

# **Versuch 207**

## **Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler**

Sebastian Pape  
sepa@gmx.de

Jonah Nitschke  
lejonah@web.de

Durchführung: 22.11.2016

Abgabe: 29.11.2016

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einführung</b>  | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>Theorie</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1      | Innere Reibung . . . . .   | 3         |
| 2.2      | Temperaturabhängigkeit der Viskosität . . . . .                            | 4         |
| 2.3      | Reynolds Zahl . . . . .  | 4         |
| <b>3</b> | <b>Durchführung</b>  | <b>4</b>  |
| 3.1      | Aufbau . . . . .   | 5         |
| <b>4</b> | <b>Messwerte</b>   | <b>6</b>  |
| <b>5</b> | <b>Auswertung</b>  | <b>7</b>  |
| 5.1      | Bestimmung der Apparatekonstante für die große Kugel . . . . .             | 7         |
| 5.2      | Bestimmung der Konstanten A/B für die zeitabhängige Viskosität $\eta(T)$ . | 9         |
| 5.3      | Bestimmung der Reynoldszahl . . . . .                                      | 9         |
| <b>6</b> | <b>Auswertung</b>  | <b>10</b> |

# 1 Einführung

Der Versuch zielt darauf ab die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität von destilliertem Wasser, mit Hilfe der Kugelfallmethode zu bestimmen. Zunächst werden die theoretischen Grundlagen erklärt, danach wird die Durchführung und der Aufbau erläutert. Daraufhin folgt die Auswertung der Versuchsergebnisse mit abschließender Diskussion.

## 2 Theorie

### 2.1 Innere Reibung

Sobald ein Körper durch ein Medium bewegt wird, entsteht innere Reibung. Die Stärke dieser Reibung hängt von der Beschaffenheit des Umgebungsmediums ab und wird als dynamische Viskosität oder auch Zähigkeit bezeichnet. In dem Versuch wurde eine Kugel, mit Radius  $r$  durch destilliertes Wasser bewegt. Die Reibungskraft, die der Bewegung entgegengerichtet ist, lässt sich über das *Stokes'sche Gesetz* bestimmen.

$$F_R = 6\pi r \eta v \quad (1)$$

Dabei ist  $\eta$  die dynamische Viskosität und  $v$  die Geschwindigkeit der Kugel. Die *Stokes Gleichung* gilt nur für laminare Strömungen, was bedeutet, dass die Ausdehnung der Flüssigkeit hinreichend groß sein muss, wodurch Wirbelbildungen verhindert werden. Die Kugel wird in dem Versuch durch ein Rohr mit leicht größerem Durchmesser als dem der Kugel fallen gelassen. Die erreichten Fallgeschwindigkeit der Kugel durch das Medium sind darüberhinaus hinreichend gering, sodass alle Voraussetzungen für die Gültigkeit von Gleichung (1) gegeben sind. Wenn die Kugel in einer viskosen Flüssigkeit fällt, wirken zum einem ihre Gewichtskraft  $F_g$ , die Reibungskraft der Flüssigkeit  $F_R$  und der Auftrieb  $F_A$ . Die Auftriebskraft ist wie die Reibungskraft der Bewegungsrichtung entgegengerichtet. Die Reibungskraft nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit der Kugel zu. Dies bedeutet, dass sich ein Kräftegleichgewicht zwischen  $F_g$  und  $F_R$  einstellt, wodurch sich eine konstante Fallgeschwindigkeit ergibt. Die Zähigkeit der Flüssigkeit lässt sich über das empirische gefundene Gesetz (2) bestimmen.

$$\eta = K(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t \quad (2)$$

Wobei  $K$  eine Apparaturkonstante,  $\rho_K$  die Dichte der Kugel,  $\rho_{Fl}$  die Dichte der Umgebungsflüssigkeit und  $t$  die Fallzeit ist. Die Apparaturkonstante enthält sowohl Informationen über die Fallhöhe, als auch über die Kugelgeometrie.

