

1 Auswertung

Die Größenmessung der Gegenstands- und der Bildgröße wurde mit einem Geodreieck durchgeführt. Die weiteren Messwerte wurden an einem Lineal, welches an der Schiene integriert ist, abgelesen. Es wird ein Ablesefehler von 0,05 cm angenommen. Anhand der genommenen Messwerte wird die Linsengleichung (??) und das Abbildungsgesetz (??) überprüft.

Damit das Abbildungsgesetz überprüft werden kann, sind die Daten der Messung der Gegenstands- und der Bildweite verwendet worden. Die Messdaten sind in Tabelle 1 dargestellt. In den folgenden Gleichungen sind die Mittelwerte der Messung und die dazugehörige Standardabweichung dargestellt.

$$\frac{B}{G} = (56,9 \pm 0,9) \text{ cm} \quad (1)$$

$$\left\langle \frac{b}{g} \right\rangle = (54,30 \pm 0,09) \text{ cm} \quad (2)$$

Tabelle 1: Messdaten der ersten Messung. Brennweite der verwendeten Linse ist bekannt (10 cm).

g in cm	b in cm	Bildgröße B	Brennweite f	Δf
15	27,80	–	9,74	0,02
20	18,40	2,80	9,56	0,02
25	15,30	1,90	9,49	0,02
30	13,85	1,45	9,47	0,02
35	13,10	1,15	9,53	0,03
40	12,50	0,95	9,52	0,03
45	12,05	–	9,50	0,03
50	11,70	–	9,48	0,03
55	11,40	–	9,44	0,03
60	11,25	–	9,47	0,04

Die Fehler der Größen in 1 haben alle den Ablesefehler 0,05 cm.

Die Werte von g und b wurden in (??) eingesetzt und es wurde der Mittelwert der Brennweite bestimmt. Die Brennweite der Linse ist vom Hersteller mit 10 cm angegeben.

$$\langle f_1 \rangle_{\text{gemessen}} = (9,525 \pm 0,009) \text{ cm}$$

Die Verbindungsgereaden zu den Wertepaaren $(g_i | b_i)$ der Linse mit bekannter Brennweite sind in 1 dargestellt.

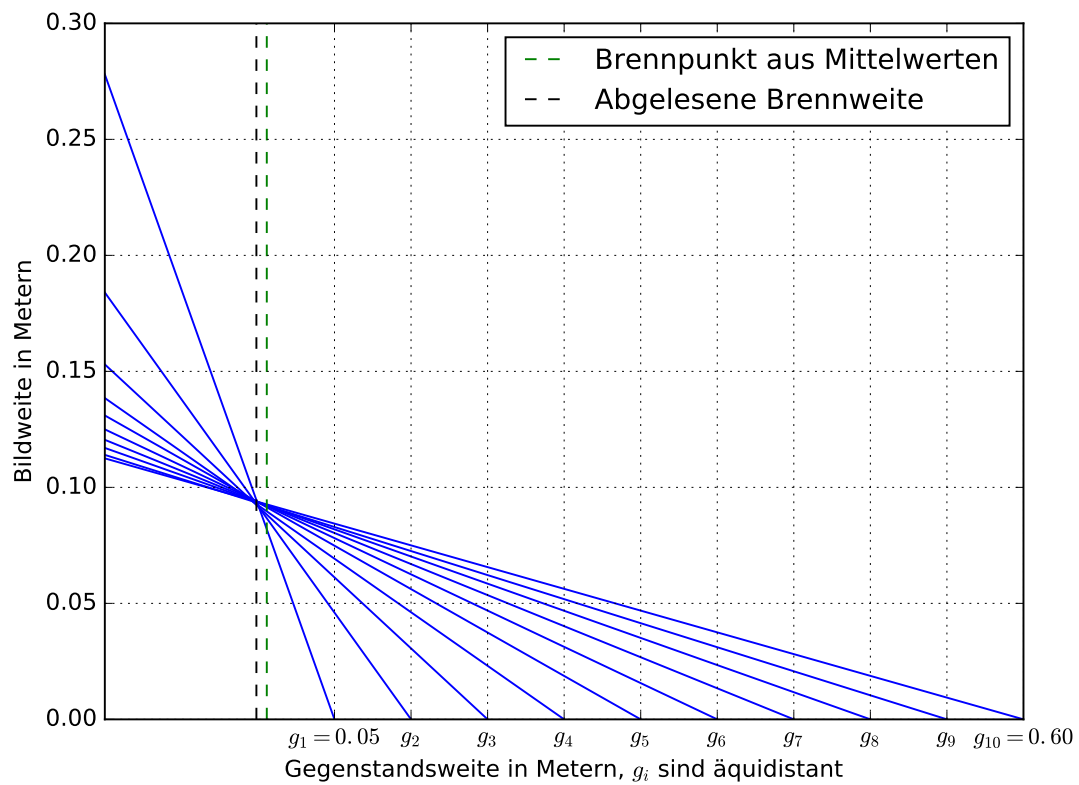


Abbildung 1: Wertepaare $(g_i|b_i)$ aufgetragen. Zudem ist der Mittelwert der gemessenen Brennweite sowie der abgelesene Schnittpunkt der Geraden eingetragen.

