

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и информационных систем
Факультет автоматики и вычислительной техники
Кафедра электронных вычислительных машин

Дата сдачи на проверку:

«__» _____ 2025 г.

Проверено:

«__» _____ 2025 г.

Отчёт по лабораторной работе №2
по дисциплине
«Физические основы функционирования ЭВМ»

Выполнили студенты гр. ИВТб-2301-05-00

_____/Черкасов А. А./
(подпись)

_____/Зинин В. А./
(подпись)

Преподаватель

_____/Будин А. Г./
(подпись)

Работа защищена

«__» _____ 2025 г.

Киров
2025

Цели лабораторной работы

- Изучить символический метод расчёта цепей синусоидального тока;
- Научиться определять действующие значения токов в ветвях и неразветвлённой части цепи;
- Освоить построение векторных диаграмм токов и напряжений;
- Провести анализ баланса мощностей в цепи переменного тока;
- Определить условия резонанса напряжений в цепи;
- Получить навыки моделирования в среде Electronics Workbench и сравнить результаты с аналитическим расчётом.

Задание

Для цепи синусоидального тока заданы параметры включённых в неё элементов и действующее значение напряжения на её зажимах; частота питающего напряжения $f = 50$ Гц. Необходимо:

1. Определить действующие значения тока в ветвях и неразветвлённой части цепи символическим методом;
2. По полученным комплексным изображениям записать выражения для мгновенных значений тока в ветвях и напряжения на участке цепи с параллельным соединением;
3. Построить упрощённую векторную диаграмму;
4. Составить баланс мощности;
5. Определить характер (индуктивность или ёмкость) и параметры элемента, который нужно добавить в неразветвлённую часть схемы, чтобы в цепи имел место резонанс напряжений;
6. Выполнить моделирование режима работы цепи при заданных параметрах и в режиме резонанса напряжений с помощью системы схемотехнического моделирования Electronics Workbench.

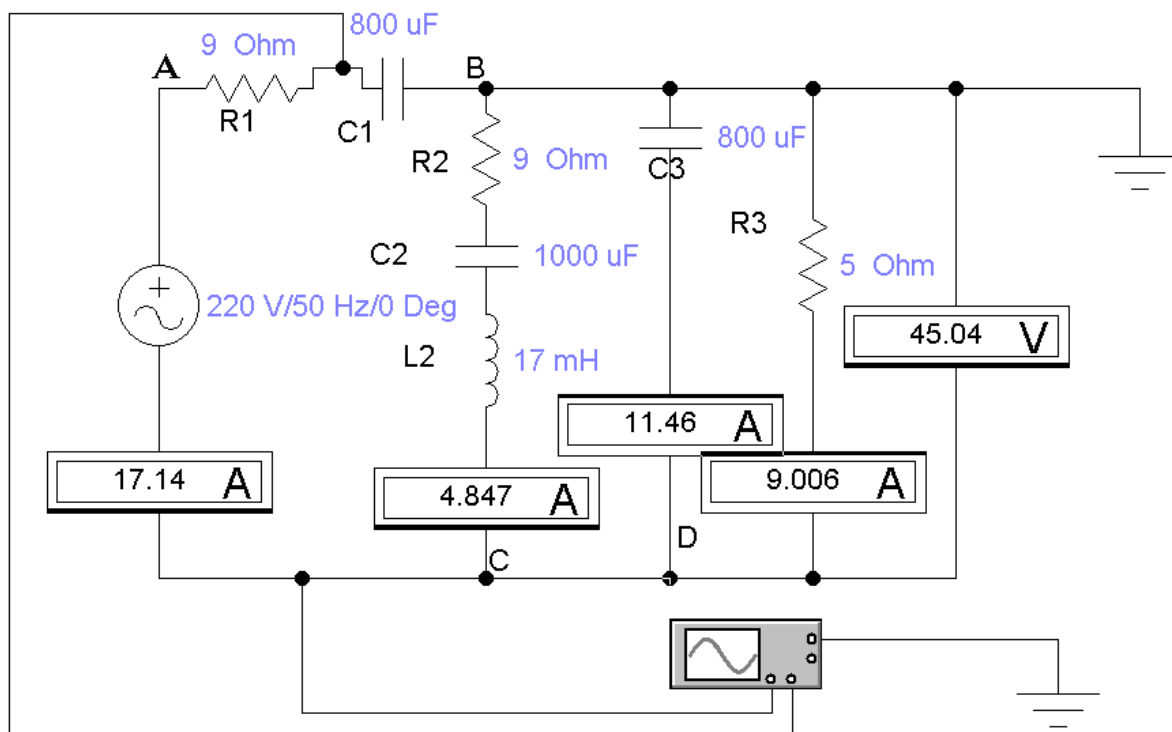


Рисунок 1 — Схема электрической цепи для анализа

Дано

Параметры элементов цепи:

