

Versuch 355

Gekoppelte Pendel

Sebastian Pape
sepa@gmx.de

Jonah Nitschke
lejonah@web.de

Durchführung: 10.01.2017

Abgabe: 17.01.2017

1 Auswertung

Bei den Messungen wurden folgende Komponenten verwendet, die bei den anschließenden Berechnungen als fehlerfrei betrachtet werden:

$$L = 0.03251 \text{ H} \quad (1)$$

$$C = 8.01 \cdot 10^{-10} \text{ F} \quad (2)$$

$$C_{\text{Sp}} = 3.7 \cdot 10^{-10} \text{ F} \quad (3)$$

$$R = 48 \Omega \quad (4)$$

1.1 Justierung der Schwingkreise

Vor den Messungen wurden die beiden Schwingkreise so justiert, dass sie die selbe Resonanzfrequenz besitzen. Bei der Messung ergab sich als Resonanzfrequenz für den linken Schwingkreis folgender Wert:

$$\nu^+ = 31.10 \text{ kHz} \quad (5)$$

Mithilfe der Formel ?? kann der Wert für ν_t^+ ebenfalls bestimmt werden, sodass sich für die beiden Frequenzen eine Abweichung von ca. 2 % ergibt. Der berechnete Wert für ν_t^+ kann Tabelle 2 entnommen werden.

1.2 Bestimmung des Verhältnisses zwischen Schwingung und Schwebung

Mithilfe der Formeln ?? und ?? werden ebenfalls die theoretischen Frequenzen ν_t^+ und ν_t^- aus den oben angegebenen Bauteilen bestimmt und mit folgender Formel das Verhältniss bestimmt:

$$n_t = \frac{\nu_t^+ + \nu_t^-}{2(\nu_t^- - \nu_t^+)}. \quad (6)$$

In Tabelle 1 sind die bestimmten Werte sowie die Abweichungen von experimentell bestimmten Werten zu den theoretisch berechneten Werten zu sehen. Die Abweichung berechnet sich dabei nach folgender Formel:

$$a = \frac{\Delta n}{n} = \frac{|n - n_t|}{n}. \quad (7)$$

C_k in nF	σ_{C_k} in nF	n	ν_t^+ in kHz	ν_t^- in kHz	$\sigma_{\nu_t^-}$ in kHz	n_t	a in %
9.99	0.030	14	30.492	32.730	0.006	14.1	0.8
8.00	0.024	12	30.492	33.259	0.008	11.5	4.0
6.47	0.019	10	30.492	33.874	0.010	9.5	5.0
5.02	0.015	8	30.492	34.777	0.012	7.6	5.0
4.00	0.012	6	30.492	35.770	0.014	6.3	5.0
3.00	0.009	5	30.492	37.328	0.018	5	0.8
2.03	0.006	4	30.492	40.093	0.025	3.7	8.0
1.01	0.003		30.492	47.404	0.039	2.3	

Tabelle 1: Bestimmte Werte für die Fundamentalfrequenzen und Vergleich der gemessenen und berechneten Verhältnisse

Da bei dem Bestimmen der Anzahl an Maxima der Schwingung in einem Schwebungsbauch vor allem an den äußeren Rändern die Maxima nicht klar erkennbar sind, wird bei den gemessenen Werte ein Fehler von ± 1 angegeben.

Für die letzte Kapazitätseinstellung konnte die Anzahl an Maxima nicht eindeutig bestimmt werden, deswegen kann hier kein Vergleich mit den theoretischen Werten erfolgen.

