

# 方形平板锚抗拉承载力的大变形有限元分析

王 栋<sup>1, 2</sup>, 胡玉霞<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学 土木水利学院及海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116024; 2. 科廷理工大学 澳大利亚, 珀斯 WA6845)

**摘 要:** 基于网格重分和改进的 REP 应力恢复技术, 建立了三维大变形有限元方法研究拉力作用下方形平板锚与黏性土地基的相互作用。与常规的小变形有限元不同, 大变形分析能够完整模拟平板锚的上拔过程, 如果平板锚底面与土体始终保持接触, 三维大变形计算得到的方板与圆板抗拉力相差很小; 在无重土中的平板在加载初始即与土体脱离时, 方板的承载力略低于圆板。大变形分析给出的立即脱离承载力系数与模型试验数据基本吻合, 而小变形有限元与下限分析忽略了方形平板锚的长距离上拔过程对其抗拉力的影响, 可能高估深锚的承载力。改进估计方形平板锚抗拉承载力的简化方法, 便于工程应用。

**关 键 词:** 大变形; 海洋基础; 平板锚; 有限元; 承载力

**中图分类号:** TU 470

**文献标识码:** A

## Large deformation finite element analyses of uplift capacity of square plate anchors

WANG Dong<sup>1, 2</sup>, HU Yu-xia<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. Curtin University of Technology, Perth WA6845, Australia)

**Abstract:** Based on the mesh regeneration and stress recovery of modified REP technique, a three dimensional large deformation finite element (FE) approach is presented to study the interaction between the cohesive soil and square plate anchors subjected to the pulling-up force. Different from traditional small-strain FE methods, large deformation analyses can simulate anchors' pulling out process completely. If the soil beneath the anchor is always attached to the anchor base, the uplift capacities of square anchors are found to be very close to that of circular anchors. Once an anchor in the weightless soil is pulled up, the anchor base separates with soil immediately. In such case, large deformation analyses show the breakout capacity factor of square anchors is slightly lower than circular anchors. The breakout factors from large deformation analyses agree well with model test data. Both the small strain FE and lower bound theorem neglect the effect of anchor's large displacement on the uplift resistance, tending to overestimate the capacity of deep anchors. A simplified method is developed to estimate the uplift capacity of square anchors for industrial applications.

**Key words:** large deformation; offshore foundation; plate anchor; finite elements; bearing capacity

## 1 引 言

随着海洋资源开采向深海和极深海的推进, 适用于近海作业环境的导管架和重力式平台逐渐被张力腿平台、独腿柱平台和 FPSO 等浮式结构取代。这些大型浮式结构通过系缆与平板锚等海底基础相连, 平板锚与海床地基相互作用, 共同承受上部结构传来的拉力<sup>[1]</sup>。平板锚抗拉力的发挥与“平板底面-土体”的接触状态直接相关, 而接触状态又受到

吸力、上覆土重和土体强度等因素的综合影响<sup>[2]</sup>, 因此现有研究大都侧重于分别考察平板锚在“立即脱离”(平板底面与土体在加载初始即发生脱离)和“无脱离”(平板底面与土体始终保持接触)条件下的抗拉力。预测不排水条件下均质黏性土中平板锚抗拉承载力  $F$  的步骤如下<sup>[3-5]</sup>:

①通过原位试验或室内土工试验确定黏性土的不排水强度  $S_u$ 。

②借助小比尺模型试验<sup>[6, 7]</sup>或极限分析<sup>[5, 8]</sup>得到

收稿日期: 2007-03-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.50309001); Discovery Grant from Australian Research Council (No.DP0344019)。

作者简介: 王栋, 男, 1975 年生, 博士, 讲师, 主要从事海洋地基基础与岩土工程数值分析方面的研究。E-mail: wd.dlut@163.com

平板锚埋深为  $H$  时的无重土中立即脱离承载力系数:

$$N_{c0} = F_0 / AS_u \quad (1)$$

式中:  $F_0$  为无重土的承载力;  $A$  为平板锚面积。

③有重土中平板锚的抗拉承载力等于无重土的承载力与上覆土重的线性叠加,

$$F = A(N_{c0}S_u + \gamma H) \quad (2)$$

式中:  $\gamma$  为土的重度。Merifield 等<sup>[5]</sup>建议, 式 (2) 计算的  $F$  如果大于深锚立即脱离条件下的极限承载力, 则令  $F$  等于深锚极限承载力。