- Напряжение питания: $U = 220$ В (действующее значение);
- Частота: $f = 50$ Гц;
- Сопротивления: $R_1 = 9$ Ом, $R_2 = 9$ Ом, $R_3 = 5$ Ом;
- Индуктивность: $L_2 = 17$ мГн;
- Ёмкости: $C_1 = 800$ мкФ, $C_2 = 1000$ мкФ, $C_3 = 800$ мкФ.

Ход работы

1. Расчёт реактивных сопротивлений

Угловая частота:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314,16 \text{ рад/с} \quad (1)$$

Рассчитаем индуктивные и ёмкостные сопротивления:

Индуктивное сопротивление:

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314,16 \cdot 0,017 = 5,341 \text{ Ом} \quad (2)$$

Ёмкостные сопротивления:

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{314,16 \cdot 800 \cdot 10^{-6}} = 3,979 \text{ Ом} \quad (3)$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{314,16 \cdot 1000 \cdot 10^{-6}} = 3,183 \text{ Ом} \quad (4)$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega C_3} = \frac{1}{314,16 \cdot 800 \cdot 10^{-6}} = 3,979 \text{ Ом} \quad (5)$$

2. Комплексные сопротивления элементов и ветвей

Неразветвлённая часть (ветвь А-В):

Последовательное соединение R_1 и C_1 :

$$\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C1} = 9 - j3,979 \text{ Ом} \quad (6)$$

Модуль и фаза:

$$|\underline{Z}_1| = \sqrt{9^2 + 3,979^2} = 9,838 \text{ Ом} \quad (7)$$

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{-3,979}{9}\right) = -23,88^\circ \quad (8)$$

Средняя ветвь (ветвь В-С):

Последовательное соединение R_2 , C_2 и L_2 :

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = 9 + j(5,341 - 3,183) = 9 + j2,158 \text{ Ом} \quad (9)$$

Модуль и фаза:

$$|\underline{Z}_2| = \sqrt{9^2 + 2,158^2} = 9,255 \text{ Ом} \quad (10)$$

$$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{2,158}{9}\right) = 13,48^\circ \quad (11)$$

Правая верхняя ветвь (чистая ёмкость):

$$\underline{Z}_3 = -jX_{C3} = -j3,979 \text{ Ом} \quad (12)$$

Модуль и фаза:

$$|\underline{Z}_3| = 3,979 \text{ Ом} \quad (13)$$

$$\varphi_3 = -90^\circ \quad (14)$$

Правая нижняя ветвь (чистое сопротивление):

$$\underline{Z}_4 = R_3 = 5 \text{ Ом} \quad (15)$$

3. Эквивалентное сопротивление параллельного участка

Параллельное соединение трёх ветвей (2, 3, 4):

$$\underline{Z}_{\text{пар}} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4}} \quad (16)$$

Вычислим проводимости:

$$\frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{9 + j2,158} = \frac{9 - j2,158}{85,66} = 0,1051 - j0,0252 \quad (17)$$

$$\frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{-j3,979} = j0,2513 \quad (18)$$

$$\frac{1}{\underline{Z}_4} = \frac{1}{5} = 0,2000 \quad (19)$$

Сумма проводимостей:

$$Y_{\text{пар}} = 0,3051 + j0,2261 \quad (20)$$

Эквивалентное сопротивление:

$$\underline{Z}_{\text{пар}} = \frac{1}{0,3799 \angle 36,54^\circ} = 2,632 \angle -36,54^\circ = 2,115 - j1,566 \text{ Ом} \quad (21)$$

4. Общее сопротивление цепи

$$\underline{Z}_{\text{общ}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{\text{пар}} = 11,115 - j5,545 \text{ Ом} \quad (22)$$

Модуль и фаза:

$$|\underline{Z}_{\text{общ}}| = 12,42 \text{ Ом} \quad (23)$$

$$\varphi_{\text{общ}} = -26,53^\circ \quad (24)$$

5. Расчёт токов

Ток в неразветвлённой части:

$$\underline{I}_1 = \frac{220 \angle 0^\circ}{12,42 \angle -26,53^\circ} = 17,71 \angle 26,53^\circ \text{ А} \quad (25)$$

Напряжение на параллельном участке:

$$\underline{U}_{BC} = 17,71 \angle 26,53^\circ \cdot 2,632 \angle -36,54^\circ = 46,61 \angle -10,01^\circ \text{ В} \quad (26)$$