## 2.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität lässt sich mit Hilfe der *Andradeschen Gleichung* bestimmen, die da lautet

$$\eta(T) = A \exp\left(\frac{B}{T}\right). \quad (3)$$

$A$  und  $B$  sind dabei Konstanten, die über eine Ausgleichsrechnung bestimmt werden können.

## 2.3 Reynolds Zahl

Die *Stokes Gleichung* ist nur für laminare Strömungen gültig. Das Strömungsverhalten einer laminaren Strömung charakterisiert sich dadurch, dass die Strömungslinien immer nebeneinander verlaufen und keine Wirbel ausbilden. Sobald eine bestimmte Strömungsgeschwindigkeit erreicht ist, ändert sich das Strömungsverhalten des Fluides hin zu einer turbulenten Strömung. Also einer Strömung, in der die Strömungslinien Wirbel ausbilden. Die *Reynolds Zahl*  $Re$  ist eine Kenngröße, anhand der das Strömungsverhalten von Flüssigkeiten charakterisiert werden kann. Sie ist definiert als,

$$Re = \frac{\rho_w \cdot v \cdot d}{\eta} \quad (4)$$

wobei  $\rho_w$  die Dichte der Flüssigkeit,  $v$  die Fließgeschwindigkeit und  $d$  der Kugeldurchmesser ist. Empirisch wurde gefunden, dass eine Flüssigkeit mit  $Re < 2000$  ein laminares Strömungsverhalten aufweist. Sobald der kritische Wert von  $Re < 3000$  überschritten wird, ist ein turbulentes Strömungsverhalten der Flüssigkeit vorzufinden. In dem Grenzbereich von 2000 bis 3000 ist das Verhalten der Flüssigkeit nicht klar definiert und kann zwischen den beiden Strömungsverhalten wechseln.

## 3 Durchführung

Im Folgendem wird die Durchführung des Versuches geschildert. Zu Beginn des Versuches müssen die Dichten der verwendeten Kugeln ermittelt werden. Die Masse der Kugeln wird mit Hilfe einer Waage und die Durchmesser mit Hilfe einer Schieblehre gemessen. Danach wird das Kugelfall-Viskosimeter mit Hilfe einer Libelle (siehe Abb. 1) justiert. Nun kann die zu untersuchende Flüssigkeit, in diesem Fall destilliertes Wasser und die Kugel in das Viskosimeter gegeben werden. Es ist darauf zu achten, dass keine Luftblasen an der Rohrrinnenseite und der Kugel haften, da durch diese die Fallzeit unvorhersehbar beeinflusst wird. Insgesamt werden zwei Kugeln mit unterschiedlichen Radien verwendet, wobei jeweils zehn Fallzeitmessungen bei Raumtemperatur für eine Kugel durchgeführt werden. Abschließend wird die Messung für die größere der beiden Kugeln mit variierender

Temperatur durchgeführt. Es werden für insgesamt zehn Temperaturen zwei Messungen gemacht. Die Temperaturen sollen zwischen der Raumtemperatur und ca. 70 °C liegen.

### 3.1 Aufbau

Zur Bestimmung der dynamischen Viskosität von destilliertem Wasser wurde das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler (Abb. 1) verwendet. Das Rohr, durch welches die Kugel fällt, ist leicht angewinkelt, sodass die Kugel nicht unkontrolliert hindurchfällt, sondern an der Rohrrinnenseite entlang gleitet. In die Apparatur kann die zu untersuchende Flüssigkeit, sowie die Kugel über zwei Stopfen eingeführt werden. Das Kugelfall-Viskosimeter ist an ein Thermostat gekoppelt, durch welches die Rohrumgebende Flüssigkeit temperiert werden kann. Darüberhinaus wird damit die Momentanetemperatur der zu untersuchenden Flüssigkeit bestimmt. Die in Abb. 1 dargestellten Messmarken definieren die Fallstrecke der Kugel. Die obere Messmarke ist 0,1 m von der unteren entfernt. Durch ein Schanier kann das Viskosimeter um 180° gedreht werden, um eine weitere Fallgeschwindigkeitsmessung vornehmen zu können. Die Gewichtskraft der Kugel sollte vor Durchlaufen der ersten Messmarke im Gleichgewicht mit der Reibungskraft der Flüssigkeit sein, da die Zeitmessung bei konstanter Geschwindigkeit durchzuführen ist.