从上面的描述可以看出, 式 (2) 计算的是立即脱离条件下的极限抗拉承载力, 用于工程设计是偏于安全的, 但现有极限分析和模型试验确定的  $N_{c0}$  不仅相差很大, 而且一直缺乏合理地解释, 影响了上述方法的推广应用。本文提出一种基于网格重新生成和应力映射的三维大变形有限元分析方法, 探索均质黏性土中方形平板锚抗拉承载力与埋深的关系。通过与现有成果比较, 讨论平板大位移对抗拉力的影响程度, 进而完善方形平板锚承载力的简化设计方法。

## 2 三维大变形有限元分析

小变形有限元结果表明<sup>[2]</sup>, 对于立即脱离条件下初始埋置深度较大的深锚, 抗拉承载力可能要经历相当大的位移才能完全发挥出来。然而, 利用初始网格的完全拉格朗日格式的小变形分析不能反映计算区域几何构形的连续变化对数值模拟的影响。如果采用追踪网格变形的更新拉格朗日格式的小变形分析, 平板锚的长距离运动会引起周围土体单元的严重扭曲和畸变, 使得计算无法进行下去。为了处理岩土工程中的大变形问题, Hu 与 Randolph<sup>[9, 10]</sup>提出了基于网格重分的 RITSS 技术, 并将其应用于浅基础和裙式基础承载力研究; Wang 和 Hu<sup>[11]</sup>改进网格间应力映射的精度与计算效率, 模拟了圆形平板锚的完整拔出过程<sup>[11]</sup>; Coetzee 等<sup>[12]</sup>利用无网格方法得到了砂土中斜拉条形板的“拉力-位移”关系曲线。上述研究仅针对平面应变或轴对称问题, 这里发展成能用于方形平板锚承载力分析的三维大变形有限元分析模型。

### 2.1 基本原理

大变形分析的基本原理是将平板锚拔出过程分为若干小时段, 每一时段的平板锚位移必须小到不至于引起任意土体单元发生严重扭曲, 在时段初始对上一时段末的变形体重新剖分网格, 然后将应力

和本构参数等场变量从变形后的旧网格映射到新网格的单元积分点上, 并开始小变形计算, 计算完成后从结果中提取积分点上的应力和节点位移等数据, 进而在下一时段重复上述过程。大变形分析的可靠性同时取决于时段小变形计算和新、旧网格间应力映射的精度。

### 2.2 REP 技术的改进与应力恢复

当某一时段的小变形计算完成后, 整个有限元区域内各单元积分点上的应力精度最高, 然而新网格积分点可能落在旧单元内的任何位置, 此时有两种方法获得新积分点上的应力:

(1) 直接由若干相邻旧积分点进行插值, 比如用于三角形单元的唯一单元法<sup>[10]</sup>。不过这种方法很难扩展到三维问题, 因为三维网格中相邻旧积分点数目远多于二维网格, 按照一定规则寻找最合理的相邻旧积分点非常耗费时间。

(2) 先由旧积分点恢复旧单元节点上的应力, 再判断新积分点落在哪个旧单元内, 通过旧节点的已恢复应力内插新积分点的应力。恢复节点应力的常用方法包括 SPR (superconvergent patch recovery) 和 REP (recovery by equilibrium in patches), 两种算法的精度和效率相差不大<sup>[13]</sup>。应用 SPR 的前提条件是单元内存在超收敛点, 四面体单元最适合剖分三维不规则区域, 但迄今仍无法从理论或实践上证明四面体单元包含超收敛点。REP 则力图保证由若干相邻单元组成的小片内恢复应力积分得到的节点力误差最小, 而不要求超收敛点的存在。笔者已将 REP 应用到轴对称形式的大变形分析<sup>[11]</sup>, 取得了良好效果, 以下对 REP 方法进行改进, 使其更适合三维弹塑性大变形模拟。

首先简要介绍 REP 的基本思想<sup>[14, 15]</sup>, 假定单元小片内任意位置的恢复应力向量  $\sigma_i^*$  可以表达为多项式  $P$  和系数列向量  $a_i$  的乘积:

$$\sigma_i^* = Pa_i \quad (3)$$

对于三维二阶单元,

$$P = (1 \quad x \quad y \quad z \quad x^2 \quad y^2 \quad z^2 \quad xy \quad yz \quad zx) \quad (4)$$