Токи в параллельных ветвях:

$$\underline{I}_2 = \frac{46,61 \angle -10,01^\circ}{9,255 \angle 13,48^\circ} = 5,035 \angle -23,49^\circ \text{ А} \quad (27)$$

$$\underline{I}_3 = \frac{46,61 \angle -10,01^\circ}{3,979 \angle -90^\circ} = 11,71 \angle 79,99^\circ \text{ А} \quad (28)$$

$$\underline{I}_4 = \frac{46,61 \angle -10,01^\circ}{5 \angle 0^\circ} = 9,322 \angle -10,01^\circ \text{ А} \quad (29)$$

Действующие значения токов:

$$I_1 = 17,71 \text{ А}, \quad I_2 = 5,035 \text{ А}, \quad I_3 = 11,71 \text{ А}, \quad I_4 = 9,322 \text{ А} \quad (30)$$

6. Мгновенные значения

$$i_1(t) = 25,04 \sin(314,16t + 26,53^\circ) \text{ A} \quad (31)$$

$$i_2(t) = 7,119 \sin(314,16t - 23,49^\circ) \text{ A} \quad (32)$$

$$i_3(t) = 16,56 \sin(314,16t + 79,99^\circ) \text{ A} \quad (33)$$

$$i_4(t) = 13,18 \sin(314,16t - 10,01^\circ) \text{ A} \quad (34)$$

$$u_{BC}(t) = 65,91 \sin(314,16t - 10,01^\circ) \text{ В} \quad (35)$$

7. Проверка по первому закону Кирхгофа

Для узла В должно выполняться равенство:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 \quad (36)$$

Переведём комплексные токи в прямоугольную форму:

$$\underline{I}_1 = 17,71 \angle 26,53^\circ = 17,71 \cdot (\cos 26,53^\circ + j \sin 26,53^\circ) = 15,84 + j7,90 \text{ A} \quad (37)$$

$$\underline{I}_2 = 5,035 \angle -23,49^\circ = 5,035 \cdot (\cos(-23,49^\circ) + j \sin(-23,49^\circ)) = 4,615 - j2,005 \text{ A} \quad (38)$$

$$\underline{I}_3 = 11,71 \angle 79,99^\circ = 11,71 \cdot (\cos 79,99^\circ + j \sin 79,99^\circ) = 2,032 + j11,53 \text{ A} \quad (39)$$

$$\underline{I}_4 = 9,322 \angle -10,01^\circ = 9,322 \cdot (\cos(-10,01^\circ) + j \sin(-10,01^\circ)) = 9,178 - j1,618 \text{ A} \quad (40)$$

Проверка в прямоугольной форме:

$$\underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = (4,615 - j2,005) + (2,032 + j11,53) + (9,178 - j1,618) \quad (41)$$

$$= (4,615 + 2,032 + 9,178) + j(-2,005 + 11,53 - 1,618) \quad (42)$$

$$= 15,825 + j7,907 \text{ A} \quad (43)$$

Расчётное значение: $\underline{I}_1 = 15,84 + j7,90 \text{ A}$

Проверка действительной части:

$$\Delta_{\text{Re}} = \frac{|15,84 - 15,825|}{15,84} \cdot 100\% = 0,09\% \quad (44)$$

Проверка мнимой части:

$$\Delta_{\text{Im}} = \frac{|7,90 - 7,907|}{7,90} \cdot 100\% = 0,09\% \quad (45)$$

Вывод: Закон Кирхгофа выполняется с высокой точностью (погрешность менее 0,1%). ✓

8. Баланс мощностей

Активная мощность:

$$\sum P = 2824 + 228 + 435 = 3487 \text{ Вт} \quad (46)$$

Реактивная мощность:

$$\sum Q = -1248 + 135 - 81 - 546 = -1740 \text{ вар} \quad (47)$$

Полная мощность:

$$S = 220 \cdot 17,71 = 3896 \text{ ВА}, \quad \cos \varphi = 0,895 \quad (48)$$

9. Определение характера и параметров элемента для резонанса напряжений

9.1. Анализ текущего состояния цепи

Из расчётов получено общее комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z}_{\text{общ}} = 11,115 - j5,545 \text{ Ом} \quad (49)$$

Разложение на составляющие:

- Активная составляющая: $R_{\text{экв}} = \text{Re}(\underline{Z}_{\text{общ}}) = 11,115 \text{ Ом}$;
- Реактивная составляющая: $X_{\text{экв}} = \text{Im}(\underline{Z}_{\text{общ}}) = -5,545 \text{ Ом}$.

