

# **Versuch 302**

## **Elektrische Brückenschaltungen**

Sebastian Pape  
sepa@gmx.de

Jonah Nitschke  
lejonah@web.de

Durchführung: 13.12.2016

Abgabe: 20.12.2016

# 1 Theorie

## 1.1 Elektrische Brückenschaltungen

Bei Brückenschaltungen handelt es sich um elektrische Schaltungen, mit dessen Hilfe die Widerstände von Bauteilen sehr genau bestimmt werden können. Hierbei sind auch komplexe Widerstände erlaubt, sodass auch die Kapazität eines Kondensators und die Induktivität einer Spulen gemessen werden können. Die grundlegende Struktur einer Brückenschaltung ist in Abb. 1 dargestellt.

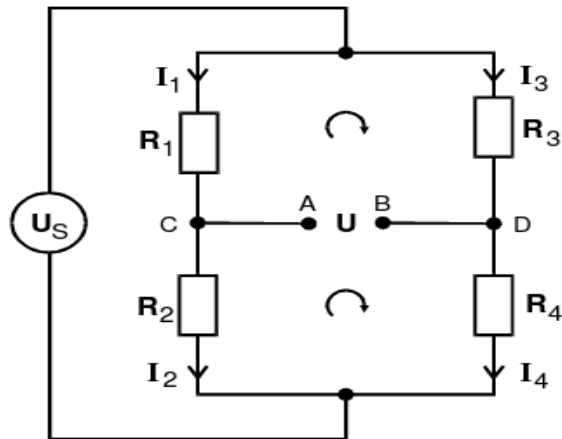


Abbildung 1: Grundlegende Struktur einer Brückenschaltung[TUD16]

Es wird ausgenutzt, dass zwischen zwei getrennten stromdurchflossenen Leitern eine Potentialdifferenz besteht, die durch die *Kirchhoffschen Gesetze* bestimmt werden kann.

### 1. Kirchhoffsches Gesetz (Knotenregel):

Die Summe aller in ein Knoten eingehenden Ströme ist gleich der Summe, der aus einem Knoten herausfließenden Ströme. Diese Gleichung ergibt sich aus der Ladungserhaltung.

$$\sum_k I_k = 0 \quad (1)$$

### 2. Kirchhoffsche Gesetz (Maschenregel):

Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist gleich Null. Dieses Gesetz entstammt aus der Energieerhaltung.

$$\sum_k U_k = \sum_k I_k R_k \quad (2)$$

Der Zusammenhang zwischen der Brückenspannung  $U$  und der Speisespannung  $U_S$  ist durch folgenden Zusammenhang gegeben.

$$U_{Br} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} U_S \quad (3)$$

Eine Brücke wird als abgeglichen bezeichnet, wenn die Brückenspannung  $U_{Br}$  verschwindet. Dies ist gerade der Fall, wenn

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (4)$$

erfüllt ist. Diese Bedingung ist unabhängig von der Speisespannung  $U_S$  und gilt somit für jede beliebige Speisespannung.

## 1.2 Komplexe Wechselstromwiderstände

Komplexe Wechselstromwiderstände treten auf, wenn Kondensatoren und oder Induktivitäten in einer Schaltung verbaut sind. Für die Bauteile ergibt sich

$$Z_R = R, \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C}, \quad Z_L = i\omega L.$$

Eine Komplexe Zahl besteht allgemein aus einem Realteil  $X$  und einem Imaginärteil  $Y$ . Also ist  $Z$  insgesamt  $Z = X + iY$ .

Dabei ist  $i$  die imaginäre Zahl und  $\omega$  die Kreisfrequenz, mit der die Spannung wechselt. Damit die Abgleichbedingung (4) für die Brückenschaltung für komplexe Widerstände erfüllt ist müssen der Realteil und der Imaginärteil des Gesamtwiderstandes einzeln verschwinden. Somit ergibt sich

$$X_1 X_4 - Y_1 Y_4 = X_2 X_3 - Y_2 Y_3 \quad (5)$$

$$X_1 Y_4 + X_4 Y_1 = X_2 Y_3 + X_3 Y_2. \quad (6)$$

Dabei ist  $X_i$  der Realteil und  $Y_i$  der Imaginärteil.

## 2 Versuchsaufbau

In dem Versuch wurden verschiedene Brückenschaltungen verwendet. In dem folgenden Abschnitt werden die verwendeten Schaltungen erläutert und die dazugehörigen Formeln angegeben.

## 2.1 Wheatstonesche Brücke

Die Wheatstonesche Brücke wird für die Widerstandsmessung eines unbekannten Widerstandes verwendet. In der Schaltung werden ausschließlich ohmsche Widerstände verwendet.

