

Versuch 602

Röntgenemission und -absorption

Jonah Nitschke
lejonah@web.de

Sebastian Pape
sepa@gmx.de

Durchführung: 13.06.2017

Abgabe: 19.06.2017

1 Theorie

Der Versuch V602 untersucht das Emissionsspektrum einer Cu–Röntgenröhre und Absorptionsspektren verschiedener Absorber.

Röntgenstrahlen werden in einer Röntgenröhre erzeugt. Diese ist evakuiert und beinhaltet eine Glühkathode und eine Anode. Aufgrund des Glühelektrischeneffektes werden Elektronen aus der Kathode gelöst und in Richtung der positiv geladenen Anode beschleunigt. Treffen die beschleunigten Elektronen auf das Anodenmaterial auf, entsteht Röntgenstrahlung, welche sich aus dem kontinuierlichen Bremsspektrum und der charakteristischen Röntgenstrahlung zusammensetzt. Die hier auftretende charakteristische Röntgenstrahlung ist dem Anodenmaterial Kupfer zugeordnet. Das Bremsspektrum wird wegen des Coulombfeldes des Atomkernes hervorgerufen. Beim Abbremsprozess wird ein Photon emittiert. Die Energie des Photons entspricht dem Energieverlust des abgebremsten Elektrons. Die Wellenlänge λ des emittierten Photons lässt sich aus der Energie E_{kin} über den folgenden Zusammenhang ermitteln.

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E_{\text{kin}}} \quad (1)$$

Dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit und h das *Planck'sche Wirkungsquantum*. Die Wellenlänge wird minimal für den maximalen Wert der Energie. Die kinetische Energie ist maximal für $e_0 U$, wodurch

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \quad (2)$$

In (2) wird die gesamte kinetische Energie in Strahlungsenergie umgewandelt.

Das charakteristische Spektrum entsteht aufgrund der Ionisierung des Anodenmaterials. Dabei wird ein Elektron aus einer inneren Schale herausgelöst. Die entstandene Leerstelle wird durch ein Elektron der äußeren Schale gefüllt. Aufgrund der Energiedifferenz der Elektronenschalen wird beim Wechsel eines äußeren Elektrons auf eine inner liegende Schale ein Röntgenquant mit der Energie $h\nu = E_{\text{m}} - E_{\text{n}}$ emittiert. Die auftretenden Energien E_{m} und E_{n} stellen die Energien der verschiedenen Elektronenschalen dar. Das charakteristische Spektrum besteht aus diskreten, scharfen Linien, welche mit $K_{\alpha}, K_{\beta}, L_{\alpha}, L_{\beta}, \dots$ gekennzeichnet werden. Die Buchstaben K, L, M stehen dabei für die Elektronenschalen des Atoms und die Indizes sagen aus, welches Elektron aus der Schale gewechselt ist. Die Bindungsenergie eines Elektrons aus der n -ten Schale ist geringer, als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der $n - 1$ -ten Schale, weil Abschirmungseffekte der Hüllenelektronen und Wechselwirkungen der Elektronen untereinander die Kernladung teilweise kompensieren können. Das charakteristische Spektrum weist für jedes Elektron spezifische Linien auf, welche als Feinstruktur bezeichnet werden. Für

die Bindungsenergie E_n eines Elektron der n -ten Schale gilt unter Berücksichtigung der Feinstruktur nach der Sommerfeldschen Feinstrukturformel:

$$E_{n,j} = -R_\infty \left(z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha \cdot z_{\text{eff}}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left(\frac{2}{2j+1} - \frac{3}{4n} \right) \right). \quad (3)$$

Dabei ist $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$ die Rydbergenergie, n die Hauptquantenzahl, j der Gesamtdrehimpuls, α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und z_{eff} die effektive Kernladung. Diese setzt sich aus der Differenz $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ zusammen, wobei σ der Abschirmungskonstante ist.