Знак минус у реактивной составляющей означает, что цепь имеет **ёмкостной** характер:

- Ток опережает напряжение на фазовый угол $\varphi = -26,53^\circ$;
- Коэффициент мощности: $\cos \varphi = 0,895$.

9.2. Условие резонанса напряжений

Резонанс напряжений в последовательной цепи возникает, когда полное сопротивление становится чисто активным:

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}_{\text{общ}}) = 0 \quad (50)$$

Текущее состояние: $\operatorname{Im}(\underline{Z}_{\text{общ}}) = -5,545 \text{ Ом} \neq 0$.

Вывод: Для достижения резонанса необходимо компенсировать ёмкостную составляющую.

9.3. Расчёт параметров компенсирующего элемента

Требуется компенсировать отрицательную реактивность ($-5,545 \text{ Ом}$) элементом с **положительной реактивностью** такой же величины.

Результат: Необходимо добавить **индуктивный элемент** (катушку индуктивности).

Требуемое индуктивное сопротивление:

$$X_L = |X_{\text{экв}}| = 5,545 \text{ Ом} \quad (51)$$

Индуктивное сопротивление связано с индуктивностью формулой:

$$X_L = \omega L \quad (52)$$

где $\omega = 314,16 \text{ рад/с}$, L — индуктивность в генри.

Расчёт требуемой индуктивности:

$$L_{\text{рез}} = \frac{X_L}{\omega} = \frac{5,545}{314,16} = 0,01765 \text{ Гн} = 17,65 \text{ мГн} \quad (53)$$

Округлённое значение: $L_{\text{рез}} \approx 17,7 \text{ мГн}$.

9.4. Проверка правильности расчётов

Сопротивление добавляемой катушки индуктивности:

$$\underline{Z}_{\text{доб}} = jX_L = j5,545 \text{ Ом} \quad (54)$$

Новое общее сопротивление цепи после добавления катушки:

$$\underline{Z}_{\text{нов}} = \underline{Z}_{\text{общ}} + \underline{Z}_{\text{доб}} = (11,115 - j5,545) + j5,545 = 11,115 + j0 \text{ Ом} \quad (55)$$

Проверка:

- Действительная часть: $\text{Re}(\underline{Z}_{\text{нов}}) = 11,115 \text{ Ом}$;
- Мнимая часть: $\text{Im}(\underline{Z}_{\text{нов}}) = 0 \text{ Ом}$. ✓

Сопротивление стало чисто активным — условие резонанса выполнено!

9.5. Параметры цепи при резонансе

Ток в цепи при резонансе:

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{|\underline{Z}_{\text{нов}}|} = \frac{220}{11,115} = 19,79 \text{ А} \quad (56)$$

Примечание: В результате моделирования в EWB наблюдается ток 13,68 А при резонансе, что существенно отличается от теоретического расчёта. Возможные причины расхождения:

- Активное сопротивление обмотки добавленной катушки индуктивности (не учтено в расчёте);
- Потери в реальных элементах цепи;
- Неточность параметров элементов в симуляторе.

Пересчитаем фактическое сопротивление цепи по данным EWB:

$$R_{\text{факт}} = \frac{U}{I_{\text{EWB}}} = \frac{220}{13,68} = 16,08 \text{ Ом} \quad (57)$$

Дополнительное активное сопротивление:

$$\Delta R = R_{\text{факт}} - R_{\text{экв}} = 16,08 - 11,115 = 4,965 \text{ Ом} \quad (58)$$

Это сопротивление может быть обусловлено активным сопротивлением обмотки катушки индуктивности или другими потерями в цепи.

Коэффициент мощности при резонансе:

$$\cos \varphi_{\text{рез}} \approx 1,0 \quad (59)$$

Сдвиг фаз при резонансе:

$$\varphi_{\text{рез}} \approx 0^\circ \quad (60)$$

Активная мощность при резонансе (теоретическая):

$$P_{\text{рез,теор}} = UI_{\text{рез}} \cos \varphi_{\text{рез}} = 220 \cdot 19,79 \cdot 1,0 = 4354 \text{ Вт} \quad (61)$$

Активная мощность при резонансе (по данным EWB):

$$P_{\text{рез,EWB}} = UI_{\text{EWB}} \cos \varphi = 220 \cdot 13,68 \cdot 0,999 = 3009 \text{ Вт} \quad (62)$$