期望恢复应力张量  $\sigma^*$  和小应变计算得到的应力  $\sigma^h$  能够在小片中给出尽可能接近的节点应力  $F_p$ :

$$\left. \begin{aligned} \int_{\Omega} B^T \sigma^* d\Omega &= \sum_i F_p^{i*}; \int_{\Omega} B^T \sigma^h d\Omega = \sum_i F_p^i; \\ \int_{\Omega} B^T \sigma^* d\Omega &= \int_{\Omega} B^T \sigma^h d\Omega \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{B} = \mathbf{S}\mathbf{N}$ , 其中  $\mathbf{N}$  为二阶单元形函数  $S =$

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix}. \text{ 为近似满足方程 (5), 令}$$

$$\Pi_i = \left( \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \sigma_i^* d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \sigma_i^h d\Omega \right)^T. \quad (6)$$

$$\left( \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \sigma_i^* d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \sigma_i^h d\Omega \right) \quad (7)$$

$$\partial \Pi_i / \partial a_i = 0$$

将式 (6) 代入式 (7) 可得

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \left[ \mathbf{H}^{iT} \mathbf{H}^i \right]^{-1} \mathbf{H}^{iT} \mathbf{F}_p^i; \\ \mathbf{H}^i &= \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{1}^i \mathbf{P}^i d\Omega \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{1}^i$  是第  $i$  分量为 1、其他分量为 0 的列向量。

仅在子小片级别上应用式 (7) 有时不足以保持计算稳定<sup>[15]</sup>, 因此在式 (8) 中的第 1 式添加了针对单元的附加项  $\mathbf{H}_e$  和  $\mathbf{F}_e$ , 以同时保证单元级别上的节点力误差最小。

$$a_i = \left[ \mathbf{H}^{iT} \mathbf{H}^i + \alpha \sum_{\text{patch}} \mathbf{H}_e^{iT} \mathbf{H}_e^i \right]^{-1} \left[ \mathbf{H}^{iT} \mathbf{F}_p^i + \alpha \sum_{\text{patch}} \mathbf{H}_e^{iT} \mathbf{F}_e^i \right] \quad (9)$$

式中:  $\alpha$  为权值;  $\mathbf{F}_p$  和  $\mathbf{F}_e$  与小应变所得积分点应力相关, 由式 (9) 解得  $a_i$  后代入式 (3) 即可得到小片内各节点上的恢复应力。

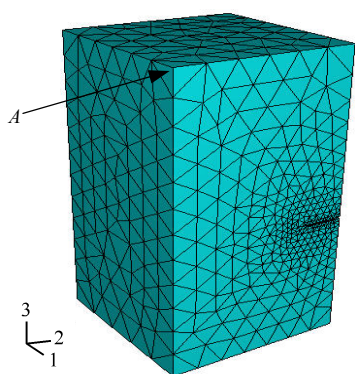


图 1 三维网格中的特殊边界节点

Fig.1 Special boundary node in three dimensional mesh

REP 恢复的应力在小片内是连续分布的, 应力不连续的边界节点不能做为小片集合中心点。观察图 1 所示四面体网格, 与点  $A$  相连的所有节点都位于边界上, 没有任何小片能够包含节点  $A$ 。Zienkiewicz 和 Taylor<sup>[13]</sup> 建议直接由相邻小片外插这类特殊边界点的应力值, 但在试算中笔者发现这种处理方式不仅精度不高, 而且容易引起小时段累积过程中的误差扩散。对于特殊边界节点, 采用如下

插值模式 (以 2 阶四面体单元为例):

假定单元内的应力场由 4 个角节点的恢复应力  $\sigma^{k*}$  插值得到

$$\sigma^* = \bar{N}_k \sigma^{k*} \quad (10)$$

式中:  $\bar{N}_k$  为一阶四面体单元形函数。期望式 (10) 推出的 4 个积分点上的应力与小变形所得  $\sigma^h$  相等, 化简后得到

$$\begin{pmatrix} \sigma^{1*} \\ \sigma^{2*} \\ \sigma^{3*} \\ \sigma^{4*} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma^{1h} \\ \sigma^{2h} \\ \sigma^{3h} \\ \sigma^{4h} \end{pmatrix} \quad (11)$$

