Versuch 355

Gekoppelte Schwingkreise

Sebastian Pape sepa@gmx.de
Jonah Nitschke lejonah@web.de

Durchführung: 10.01.2017
Abgabe: 17.01.2017

1 Theorie

2 Zielsetzung

In dem Versuch V355 werden gekoppelte schwingfähige Systeme in Form von elektrischen Schaltungen betrachtet. Vom besonderem Interesse sind hierbei der stattfindende Energieaustausch zwischen den Systemen, sowie die Schwingungsfrequenzen. Es werden elektrische Schaltungen betrachtet, da die Amplituden und Frequenzen der Schwingungen besonders präzise gemessen und beobachtet werden können.

2.1 Gekoppelte Schwingungen

Als eine Schwingungen wird ein Vorgang bezeichnet, bei dem ein System periodisch zwischen zwei Zuständen wechselt. Werden zwei schwingende Systeme gekoppelt, wechselwirken diese miteinander. Die Wechselwirkung wird in Form von einem Energieaustausch zwischen den Systeme vollzogen. In dem Versuch wurden zwei identische Schwingkreise über einen Kopplungskondensator C_K gekopplet. Eine schematische Darstellung eines gekoppelten elektrischen Schwingkreises ist in der Abb. 1 dargestellt.

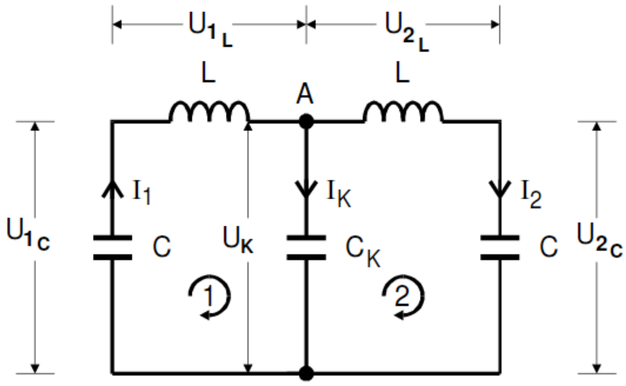

Abbildung 1: Gekoppelter elektrischer Schwingkreis.[**anleitung01**]

Über die Kirchhoffschen Regeln und Differentiation lassen sie die folgenden Schwingungsgleichugen aufstellen.

$$L\ddot{I}_1 + \frac{1}{C}I_1 + \frac{1}{C_K}\left(I_1 - I_2\right) = 0 \tag{1}$$

$$L\ddot{I}_2 + \frac{1}{C}I_2 - \frac{1}{C_K}\left(I_1 - I_2\right) = 0 \tag{2}$$

Über Addition und Subtraktion werden (1) und (2) zu:

$$L\left(\ddot{I}_1 + \ddot{I}_2\right) + \frac{1}{C}\left(I_1 + I_2\right) = 0 \tag{3}$$

$$L\left(\ddot{I}_1 - \ddot{I}_2\right) + \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_K}\right)\left(I_1 - I_2\right) = 0. \tag{4}$$

Die Lösung von (3) ist eine Schwingungsgleichung mit der Frequenz

$$\nu^+ = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{5}$$

Die DGL (4) ist ebenfalls lösbar durch eine Schwingungsgleichung. Die Lösung hat eine Frequenz von

$$\nu^- = \frac{1}{\left[2\pi\sqrt{L\left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_K}\right)^{(-1)}}\right]}. \tag{6}$$

Die Lösungen haben die Form:

$$\left(I_1 + I_2\right)(t) = \left(I_{1,0} + I_{2,0}\right) cos\left(2\pi\nu^+ t\right) \tag{7}$$

$$\left(I_1 - I_2\right)(t) = \left(I_{1,0} - I_{2,0}\right) cos\left(2\pi\nu^- t\right). \tag{8}$$

Die ermittelten Frequenzen ν^+ und ν^- heißen Fundamentalfrequenzen, da sie die Frequenzen der Fundamentalschwingungen sind. Als Fundamentalschwingungen werden die Spezialfälle der Schwingungen eines gekoppelten Systems bezeichnet. Der erste Spezialfall ist, wenn die beiden Oszillatoren mit der selben Amplitude und Frequenz schwingen. In diesem Fall ist die Kopplung minimal, da die Systeme nicht miteinander interargieren und es liegt die Frequenz ν^+ vor. Der andere Spezialfall beschreibt die gegenphasige Schwingung bei gleicher Amplitude der Systeme. In diesem Fall ist die Kopplung maximal und es liegt die Frequenz ν^- vor.