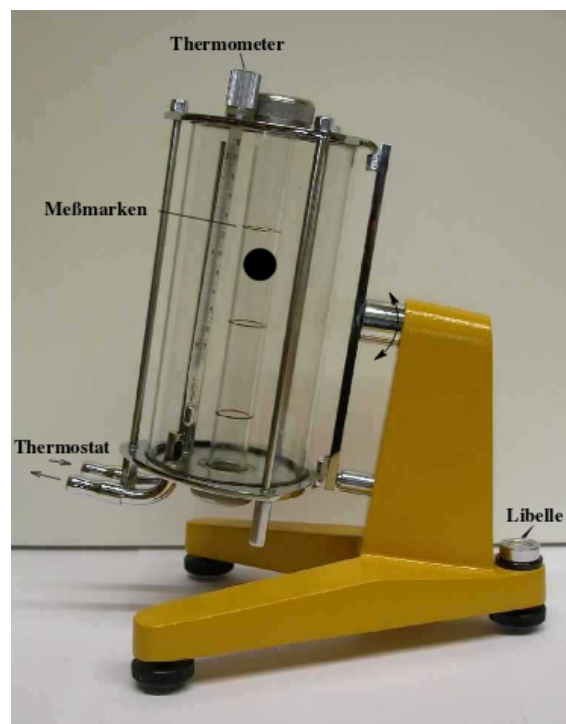


Abbildung 1: Kugelfall-Viskosimeter[anleitung01]

## 4 Messwerte

Tabelle 1: gemessene Werte, Fallzeiten in s

| <i>Fallzeit Kugel 2</i> | <i>Fallzeit Kugel 1</i> | <i>Temperatur in °C</i> | <i>Messung 1</i> | <i>Messung 2</i> |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|------------------|
| 11.80                   | 68.47                   | 31.0                    | 68.86            | 68.86            |
| 11.80                   | 68.95                   | 36.0                    | 68.33            | 68.21            |
| 12.15                   | 68.69                   | 39.0                    | 65.75            | 65.76            |
| 11.73                   | 68.53                   | 45.0                    | 60.32            | 60.52            |
| 12.21                   | 68.50                   | 49.5                    | 59.27            | 59.27            |
| 11.47                   | 67.69                   | 51.5                    | 58.52            | 58.66            |
| 12.10                   | 68.83                   | 56.0                    | 58.30            | 58.29            |
| 11.96                   | 68.41                   | 60.0                    | 56.60            | 56.72            |
| 11.86                   | 68.38                   | 64.0                    | 55.10            | 55.15            |
| 11.87                   | 68.60                   | 68.0                    | 54.35            | 54.40            |

Tabelle 2: Mittelwerte der Fallzeiten in s für Teil 1 des Versuches

| <i>Fallzeit Kugel 1</i> | $\Delta_{FK1}$ | <i>Fallzeit Kugel 2</i> | $\Delta_{FK2}$ |
|-------------------------|----------------|-------------------------|----------------|
| 68.50                   | 0.30           | 11.89                   | 0.13           |

Tabelle 3: Mittelwerte der Messung bei verschiedenen Temperaturen für die große Kugel

|                        |        |        |        |        |        |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <i>Temperatur in K</i> | 304.15 | 309.15 | 312.15 | 318.15 | 322.65 |
| <i>Fallzeit in s</i>   | 68.86  | 68.27  | 65.76  | 60.42  | 59.27  |
| $\Delta_{FZ}$ in s     | 0      | 0.035  | 0.002  | 0.058  | 0      |
| <i>Temperatur in K</i> | 324.65 | 329.15 | 333.15 | 337.15 | 341.15 |
| <i>Fallzeit in s</i>   | 58.59  | 58.29  | 56.66  | 55.13  | 54.38  |
| $\Delta_{FZ}$ in s     | 0.040  | 0.003  | 0.035  | 0.014  | 0.014  |

