

Versuch 503

Der Millikan-Öltröpfchenversuch

Jonah Nitschke
lejonah@web.de

Sebastian Pape
sepa@gmx.de

Durchführung: 23.05.2017

Abgabe: 30.05.2017

1 Theorie

1.1 Zielsetzung

In dem folgenden Versuch soll mithilfe der Öltröpfchenmethode nach Millikan die Elementarladung e_0 bestimmt werden. Unter Verwendung der Faraday-Konstante kann dann anschließend die Avogadro-Konstante errechnet werden.

1.2 Theoretische Grundlagen

Bei dem Millikan-Versuch werden Öltröpfchen in das vertikale Feld eines Platten-Kondensators gebracht. Da die Tröpfchen bei der Zerstäubung mit einem ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung geladen werden, kann aus dem Verhalten bei verschiedenen Feldeinstellungen die Elementarladung bestimmt werden.

Bei einem deaktivierten äußeren Feld wirken auf das Öltröpfchen sowohl die Gewichtskraft $\vec{F}_g = m\vec{g}$ als auch die Stokesche Reibungskraft, durch die Viskosität η_L der Luft $\vec{F}_R = -6\pi r\eta_L v_0$. Zusätzlich wird in den Formeln der Auftrieb durch die umgebende Luft beachtet, welcher allerdings normalerweise vernachlässigt werden kann, da die Dichte der Luft deutlich geringer ist als die des Öltröpfchens. Für ein abgeschaltetes Feld ergibt sich somit die folgende Kräftegleichung:

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_L)g = 6\pi\eta_L r v_0 \quad (1)$$

Aus der Kräftegleichung lässt sich durch Umstellen der Radius des Öltröpfchens bestimmen:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_L)}}. \quad (2)$$

In Abbildung 1 sind die angreifenden Kräfte bei einem geladenen Öltröpfchen eingezeichnet. Die linke Abbildung zeigt ein parallel zu Gravitationskraft gerichtetes Feld, während die rechte Abbildung ein der Gravitationskraft entgegengesetztes Feld zeigt. Wenn man die verschiedenen Kräfte nun in Relation setzt, lässt sich für beide Fälle eine Kräftegleichung aufstellen, in der die elektrostatische Kraft $F_{\text{el}} = q\vec{E}$ berücksichtigt wird.

Bei einem parallel zu \vec{F}_g wirkenden elektrischen Feld stellt sich dabei eine gleichförmige Sinkgeschwindigkeit v_{down} ein, welche größer als die Geschwindigkeit v_0 ohne elektrisches Feld ist:

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_L)g - 6\pi\eta_L r v_{\text{down}} = -qE. \quad (3)$$

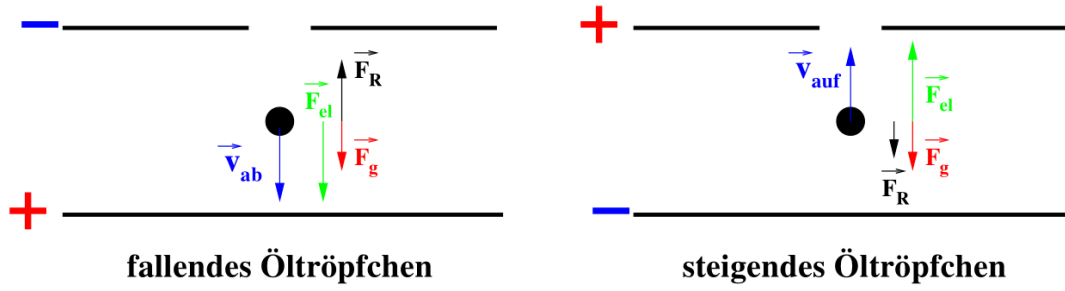


Abbildung 1: Kräftegleichgewicht in einem homogenen elektrischen Feld [1].