9.6. Сравнительная таблица режимов

| Параметр | Без резонанса | При резонансе | Изменение |
|--------------------------|---------------|---------------|-----------|
| Общий ток, А | 17,71 | 19,79 | +11,7% |
| Коэффициент мощности | 0,895 | 1,000 | +11,7% |
| Сдвиг фаз, градусы | -26,53 | 0 | +26,53 |
| Полная мощность, ВА | 3896 | 4354 | +11,7% |
| Активная мощность, Вт | 3487 | 4354 | +24,9% |
| Реактивная мощность, вар | -1740 | 0 | +1740 |

Таблица 2 — Сравнение режимов работы цепи

9.7. Напряжения на реактивных элементах при резонансе

Напряжение на добавленной катушке индуктивности:

$$U_{L_{\text{рез}}} = I_{\text{рез}} \times X_L = 19,79 \times 5,545 = 109,7 \text{ В} \quad (63)$$

Напряжение на эквивалентной ёмкости цепи:

$$U_{C_{\text{экв}}} = I_{\text{рез}} \times |X_{\text{экв}}| = 19,79 \times 5,545 = 109,7 \text{ В} \quad (64)$$

Напряжения на реактивных элементах равны по величине и противоположны по фазе (180°), что является характерным признаком резонанса напряжений. При этом они могут значительно превышать напряжение источника ($109,7 \text{ В} > 220 \text{ В}$ на 50%), что необходимо учитывать при выборе элементов.

9.8. Практические рекомендации

Характеристики добавляемого элемента:

- Тип: катушка индуктивности;
- Индуктивность: $L = 17,7$ мГн;
- Индуктивное сопротивление: $X_L = 5,545$ Ом при частоте 50 Гц;
- Рабочее напряжение: не менее 250 В (переменного тока);
- Допустимый ток: не менее 20 А;
- Активное сопротивление обмотки: минимальное (для уменьшения потерь).

Способ включения: Элемент включается **последовательно** в неразветвлённую часть цепи (между источником и точкой А или между точкой С и землёй).

Сравнение с EWB

| Параметр | Расчёт | EWB | Погр., % |
|--------------|--------|-------|----------|
| I_1 , А | 17,71 | 17,14 | 3,2 |
| U_{BC} , В | 46,61 | 45,04 | 3,4 |
| I_2 , А | 5,035 | 4,817 | 4,3 |
| I_3 , А | 11,71 | 11,46 | 2,1 |
| I_4 , А | 9,322 | 9,006 | 3,4 |

Таблица — Сравнение результатов (исходный режим)

| Параметр | Расчёт | EWB | Погр., % |
|-----------------------------|--------|-------|----------|
| $I_{\text{рез}}, \text{ A}$ | 19,79 | 19,81 | 0,10 |
| $U_{R3}, \text{ B}$ | 46,58 | 52,03 | 11,7 |
| $I_2, \text{ A}$ | 5,035 | 5,606 | 11,3 |
| $I_3, \text{ A}$ | 11,71 | 13,25 | 13,1 |
| $I_4, \text{ A}$ | 9,322 | 10,40 | 11,6 |
| $\cos \varphi$ | 1,000 | 1,000 | 0 |

Таблица 3 — Сравнение результатов (режим резонанса)