Der Schnittpunkt der Geraden im Diagramm 1 ist mit Hilfe des Mauscourseurs abgelesen worden. Der Ablesefehler wird mit 0,3 cm angegeben. Der Schnittpunkt hat einen Wert von $S_1 = (9,9 \pm 0,3 | 9,4 \pm 0,3)$. Die Angaben sind in Centimetern. Die Fehler wurden als Ablesefehler des Diagrammes angenommen.

Des Weiteren wurde die Brennweite einer unbekannten Linse bestimmt. Es wurde das gleiche Verfahren wie bei der Messung der Linse mit bekannter Brennweite verwendet. Die Messdaten sind in Tabelle 2 dargestellt.

$$\langle f_2 \rangle_{\text{gemessen}} = (8,383 \pm 0,009) \text{ cm}$$

Das Diagramm 2 zeigt die Verbindungsgeraden der gemessenen Wertepaare $(g_i | b_i)$.

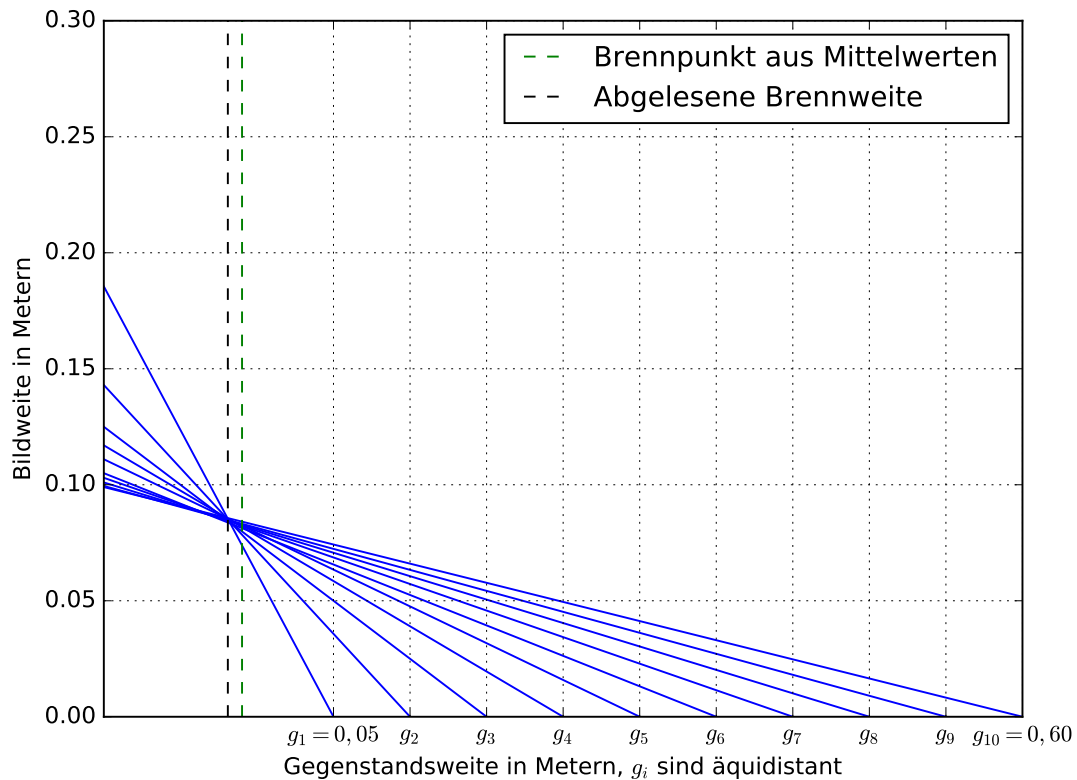


Abbildung 2: Wertepaare $(g_i | b_i)$ aufgetragen. Zudem ist der Mittelwert der gemessenen Brennweite, sowie der abgelesene Schnittpunkt der Geraden eingetragen.