Bei einem entgegengesetztem Feld stellt sich bei einer genügend hohen Feldstärke eine Aufwärtsbewegung mit der Geschwindigkeit v_{up} ein, für die sich folgende Kräftegleichung ergibt:

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} + \rho_{\text{L}})g + 6\pi\eta_{\text{L}}rv_{\text{up}} = qE. \quad (4)$$

Für das Öltröpfchen kann durch Verstellen der anliegenden Spannung das Feld so eingestellt werden, dass die anliegenden Kräfte sich ausgleichen und das Tröpfchen zu schweben beginnt. Bei der anliegenden Schwebespannung U_{Schweb} muss die Stokesche Reibungskraft nicht mehr betrachtet werden, sodass sich folgende Kräftegleichung ergibt:

$$\frac{4\pi}{3}r^3\rho_{\text{Oel}}g = qE = \frac{U_{\text{Schweb}}}{d}. \quad (5)$$

Mit dem Radius nach Formel (2) ergibt sich nach Umstellen der obigen Gleichung für die Ladung des Tröpfchens die folgende Relation:

$$q = \frac{4\pi}{3}r^3\rho_{\text{Oel}}g \cdot \frac{1}{E} = \frac{4\pi}{3}r^3\rho_{\text{Oel}}g \cdot \frac{d}{U_{\text{Schweb}}}. \quad (6)$$

Da die Stokesche Reibungskraft nur für Tröpfchen gilt, deren Radius größer als die mittlere freie Weglänge der Luft \bar{l} ist, wird die Viskosität mit dem Cunningham-Korrekturterm ($B = 6.17 \cdot 10^{-3} \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ erweitert:

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_{\text{L}} \cdot \left(\frac{1}{1 + A\frac{1}{r}} \right) = \eta_{\text{L}} \cdot \left(\frac{1}{1 + B\frac{1}{pr}} \right). \quad (7)$$

Aufgrund der umgekehrten Proportionalität zwischen \bar{l} und dem Luftdruck p folgt für die korrigierte Ladung:

$$q^{2/3} = q_0^{2/3} \cdot \left(1 + \frac{B}{pr}\right). \quad (8)$$

2 Aufbau und Durchführung

2.1 Aufbau



Abbildung 2: Experimenteller aufbau [1].

Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 2 zu sehen. Die Platten des Kondensators haben einen Abstand von $d = (7.6250 \pm 0.051)\text{mm}$. Durch eine Öffnung in der oberen Platte kann ein mit dem Zerstäuber erzeugtes Tröpfchen in den Kondensator gelangen. Dort wird es durch eine Halogenlampe angestrahlt, damit die Bewegung unter einem Mikroskop besser verfolgt werden kann. Die Temperatur in dem Kondensator kann mit einem Thermowiderstand kontrolliert werden. Um die Ladung der Tröpfchen zu verändern wird ein schwach radioaktives α -Präparat (^{232}Th , $8\mu\text{Ci}$) in die untere Platte eingelassen. Es kann mit dem Hebel (4) abgeschirmt oder aktiviert werden. Bei der Mitteleinstellung ist das Shutter geöffnet und das Tröpfchen kann in den Kondensator gelangen.

Die Ausrichtung der Apparatur kann mit der Libelle (9) überprüft werden. Mit einem Multimeter kann die angelegte Spannung gemessen werden und mit dem Hebel (7) kann die Ausrichtung des elektrischen Feldes bestimmt werden. Da sich die Luft aufgrund der

Halogenlampe konstant erwärmt, wird der Widerstand des Thermistors bei jeder Messung bestimmt, um mit einer Thermistor-Widerstandstabelle die Temperatur zu bestimmen.

2.2 Durchführung

Anfangs wird mithilfe der Libelle überprüft, ob der experimentelle Aufbau richtig ausgerichtet ist. Anschließend wird das Mikroskop scharf gestellt, indem auf das Millimeterpapier fokussiert wird.

Zuerst werden bei ausgeschaltetem elektrischen Feld Öltröpfchen in den Kondensator gegeben. Für die Messung der Geschwindigkeit wurde ein Strecke von 0,5 mm betrachtet, bei der die Zurücklegung dieser Strecke optimalerweise in einem Zeitraum von $5 < t < 30 \text{ s}$ geschehen soll. Somit werden nur Teilchen ausgewählt, deren Geschwindigkeit v_0 zwischen 0,0001 m/s und 0,000 016 m/s liegt.