2.1.1 Schwebungen

Bei den Fundamentalschwingungen waren beide Oszillatoren bei Betrachtungsanfang gleich- bzw. gegenphasig. Es treten von den Fundamentalschwingungen verschiedene Schwingverhalten auf, wenn einer der Oszillatoren bei Beobachtungsbeginn z.B. in Ruhe ist. Das dann auftretende Schwingverhalten wird als Schwebung bezeichnet. Dieses Schwingverhalten lässt sich durch die folgenden Gleichungen beschreiben.

$$I_1(t) = I_{1,0} cos\left(\frac{1}{2}\left(\omega^+ + \omega^-\right)t\right) cos\left(\frac{1}{2}\left(\omega^+ - \omega^-\right)t\right) \tag{9}$$

$$I_2(t) = I_{1,0} sin\left(\frac{1}{2}\left(\omega^+ + \omega^-\right)t\right) sin\left(\frac{1}{2}\left(\omega^+ - \omega^-\right)t\right) \tag{10}$$

Dabei ist $\omega^+ = 2\pi\nu^+$ und $\omega^- = 2\pi\nu^-$. Unter der Annahme, dass die Fundamentalschwingungen ν^+ und ν^- ungefähr gleich sind gilt: $\frac{1}{2}\omega^+ + \omega^- \approx \omega^+$, sowie $\omega^- + \omega^+ \ll \omega^+$. In den Gleichungen (9) und (10) wird ersichtlich, dass unter der getroffenen Annahme der erste Faktor in den Gleichungen ungefähr mit der Einzelschwingung eines entkoppelten Oszillators übereinstimmt. Der Zweite Faktor beschreibt ebenfalls eine Schwingung mit einer Frequenz $\ll \omega^+$. Dies ist der Schwebungsanteil der Schwingung. Die Differenz der Fundamentalschwingungen wird als Schwebungsfrequenz bezeichnet. Die Abbildung 2 zeigt ein exemplarische Darstellung einer Schwebung.

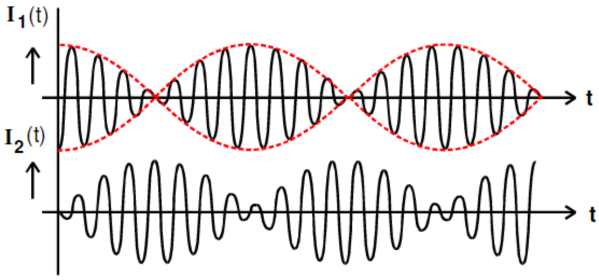

Abbildung 2: Beispiel einer Schwebung.[**anleitung01**]

3 Durchführung

3.1 Justierung der Schwingkreise

Bevor die ersten Messreihen für den Versuch notiert werden können, müssen die beiden Schwingkreise justiert werden. Für die Justierung wird die Schaltung aus Abbildung 1 verwendet, bei der der Kopplungskondensator überbrückt wird. Zuerst wird dabei grob der Bereich für die Resonanzfrequenz eingestellt, indem die Frequenz gesucht wird, bei der der Strom maximal wird. In einem weiteren Schritt wird die Messung noch einmal etwas genauer durchgeführt, indem an das Oszilloskop noch die Spannung des Sinus-Generators eingespeist wird. Auf dem Oszilloskop wird dann mithilfe des XY-Betriebes und der Betrachtung der Lissajous-Figuren die Resonanzfrequenz bestimmt, indem die Frequenz so lange verschoben wird, bis auf dem Bildschirm ein Kreis zu sehen ist.

Danach werden sowohl Sinus-Generator als auch Oszilloskop an den an den rechten Schiwngkreis angeschlossen. Hier wird die bei dem linken Schwingkreis verwendete

Resonanzfrezquenz an dem Generator eingestellt und der veränderliche Kondensator so lange angepasst, bis auch hier auf dem Oszilloskop ein Kreis zu sehen ist.