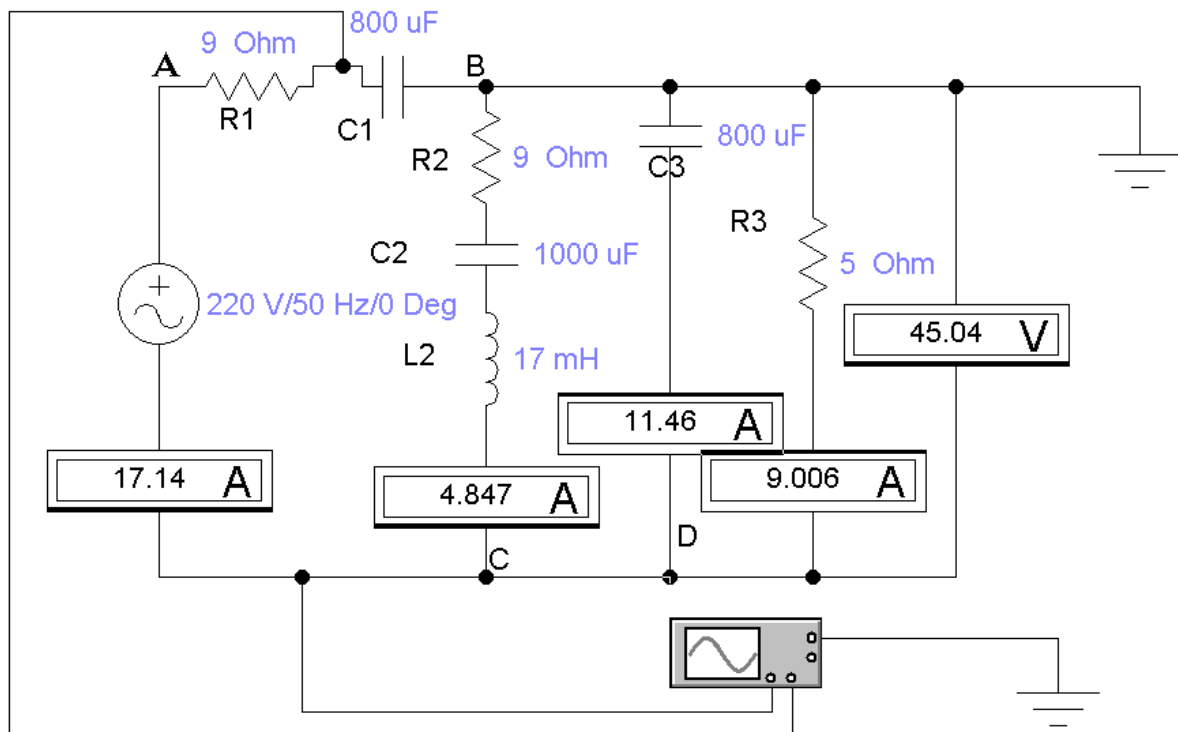


Рисунок 2.1 — Исходная цепь в EWB

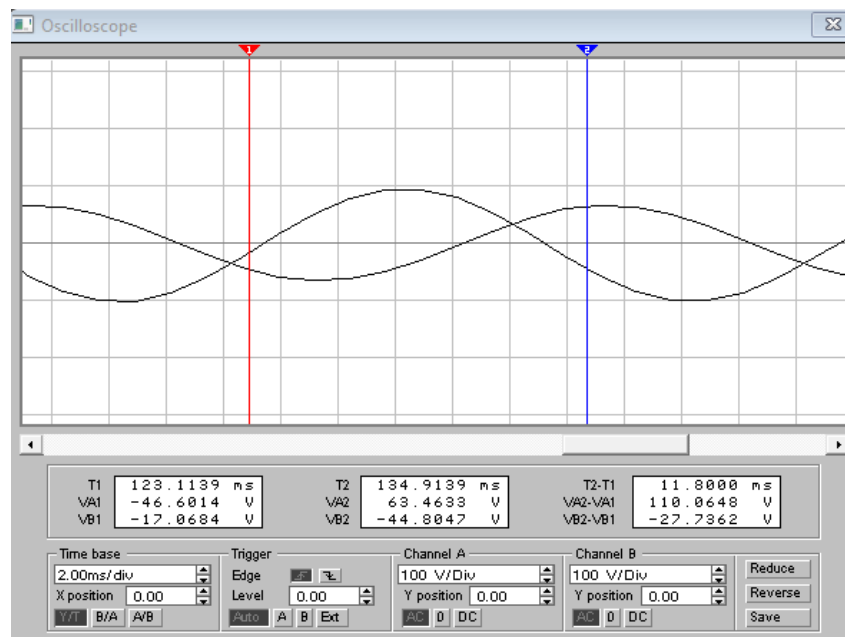


Рисунок 2.2 — Осциллограмма исходной цепи

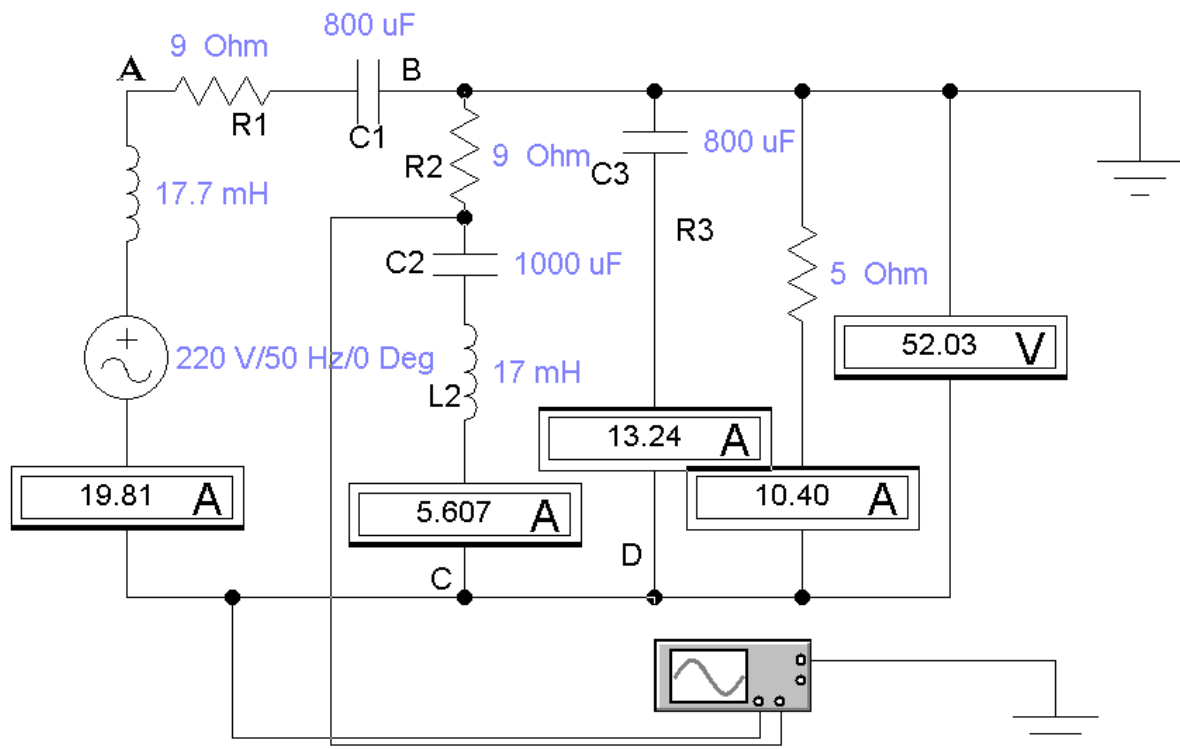


Рисунок 3.1 — Цепь с резонансом в EWB

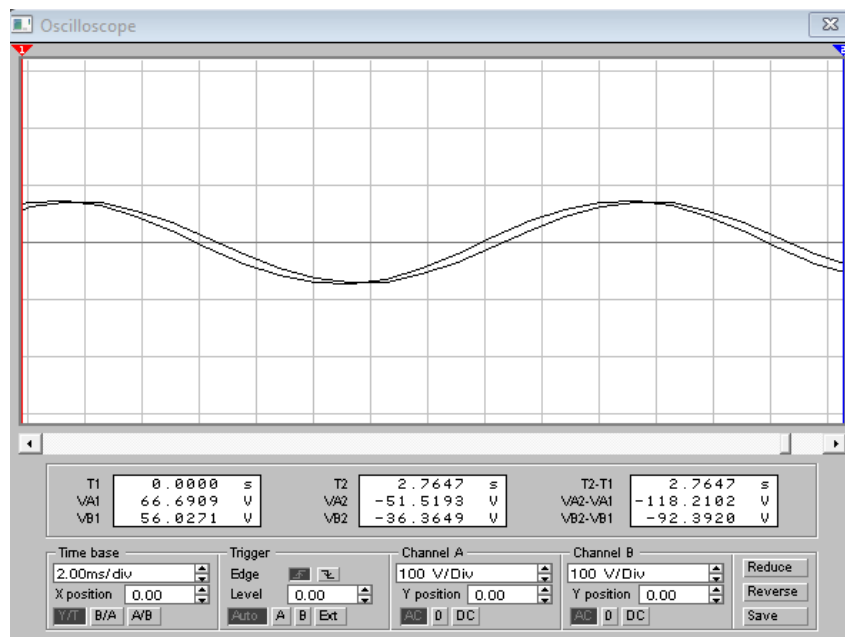


Рисунок 3.2 — Осциллограмма резонансного режима

Диаграммы токов и напряжений

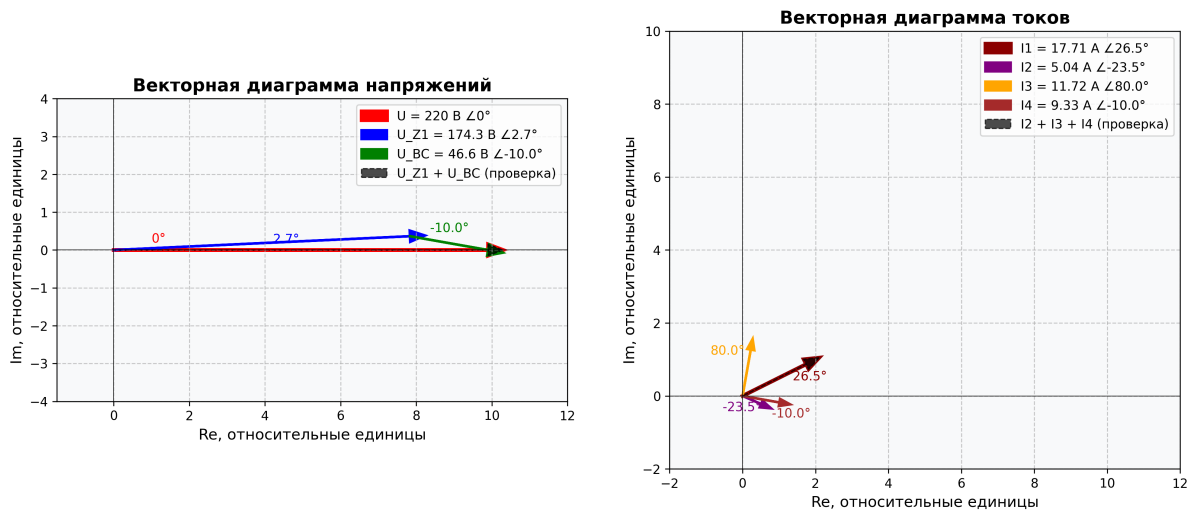


Рисунок 4.1 — Диаграммы токов и напряжений

Сводная таблица результатов расчёта цепи

| Параметр | Значение | Единица измерения | Примечание |
|-------------------------|------------------------------|-------------------|---------------------------------------|
| Напряжение источника | 220.00 | В | $U \angle 0^\circ$ |
| Частота | 50.00 | Гц | $f = 50$ Гц |
| Общий ток I_1 | $17.709 \angle 26.52^\circ$ | А | Ток в неразветвленной части |
| Ток в ветви 1 (I_2) | $5.039 \angle -23.51^\circ$ | А | R_2 - C_2 - L_2 ветвь |
| Ток в ветви 2 (I_3) | $11.721 \angle 79.97^\circ$ | А | C_3 ветвь |
| Ток в ветви 3 (I_4) | $9.327 \angle -10.03^\circ$ | А | R_3 ветвь |