Anschließend wird das elektrische Feld eingeschaltet, um die Ladung des Tröpfchens zu überprüfen. Dafür wird das Verhalten des Tröpfchens bei den verschiedenen Polungen des Kondensators betrachtet. Sollte das Tröpfchen ungeladen sein, wird bei ausgeschaltetem elektrischen Feld kurzzeitig die Umgebungsluft mit der radioaktiven Quelle ionisiert, damit sich Elementarladungen auf dem Tröpfchen absetzen.

Sobald ein Tröpfchen mit passender Geschwindigkeit und Ladung gefunden wird, ist die Spannung des Kondensators so einzustellen, dass das Tröpfchen ruht. Diese Messung wird für insgesamt 30 verschiedene Öltröpfchen wiederholt.

3 Auswertung

Anhand der genommenen Messgrößen kann der Radius der Öltröpfchen und die Ladung dieser ermittelt werden. Die Messdaten sind in Tabelle 1 aufgeführt.

3.1 Bestimmung der Radien

Der Radius eines vermessenen Öltröpfchens wird über Formel (2) bestimmt. Für die Bestimmung der Radien wird die Viskosität von Luft, die Fallgeschwindigkeit und die Dichte des verwendeten Öles benötigt. Aus den gemessenen Widerständen des Thermistors ist die Temperatur zu bestimmen. Diese wird für die Viskosität der Luft benötigt. Der Zusammenhang zwischen Thermistorwiderstand und der Temperatur ist in [1] in Form einer Tabelle gegeben. Anhand dieser Daten wurde eine Ausgleichsrechnung mit einem quadratischem Polynom durchgeführt. Das Ergebnis der Ausgleichsrechnung ist in Abb. 3 einzusehen.

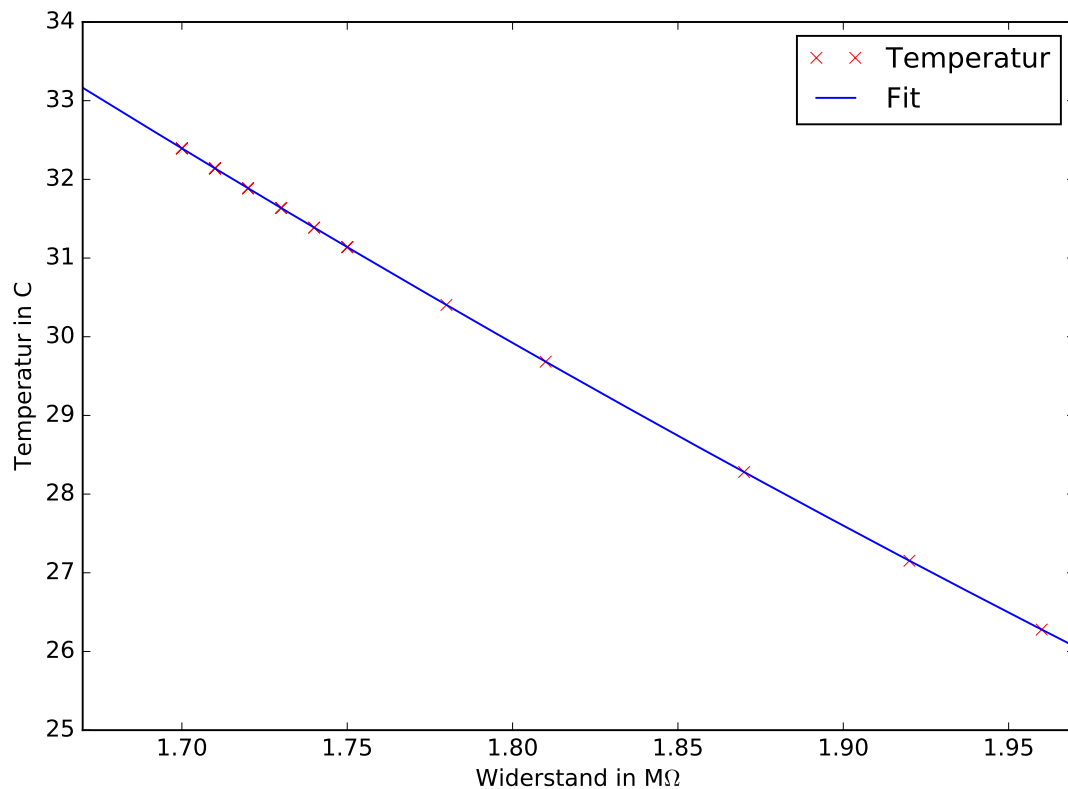


Abbildung 3: Gemessene Temperaturen.