Die angegebenen Fehler berechnen sich dabei mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung und berechnen sich wie folgt:

Da bei allen Bauteilen, außer dem Kopplungskondensator, eine Fehlerfreiheit vorausgesetzt wurde, ergibt sich aufgrund der in Formel ?? erkenntlichen fehlenden Abhängigkeit für ν_t^+ kein Fehler und für ν_t^- folgende Fehlerformel:

$$\Delta \nu_t^- = \sqrt{\partial_{C_k} \nu_t^- \cdot \Delta C_k} \quad (8)$$

1.3 Bestimmung der Fundamentalfrequenzen mithilfe einer erzwungenen Schwingung

Mithilfe einer erzwungenen Schwingung und verschiedenen Einstellungen des Kopplungskondensators können die beiden Fundamentalfrequenzen erneut experimentell bestimmt werden. In Tabelle 2 sind die gemessenen Frequenzen sowie deren Abweichungen zu den theoretisch bestimmten Werten zu sehen. Es handelt sich dabei um die in Tabelle 1 angegebenen Werte.

Die Abweichungen werden dabei analog zu Formel (7) bestimmt.

C_k in nF	ν_+ in kHz	a_{ν_+} in %	ν_- in kHz	a_{ν_-} in %
9.99	30.77	0.9	33.16	1.3
8.00	30.79	1.0	33.66	1.2
6.47	30.80	1.0	34.25	1.1
5.02	30.81	1.0	35.12	1.0
4.00	30.82	1.1	36.08	0.9
3.00	30.83	1.1	37.60	0.8
2.03	30.84	1.1	40.28	0.5
1.01	30.85	1.2	47.33	0.2

Tabelle 2: Gemessene Fundamentalfrequenzen und die Abweichungen zu den theoretisch berechneten Werten

