11. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Physik I

Abgabe bis: 19.01.18 Webseite zur Vorlesung: WS 17/18 Priv.-Doz. U. Löw

https://moodle.tu-dortmund.de/course/view.php?id=9519

Aufgabe 1: Verengtes Rohr

(10 Punkte)

Ein Zylinderförmiges Rohr mit einem Durchmesser d_1 = 50mm ist auf einem Zwischenstück verengt und besitzt dort nur noch einen Durchmesser von d_2 = 25mm. An der verengten Stelle ist von unten ein weiteres Rohr mit einem Durchmesser von d_3 = 10mm angeschlossen, dessen Ende sich in einem Wasserbecken befindet. Durch das Rohr fließen 6 L Wasser pro Sekunde (siehe Abbildung 1). Vernachlässigen Sie dabei, dass von oben Wasser in das angeschlossene Rohr gelangen kann.

- a) Wie großist die Druckdifferenz der beiden Stellen mit unterschiedlichem Durchmesser?
- b) Wie hoch steigt das Wasser in dem angeschlossenen Rohr?

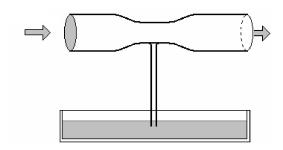


Abbildung 1: Verengtes Rohr

Aufgabe 2: Navier-Stokes

(10 Punkte)

Ein zylinderförmiger Stab mit Radius R_1 bewegt sich mit der Geschwindigkeit u parallel zu seiner Achse in einem zu ihm koaxialen zylinderförmigen Rohr mit Radius R_2 . Der Raum zwischen dem Stab und dem Rohr ist mit einer inkompressiblen Flüssigkeit gefüllt. Die Strömung ist stationär.

Wählen Sie an das Problem angepasste Zylinderkoordinaten (r, θ, z) . Sie können davon ausgehen, dass die Geschwindigkeit \vec{v} der Flüssigkeit nur von dem radialen Abstand von der Symmetrieachse abhängt und immer in z-Richtung zeigt (siehe Abbildung 2).

- (a) Welche Gleichung für v_z erhalten Sie ausgehend von der Navier-Stokes-Gleichung?
- (b) Welche Randbedingungen gelten? D.h. geben Sie $v_z(r = R_1)$ und $v_z(r = R_2)$ an.
- (c) Lösen Sie die Navier-Stokes-Gleichung für diesen Fall. D.h. berechnen Sie $v_z(r)$.

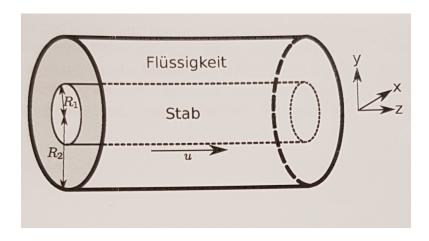


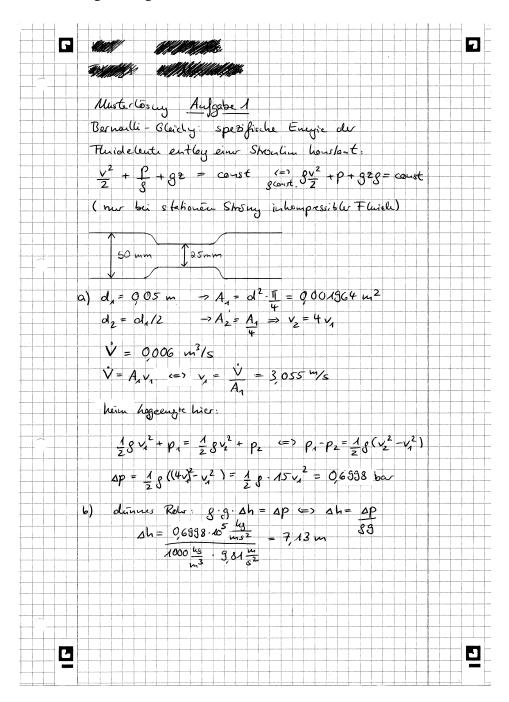
Abbildung 2: Navier-Stokes

Aufgabe 3: Zusatzaufgabe

(+10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie das elektrische Feld eines unendlich langen geladenen Drahtes mit der Linienladungsdichte λ .
- b) Bestimmen Sie das magnetische Feld eines unendlich langen stromdurchflossenen Drahtes mit dem Radius r_0 und dem Strom I. Betrachten Sie dabei auch das Feld innerhalb des Leiters.
- c) Bestimmen Sie das magnetische Feld einer stromdurchflossenen Toroidspule mit innerem Radius r_1 und äußerem Radius r_2 . Die Spule hat N Windungen und wird vom Strom I durchflossen. Betrachten Sie dabei alle Bereiche ($r < r_1, r_1 \le r \le r_2, r > r_2$).

Musterlösung: Verengtes Rohr



Musterlösung: Navier-Stokes

a.)

$$v_x = v_y = 0$$

$$v_z = v(r)$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = 0$$

$$v(r = R_1) = u$$
$$v(r = R_2) = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} \right) = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} = \frac{c_1}{r}$$

$$v(r) = c_1 \cdot \ln r + c_2$$

Jetzt in die Randedingungen einsetzen:

$$u = v(R_1) = c_1 \cdot \ln R_1 + c_2$$

$$0 = v(R_2) = c_1 \cdot \ln R_2 + c_2$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{u}{\ln \frac{R_1}{R_2}} \qquad c_2 = -\frac{u \ln R_2}{\ln \frac{R_1}{R_2}}$$

Ergebnis:

$$v(r) = u \cdot \frac{\ln \frac{r}{R_2}}{\ln \frac{R_1}{R_2}}$$

Musterlösung:Zusatzaufgabe