Wird die Feinstruktur vernachlässigt vereinfacht sich die Bindungsenergie eines Elektrons der n -ten Schale zu:

$$E_n = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (4)$$

Insgesamt spielen bei der Absorption von Strahlung drei grundlegende Effekte eine Rolle. Zum einen der Photoeffekt, welcher bewirkt, dass einfallende Photonen Elektronen aus Metalloberflächen lösen können, der Comptoneffekt, welcher für eine meist unerwünschte Röntgenstrahlenstreuung führt und die Paarbildung. Paarbildung tritt jedoch nur bei Strahlungsenergien von $> 1 \text{ MeV}$. Diese werden im vorliegenden Versuch nicht erreicht. Damit sind die dominant auftretenden Phänomene der Photo- und der Comptoneffekt. Der Comptoneffekt tritt auf wenn Röntgenstrahlen an den Elektronen des Target gestreut werden. Die gestreute Röntgenstrahlen besitzen eine längere Wellenlänge als die eingehende Strahlung. Mit dem Streuwinkel θ verhält sich der Comptoneffekt gemäß:

$$\lambda_{\text{einfallend}} - \lambda_{\text{gestreut}} = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos \theta). \quad (5)$$

Die stattfindende Absorption nimmt mit zunehmender Energie der Elektronen ab und steigt sprunghaft an, sobald die Photonenenergie gerade größer ist, als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächsten tieferen Schale. Damit ergeben sich die Absorptionskanten zu $h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_\infty$. Die Absorptionskante wird immer nach der Schale aus der das Elektron stammt als K -, L -, M -,... Kante bezeichnet. In der L -Schale lassen sich drei Absorptionskanten beobachten, wobei aufgrund der Auflösung nur zwei Kanten sichtbar werden. Die zugehörige Abschirmungskonstante σ_L ergibt sich damit zu:

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

In dieser Formel ist ΔE_L die Energie zwischen der L_{II} - und der L_{III} -Kante und Z die Ordnungszahl.

Die Energie bzw. die Wellenlänge lässt sich mittels der Bragg-Bedingung experimentell ermitteln. Die in der Röntgenröhre erzeugte Röntgenstrahlung wird auf eine Kristallgitter Struktur geschossen. Ein Winkel Θ ist ausgezeichnet als Glanzwinkel. An diesem Winkel interferieren die Wellenlängen konstruktiv miteinander. Die Bragg-Bedingung ist gegeben durch:

$$2d \cdot \sin(\Theta) = k \cdot \lambda. \quad (7)$$

Mit der Gitterkonstante d und der gebeugten Wellenlänge λ .

2 Durchführung

Der verwendete Aufbau ist in 1 dargestellt.