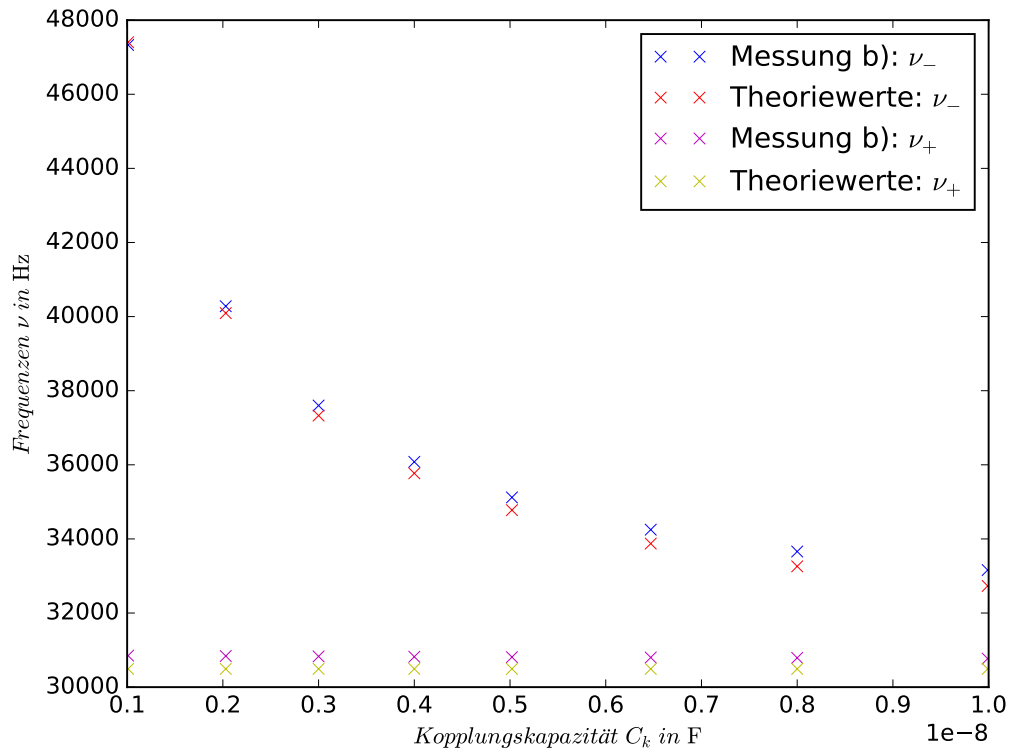


Abbildung 1: Vergleich der in Messung b) bestimmten Werte mit den Theoriewerten

1.4 Bestimmung der Fundamentalfrequenzen mittels eines Sweeps

In dem letzten Teil der Messung wurden mithilfe eines Sweeps erneut die beiden Fundamentalfrequenzen bestimmt. Dazu wurden sowohl Startwert, Endwert sowie auch Zeitspanne des Sweeps eingestellt. Um die Messungen zu vereinfachen wurden der Startwert ν_S und Endwert ν_E jedes Mal so angepasst, dass der Startwert mit den vorher bestimmten Werten für ν_t^+ übereinstimmt. Lediglich die Dauer des Sweeps wurde konstant bei $t_S = 2$ Sekunden gelassen.

Am Oszilloskop wurde dann bei der Messung die Zeitspanne zwischen dem ersten Spannungsmaximum und dem zweiten Spannungsmaximum t_D gemessen. Mit folgender Formel kann dann der Frequenzwert für ν_- bestimmt werden:

$$\nu_- = \nu_S + \frac{t_D}{t_S} \cdot (\nu_E - \nu_S). \quad (9)$$

In Tabelle 3 sind die verschiedenen bestimmten Werte eingetragen, sowie für die Fundamentalfrequenz ν_- die Abweichungen zu den theoretischen Werten.

C_k in nF	$\nu_+ (\nu_S)$ in kHz	ν_E in kHz	t_D in s	ν_- in kHz	$\Delta\nu_-$ in kHz	a_{ν_-} in %
9.99	30.77	40.00	0.500	33.078	0.605	1.0
8.00	30.79	40.00	0.600	33.533	0.479	0.9
6.47	30.80	40.00	0.740	34.204	0.229	1.0
5.02	30.81	40.00	0.925	35.060	0.230	0.8
4.00	30.82	40.00	1.125	35.984	0.230	0.6
3.00	30.83	40.00	1.475	37.593	0.230	0.7
2.03	30.84	50.00	1.000	40.420	0.230	0.8
1.01	30.85	55.05	1.360	47.306	0.231	0.2

Tabelle 3: Mithilfe der Sweep-Methode bestimmte Werte für die Fundamentalfrequenzen und die Abweichungen zu den theoretisch bestimmten Werten

Da das Ablesen auf dem Oszilloskop nicht genau ist, wird für die gemessenen Zeiten ein Fehler von ± 0.05 Sekunden berücksichtigt, welcher in der Tabelle 3 nicht mit angegeben ist.

Auch hier wurden die Fehler mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta\nu_t^- = \sqrt{\partial_{t_D} \nu_t^- \cdot \Delta t_D} \quad (10)$$

