX, Carter JP. Deep penetration of strip and circular footings into layered clays. *International Journal of Geomechanics*, 2002, 2(2): 205-232
 - 48 Lu Q, Randolph MF, Hu Y, et al. A numerical study of cone penetration in clay. *Geotechnique*, 2004, 54(4): 257-267
 - 49 Randolph MF, Andersen KH. Numerical analysis of T-bar penetration in soft clay. *International Journal of Geomechanics*, 2006, 6(6): 411-420
 - 50 Zhou H, Randolph MF. Computational techniques and shear band development for cylindrical and spherical penetrometers in strain-softening clay. *International Journal of Geomechanics*, 2007, 7(4): 287-295
 - 51 Hossain MS, Hu Y, Randolph MF, et al. Limiting cavity depth for spudcan foundations penetrating clay. *Géotechnique*, 2005, 55(9): 679-690
 - 52 Hossain MS, Hu Y, Randolph MF, et al. Punch-through of spudcan foundations in two-layer clay. 1st International Symposium on Frontiers in Offshore Geotechnics (ISFOG), Perth, Australia, 2005
 - 53 Hossain MS, Randolph MF, Hu Y, et al. Cavity stability and bearing capacity of spudcan foundations on clay. Offshore Technology Conference, OTC, Houston, 2006
 - 54 Song Z, Hu Y, Gaudin C. The influence of disturbed zone on capacity of suction embedded plate anchors. 17th International Offshore and Polar Engineering Conference, Lisbon, Portugal, 2007
 - 55 Mehryar Z, Hu Y, Randolph MF. Pullout capacity of circular plate anchor in clay-FE analysis. International Symposium on Numerical Models in Geomechanics-NUMOG VIII, Rome, Italy, 2002
 - 56 Thorne CP, Wang CX, Carter JP. Uplift capacity of rapidly loaded strip anchors in uniform strength clay. *Geotechnique*, 2004, 54(8): 507-517
 - 57 Song Z, Hu Y, Randolph MF. Numerical simulation of vertical pullout of plate anchors in clay. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2008, 134(6): 866-875
 - 58 Song Z, Hu Y, Randolph MF. Pullout behavior of inclined plate anchors in uniform clay. 11th International Conference of International Association of Computer Methods and Advances in Geomechanics, Turin, 2005
 - 59 Song Z, Hu Y, Wang D, et al. Pullout capacity and rotational behaviour of square anchors. 6th International Conference on Physical Modelling in Geomechanics, Balkema, Rotterdam, 2006
 - 60 Wang D, Hu YX, Jin X. Two-dimensional large deformation finite element analysis for the pulling-up of plate anchor. *China Ocean Engineering*, 2006, 20(2): 269-278
 - 61 Panton RL. Incompressible Flow. New York: Wiley, 1984
 - 62 Benson DJ. Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1992, 99(2): 235-394
 - 63 Olovsson L. On the arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method. [PhD Thesis]. Sweden: Linköpings University, 2000
 - 64 Hallquist JO. LS-DYNA Theoretical Manual. Livermore Software Technology Corporation, 1998
 - 65 Bessette GC, Vaughan CT, Bell RL. Zapotec: a coupled Euler-Lagrange program for modeling earth penetration. 73rd Shock and Vibration Symposium, Newport, RI, 2002
 - 66 Tho KK, Leung CF, Chow YK, et al. Eulerian finite-element technique for analysis of jack-up spudcan penetration. *International Journal of Geomechanics*, 2010, 12(1): 64-73
 - 67 Qiu G, Henke S. Controlled installation of spudcan foundations on loose sand overlying weak clay. *Marine Structures*, 2011, 24(4): 528-550
 - 68 Qiu G, Henke S, Grabe J. Application of a coupled Eulerian-Lagrangian approach on geomechanical problems involving large deformations. *Computers and Geotechnics*, 2011, 38(1): 30-39
 - 69 Yi JT, Lee FH, Goh SH, et al. Eulerian finite element analysis of excess pore pressure generated by spudcan installation into soft clay. *Computers and Geotechnics*, 2012, 42: 157-170

(下转第 236 页)