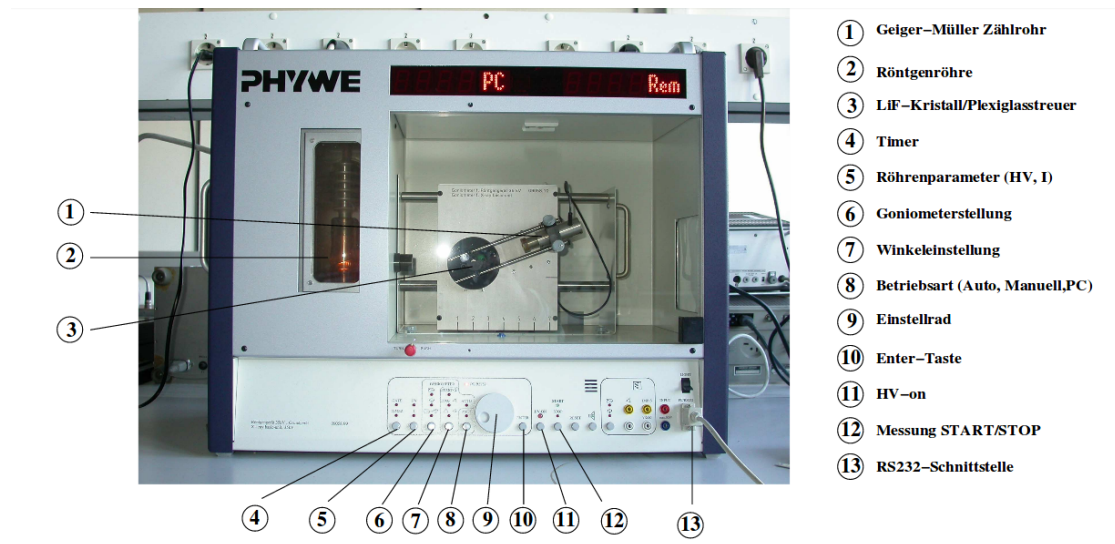


Abbildung 1: Aufbau zur Untersuchung der Röntgenemission und -absorption.[1]

In der Messapparatur ist im wesentlichen eine Röntgenröhre, ein Geiger-Müller-Zählrohr mit Drehmechanismus und ein LiF-Kristall integriert. Für die Bedienung der Apparatur und die Aufnahme der Messdaten wird ein Computer mit vorinstallierter Software verwendet. Die Beschleunigungsspannung und der Emissionsstrom bleiben während allen Messungen konstant. U_B liegt bei 35 kV und I bei 1 mA.

Zu Beginn des Versuches wird die Bragg-Bedingung überprüft. Dafür wird der Kristallwinkel konstant auf $\Theta = 14^\circ$ eingestellt und das Geiger-Müller-Zählrohr läuft in einem Winkel von $\alpha_{GM} = 26^\circ$ bis 30° mit einem Winkelzuwachs von $\Delta\alpha_{GM}$ um den Kristall herum. Die Integrationszeit wird auf $\Delta t = 10$ s eingestellt.

Danach wird das Emissionsspektrum auf das Programm 2:1 Koppelmodus eingestellt. Das Röntgenspektrum der Beugungsordnung $k = 1$ wird im Winkelbereich $\Theta = 4^\circ$ bis 26° in $0,2^\circ$ -Schritten gemessen. Für Δt werden 5 s eingestellt.

Abschließend wird das Absorptionsspektrum von fünf leichten Absorbern und einem schweren Absorber bestimmt. Bei den leichten Absorbern handelt es sich um Zn, Ge, Br, Sr, Zr und bei dem schweren Absorber handelt es sich um Au. Die Braggwinkel zu dem Literaturwert der E_K -Kante werden vorher recherchiert, damit Θ auf $\pm 2^\circ$ des Literaturwertes eingestellt werden kann. Die Absorber werden vor dem Geiger-Müller-Zählrohr befestigt. Das Absorptionsspektrum wird in $0,2^\circ$ -Schritten mit einer Integrationszeit von $\Delta t = 20$ s gestellt.

Alle genommenen Messdaten werden als Grafik und als Tabelle in passendem Format exportiert.

3 Auswertung

3.1 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Bei der Überprüfung der Bragg-Bedingung werden in dem verwendeten Messprogramm folgende Einstellungen für den Kristallwinkel ϑ , das Zählrohrwinkelintervall α_{GM} , den Winkelzuwachs $\Delta\alpha$ sowie die Integrationszeit Δt gewählt:

$$\begin{aligned}\vartheta &= 14^\circ \\ \Delta\alpha &= 0.1^\circ \\ \Delta t &= 10 \text{ s} \\ \alpha_{\text{GM}} &\in [26^\circ, 30^\circ].\end{aligned}$$

Mithilfe von Python und der Daten aus Abbildung ?? wird dann das Maximum der Impulsrate bestimmt. Der Winkel wird dann zuerst in die minimale Wellenlänge (Formel (??)) sowie anschließend in die maximale Energie (Formel (??)) umgerechnet, so dass sich folgende Werte ergeben:

$$\begin{aligned}\vartheta_{3.1,\text{max}} &= 28.6^\circ \\ \lambda_{3.1,\text{min}} &= 1,93 \cdot 10^{-10} \text{ m} \\ E_{3.1,\text{max}} &= 6,43 \text{ eV}.\end{aligned}$$

Im Vergleich mit dem Erwartungswert von $\vartheta = 14^\circ$ ergibt sich eine Abweichung von $\Delta\vartheta = 0.6^\circ$ sowie prozentual eine Abweichung von $\Delta\vartheta = 2.1\%$.