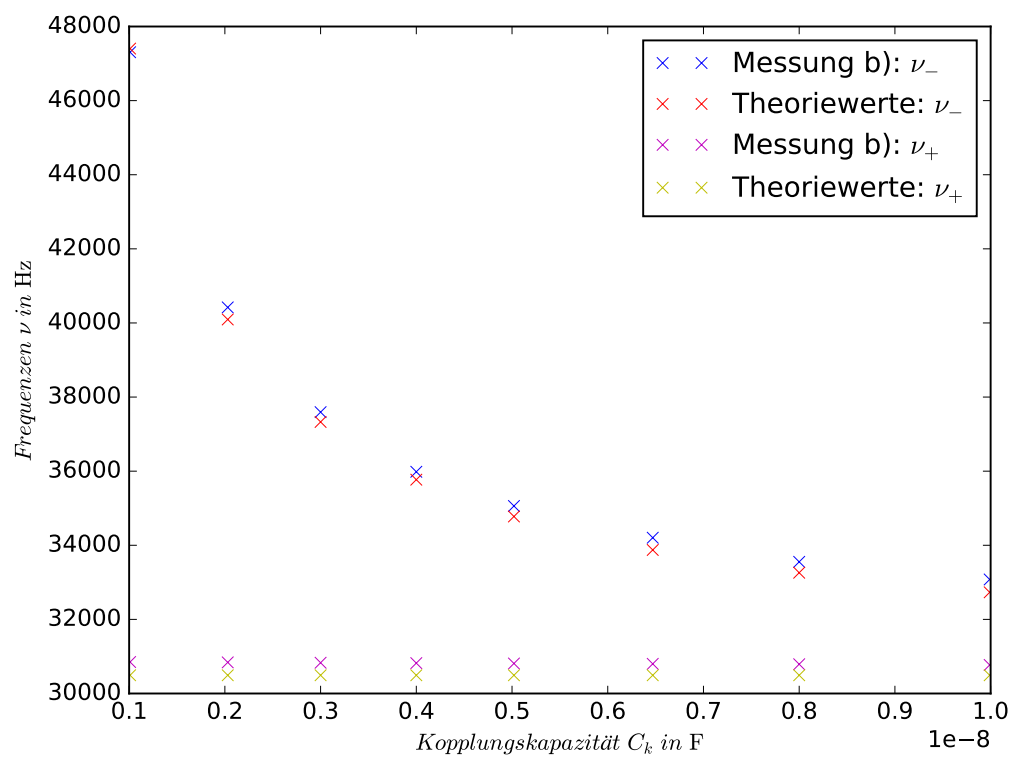


Abbildung 2: Vergleich der in Messung c) bestimmten Werte mit den Theoriewerten

2 Diskussion

In diesem Abschnitt geht es darum, die gewonnen Messdaten hinsichtlich der Messqualität zu bewerten.

In der ersten Messung des Versuches wurde das Verhältnis von Schwebungs- und Schwingungsfrequenz bestimmt. In Tabelle 1 ist erkennbar, dass die Abweichungen der experimentell bestimmten Werte zu den Theoriewerten relativ schwankend sind und von einem Fehler von 0.8 % ($C_k = 3.00 \text{ nF}$) bis zu einem Fehler von 8.0 % ($C_k = 2.03 \text{ nF}$) reichen.

Wie in den beiden Abbildungen 1 und 2 erkennbar ist, weichen die experimentell bestimmten Werte in den Messung a) und b) nur minimal von den Theoriewerten ab. Die Tabellen 2 und 3 zeigen beide, dass die Abweichungen der Werte von ν_+ und ν_- lediglich im Bereich von ca. einem Prozent liegen. Zudem sind die Theoriewerte von ν_t^- alle im Bereich der in Messung c) bestimmten Fehler für ν_- .

Die Abweichungen der Werte können jedoch auf getroffene Annahmen zurückgeführt werden. Zum einen werden die verwendeten Bauteile bei dem Versuch, mit Ausnahme des Kopplungskondensators, als fehlerfrei angenommen. Die bei Messung a) verwendete Methode ist zudem ziemlich ungenau, was sich auch darin widerspiegelt, dass für die Einstellung $C_k = 1.01 \text{ nF}$ kein Wert für die Anzahl an Maxima bestimmt werden konnte. Vor allem die Differenzierung der Maxima an den äußeren Rändern der Schwebung stellte sich als kompliziert heraus.

Des Weiteren wird die abgelesene Frequenz bei dem Generator ebenfalls als fehlerfrei angenommen. Da die Fehler für die Differenzzeiten t_D und die Anzahl an Maxima n bei den einzelnen Messungen selbst überlegt sind, lässt sich nur schwer eine Aussage darüber treffen, welche Messmethode genauer ist.

Zusammenfassend ist jedoch erkenntlich, dass sowohl die in Messung b) als auch die in Messung c) verwendeten Messmethoden geeignet sind, um die beiden Fundamentalfrequenzen annähernd genau zu bestimmen. Lediglich die bei Messung a) verwendete Methode scheint ziemlich ungenau zu sein und ist daher für die genauere Bestimmung des Frequenzverhältnisses nicht zu empfehlen.