

Логические задачи

5 февраля 2013 г.

Парадокс брадобреля

- В некотором городе все мужчины либо бреются сами, либо бреются у единственного в городе брадобреля. В этом же городе есть закон, согласно которому брадобрель бреет только тех людей, кто не бреется сам. Вопрос: бреет ли брадобрель сам себя?

Решение парадокса брадобрея

- ❶ Предположение: допустим, существование такого брадобрея возможно. Очевидно, что брить себя сам он не может, так как в этом случае он подпадает под первую категорию (бреющиеся сами). Следовательно, он не бреется. Может ли человек не бриться? Да, если он — женщина.
- ❷ В математике 0 — тоже ответ. Корректный ответ, если дополнить условие задачи замечанием о поле брадобрея: таких городов не существует.
- ❸ Брадобрей может вообще не бриться. Прецеденты были. Не бреется \Rightarrow нет противоречия.¹

¹На самом деле, если аккуратно поставить все условия, данный парадокс невозможно решить.

Почему парикмахер в Женеве охотнее подстрижёт двух французов, чем одного немца?

Заработает больше

Сколько месяцев в году имеют
28 дней?

Все (12)

На одном участке двухпутная железная дорога ныряет в туннель и сменяется однопутной. Разминуться внутри туннеля поездам негде. Прошлым летом в туннель с одной стороны на полной скорости влетел поезд. Другой поезд влетел на полной скорости с другой стороны. Никакого столкновения не произошло. Почему?

Они заехали в туннель в
разное время

Лебедь, рак и щука



Лебедь, рак и щука

- Крестьянину нужно перевезти через реку волка, козу и капусту.
- Но лодка такова, что в ней может поместиться только крестьянин, а с ним или только волк, или только коза, или только капуста.
- Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту.
- Как перевез свой груз крестьянин?

Индукция

От частного к общему

Корректный пример

Каждую зиму мне было холодно. Следовательно,
зимой **всегда** холодно.

Некорректный пример

- 3 делится на 3.
- 33 делится на 3.
- 63 делится на 3.
- Следовательно, все числа, оканчивающиеся на 3, делятся на 3.

Метод полной индукции

- Состоит из двух частей:
 - 1 База. Проверяем корректность утверждения на нескольких последовательных примерах.
 - 2 Переход. Доказываем, что если для всего предыдущего утверждение верно, то он верно и для последующего.

Пример полной индукции

- **Задача.** Докажем, что $1 + 2 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$.
- **Доказательство:**
 - **База.** Проверим при $n=2$: $1 + 2 = 3 = \frac{2 \cdot 3}{2}$.
 - **Переход.** Предположим, что формула верна для всех чисел $\leq n$. Докажем для $n + 1$:
 - $1 + 2 \dots + n + (n + 1) = \frac{n \cdot (n + 1)}{2} + (n + 1) =$
 - $= \frac{n \cdot (n + 1) + 2 \cdot (n + 1)}{2} = \frac{(n + 1) \cdot (n + 2)}{2}$, ч.т.д.

Дедукция

От общего к частному

Пример — силлогизм

- Все алкоголики долго не живут.
- Вася — алкоголик.
- Следовательно, Вася не будет долго жить.



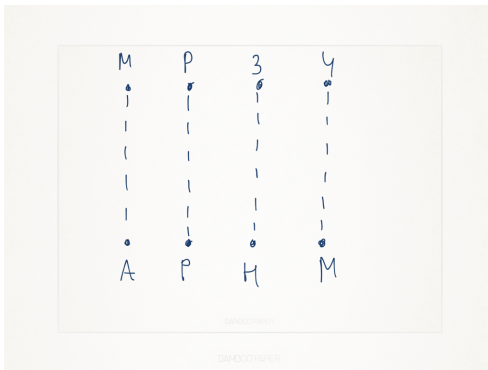
Есть такая профессия
Родину огорчать

DEMOTIVATORS.RU

Задача 1

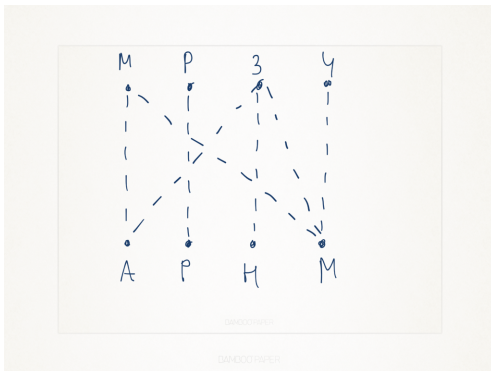
- Четыре футбольных команды: итальянская команда “Милан”, испанская – “Реал”, российская – “Зенит”, английская – “Челси” встретились в групповом этапе лиги чемпионов по футболу. Их тренировали тренеры из этих же четырех стран: итальянец Антонио, испанец Родриго, русский Николай, англичанин Марк. Известно, что национальность у всех четырех тренеров не совпадала с национальностью команд. Требуется определить тренера каждой команды, если известно:
 - 1 Зенит не тренируется у Марка и Антонио.
 - 2 Милан обещал никогда не брать Марка главным тренером.