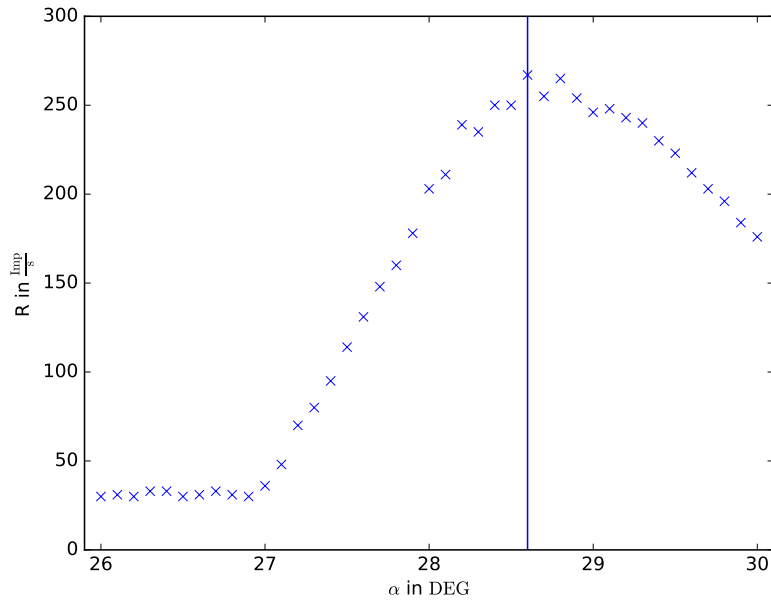


Abbildung 2: Gemessene Impulsrate bei Messung 3.1 .

3.2 Das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Für die Untersuchung des Emissionsspektrums einer Cu-Röntgenröhre wurden in dem 2:1 Koppelmodus die folgenden Einstellungen gewählt:

$$\begin{aligned}\vartheta &\in [4^\circ, 26^\circ] \\ \Delta\vartheta &= 0.2^\circ \\ \Delta t &= 5 \text{ s.}\end{aligned}$$

Die erhaltenen Daten sind in Abbildung 3 dargestellt. Zur Bestimmung der K_α - und K_β -Linie wird zuerst der Untergrund aus den Daten herausgerechnet. Dafür wird an die Werte in Tabelle ?? ein Polynom 3.Ordnung gefittet, für das sich die folgenden Parameter ergeben:

$$\begin{aligned}
U(x) &= A \cdot x^3 + B \cdot x^2 + C \cdot x + D \\
A &= (0.27 \pm 0.02) \frac{\text{Imp}}{\text{s} \cdot \alpha^3} \\
B &= (-12.2 \pm -0.7) \frac{\text{Imp}}{\text{s} \cdot \alpha^2} \\
C &= (170 \pm 9) \frac{\text{Imp}}{\text{s} \cdot \alpha} \\
D &= (-525 \pm 31) \frac{\text{Imp}}{\text{s}}.
\end{aligned}$$

Des weiteren wird an die Daten aus Tabelle ?? und ?? jeweils eine Gauß-Funktion der Form (8) gefittet:

$$G(x) = A \cdot \exp \frac{-(\vartheta - \vartheta_0)^2}{2 \cdot s^2}. \quad (8)$$