Der abgelesene Schnittpunkt ist gegeben mit $S_2 = (8,1 \pm 0,3 | 8,4 \pm 0,3)$. Die Angaben sind in Centimetern. Es wird ein Ablesefehler von 0,03 cm angenommen.

Die Messgrößen in Tabelle 2 haben alle den Ablesefehler 0,05 cm.

Tabelle 2: Messdaten der Linse mit unbekannter Brennweite.

g in cm	b in cm	Brennweite f	Δf
15	18,55	8,29	0,02
20	14,30	8,34	0,02
25	12,50	8,33	0,02
30	11,70	8,42	0,03
35	11,10	8,43	0,03
40	10,50	8,32	0,03
45	10,30	8,38	0,03
50	10,10	8,40	0,04
55	9,95	8,43	0,04
60	9,90	8,45	0,04

1.1 Bestimmung der Brennweite nach Bessel

Die Messdaten der Messung sind in Tabelle 3 dargestellt. Damit der Datensatz größer ist, werden die Messdaten von b_1, g_1 und b_2, g_2 verwendet. Theoretisch sind $b_1 = g_2$ und $b_2 = g_1$ identisch.

Die Mittelwerte der Messdaten wurden in die Formel (??) eingetragen. Daraus ergibt sich die folgende Brennweite.

$$f_{\text{Bessel}} = 9,67 \text{ cm} \quad (3)$$

Der Fehler von (3) ist bezüglich der Messgenauigkeit vernachlässigbar klein und wird daher weggelassen.

Tabelle 3: Messdaten der Methode nach Bessel

e in cm	g_1 in cm	g_2 in cm
40	16,6	23,70
45	14,2	31,05
50	13,2	37,00
52	12,9	40,00
55	12,6	42,60
58	12,4	45,35
60	12,2	48,00
62	12,2	50,75
65	12,0	53,35
70	11,8	58,45

Tabelle 4: Brennweite nach der Methode von Bessel.

f_{Bessel} in cm	Δf_{Bessel}
9,71	0,01
9,70	0,01
9,72	0,02
9,73	0,02
9,71	0,02
9,73	0,02
9,72	0,02
9,82	0,03
9,78	0,03
9,81	0,03
9,66	0,01
9,63	0,03
9,62	0,03
9,52	0,03
9,60	0,04
9,58	0,04
9,60	0,04
9,54	0,04
9,56	0,04
9,64	0,04

Die Messgrößen in Tabelle 3 haben alle den Ablesefehler 0,05 cm. In Tabelle 4 sind die berechneten Brennweiten dargestellt.

Darüberhinaus wurde die chromatische Abberration untersucht. Die Messdaten sind in Tabelle ?? dargestellt.

$$f_{\text{rot}} = (9,67 \pm 0,01) \text{ cm} \quad (4)$$

$$f_{\text{blau}} = 9,66 \text{ cm} \quad (5)$$

Der Fehler bei (??) ist bezüglich der Messungenauigkeit zu vernachlässigen.

Tabelle 5: Messdaten zur chromatischen Abberration

e in cm	$g_{1,\text{rot}}$ in cm	$g_{2,\text{rot}}$ in cm	$g_{1,\text{blau}}$ in cm	$g_{2,\text{blau}}$ in cm
45	14,35	31,0	14,10	31,2
50	13,20	37,0	13,25	37,1
55	12,60	42,5	12,70	42,7
60	12,35	48,1	12,40	48,2
65	12,00	53,5	12,10	53,3

Die Fehler von e , $g_{1,\text{rot}}$, $g_{2,\text{rot}}$, $g_{1,\text{blau}}$ und $g_{2,\text{blau}}$ betragen jeweils 0,05 cm.

1.2 Bestimmung der Brennweite von Linsensystemen nach Abbe

Theoretisch lässt sich die Brennweite eines Linsensysteme durch die folgende Formel bestimmen.

$$\frac{1}{f_{\text{ges}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad (6)$$

Dabei ist d der Abstand der Linsen zueinander und f_i ($i = 1, 2$) die Brennweite der Linsen. Die Brennweite der Sammellinse ist 10cm und die Brennweite der Streulinse ist -10cm . Der theoretische Wert beträgt $\approx 16,67 \text{ cm}$. Die Messdaten der Messung sind in Tabelle ?? dargestellt. Mit den Formeln (??) und (??) ergeben sich daraus die folgenden Werte.

$$f_{\text{g}} = (16,93 \pm 0,03) \text{ cm} \quad (7)$$

$$H = (-9,38 \pm 0,05) \text{ cm} \quad (8)$$

$$f_{\text{b}} = (14,42 \pm 0,02) \text{ cm} \quad (9)$$

$$H' = (13,05 \pm 0,03) \text{ cm} \quad (10)$$

Dabei sind H und H' die Lagen der Hauptebene.

f_g und f_b ergeben im mittel $(15,68 \pm 1,80)$ cm.