式中:  $a = 1.927$ ,  $b = -0.309$ 。由式 (11) 恢复角节点的应力, 并规定边中点的应力等于两个相连角节点上应力的平均值。

得到所有旧节点的应力分量  $\sigma_i^*$  后, 按下式计算新网格积分点上的应力:

$$\sigma_i = N_m \sigma_i^{m*} \quad (12)$$

新积分点上的应力分量组合可能超出塑性屈服面, 此时按径向返回原则将其拖回屈服面, 以保证应力映射的合理性。

### 2.3 大变形分析实施流程

在发展的三维大变形分析模型中: (1) 利用商业有限元软件 ABAQUS 进行时段小变形计算和网格剖分; (2) 编制 Fortran 程序实施应力恢复, 寻找包含新积分点的旧单元、屈服修正和整个计算流程控制; (3) 平板锚的一次拔出过程模型通常由上百小时段组成, 为了实现大变形分析的连续和自动运行, 开发若干 Python 子程序控制小变形有限元模型的建立、计算结果提取和映射应力的输入。Python 是 ABAQUS 内置的脚本语言。每一小时段 Fortran 主程序循环调用 ABAQUS 和 Python 子程序, 具体流程及三大模块的连接可参考文献[11], 此处不再赘述。

## 3 无脱离条件下的承载力

采用 Tresca 理想弹塑性模型描述不排水条件下黏土的应力-应变关系。土体弹性模量  $E$  直接影响平板锚的“拉力-位移”关系曲线, 但几乎不影响最终的抗拉承载力, 海洋黏性土的弹性模量通常介于  $(300 \sim 1000) S_u$ , 以下统一取  $E = 500 S_u$ 。由于不排水条件下土的体积保持不变, 取泊松比  $\nu = 0.49$ 。平板表面的粗糙度对抗拉力的影响不大<sup>[2, 8]</sup>, 这里只考虑完全粗糙方形平板锚, 假定边长为  $B$ 。利用 2

阶四面体单元剖分地基。考虑几何区域的对称性,只需将 1/4 的平板和地基纳入分析。

Martin 和 Randolph<sup>[16]</sup>指出,如果深埋的无厚度粗糙圆板与土体不发生脱离,其抗拉承载力的极限分析上限解等于下限解,且抗拉力与土的重度无关:最终极限承载力系数  $N_{c0} = N_{cy} = 13.11$ , 其中  $N_{cy}$  为有重土的承载力系数。由于没有方板承载力的精确解,故将圆形平板锚和地基按三维问题处理,以验证所提大变形有限元模型的可靠性。当圆板的埋深  $H > 2D$  ( $D$  为圆板直径),其承载力系数达到最大,并且不再随埋深变化<sup>[11]</sup>,此处取  $D = 4$  m,  $H = 3D$ ,  $S_u = 10$  kPa, 三维大变形计算的规一化“拉力-位移”曲线如图 2 所示,图中  $P$  和  $u$  分别代表平板发挥的抗拉力与位移。 $N_{c0} = 13.85$ , 与精确解相差仅 5.6%。

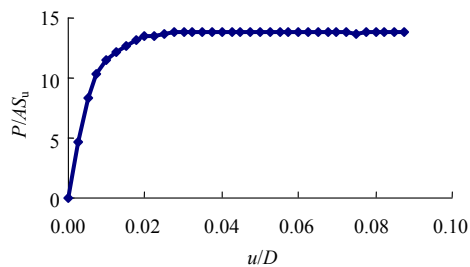


图 2 无脱离条件下圆锚的“拉力-位移”曲线  
Fig.2 Load-displacement curve of circular anchor under no breakaway condition (three dimensional simulation)

图 3 为三维大变形分析得到的圆板和方板无脱离承载力系数与规一化埋深的关系曲线,方板的承载力略低于圆板。另外,与圆形平板锚类似,无脱离条件下土的重度对方形平板锚的抗拉力也没有明显影响,原因在于土体自重施加在平板上、下表面土压力大小相等、方向相反。当方板埋深超过  $2B$  后,承载力系数达到最大值,并保持恒定。此时平板周围的土体位移如图 4 所示,围绕着平板出现了