Die Viskosität von Luft wurde mithilfe des Diagrammes aus [1] bestimmt. Dafür wurden zwei Punkte aus dem Diagramm abgelesen und die dazugehörige Geradengleichung ermittelt. Die zu den gemessenen Temperaturen zugehörige Viskosität der Luft ist mittels der Geradengleichung zu bestimmen. Für die Dichte des verwendeten Öles wurde der Literaturwert $\rho_{\text{Oel}} = 886 \text{ kg/m}^3$ [1] verwendet. Die Fallzeit der Öltropfchen wurde über eine Strecke von 0,5 mm gemessen. Die Fallgeschwindigkeiten ergeben sich durch das teilen der Strecke durch die gemessene Fallzeit.

Die berechneten Radien sind in Tab. 1 dargestellt. Alle Werte sind als fehlerfrei angenommen worden, weshalb die Radien auch als fehlerfrei betrachtet werden.

3.2 Bestimmung der Ladung

Die Ladung eines vermessenen Öltropfchens wird über Formel (8) ermittelt. In dieser Formel ist der Korrekturterm schon beinhaltet. In die Berechnung der Ladung fließt die herrschende E -Feldstärke, der Radius des Öltropfchens, und der Druck mit ein. Die Konstante B wurde in der Literatur [1] mit $6,17 \cdot 10^{-3} \text{ cmTorr}$ angegeben. Als Druck wurde der Atmosphärendruck mit 1,013 25 bar verwendet. Die E -Feldstärke ist durch die gemessene Spannung über den folgenden Zusammenhang festgelegt.

$$E = \frac{U}{d} \quad (9)$$

Die Spannungen U sind in Tabelle 1 einzusehen. Der Abstand zwischen den Kondensatorplatten ist mit $(7,6250 \pm 0,0051) \text{ mm}$ [1] angegeben.

Damit sind alle Größen zur Berechnung der Ladung eines Öltropfchens gegeben. Die berechneten Ladungen sind in Tabelle 1 einzusehen.

Das Diagramm 4 zeigt die gemessenen Ladungen im Verhältnis zu der Elementarladung. Die Elementarladung wurde aus dem *SciPy*-Packet *constants* benutzt. Diese entspricht ungefähr einem Wert von 1,6022 C.

Die Elementarladung entspricht der Ladung, die den größten gemeinsamen Teiler aller gemessenen Ladungen bildet. Damit diese bestimmt werden kann werden die Messdaten sortiert. Danach wurden für ähnliche Messdaten die Mittelung aus diesen verwendet. Dies ist mit der Quantelung der Elementarladung zu begründen. Ähnliche Messdaten müssen die selbe Elementarladung repräsentieren, da kein kontinuierliches Spektrum an Messdaten zugelassen ist. Der beste Kandidat für eine Elementarladung ist das Minimum der im Folgendem dargestellten Menge.

$$\min \left\{ \left| \text{rd} \left(\frac{Q}{Q_{\text{Test}}} \right) - \frac{Q}{Q_{\text{Test}}} \right| \right\} \quad (10)$$