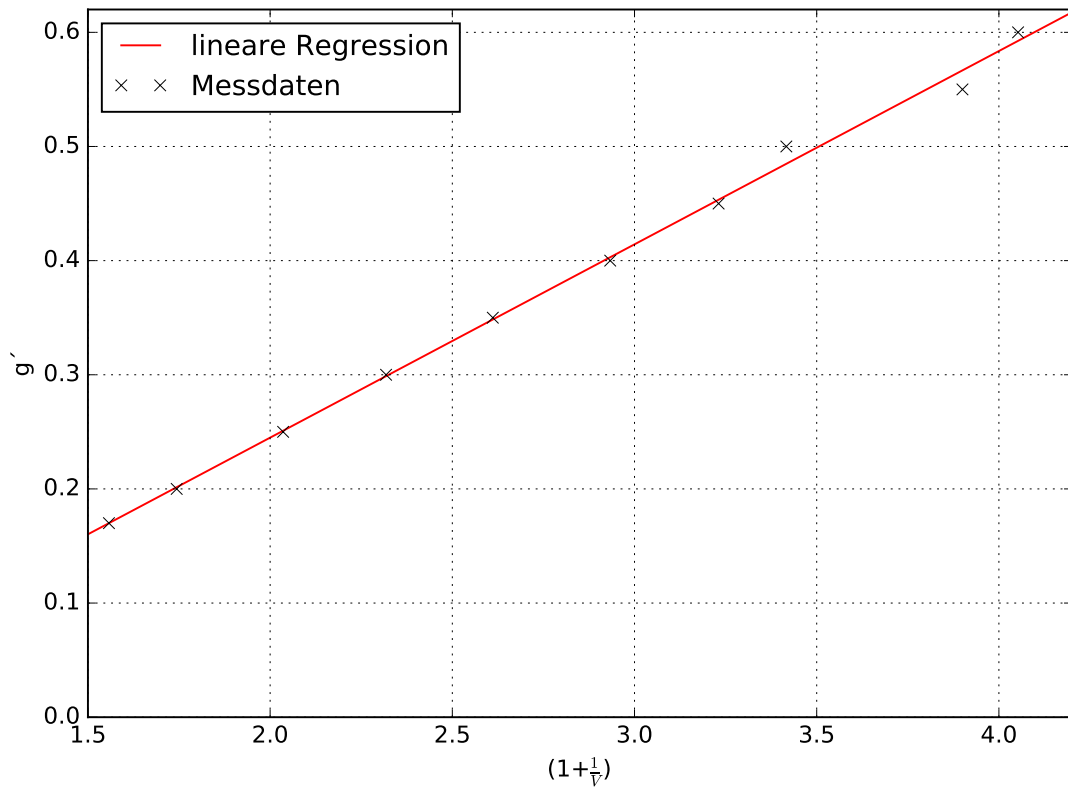


Abbildung 3: Wertepaare $(1 + \frac{1}{V_i} | g_i)$ mit linearer Regression.

