Логические уравнения

12 марта 2013 г.

Повторим основные операции

$$\neg$$

$$\&$$

$$\vee$$

Повторим таблицы истинности

A	B	A & B
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

A	B	$A \vee B$
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

A	$\neg A$
И	Л
Л	И

Проверим знание

- $И \;\&\; (И \vee Л) =$

Проверим знание

- $И \;\&\; (И \vee Л\,) = И$

Проверим знание

- И & (И $\vee$ Л) = И
- И $\vee$ Л & И =

Проверим знание

- $И \mathbin{\&} (И \lor Л) = И$
- $И \lor Л \mathbin{\&} И = И$

Проверим знание

- И & (И ∨ Л) = И
- И ∨ Л & И = И
- ¬ И & ¬Л ∨ Л =

Проверим знание

- И & (И ∨ Л) = И
- И ∨ Л & И = И
- ¬ И & ¬Л ∨ Л = Л

Проверим знание

- И & (И $\vee$ Л) = И
- И $\vee$ Л & И = И
- $\neg$ И & $\neg$Л $\vee$ Л = Л
- $\neg$ И $\vee$ ($\neg$Л $\vee$ Л & И) =

Проверим знание

- $И \,\&\, (И \vee Л) = И$
- $И \vee Л \,\&\, И = И$
- $\neg И \,\&\, \neg Л \vee Л = Л$
- $\neg И \vee (\neg Л \vee Л \,\&\, И) = И$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A \& B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \;\&\; \neg(\neg B \vee C) =$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A \& B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$

- $\neg A \ \& \ \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg\neg B \ \& \ \neg C) =$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A \& B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \ \& \ \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg\neg B \ \& \ \neg C) = \neg A \ \& \ B \ \& \ \neg C$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A\&B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \ \& \ \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg\neg B \ \& \ \neg C) = \neg A \ \& \ B \ \& \ \neg C$
- $\neg(A \vee \neg(\neg B \vee C) =$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A\&B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \ \& \ \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg\neg B \ \& \ \neg C) = \neg A \ \& \ B \ \& \ \neg C$
- $\neg(A \vee \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ \neg\neg(\neg B \vee C) =$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A\&B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \ \& \ \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg\neg B \ \& \ \neg C) = \neg A \ \& \ B \ \& \ \neg C$
- $\neg(A \vee \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ \neg\neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg B \vee C) =$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A\&B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \;\&\; \neg(\neg B \vee C) = \neg A \;\&\; (\neg\neg B \;\&\; \neg C) = \neg A \;\&\; B \;\&\; \neg C$
- $\neg(A \vee \neg(\neg B \vee C) = \neg A \;\&\; \neg\neg(\neg B \vee C) = \neg A \;\&\; (\neg B \vee C) =$
- Вспомним распределительный закон:

Распределительный	$A\&(B \vee C) = (A\&B) \vee (A\&C)$ $A \vee (B\&C) = (A \vee B)\&(A \vee C)$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A\&B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \ \& \ \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg\neg B \ \& \ \neg C) = \neg A \ \& \ B \ \& \ \neg C$
- $\neg(A \vee \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ \neg\neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg B \vee C) =$
- Вспомним распределительный закон:

Распределительный	$A\&(B \vee C) = (A\&B) \vee (A\&C)$ $A \vee (B\&C) = (A \vee B)\&(A \vee C)$
- $(\neg A \ \& \ \neg B) \vee (\neg A \ \& \ C) =$

Вспомним правила Де Моргана

Правила де Моргана	$\neg(A\&B) = \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) = \neg A \& \neg B$
- $\neg A \ \& \ \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg\neg B \ \& \ \neg C) = \neg A \ \& \ B \ \& \ \neg C$
- $\neg(A \vee \neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ \neg\neg(\neg B \vee C) = \neg A \ \& \ (\neg B \vee C) =$
- Вспомним распределительный закон:

Распределительный	$A\&(B \vee C) = (A\&B) \vee (A\&C)$ $A \vee (B\&C) = (A \vee B)\&(A \vee C)$
- $(\neg A \ \& \ \neg B) \vee (\neg A \ \& \ C) = \neg A \ \& \ \neg B \vee \neg A \ \& \ C$

ЕГЭ: правила де Моргана

- Считая, что за символ $\wedge$ обозначается конъюнкция, вычислите правильный ответ.

A10. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $A \wedge \neg(B \vee \neg C) \wedge \neg D$.

1) $A \wedge \neg B \wedge C \wedge \neg D$
2) $A \vee \neg B \vee C \vee \neg D$
3) $A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge \neg D$
4) $A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D$

ЕГЭ: правила де Моргана

- Считая, что за символ $\wedge$ обозначается конъюнкция, вычислите правильный ответ.
- Правильный ответ: 1

A10. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $A \wedge \neg(B \vee \neg C) \wedge \neg D$.

1) $A \wedge \neg B \wedge C \wedge \neg D$
2) $A \vee \neg B \vee C \vee \neg D$
3) $A \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge \neg D$
4) $A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D$

ЕГЭ: правила де Моргана

- Считая, что за символ $\wedge$ обозначается конъюнкция, вычислите правильный ответ.

A10. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $\neg(A \wedge \neg B \wedge C)$.

1) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$
2) $\neg A \wedge B \wedge \neg C$
3) $\neg A \vee B \vee \neg C$
4) $A \vee \neg B \vee C$

ЕГЭ: правила де Моргана

- Считая, что за символ $\wedge$ обозначается конъюнкция, вычислите правильный ответ.
- Правильный ответ: 3

A10. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $\neg(A \wedge \neg B \wedge C)$.

1) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$
2) $\neg A \wedge B \wedge \neg C$
3) $\neg A \vee B \vee \neg C$
4) $A \vee \neg B \vee C$

ЕГЭ: таблицы истинности

- Считая, что за символ $\wedge$ обозначается конъюнкция, 1 — истина, 0 — ложь, вычислите правильный ответ.

A9. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.
Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	0	1	1
1	1	1	1
1	1	0	0

Какое выражение соответствует F?

1) $X \wedge Y \wedge Z$
2) $X \vee Y \vee \neg Z$
3) $\neg X \wedge \neg Y \wedge Z$
4) $\neg X \vee \neg Y \vee Z$

ЕГЭ: решение задачи

- Рассмотрим 1-ый вариант и подставим его в таблицу.
  1. Если для всех трёх строк он подойдёт, то этот ответ и будет являться правильным.
  2. Если хотя бы для одной строки 1-ый ответ не подходит, следовательно, это — неправильный ответ. В этом случае мы переходим ко второму варианту.
- Подставим 1-ый вариант в 1-ую строку:
- Л & Л & И должно равняться (согласно таблице) Истине.
- Однако: Л & Л & И = Л & И = Л.
- Таким образом, получаем противоречие. Следовательно, первый ответ заведомо неверный.
- Аналогично находим, что второй ответ не подходит к третьей строке, третий ответ не подходит ко второй строке. Следовательно, остаётся четвёртый.
- Подстановкой убеждаемся, что 4-ый ответ подходит во все строки.

Задача 2 на таблицу истинности

А9. Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z.

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:

X	Y	Z	F
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

Какое выражение соответствует F?

1) $\neg X \wedge Y \wedge \neg Z$
2) $X \vee \neg Y \vee Z$
3) $X \wedge \neg Y \wedge Z$
4) $\neg X \vee Y \vee \neg Z$

Импликация

Таблица истинности для конъюнкции

- *Импликация* — ещё одна логическая операция, которая расшифровывается как *следовательно*.
- Обозначение: A => B. Выполняется **после** всех основных операций.

A	B	A => B
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

Правило импликации

Из лжи может следовать всё, что угодно.

{И & И => Л} = {И => Л = Л}

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:
    - $(90 < X \cdot X) => (X < (X - 1))$

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:
  - $(90 < X \cdot X) => (X < (X - 1))$
- **Решение:** Рассмотрим внимательно правую часть. Она всегда ложна, так как X всегда больше $X - 1$.

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:
  - $(90 < X \cdot X) => (X < (X - 1))$
- **Решение:** Рассмотрим внимательно правую часть. Она всегда ложна, так как X всегда больше $X - 1$.
- Следовательно, левая часть обязана быть тоже ложной, так как если бы она была истинной, то всё высказывание бы стало ложным (И=>Л=Л).

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:
  - $(90 < X \cdot X) => (X < (X - 1))$
- **Решение:** Рассмотрим внимательно правую часть. Она всегда ложна, так как X всегда больше $X - 1$.
- Следовательно, левая часть обязана быть тоже ложной, так как если бы она была истинной, то всё высказывание бы стало ложным (И=>Л=Л).
- До каких пор 90 больше X^2?

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:
  - $(90 < X \cdot X) => (X < (X - 1))$
- **Решение:** Рассмотрим внимательно правую часть. Она всегда ложна, так как X всегда больше $X - 1$.
- Следовательно, левая часть обязана быть тоже ложной, так как если бы она была истинной, то всё высказывание бы стало ложным (И=>Л=Л).
- До каких пор 90 больше X^2?
- До 9 включительно, так как $10^2 = 100 > 90$.

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:
  - $(90 < X \cdot X) => (X < (X - 1))$
- **Решение:** Рассмотрим внимательно правую часть. Она всегда ложна, так как X всегда больше $X - 1$.
- Следовательно, левая часть обязана быть тоже ложной, так как если бы она была истинной, то всё высказывание бы стало ложным (И=>Л=Л).
- До каких пор 90 больше X^2?
- До 9 включительно, так как $10^2 = 100 > 90$.
- При $X \geq 10$ левая часть станет истинной, а высказывание станет ложным.

Задача на импликацию

- Найти максимальное целое X, при котором истинно высказывание:
  - $(90 < X \cdot X) => (X < (X - 1))$
- **Решение:** Рассмотрим внимательно правую часть. Она всегда ложна, так как X всегда больше $X - 1$.
- Следовательно, левая часть обязана быть тоже ложной, так как если бы она была истинной, то всё высказывание бы стало ложным (И=>Л=Л).
- До каких пор 90 больше X^2?
- До 9 включительно, так как $10^2 = 100 > 90$.
- При $X \geq 10$ левая часть станет истинной, а высказывание станет ложным.
- Следовательно, **ответ**: $X = 9$.

Задачи на импликацию

1. Найдите максимальное положительное целое число X, при котором **истинно** высказывание:
   - $((X-1) < X) => (40 > X \cdot X)$
2. Найдите наименьшее целое положительное число X, при котором **ложно** высказывание:
   - $\neg(X \cdot X < 9) => (X > (X+2))$
3. Найдите наименьшее целое положительное число X, при котором **ложно** высказывание:
   - $(4 > -(4+X) \cdot X)) => (30 > X \cdot X)$