ϑ_0 und s geben dabei die Lage der jeweiligen Linie sowie die Halbwertsbreite an. Damit ergeben sich für die K_α -Linie die folgenden Parameter:

$$\begin{aligned}
A_{K_\alpha} &= (4.7 \pm 0.3) \cdot 10^3 \frac{\text{Imp}}{\text{s}} \\
\vartheta_{K_\alpha} &= \vartheta_0 = (22.57 \pm 0.01)^\circ \\
\lambda_{K_\alpha} &= (1.5458 \pm 0.0008) \cdot 10^{-10} \text{m} \\
E_{K_\alpha} &= (8020 \pm 4) \text{eV} \\
s_{K_\alpha} &= (0.19 \pm 0.1)^\circ.
\end{aligned}$$

Analog ergeben sich für die K_β -Linie die folgenden Werte :

$$\begin{aligned}
A_{K_\beta} &= (1.62 \pm 0.04) \cdot 10^3 \frac{\text{Imp}}{\text{s}} \\
\vartheta_{K_\beta} &= \vartheta_0 = (20.289 \pm 0.003)^\circ \\
\lambda_{K_\beta} &= (1.3967 \pm 0.0002) \cdot 10^{-10} \text{m} \\
E_{K_\beta} &= (8876 \pm 1) \text{eV} \\
s_{K_\beta} &= (0.136 \pm 0.005)^\circ.
\end{aligned}$$

Mithilfe der Formeln ?? und ?? können dann die Abschirmkonstanten der K-Kante und der L-Kante bestimmt werden, für die sich die folgenden Werte ergeben:

$$\sigma_K = (3.452 \pm 0.002)$$

$$\sigma_L = (17.77 \pm 0.03)$$

Die beiden Halbwertsbreiten können nun ebenfalls in Energien umgerechnet werden. Theoretisch sollten die beiden Energien dann exakt gleich sein. Da dies in der Praxis jedoch nicht der Fall ist, kann mithilfe des Quotienten der beiden Energien eine Güte des Versuches angegeben werden, dessen Optimalwert bei 1 liegt. Für den Versuch ergibt sich damit das folgende Auflösungsvermögen:

$$E_{s_{K\alpha}} = (9.2 \pm 0.7) \cdot 10^2 \text{ eV}$$

$$E_{s_{K\beta}} = (1.3 \pm 0.04) \cdot 10^3 \text{ eV}$$

$$\phi = \frac{E_{s_{K\beta}}}{E_{s_{K\alpha}}} = 1.41 \pm 0.11.$$

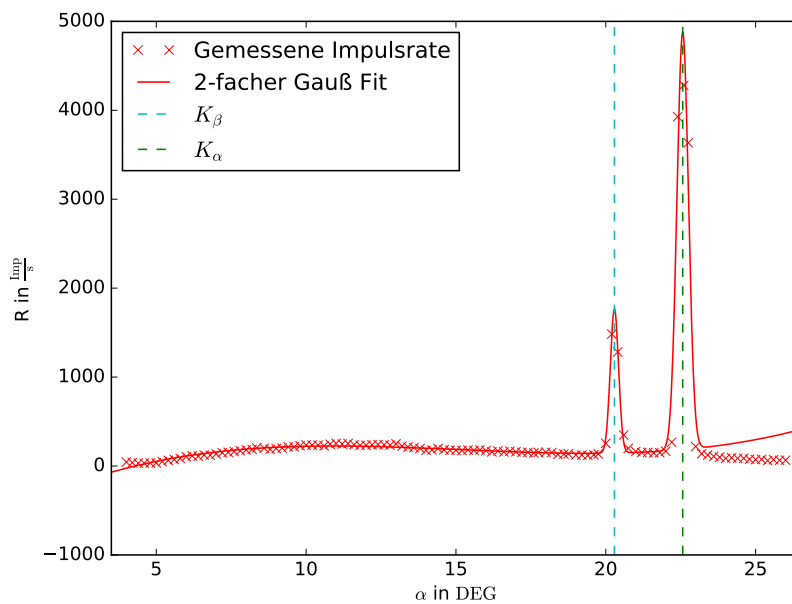


Abbildung 3: Gemessene Impulsrate einer Cu-Röntgenröhre

3.3 Das Absorptionsspektrum

Für die Untersuchung des Absorptionsspektrums verschiedener Materialien wurden in dem 2:1 Koppelmodus die folgenden Einstellungen gewählt:

$$\Delta\vartheta = 0.1^\circ$$

$$\Delta t = 20 \text{ s.}$$

Das Messintervall wurde dabei bei jedem Material unabhängig gewählt.