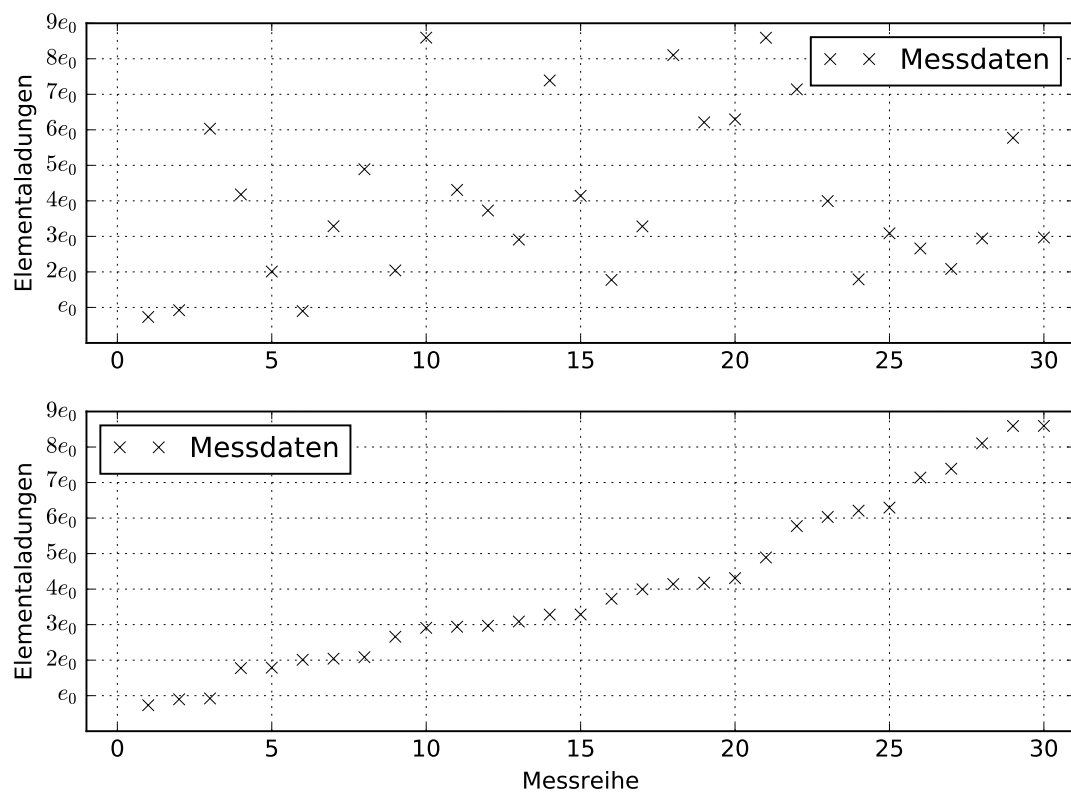


Abbildung 4: Ermittelte Ladungen. Das obere Diagramm zeigt die tatsächliche Messreihenfolge und das untere zeigt die bestimmten Ladungen der Größe nach sortiert.

Als Testladungen wurde das Intervall $\{e_0 - 10^{-19} | e_0 + 10^{-19}\}$ verwendet. Das Intervall wurde so gewählt, da anzunehmen ist, dass die gemessene Elementarladung in der Umgebung der tatsächlichen Elementarladung e_0 liegt.

Als gemessene Elementarladung ergibt sich der folgende Wert.

$$e_{\text{gemessen}} = 1,568 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (11)$$

$$|\Delta_{e_0}| = 3,448 \cdot 10^{-21} \text{ C} \quad (12)$$

$$\delta_{e_0} = 0,022 \text{ C} \quad (13)$$

Δ_{e_0} ist dabei der absolute und δ_{e_0} der relative Fehler. Auf eine Fehlerrechnung wurde weitestgehend verzichtet, da auftretende Fehler lediglich aus dem Abstand der Kondensatorplatten resultieren.

3.3 Avogadro-Konstante

Mit Hilfe der Faraday-Konstante F und der Elementarladung lässt sich die Avogadro-Konstante ermitteln. Die Größen hängen über die folgende Beziehung zusammen.

$$N_A = \frac{F}{e_0} \quad (14)$$

Es wurde der Wert der Faraday-Konstante aus dem *SciPy*-Packet *constants* verwendet. Der Literaturwert der Avogadro-Konstante lautet $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Mit der berechneten Elementarladung ergibt sich die Avogadro-Konstante wie folgt.

$$N_{A,\text{gemessen}} = 6,155 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad (15)$$

$$|\Delta_{N_A}| = 1,325 \cdot 10^{22} \text{ mol}^{-1} \quad (16)$$

$$\delta_{N_A} = 0,022 \text{ mol}^{-1} \quad (17)$$

4 Diskussion

Möglich Fehlerquellen des Versuches sind in erster Linie Ablesefehler, da die Zeitmessung mit einer Stoppuhr realisiert wurde. Zudem ist nicht auszuschließen, dass die Fallbewegung der Öltropfen vollständig horizontal und unbeeinflusst von äußeren Einflüssen, wie Luftstöße war. Darüberhinaus ist die Viskositätsbestimmung der Luft zu hinterfragen, da die bestimmte Geradengleichung aus abgelesenen Punkten konstruiert wurde.