## 5 Auswertung

### 5.1 Bestimmung der Apparatekonstante für die große Kugel

In dem ersten Teil des Versuches soll die Apparatekonstante für die große Kugel (Kugel 1) bestimmt werden. Dafür wird mithilfe der bekannten Apparatekonstante für die kleine Kugel (Kugel 2) die Viskosität des Wassers bei Raumtemperatur bestimmt und in folgende Formel eingesetzt:

$$K_{kl} = 0.007640 \text{ mPa cm}^3/\text{g} \quad (5)$$

$$\eta = K_{gr} \cdot (\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t \quad (6)$$

Bei  $\rho_K$  und  $\rho_{Fl}$  handelt es sich um die Dichten der Kugel und der betrachteten Flüssigkeit. Mithilfe der gemessenen Radien und Gewichte der Kugeln kann die Dichte bestimmt werden:

$$r_{gr} = (0.0078017 \pm 0.0000017) \text{ m} \quad r_{kl} = (0.0077167 \pm 0.0000017) \text{ m} \quad (7)$$

$$m_{gr} = 0.00496 \text{ kg} \quad m_{kl} = 0.00446 \text{ kg} \quad (8)$$

$$\rho_{gr} = (2493.6 \pm 1.6) \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{gr} = (2312.0 \pm 1.5) \text{ kg/m}^3 \quad (9)$$

In Tabelle 2 sind die Mittelwerte und Fehler der gemessenen Fallzeiten für die kleine und Große Kugel bei Raumtemperatur eingetragen. Somit ergeben sich für die Viskosität des Wassers bei Raumtemperatur  $\eta_{20}$  und  $K_{gr}$  folgende Werte:

$$\eta_{20} = (0.001194 \pm 0.00013) \text{ Pa s} \quad (10)$$

$$K_{gr} = \frac{\eta_{20}}{(\rho_{gr} - \rho_w) \cdot t_{gr}} \quad (11)$$

$$= (0.001165 \pm 0.00012) \text{ mPa cm}^3/\text{g} \quad (12)$$

Die Fehler für  $\eta_{20}$  und  $K_{gr}$  ergeben sich mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\partial_{\rho_{gr}}\eta \cdot \Delta\rho_{gr}\right)^2 + \left(\partial_{t_{gr}}\eta \cdot \Delta t_{gr}\right)^2} \quad (13)$$

$$\Delta K_{gr} = \sqrt{\left(\partial_{\eta}K_{gr} \cdot \Delta\eta\right)^2 + \left(\partial_{\rho_{gr}}K_{gr} \cdot \Delta\rho_{gr}\right)^2 + \left(\partial_{t_{gr}}K_{gr} \cdot \Delta t_{gr}\right)^2} \quad (14)$$