3.3.1 Germanium

Bei Germanium wurde ein Messintervall von $\vartheta \in [14^\circ, 18^\circ]$ gewählt. Mithilfe der Daten aus Tabelle ?? (grafisch siehe Abbildung 4) kann für Germanium nun die Absorptionsenergie der K-Kante bestimmt werden sowie die daraus resultierende Abschirmkonstante nach Formel (?). Die für die Berechnung der Werte verwendete Ordnungszahl ist 32.

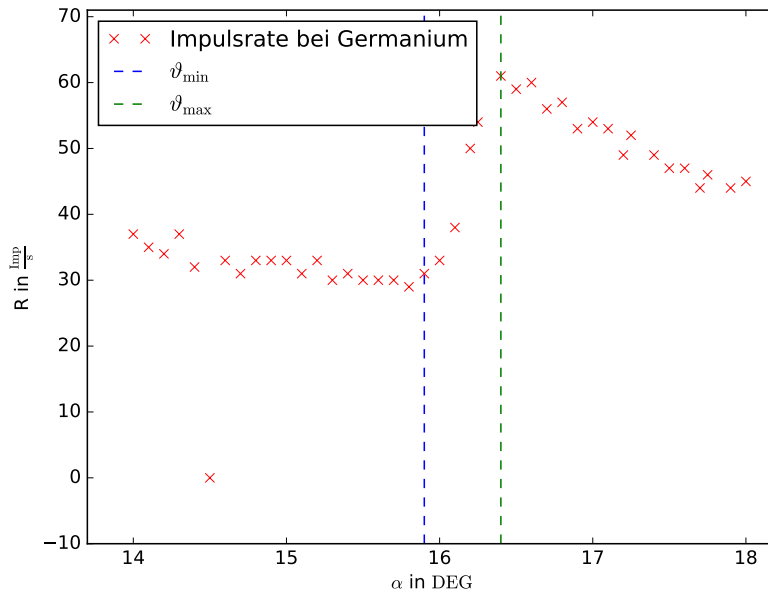


Abbildung 4: Gemessenes Absorptionsspektrum bei Germanium.

$$\vartheta_{\text{GE}} = 16.15^\circ$$

$$\lambda_{\text{GE,min}} = 1.12 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$E_{\text{GE,max}} = 11066 \text{ eV}$$

$$\sigma_{\text{GE}} = 3.72$$

Tabelle 1: Gemessene Impulsrate N bei Germanium.

ϑ in deg	N in $\frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	ϑ in deg	N in $\frac{\text{Imp}}{\text{s}}$	ϑ in deg	N in $\frac{\text{Imp}}{\text{s}}$
28.0	37.0	30.8	31.0	33.6	57.0
28.2	35.0	31.0	30.0	33.8	53.0
28.4	34.0	31.2	30.0	34.0	54.0
28.6	37.0	31.4	30.0	34.2	53.0
28.8	32.0	31.6	29.0	34.4	49.0
29.0	0.0	31.8	31.0	34.5	52.0
29.2	33.0	32.0	33.0	34.8	49.0
29.4	31.0	32.2	38.0	35.0	47.0
29.6	33.0	32.4	50.0	35.2	47.0
29.8	33.0	32.5	54.0	35.4	44.0
30.0	33.0	32.8	61.0	35.5	46.0
30.2	31.0	33.0	59.0	35.8	44.0
30.4	33.0	33.2	60.0	36.0	45.0
30.6	30.0	33.4	56.0		

Literatur

- [1] TU-Dortmund. *V602: Röntgenemission und -absorption*. 13. Juni 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/RoentgenAbs.pdf>.