Ablsesfehler wurden dabei vernachlässigt. Außerdem sind die Werte des Thermistors in [1] mit drei Nachkommastellen angegeben. Die Widerstandsmessung ermöglichte jedoch nur Messungen auf bis zu zwei Nachkommastellen.

Das untere Diagramm aus Abb. 4 wurde der Übersichtlichkeit eingebunden. Anhand dieses Diagrammes wurden die Mittel der Messdaten, wie in der Auswertung erwähnt, bestimmt. Der gequantelte Charakter der Ladung ist deutlich zu erkennen.

Die gemessene Elementarladung weicht um $\approx 2,2\%$ von dem Literaturwert ab. Im Rahmen der Messgenauigkeit ist dieses Ergebnis erstaunlich präzise.

Die Avogadro-Konstante N_A wurde bis auf $\approx 2,2\%$ Abweichung vom Literaturwert wiedergefunden. Die Abweichung von N_A und e_0 übereinstimmen liegt an dem linear fortgepflanztem Fehler. Dieses Ergebnis ist unter Betrachtung der Messmethode äußerst präzise.

Zusammenfassend ist zuzusagen, dass alle Messerwartungen vollkommen bestätigt wurden.

5 Messdaten

In diesem Kapitel sind die gemessenen und berechneten Größen tabellarisch dargestellt. In der Tabelle gelten die folgenden Bezeichnungen. Ω ist der gemessene Widerstand des Thermistors, t_0 ist die Zeit die ein Öltröpfchen ohne Feld für 0,5 mm benötigt, U_g ist die Gleichgewichtsspannung, r der bestimmte Radius des Öltröpfchens und q die berechnete Ladung dieses Öltröpfchens.

Tabelle 1: Messdaten von V503.

Ω in $M\Omega$	t_0 in s	U_g in V	r in nm	q in $10^{-20}C$	Δ_q
1,96	17,78	269	520,69	11,72	0,01
1,92	29,26	96	406,42	14,77	0,01
1,87	35,03	11	372,06	96,64	0,06
1,81	15,76	58	555,83	66,97	0,04
1,78	34,00	35	378,83	32,21	0,02
1,71	23,20	147	459,76	14,38	0,01
1,75	15,41	77	563,31	52,64	0,04
1,75	6,83	187	846,13	78,35	0,05
1,75	11,40	200	654,93	32,71	0,02
1,75	6,61	112	860,09	137,70	0,09
1,74	9,93	118	701,98	69,04	0,05
1,74	18,00	53	521,39	59,74	0,04
1,73	19,26	61	504,23	46,62	0,03
1,73	13,78	41	596,12	118,39	0,08
1,73	9,40	134	721,77	66,36	0,04
1,72	20,30	92	491,33	28,44	0,02
1,73	11,56	122	650,85	52,58	0,04
1,72	6,84	113	846,43	129,81	0,09
1,72	13,58	50	600,71	99,48	0,07
1,72	15,49	40	562,46	100,85	0,07
1,71	8,49	76	760,02	137,67	0,09
1,71	9,55	76	716,60	114,39	0,08
1,71	8,13	175	776,66	64,00	0,04
1,71	15,55	140	561,58	28,67	0,02
1,71	9,03	192	736,94	49,45	0,03
1,70	12,13	140	636,07	42,60	0,03
1,70	16,18	113	550,74	33,38	0,02
1,71	12,67	118	622,14	47,12	0,03
1,70	6,95	155	840,32	92,51	0,06
1,70	14,95	90	572,95	47,54	0,03

Literatur

- [1] TU-Dortmund. *Versuch V503: Der Milikian-Öltröpfchenversuch*. 23. Mai 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V503.pdf>.