Решение с помощью графов



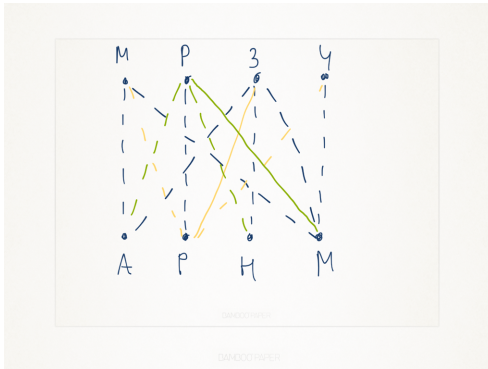
- Сверху — команды, снизу — тренера.
- Пунктир — кто **не может** тренировать команду.

Решение с помощью графов



- Добавим оба условия: (Зенит не тренируется у Марка и Антонио) и (Милан обещал никогда не брать Марка главным тренером).

Решение с помощью графов



- Следовательно, Зенит тренирует Родриго.
- Марк тренирует Реал.
- Милан — Николай, Челси — Антонио.

Решение с помощью таблиц

Имя	Милан	Реал	Зенит	Челси
Антонио	—			
Родриго		—		
Николай			—	
Марк				—

- Минусы — кто не может тренировать, плюсы — кто тренирует.

Решение с помощью таблиц

Имя	Милан	Реал	Зенит	Челси
Антонио	—		—	
Родриго		—		
Николай			—	
Марк	—		—	—

- Вносим условия задачи в таблицу.

Решение с помощью таблиц

Имя	Милан	Реал	Зенит	Челси
Антонио	—		—	
Родриго	—	—	+	—
Николай			—	
Марк	—		—	—

- Зенит может тренировать только Родриго.
- Если Родриго тренирует Зенит, больше никого тренировать он не может.

Решение с помощью таблиц

Имя	Милан	Реал	Зенит	Челси
Антонио	—		—	
Родриго	—	—	+	—
Николай	+	—	—	—
Марк	—		—	—

- Милан может тренировать только Николай, так как никто больше не может.
- Раз Милан тренирует Николай, другие команды он тренировать не может.

Решение с помощью таблиц

Имя	Милан	Реал	Зенит	Челси
Антонио	—	—	—	+
Родриго	—	—	+	—
Николай	+	—	—	—
Марк	—	+	—	—

- Челси может тренировать только Антонио.
- По методу исключения Реал тренирует Марк.

Задача

- Жили-были на свете три поросенка, три брата: Ниф-Ниф, Наф-Наф, Нуф-Нуф. Построили они три домика: соломенный, деревянный и кирпичный. Все три брата выращивали возле своих домиков цветы: розы, ромашки и тюльпаны. Известно, что Ниф-Ниф живет не в соломенном домике, а Наф-Наф – не в деревянном; возле соломенного домика растут не розы, а тот, у кого деревянный домик, выращивает ромашки. У Наф-Наф аллергия на тюльпаны, поэтому он не выращивает их. Узнайте, кто в каком домике живет и какие цветы выращивает.

Гарри Поттер

- Однажды на лестнице Гарри Поттер нашел странный свиток. В нем было записано сто утверждений:
 - 1 В этом свитке ровно одно неверное утверждение.
 - 2 В этом свитке ровно два неверных утверждения.
 - 3 В этом свитке ровно три неверных утверждения.
 - 4 ...
 - 5 В этом свитке ровно сто неверных утверждений.
- Есть ли среди этих утверждений верные, и если да, то какие?

Задача Эйнштейна

- На одной улице подряд стоят пять домов, каждый — своего цвета. В каждом живёт человек, все пять — разных национальностей. Каждый человек любит свою марку сигарет, напиток и домашнее животное. Также:
 - 1 Норвежец живёт в первом доме.
 - 2 Англичанин живёт в красном доме.
 - 3 Зелёный дом находится слева от белого, рядом с ним.
 - 4 Датчанин пьёт чай.
 - 5 Тот, кто курит Marlboro, живёт рядом с тем, кто выращивает кошек.
 - 6 Тот, кто живёт в жёлтом доме, курит Dunhill.
 - 7 Немец курит Rothmans.
 - 8 Тот, кто живёт в центре, пьёт молоко.
 - 9 Сосед того, кто курит Marlboro, пьёт воду.
 - 10 Тот, кто курит Pall Mall, выращивает птиц.
 - 11 Швед выращивает собак.
 - 12 Норвежец живёт рядом с синим домом.
 - 13 Тот, кто выращивает лошадей, живёт в синем доме.
 - 14 Тот, кто курит Winfield, пьет пиво.
 - 15 В зелёном доме пьют кофе.
- Кто разводит рыбок?