3.2 Beobachtung des Energieaustausches

Für den ersten Teil des Versuches wird die Abbildung ?? verwendet. Statt einem Sinus-Generator wird nun eine Rechteckspannung an den Schwingkreis angelegt und die Überbrückung des Kopplungskondensators entfernt. Als nächstes wird mit dem Oszilloskop der Spannungsabfall an dem $48\,\Omega$ Widerstand gemessen. Die Frequenz wird dabei deutlich runter gedreht, um auf dem Oszilloskop die Schwebungen und die Schwingungen sichtbar zu machen. Dann wird für jede Kapazitätseinstellung die Anzahl an Maxima innerhalb einer Schwebung gemessen, um hinterher das Verhältniss der Frequenzen zu bestimmen.

3.3 Messung der Fundamentalfrequenzen

3.3.1 Methode über Phasenverschiebung

Damit die Fundamentalfrequenzen ν_+ und ν_- gemessen werden können, muss ebenfalls der Aufbau aus Abb. ?? verwendet werden. Der Generator muss auf den Sinusspannungsbetreib umgestellt werden. Die Fundamentalfrequenzen sind in Abhängigkeit von dem Kopplungskondensator C_K zu bestimmen. Die Generatorspannung wird an das Osilloskop angeschlossen, sodass die aus dem Aufbau abgeleitete Spannung ihr gegenüber steht. Dadurch entstehen Lissajous-Figuren. ν_+ ist erreicht, wenn eine Phase von π auf dem Oszilloskop dargestellt ist. ν_- ist dementsprechend bei einer Phase von 0 erreicht.

3.3.2 Methode über Sweepen

Eine weitere Möglichkeit für das Bestimmen der Fundamentalfrequenzen geht über die Sweepmethode. Sweepen kann an dem Generator eingestellt werden und bedeutet, dass ein voreingestelltes Spannungsintervall zu einer einstellbaren Zeit von dem Generator durchlaufen wird. Es wird der selbe Aufbau wie bei der vorherigen Methode verwendet. Damit die Fundamentalfrequenzen bestimmt werden können muss die Zeit zwischen den auftretenden Peaks gemessen werden, sowie die Spannungsrate die pro Zeiteinheit von dem Generator widergegeben wird. Der Spannungsanstieg des Generators, um das Spannungsintervall zu durchlaufen ist linear.

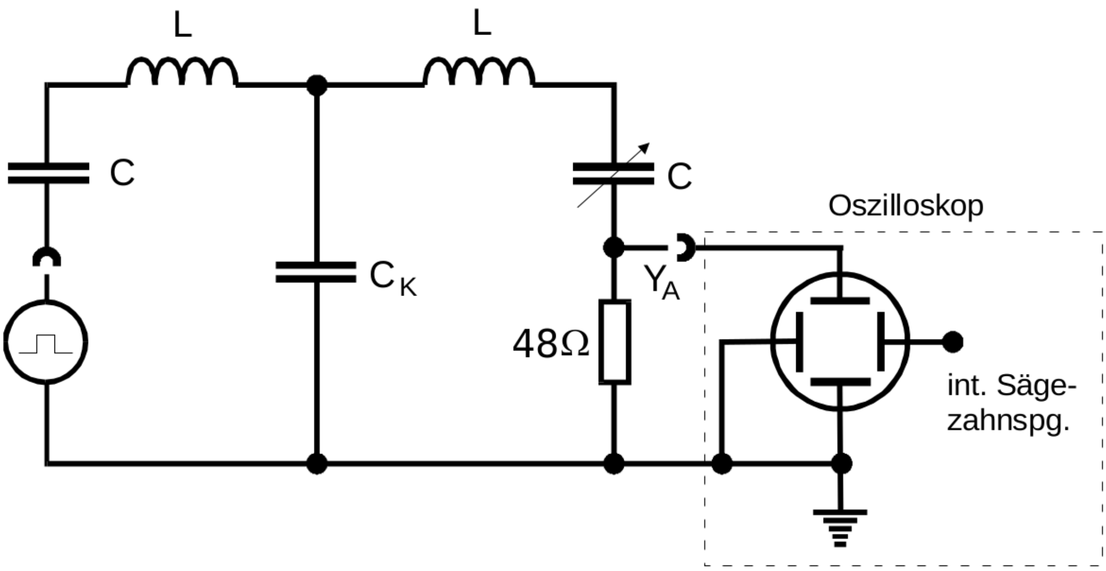

Abbildung 3: Schaltplan der Messungen b) und c)