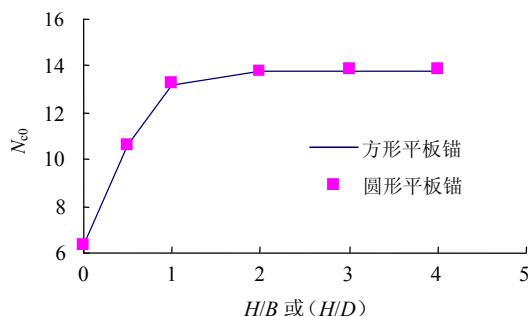


图 3 无脱离条件下方锚与圆锚的抗拉承载力系数  
Fig.3 Uplift capacity factors of square and circular anchors in no breakaway cases

一个完全局部化的土体破坏场,破坏场向地基表面延伸的范围小于埋深,地基表面的位置已不会影响破坏场的形成和扩展,因此无脱离抗拉承载力不再随埋深增加。

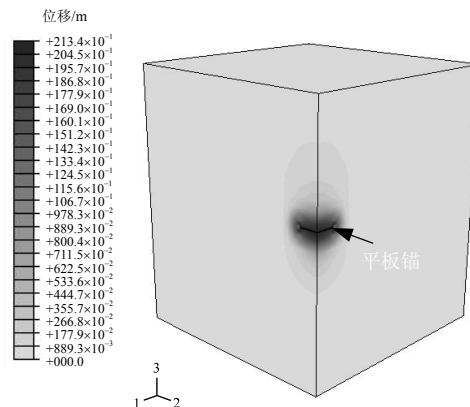


图 4 无脱离条件下深锚地基的位移  
Fig.4 The displacement contour of a deep anchor foundation under no breakaway condition

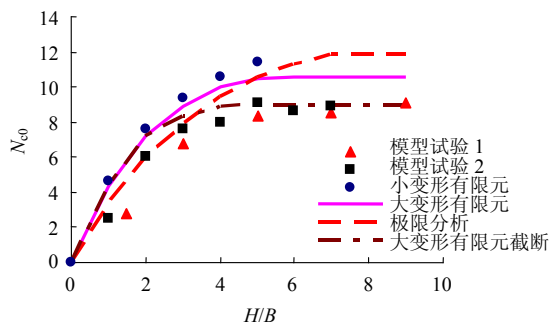


图 5 无重土中的立即脱离承载力系数  
Fig.5 Breakout factors of square anchors in weightless soil

## 4 无重土中的立即脱离承载力系数

无重土中方形平板锚的底面在加载初始即与土体发生脱离,图 5 比较了极限分析<sup>[5]</sup>、模型试验<sup>[6]</sup>、小变形有限元和大变形有限元所得承载力系数,其中小变形有限元计算直接在 ABAQUS 中进行。由图 5 可知:

(1)  $H/B \leq 5$  的小变形有限元结果的确高于极限分析下限解。小变形有限元基于初始网格,不考虑平板锚上拔过程中土体网格的变化;而极限分析<sup>[5]</sup>默认土为刚塑性体,所得下限解也是与未变形地基对应,因此下限解能够与小变形有限元结果互相验证;当  $H/B > 5$  时,弹塑性小变形有限元计算在达到极限抗拉力之前已无法保证迭代收敛。

(2) 对于初始埋置深度较小的浅锚,抗拉承载力的完全发挥只需要相对较小的位移,此时小变形和大变形有限元结果相差较小;两种有限元方法所得承载力的差别随埋深的增加而增加。图 6 为  $H =$

6B 时归一化的“拉力-位移”曲线, 根据三维大变形数据, 方形平板锚需要向上运动约  $0.5B$  的距离才能达到极限抗拉力, 而小变形有限元给出的抗拉力直至  $u = 2B$  时仍在增长。如果忽略平板抗拉力发挥过程中的大位移, 则可能高估其抗拉力,  $H/B > 5$  的大变形立即脱离承载力系数已经低于极限分析下限解。Merifield 等基于下限解的方板承载力评估<sup>[5]</sup>有时是偏于不安全的。

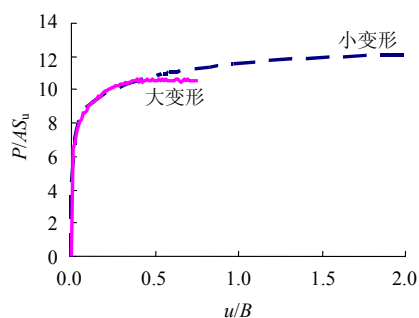


图 6 小变形与大变形有限元结果比较  
Fig.6 Comparison of the mobilized capacity from small strain and large deformation FE analyses