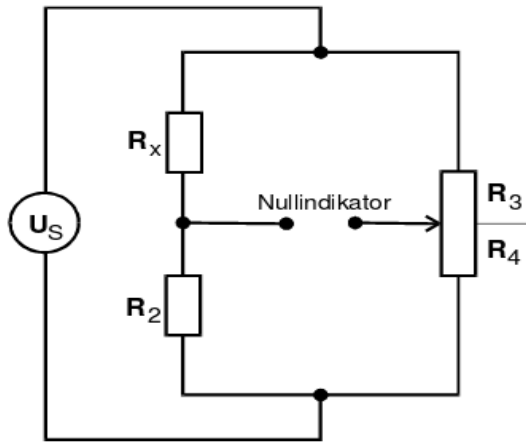


Abbildung 2: Schaltungsskizze einer Wheatstonesche Brückenschaltung[TUD16]

Der unbekannte Widerstand lässt sich mit Hilfe von (1) und (2) ermitteln. Es ergibt sich

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (7)$$

Dabei werden  $R_3$  und  $R_4$  so eingestellt, dass die Brücke nach der Bedingung (4) abgeglichen ist.

## 2.2 Kapazitätsmessbrücke

Ein idealer Kondensator kann durch ergänzen eines ohmschen Widerstandes zu einem realen Kondensator umgewandelt werden. Ein realer Kondensator ist verlustbehaftet. Diese Eigenschaft wird von dem ergänzten ohmschen Widerstand übernommen. Mit Hilfe einer Kapazitätsmessbrücke kann die Kapazität und der Widerstand eines realen Kondensators bestimmt werden. Dafür wird der in Abb. 3 Aufbau verwendet.

Über die Knoten- und Maschenregel ergeben sich für die unbekannten Größen  $R_x$  und  $C_x$  folgende Gleichungen.

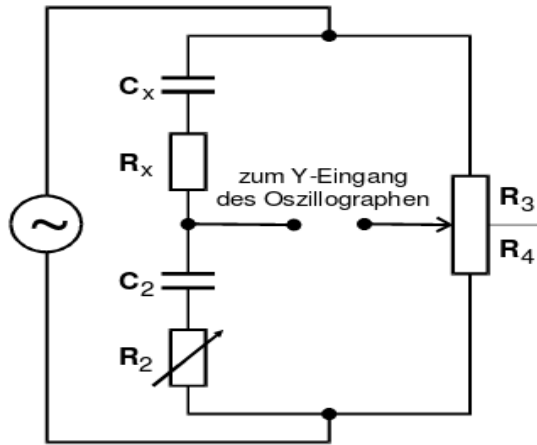


Abbildung 3: Schaltungsskizze einer Kapazitätsmessbrücke[TUD16]

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (8)$$

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad (9)$$

### 2.3 Induktivitätsmessbrücke

Die Induktivitätsmessbrücke ist der Kapazitätsmessbrücke sehr ähnlich, nur anstelle des zu bestimmenden Kondensators die zu vermessende Spule eingebaut wird. Ebenso ist die ideal Spule mit einem ohmschen Widerstand zu versehen, sodass die sie das Verhalten einer realen Spule beschreibt.

Durch die Komplexen Abgleichbedingungen (5) und (6) ergeben sich

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (10)$$

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (11)$$

Die Induktivität und der Widerstand von einer realen Spule ist mit der Induktivitätsmessbrücke schwierig zu vermessen. Der Wirkanteil sollte möglichst alleine durch  $R_2$  realisiert werden und  $L_2$  sollte eine möglichst hohe Effizienz haben, damit  $L_x$  und  $R_x$  präzise vermessen werden können. Dies ist experimentell schwierig umzusetzen. Deshalb wird für die Messung von Induktivitäten die Maxwell-Brücke verwendet.

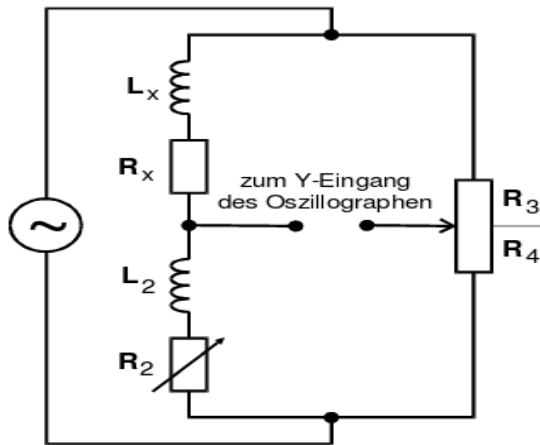


Abbildung 4: Schaltungsskizze einer Induktivitätsmessbrücke[TUD16]

## 2.4 Maxwell-Brücke

Bei der Maxwell-Brücke wird parallel zum vierten ohmsche Widerstand  $R_4$  eine Kondensator mit der Kapazität  $C_4$  geschaltet. Die Schaltung ist in Abb. 5 skizziert.