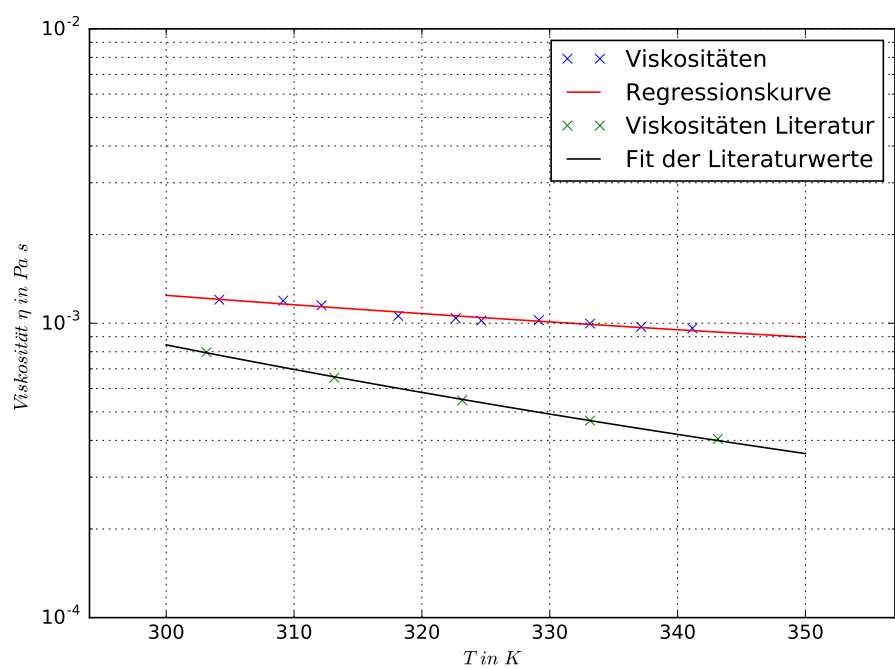


Abbildung 2: Viskositäten gegen T

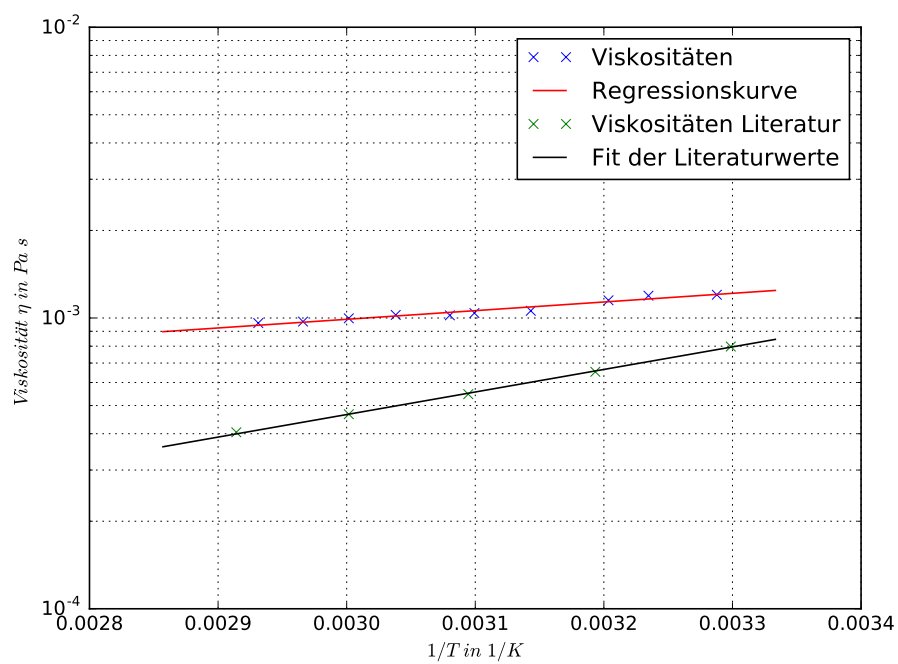


Abbildung 3: Viskositäten gegen 1/T



## 5.2 Bestimmung der Konstanten A/B für die zeitabhängige Viskosität $\eta(T)$

In den beiden Abbildungen 2 und 3 sieht man einmal die Viskosität gegen T und einmal gegen  $1/T$  aufgetragen. Zum Vergleich sind in beiden Graphen auch die Literaturwerte mit eingebunden. Die y - Skala ist dabei logarithmisch angepasst. Die Plots wurden mithilfe von Python erstellt und ergeben für A und B folgende Parameter:

$$A = 1.2651 \cdot 10^{-4} \quad (15)$$

$$B = 6.8567 \cdot 10^2 \quad (16)$$

Somit ergibt sich für die Andradesche Gleichung für die Temperaturabhängigkeit der Viskosität von destilliertem Wasser folgende Formel:

$$\eta(T) = 1.2651 \cdot 10^{-4} \cdot \exp\left(\frac{6.8567 \cdot 10^2}{T}\right) \quad (17)$$

## 5.3 Bestimmung der Reynoldszahl

Mithilfe der Formel für die Reynoldszahl (4) kann bei dem vorliegenden Versuch beurteilt werden, ob es sich um eine laminare Strömung handelt. Als kritische Zahl für Rohrströmungen gilt normalerweise ein Faktor von ca. 2300. Da für das  $d$  in diesem Fall jedoch nicht der Querschnitt der Strömung, sondern der Durchmesser der umströmten Kugel verwendet wird, halbiert sich dieser Wert zu  $Re_{krit} = 1150$ .

