

Versuch 311

Der Hall-Effekt

Sebastian Pape
sepa@gmx.de

Jonah Nitschke
lejonah@web.de

Durchführung: 20.12.2017

Abgabe: 10.01.2017

1 Einleitung

In dem folgenden Versuch geht es darum, mithilfe der Messungen der Hall-Spannung und des Widerstandes die mikroskopischen Leitfähigkeitsparameter von verschiedenen Metallen zu bestimmen. Für den folgenden Versuch wurden die Metalle Zink und Kupfer verwendet.

2 Theorie

2.1 Bandstruktur und elektrische Leitfähigkeit bei Kristallstrukturen

Grundlegend für den folgenden Versuch ist die Eigenschaft, dass sich in Metallatomen die Valenzelektronen abspalten können und mit benachbarten Valenzelektronen ein System bilden, dass dem Pauli-Prinzip unterliegt. Somit können die Energieniveaus in der Atomhülle als Energiebänder aufgefasst werden. Diese können sich einerseits überlappen, andererseits können jedoch auch Lücken auftreten, die als verbotene Zone beschrieben werden. Es handelt sich hierbei um Energiewerte, die die Elektronen nicht annehmen können.

Aus dem Pauli-Prinzip folgt des weiteren, dass Energiebänder nur eine begrenzte Anzahl an Elektronen aufnehmen können. Gefüllte Energiebänder können somit keine Energie mehr aufnehmen, lediglich teilweise gefüllte Bänder rufen die hohe elektrische Leitfähigkeit von Metallen hervor. Diese Bänder nennt man Leitungsbänder und ihre Elektronen werden als Leitungselektronen bezeichnet.

Die fehlende Leitfähigkeit bei Isolatoren lässt sich auf ein leeres oberes Band zurückführen, durch das die verbotene Zone zu breit ist um den Elektronen zu erlauben, die Lücke zu überspringen. Mithilfe der Quantentheorie kann nun gezeigt werden, dass ein idealer Metallkristall eine unendlich hohe elektrische Leitfähigkeit besitzen müsste. Die endliche Leitfähigkeit realer Proben beruht somit im weitesten Sinne auf Kristallaufbaufehler.

2.2 Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit eines Metalles

Um die elektrische Leitfähigkeit eines Metalles zu bestimmen müssen vorher noch andere mikroskopische Größen bestimmt werden. Die mittlere Flugzeit $\bar{\tau}$ gibt zum Beispiel das gemittelte Zeitintervall zwischen zwei Zusammenstößen eines Elektrons an.

Bei einem angelegten äußerem Feld \vec{E} erfährt das Elektron eine Beschleunigung \vec{b} in Richtung des E-Feldes und erfährt somit folgende Geschwindigkeitsänderung:

$$\vec{b} = -\frac{e_0}{m_0} \vec{E} \quad (1)$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{b} \cdot \bar{\tau} = -\frac{e_0}{m_0} \vec{E}. \quad (2)$$

Da die Elektronen nach jedem Zusammenstoß zufällig in eine beliebige Richtung gestreut werden, beträgt die Startgeschwindigkeit in Richtung von \vec{E} im Mittel null. Somit kann über $\Delta \vec{v}$ noch die Driftgeschwindigkeit \vec{v}_d definiert werden:

$$\vec{v}_d = \frac{1}{2} \Delta \vec{v}. \quad (3)$$

Mit der im folgenden angegebenen Stromdichte lässt sich der Widerstand eines homogenen Leiters R als Kehrwert der elektrischen Leitfähigkeit S darstellen:

$$j = -n \bar{v}_d e_0 \quad (4)$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{e_0^2}{m_0} n \bar{\tau} \frac{Q}{L} \quad (5)$$

$$R = \frac{1}{S} = 2 \frac{m_0}{e_0^2} \frac{1}{n \bar{\tau}} \frac{L}{Q}. \quad (6)$$

Mit dem Widerstand R und der elektrischen Leitfähigkeit S lassen sich nun die geometrieunabhängigen Größen, der spezifische Widerstand ρ und die spezifische Leitfähigkeit σ , über folgende Formeln ausdrücken:

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{e_0^2}{m_0} n \bar{\tau} \quad (7)$$

$$\rho = 2 \frac{m_0}{e_0^2} \frac{1}{n \bar{\tau}} \quad (8)$$

Mit den obigen Formeln wurde somit ein Zusammenhang zwischen mikroskopischen Größen zur Beschreibung der elektrischen Leitfähigkeit und messbaren makroskopischen Größen hergestellt.

2.3 Der Hall-Effekt

Um die zwei voneinander unabhängigen Größen n und $\bar{\tau}$ zu bestimmen muss nun ein weiterer messbarer makroskopischer Effekt betrachtet werden. Der Hall-Effekt wird hervorgerufen, wenn durch ein sich in einem Magnetfeld \vec{B} befindendes Metallstück Strom fließt. Aufgrund der auftretenden Lorentz-Kraft \vec{F}_L wird ein elektrisches Feld hervorgerufen, das gerade groß genug wird um die Lorentz- Kraft zu kompensieren. Mithilfe dieses Effektes kann nun die Hall-Spannung bestimmt werden:

$$U_H = E_y \cdot b = \bar{v}_d B \cdot b \quad (9)$$

$$= -\frac{1}{ne_0} \frac{B \cdot I_q}{d}. \quad (10)$$

Wie in der Formel schon erkennbar ist, lässt sich nun die Ladungsträgerdichte n bestimmen, da alle anderen vorkommenden Größen leicht messbar sind.

2.4 Bestimmung weiterer Leitfähigkeitsparameter

Mit den beiden oben beschriebenen Messungen lassen sich nun also die Leitfähigkeitsparameter $\bar{\tau}$ und n , sowie die Driftgeschwindigkeit \bar{v}_d bestimmen. Des weiteren soll die mittlere freie Weglänge \bar{l} , also die Entfernung zwischen zwei Zusammenstößen der Stoßpartner, mit der Beziehung $\bar{l} = \bar{\tau} \cdot |v|$ bestimmt werden.

$|v|$ steht hierbei für die Totalgeschwindigkeit der Elektronen, die von der Driftgeschwindigkeit abweicht. Sie kommt im Gegensatz zur Driftgeschwindigkeit nicht durch ein äußeres elektrisches Feld zustande, sondern durch die Wärmebewegung der Kristallbausteine. $|v|$ kann mithilfe der Fermi-Energie und dem Äquipartitionstheorem bestimmt werden und führt für die mittlere freie Weglänge somit auf folgende Formel:

$$|\bar{v}| \approx \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} \quad (11)$$

$$\bar{l} = \bar{\tau} \sqrt{\frac{2E_F}{m_0}} \quad (12)$$

Im weiteren soll auch noch der Proportionalitätsfaktor zwischen der Driftgeschwindigkeit und angelegtem E-Feld, auch Beweglichkeit genannt, bestimmt werden :

$$\vec{v}_d = \mu \vec{E} \quad (13)$$

2.5 Elektrizitätsleitung in Metallen mit positiver Ladungsträgerdichte

Wie am Anfang schon beschrieben, kann es teilweise vorkommen, dass sich zwei Energiebänder überlappen. Beim spontanen Wechsel von Elektronen zwischen zwei Bändern werden Lücken zurückgelassen, die ortsveränderlich sind und sich wie eine positive Ladung verhalten. Dieser Beitrag zur elektrischen Leitfähigkeit wird auch anormaler Hall-Effekt genannt, welcher nun ein umgekehrtes Vorzeichen besitzt und zur Bestimmung der Ladungsträgerart verwendet werden kann.

3 Versuchsdurchführung