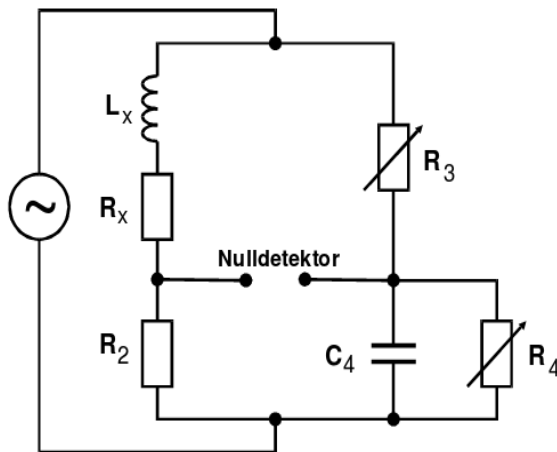


Abbildung 5: Schaltungsskizze einer Maxwell-Brücke[TUD16]

Durch die Komplexen Abgleichbedingungen (5) und (6) ergeben sich

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad (12)$$

$$L_x = R_2 R_3 C_4. \quad (13)$$

Die Regelwiderstände  $R_3$  und  $R_4$  werden als Abgleichelemente verwendet und der Kondensator sollte für eine präzise Messung möglichst verlustarm sein.

## 2.5 Wien-Robinson-Brücke

Die Wien-Robinson-Brücke ist eine frequenzabhängige Brückenschaltung. Der Zusammenhang zwischen der Brückenspannung und der Speisespannung kann über die Formel (3) berechnet werden.

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{(\omega^2 R^2 C^2 - 1)^2}{9 \left[ (1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9 \omega^2 R^2 C^2 \right]} \quad (14)$$

Die Brückenspannung verschwindet für die Frequenz  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ . Somit wird die Frequenz  $\omega_0$  gefiltert und alle Schwingungen mit der Frequenz  $\omega_0$  werden nicht durch diese Brückenschaltung durchgelassen. Schwingungen mit einer Frequenz nahe von  $\omega_0$  werden stark abgeschwächt.

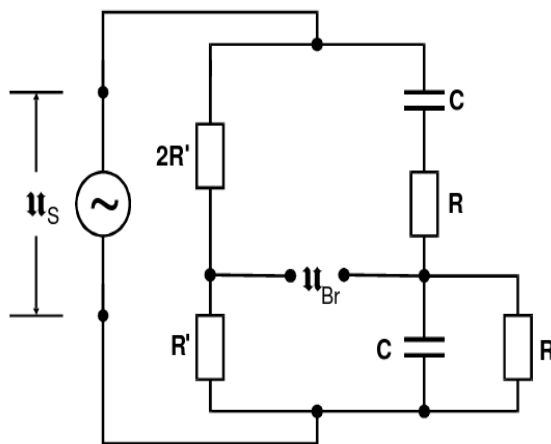


Abbildung 6: Schaltungsskizze einer Wien-Robinson-Brücke[TUD16]

## 2.6 Klirrfaktor

In dem Versuch soll der Klirrfaktor des verwendeten Sinusgenerator bestimmt werden. Der Klirrfaktor ist ein Zeichen der Güte eines Generators und beschreibt die Anteile der Oberwellen im Verhältnis zu der Grundwelle. Der Klirrfaktor kann mit Hilfe der Wien-Robinson-Brücke (Abb.6) ermittelt werden. Dafür stellt man die Widerstände so ein, dass die Brückenspannung minimal ist. An diesem Minimum ist die Frequenz  $\omega_0$  erreicht, bei dem nur noch die Oberwellen des Sinusgenerators durch die Schaltungen

gelassen werden.

Der Klirrfaktor ist definiert als:

$$k := \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \dots}}{U_1}. \quad (15)$$

Dabei ist  $U_1$  die Amplitude der Grundwelle und  $U_i$  die Amplitude der i-ten Oberwelle. Zur vereinfachten Rechnung wird hierbei lediglich  $U_2$  berücksichtigt.



## Literatur

- [TUD16] TU-Dortmund. *Versuch V302: Elektrische Brückenschaltungen*. 16. Dez. 2016.  
URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V302.pdf>.