Die Messgrößen in der Tabelle ?? haben alle den Ablesefehler von 0,05 cm

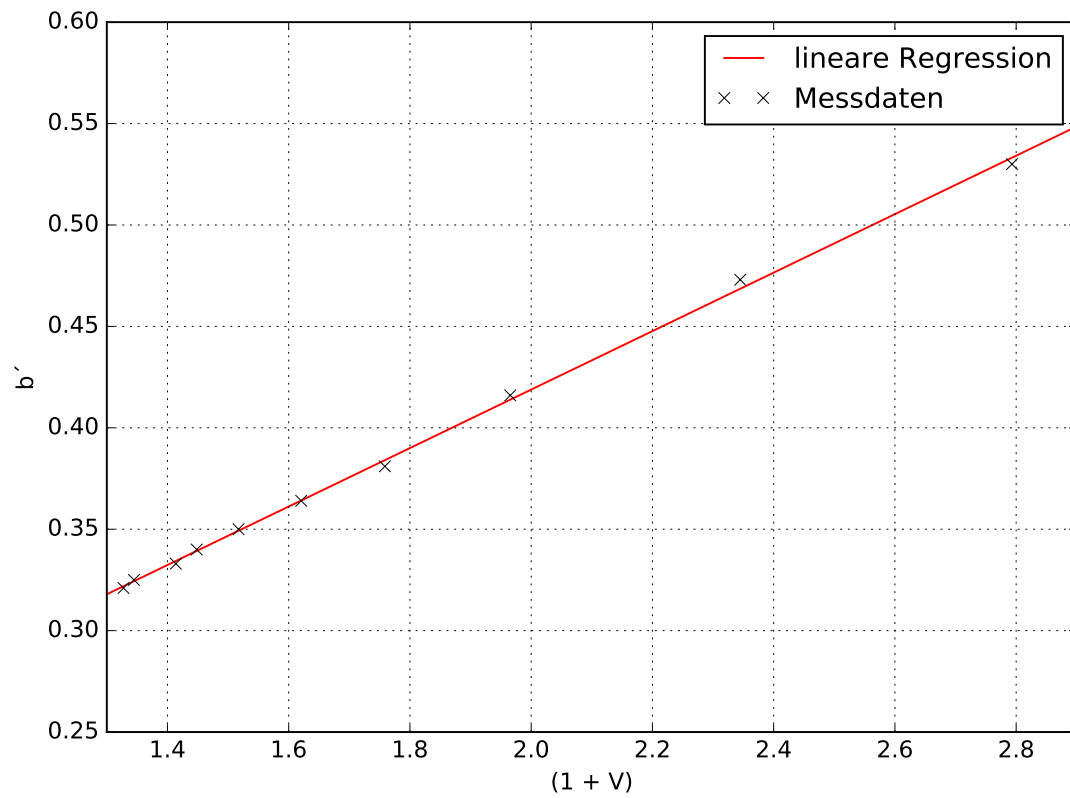


Abbildung 4: Wertepaare $(1 + V_i | b_i)$ mit linearer Regression.

Tabelle 6: Messdaten der Methode nach Abbe

Bildgröße B in cm	$b + g$ in cm	g in cm
5,2	70,0	17
3,9	67,3	20
2,8	66,6	25
2,2	68,1	30
1,8	71,4	35
1,5	75,0	40
1,3	79,0	45
1,2	83,3	50
1,0	87,5	55
0,9	92,1	60

2 Diskussion

Anfangs ist zu erwähnen, dass der Grad der Bildschärfe per Hand, und somit nur subjektiv bestimmt werden konnte. Damit ist anzunehmen, dass die Messergebnisse auf Grund des Messverfahrens fehlerbehaftet sind.

Die Messgenauigkeit der Brennweitenmessung ist in Diagramm 1 einzusehen. Bei einer hohen Messgenauigkeit haben die eingetragenen Geraden einen gemeinsamen Schnittpunkt. Dies ist, unter Berücksichtigung der Messunsicherheit, erreicht worden. Die Messergebnisse sind als präzise einzustufen. Die Messung weicht lediglich um $\approx 0,5\text{ cm}$ von der angegebenen Brennweite ab. Dies deutet ebenfalls auf eine hohe Präzision der Messung hin.

Das Abbildungsgesetz nach (??) wurde ebenfalls untersucht. Die Messungen (??) und (??) ergaben Werte, um ca. $2,6\text{ cm}$ abweichen. Die Werte sind nicht durch den statistischen Fehler zu erklären und beruhen auf den Messmethoden.

Als Linse mit unbekannter Brennweite wurde eine befüllbare Linse genommen. Über eine Spritze mit Wasser konnte die Befüllung der Linse reguliert werden. Damit in der Linse ein konstanter Druck gewährleistet wurde, musste die Spritze an einer definierten Position fixiert werden. Die Fixierung wurde per Hand bewerkstelligt. Da das Messintervall relativ lang war, konnte ein konstanter Druck über den gesamten Messzeitraum nicht garantiert werden. Dadurch könnte die Messung beeinflusst worden sein. Der in Diagramm 2 entstandene Schnittpunkt weist hingegen auf eine hohe Messgenauigkeit hin.

Die Messung der Linse mit unbekannter Brennweite ergab eine Brennweite von ca. $9,03\text{ cm}$. Die Messgenauigkeit ist in Abbildung 2 einzusehen. Anhand des Schnittpunktes der Verbindungsgeraden ist die Messgenauigkeit im Rahmen der Messung als präzise zu bewerten.

Die chromatische Abberration ergab, dass die Brennweite bei blauer Lichtquelle minimal kleiner ist, als bei roter Lichtquelle. Dies entspricht der Erwartung.

Die Messung nach Abbe ergab eine Abweichung von $\approx 1\text{ cm}$ vom theoretischen Wert. Die Abweichung lässt sich nicht durch den statistischen Fehler erklären und ist vermutlich auf die Messapparatur zurückzuführen.