(3) 有限元与极限分析结果都高于小比尺模型试验数据,  $H/B > 3$  时尤其如此。模型试验中定义的深锚承载力并非类似图 6 所示的最终抗拉力, 而是取“拉力-位移”曲线开始变平缓时的拉力为抗拉承载力<sup>[17]</sup>, 对应的  $u/B$  一般低于 0.2。如果按相同的原则对大变形有限元获得的“拉力-位移”曲线进行截断处理, 所得无重土抗拉承载力系数与试验数据吻合得很好, 再次证明了大变形有限元分析的可靠性。

图 7 为基于三维大变形分析的方形与圆形平板锚立即脱离承载力系数曲线。在相同埋深下圆板的承载力比方板高 (4~11)%, 与文献[5]的结论基本一致。

## 5 方形平板锚承载力的确定

自然状态下的土总是有重量的, 有重土中方形平板锚的承载力固然可以通过大变形有限元直接确定, 但不便于工程应用。在海洋黏性土不排水强度的正常取值范围内, 无论平板锚是条形、圆形或者矩形, 通常都可以按式 (2) 估计其抗拉力。另一方面, 平板锚的抗拉力不会随埋深无限增加, 超过一定埋深后, 平板锚的上拔总会引起板底土随之向上运动, 即平板底部与土不发生脱离, 所以式 (2) 预测的抗拉力最大不应该超过相同埋深对应的无脱离承载力。Das 等<sup>[3, 4]</sup>没有注意到上述限制, 他们的方法可能严重高估有重土中深锚的抗拉承载力。

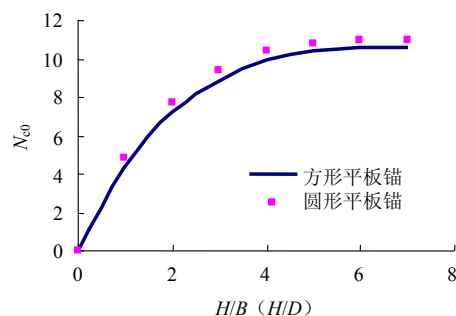


图 7 立即脱离条件下方锚与圆锚的抗拉承载力系数  
Fig.7 Uplift capacity factors of square and circular anchors in immediate breakaway cases

笔者建议仍按第 1 章的基本步骤估计方形平板锚的承载力, 但应完善以下两点: (1) 暴风浪等恶劣条件下, 保证平板锚地基不失稳, 但允许较大的位移, 最大承载力系数  $N_{c0}$  由图 5 的非截断三维大变形结果确定; 在正常工作条件下, 保证平板锚的位移在工程允许范围内,  $N_{c0}$  由模型试验数据或截断的大变形结果确定。(2) 如果式 (2) 所得抗拉承载力  $F > N_{cy} S_u B^2$ , 则令  $F = N_{cy} S_u B^2$ , 此处  $N_{cy}$  为图 3 的无脱离条件承载力系数。

## 6 结 论

基于改进的 REP 技术, 提出了网格重分和应力映射的三维大变形有限元分析模型, 并用于探讨方形平板锚的抗拉承载力。通过与小变形有限元、极限分析和模型试验的比较, 主要结论如下:

(1) 无脱离条件下方形和圆形平板锚的抗拉力相差很小; 立即脱离条件下, 方形平板锚的  $N_{c0}$  略低于圆形平板锚。

(2) 小变形有限元和极限分析不能考虑地基土连续变形对抗拉力的影响, 可能高估深锚的立即脱离承载力系数。截断处理后的大变形计算结果与模型试验数据吻合。

(3) 完善了估计方形平板锚抗拉承载力的简化方法, 以便于工程应用。

## 参 考 文 献

- [1] AUBENY C P, MURFF D J, ROESSET J M. Geotechnical issues in deep and ultra-deep waters [C]//Proceedings of 10 th International Conference On Computer Methods and Advances in Geomechanics, Desai C S ed. Rotterdam: Balkema, 2001: 13—26.
- [2] ROWE R K, DAVIS E H. Behaviour of anchor plates in clay[J]. *Geotechnique*, 1982, 32(1): 9—23.
- [3] DAS B M. A procedure for estimation of ultimate uplift capacity of foundations in clay[J]. *Soils and Foundations*,