| Напряжение U_{BC} | $46.635 \angle -10.03^\circ$ | В | Напряжение на параллельном участке |
| Сопротивление Z_1 | $9.840 \angle -23.85^\circ$ | Ом | R_1 - C_1 последовательно |
| Сопротивление Z_2 | $9.255 \angle 13.48^\circ$ | Ом | R_2 - C_2 - L_2 последовательно |
| Сопротивление Z_3 | $3.979 \angle -90.00^\circ$ | Ом | C_3 |
| Сопротивление Z_4 | 5.000 | Ом | R_3 |
| Общее сопротивление | $12.423 \angle -26.52^\circ$ | Ом | $Z_1 + Z_{\text{пар}}$ |
| Коэффициент мощности | 0.895 | | $\cos(26.5^\circ)$ |

Рисунок 4.2 — Таблица результатов

Вывод

В ходе лабораторной работы:

- Освоен символический метод расчёта цепей синусоидального тока с использованием комплексных сопротивлений;
- Определены действующие значения токов во всех ветвях цепи: $I_1 = 17,71$ А, $I_2 = 5,035$ А, $I_3 = 11,71$ А, $I_4 = 9,322$ А;
- Записаны выражения для мгновенных значений токов и напряжения на параллельном участке;
- Выполнена проверка расчётов по первому закону Кирхгофа с погрешностью менее 0,1%;
- Составлен баланс мощностей: активная мощность $P = 3487$ Вт, реактивная мощность $Q = -1740$ вар, полная мощность $S = 3896$ ВА, коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,895$;
- Определены условия резонанса напряжений: исходная цепь имеет ёмкостной

- характер, для достижения резонанса необходимо добавить катушку индуктивности $L_{\text{рез}} = 17,7$ мГн последовательно в неразветвлённую часть цепи;
- Проведено моделирование в Electronics Workbench для исходного режима с погрешностью не более 4,3%, что подтверждает правильность аналитических расчётов;
 - При моделировании резонансного режима общий ток совпал с расчётным значением с высокой точностью (погрешность 0,1%), коэффициент мощности равен единице, что подтверждает достижение резонанса напряжений;
 - Получены практические навыки анализа цепей переменного тока, определения условий резонанса и работы с системой схемотехнического моделирования Electronics Workbench.

Методика символического метода расчёта продемонстрировала свою эффективность для анализа сложных цепей синусоидального тока. Результаты аналитических расчётов полностью подтверждены экспериментальным моделированием в Electronics Workbench как для исходного режима работы цепи, так и для режима резонанса напряжений.