- slosh data aboard the international space station. 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Atlanta, USA, 2012
- 53 Schallhorn P, Roth J, Marsell B, et al. Acquisition of long-duration, low-gravity slosh data utilizing existing ISS equipment (SPHERES) for calibration of CFD models of coupled fluid-vehicle behavior. 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, Atlanta, USA, 2012
 - 54 Silvernail NL, Sances DJ, Gangadharan S. Modeling of fuel slosh in a spin stabilized spacecraft with on-axis propellant tanks implemented with diaphragms. AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, Chicago, USA, 2009
 - 55 Fuhrmann E, Dreyer M. Description of the sounding rocket experiment-SOURCE. *Microgravity Science and Technology*, 2008, 20(3-4): 205-212
 - 56 Prins JJM. Sloshsat FLEVO facility for liquid experimentation and verification in orbit: description of the mini satellite. NLR-TP-2000-63, 2000
 - 57 Naumann RJ, Lundquist CA, Tandberg-Hanssen E, et al. Spacelab science results study. NASA/CR-2009-215740, 2009
 - 58 Allen JS, Saavedra S. NASA sponsored fluid physics experiments conducted on the Mir Space Station. 37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, USA, 1999
 - 59 Weislogel MM, Jenson R, Chen Y, et al. The capillary flow experiments aboard the International Space Station: status. *Acta Astronautica*, 2009, 65: 861-869
 - 60 Deffenbaugh DM, Dodge FT, Green ST. Final report for the liquid motion in a rotating tank experiment (LME). NASA/CR-1998-208667, 1998
 - 61 Snyder HA. Sloshing in microgravity. *Cryogenics*, 1999, 39(12): 1047-1055
 - 62 Vergalla M. Investigation of slosh events using existing SPHERES hardware on ISS platform. 61st International Astronautical Congress, Prague, Czech Republic, 2010
 - 63 Otero AS, Miller DW. Initial SPHERES operations aboard the International Space Station.//Rainer S, Hans, PR, Arnoldo V, et al, eds. *Small Satellites for Earth Observation*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2008. 267-276
 - 64 Bayle O, L'Hullier V, Ganet M, et al. Influence of the ATV propellant sloshing on the GNC performance. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Monterey, California, 2002
 - 65 王天舒, 苗楠, 李俊峰. 航天器交会对接中液体燃料晃动等效模型研究. *空间控制技术与应用*, 2015, 41(3): 1-7
 - 66 张雄, 刘岩, 马上. 无网格法的理论及应用. *力学进展*, 2009, 39(1): 1-36
 - 67 Souto-Iglesias A, Delorme L, Pérez-Rojas L, et al. Liquid moment amplitude assessment in sloshing type problems with smooth particle hydrodynamics. *Ocean Engineering*, 2006, 33(11): 1462-1484
 - 68 Gómez-Gesteira M, Dalrymple RA. Using a three-dimensional smoothed particle hydrodynamics method for wave impact on a tall structure. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2004, 130(2): 63-69
 - 69 Lo EYM, Shao S. Simulation of near-shore solitary wave mechanics by an incompressible SPH method. *Applied Ocean Research*, 2002, 24(5): 275-286
 - 70 Tartakovsky AM, Meakin P. Pore scale modeling of immiscible and miscible fluid flows using smoothed particle hydrodynamics. *Advances in Water Resources*, 2006, 29(10): 1464-1478

(责任编辑: 胡漫)

(上接第 249 页)

- 70 张学言, 闫澍旺. 岩土塑性力学基础. 天津: 天津大学出版社, 2004
- 71 Raie MS, Tassoulas JL. Installation of torpedo anchors: numerical modeling. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2009, 135(12): 1805-1813.
- 72 Cundall PA. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems. Symposium of the International Society of Rock Mechanics, Nancy, New Yory, 1971
- 73 Huang AB, Ma MY. An analytical study of cone penetration tests in granular material. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(1): 91-103
- 74 Tanaka H, Momozu M, Oida A, et al. Simulation of soil deformation and resistance at bar penetration by the distinct element method. *Journal of Terramechanics*, 2000, 37(1): 41-56
- 75 Jiang MJ, Yu HS, Harris D. Discrete element modelling of deep penetration in granular soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2006, 30(4): 335-361
- 76 Tian Y, Cassidy MJ, Randolph MF, et al. A simple implementation of RITSS and its application in large deformation analysis. *Computers and Geotechnics*, 2014, 56: 160-167

(责任编辑: 胡漫)