- 1980, 20(1): 77—82.
- [4] DAS B M, SINGH G. Uplift capacity of plate anchors in clay[C]//Proceedings of 4th International Offshore and Polar Engineering Conference. Golden: ISOPE, 1994: 436—442.
- [5] MERIFIELD R S, LYAMIN A V, SLOAN S W, et al. Three-dimensional lower bound solutions for stability of plate anchor in clay[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2003, 129(3): 243—253.
- [6] DAS B M. Model tests for uplift capacity of foundations in clay[J]. **Soils and Foundations**, 1978, 18(2): 17—24.
- [7] RAO N S, DATTA M. A comparison of uplift and bearing behaviour of plate anchors in soft clay[C]//Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference. Cupertino: ISOPE, 2001: 560—565.
- [8] MERIFIELD R S, SLOAN S W, YU H S. Stability of plate anchors in undrained clay[J]. **Geotechnique**, 2001, 51(2): 141—153.
- [9] HU Y, RANDOLPH M, WASTON P G. Circular foundations on non-homogeneous soil: bearing capacity and penetration[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1999, 125(11): 924—935.
- [10] HU Y X, RANDOLPH M F. Bearing capacity of caisson foundations on normally consolidated clay[J]. **Soils and Foundations**, 2002, 42(5): 71—77.
- [11] WANG D, HU Y, JIN X. Axisymmetric large deformation finite element analysis for the pulling-up of circular anchor[J]. **China Ocean Engineering**, 2006, 20(2): 269—279.
- [12] COETZEE C J, VERMEER P A, BASSON A H. The modelling of anchors using the material point method[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2005, 29: 879—895.
- [13] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. The Finite Element Method(5th edition)[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [14] BOROOMAND B, ZIENKIEWICZ O C. Recovery by equilibrium in patches (REP)[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1997, 40: 137—164.
- [15] BOROOMAND B, ZIENKIEWICZ O C. An improved REP recovery and the effectivity robustness test[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1997, 40: 3 247—3 277.
- [16] MARTIN C M, RANDOLPH M F. Application of the lower and upper bound theorems of plasticity to collapse of circular foundations[C]//Proceedings of 10th International Conference On Computer Methods and Advances in Geomechanics, Desai C S ed. Rotterdam: Balkema, 2001: 1 417—1 428.
- [17] DAS B M, PURI V K. Holding capacity of inclined square plate anchors in clay[J]. **Soils and Foundations**, 1989, 29(3): 138—144.

上接第 2080 页

## 参考文献

- [1] 龚晓南. 复合地基理论及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002 年.
- [2] 饶为国, 赵成刚. 桩-网复合地基应力比分析与计算[J]. 土木工程学报, 2002, 35 (2): 74—80.  
RAO Wei-guo, ZHAO Cheng-gang. The behavior of pile-net composite foundation[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2002, 35(2): 74—79.
- [3] 朱云升, 胡幼常, 丘作中, 等. 柔性基础复合地基力学性状的有限元分析[J]. 岩土力学, 2003, 24 (3): 395—400.  
ZHU Yun-sheng, HU You-chang, QIN Zuo-zhong, et al. Finite element analysis of mechanical behaviors of flexible foundation and composite ground[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 395—400.
- [4] 刘汉龙, 费康, 马晓辉, 等. 振动沉模大直径现浇薄壁管桩技术及其应用( I ): 开发研制与设计[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 164—168.  
LIU Han-long, FEI Kang, MA Xiao-hui, et al. Cast-in-situ concrete thin-wall pipe pile with vibrated and steel tube mould technology and its application (I): development and design[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(2): 164—168.
- [5] 刘汉龙, 郝小员, 费康, 等. 振动沉模大直径现浇薄壁管桩技术及其应用( II ): 工程应用与试验[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 372—375.  
LIU Han-long, HAO Xiao-yuan, FEI Kang, et al. Field pour concrete thin wall cased pile technology and its application (II): application and in-situ test[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 372—375.
- [6] 刘汉龙. 现浇混凝土薄壁管桩技术在沿海高速公路深层软土地基处理中的应用研究[R]. 南京: 河海大学, 2004.
- [7] 费康, 刘汉龙, 高玉峰. 路基荷载下 PCC 刚性桩复合地基沉降简化计算[J]. 岩土力学, 2004, 25 (8): 1 244—1 248.  
FEI Kang, LIU Han-long, GAO Yu-feng. Settlement differential analysis of PCC rigid pile composite ground under road embankment loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(8): 1 244—1 248.