Die Geschwindigkeit der Kugel für die verschiedenen Temperaturen lassen sich mit den gemessenen Fallzeiten in Tabelle 3 und der vorher bekannten Messtrecke von  $S = 0.1$  m berechnen. Sie sind in der folgenden Tabelle eingetragen.

Tabelle 4: Geschwindigkeit der großen Kugel für verschiedene Geschwindigkeiten

|  |       |       |       |       |       |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|
| $v \text{ in } \frac{m}{s}$                      | 0.145 | 0.146 | 0.152 | 0.166 | 0.169 |
| $\Delta v \text{ in } \frac{m}{s} \cdot 10^{-5}$ | 0     | 7.432 | 0.667 | 15.81 | 0     |
| $v \text{ in } \frac{m}{s}$                      | 0.171 | 0.172 | 0.176 | 0.181 | 0.184 |
| $\Delta v \text{ in } \frac{m}{s} \cdot 10^{-5}$ | 11.77 | 0.849 | 10.79 | 4.749 | 4.882 |

Mit dem in (9) angegebenen Radius der Kugel und der Dichte von Wasser für die jeweiligen Temperaturen ergeben sich für die Reynoldszahlen nun folgende Werte:

Tabelle 5: Reynoldszahlen für die verschiedenen Temperaturen

| <i>Temperatur in °C</i> | 31   | 36   | 9    | 45   | 49.5 | 51.5 | 56   | 60   | 64   | 68   |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <i>Re</i>               | 18.8 | 19.0 | 20.5 | 24.2 | 25.0 | 26.0 | 25.8 | 27.1 | 28.6 | 29.2 |
| <i>ΔRe</i>              | 0.2  | 0.2  | 0.2  | 0.3  | 0.3  | 0.3  | 0.3  | 0.3  | 0.3  | 0.3  |

## 6 Auswertung

Wie man in den Abbildungen 2 und 3 erkennen kann, weichen die ermittelten Viskositäten für destilliertes Wasser deutlich von den Literaturwerten ab. Durch einen Fit der Literaturwerte an die Andradesche Gleichung ergeben sich die Parameter  $A = 2.19 \cdot 10^{-6}$  und  $B = 1.79 \cdot 10^3$ . Im Durchschnitt weichen die Funktionen um ca.  $0.000495 \text{ Pas}$  ab. Jedoch ist auch erkennbar, dass das Verhalten beider Funktionen sich ähnelt, somit kann ein systematischer Fehler bei diesem Experiment wohl ausgeschlossen werden.

Die ermittelten Reynoldszahlen lassen sich schlecht mit Literaturwerten vergleichen, da sie für jedes Experiment aufgrund der Abhängigkeiten von Apparaturwerten unterschiedlich sind. Allerdings sind die ermittelten Reynoldszahlen deutlich kleiner als der in Abschnitt 4.2 angegebene kritische Wert  $R_{krit} = 1150$ . Somit handelt es sich mit einer ziemlich großen Sicherheit bei dem beobachteten Experiment um laminare Strömungen.

Die entstandenen Abweichungen für die Viskositäten sind vermutlich auf statistischen Fehler zurückzuführen. Ein großer Faktor war vermutlich die Zeitmessung bei dem Experiment. Hier ist einerseits die menschliche Reaktionszeit mit einzubeziehen und andererseits ist die gemessenen Zeiten auch davon abhängig, ob man beim Start und Ende jeder Messung jeweils den selben Referenzpunkt der Kugel beobachtet, was in der Praxis schwer exakt zu realisieren ist.