

1 Auswertung

Im Folgendem werden die Messergebnisse ausgewertet und in geeigneter Weise visualisiert.

1.1 Grezfrequenzen

Die verwendete Apparatur hatte die folgenden Werte.

$$L = 1,217 \text{ mH} \quad (1)$$

$$C_1 = 20,13 \text{ nF} \quad (2)$$

$$C_2 = 9,41 \text{ nF} \quad (3)$$

Diese Daten wurden ohne Fehler angegeben und werden deshalb als fehlerfrei angenommen. In der LC -Kettenschaltung wurde der Kondensator mit der Kapazität C_1 verwendet.

Mittels der Formeln ????? ergeben sich die Grenzfrequenzen zu:

$$\begin{aligned} \omega_{Grenz,C} &= 404\,075,78 \text{ Hz} \\ \omega_{Grenz,C_1C_2}^{akustisch} &= 285\,724,72 \text{ Hz} \\ \omega_{Grenz,C_1C_2}^{optisch} &= 417\,902,43 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Mit Hilfe des XY -Scheibers wurden die Grenzfrequenzen der LC -Kettenschaltung und der LC_1C_2 -Kettenschaltung visualisiert. Die Diagramme sind logarithmisch. Durch ermitteln der Frequenzen an bestimmten Stellen der Grafik kann eine Exponentielle Regressionsrechnung gemacht werden. Damit ist einen Zusammenhang zwischen den Messdaten und vom Generator durchlaufenden Frequenzen bekannt.

Die Ausgleichsrechnung wurde mithilfe des *Python*-Paketes *curve_Fit* bewerkstelligt. Die Funktion hatte die Gestalt.

$$\nu(t) = a \cdot e^{bx} + c \quad (4)$$

Es ergeben sich mittels der Messdaten (??) die folgenden Funktionen.

$$\nu_C(x) = (13984 \pm 1701) \cdot e^{(0,08 \pm 0,005) \cdot x} - (5155 \pm 2006) \quad (5)$$

$$\nu_{C_1 C_2}(x) = (64117 \pm 5474) \cdot e^{(0,15 \pm 0,005) \cdot x} - (20547 \pm 7703) \quad (6)$$

Anhand der Graphen kann die Grenzfrequenz abgelesen werden, indem der Abstand vermessen wird. Die Messung wurde mit einem Lineal gemacht und ergibt für die LC -Kettenschaltung einen Wert von ca. 17,2 cm. Die Messung der Grenzfrequenzen der $LC_1 C_2$ -Kettenschaltung ergab für den akustischen Zweig eine Grenzfrequenz bei 11 cm und für den optischen Zweig eine Grenzfrequenz bei 12,2 cm.

Für die Grenzfrequenzen ergeben sich damit die Werte:

$$\omega_{Grenz,C} = (50\,224,00 \pm 3864,40)\text{Hz} \quad (7)$$

$$\omega_{Grenz,C_1 C_2}^{akustisch} = (311\,361,75 \pm 13\,506,32)\text{Hz} \quad (8)$$

$$\omega_{Grenz,C_1 C_2}^{optisch} = (376\,566,51 \pm 13\,543,23)\text{Hz} \quad (9)$$

1.2 Dispersionskurven

Mit den Angaben (1), (2) und (3) kann die Dispersionskurve der $LC - Kette$ und der $LC_1 C_2$ -Kette über die Funktion (??) bestimmt werden. Die Messdaten wurden in das Diagramm mit eingetragen.

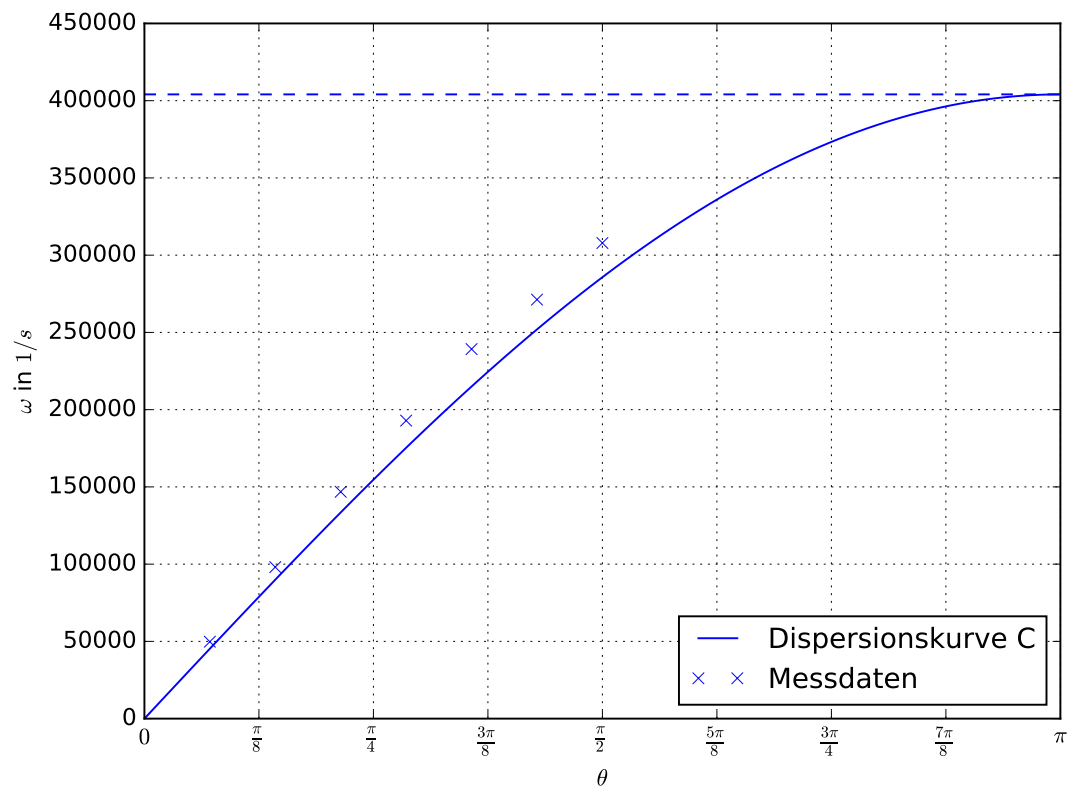


Abbildung 1: Dispersionskurve der LC -Kettenschaltung

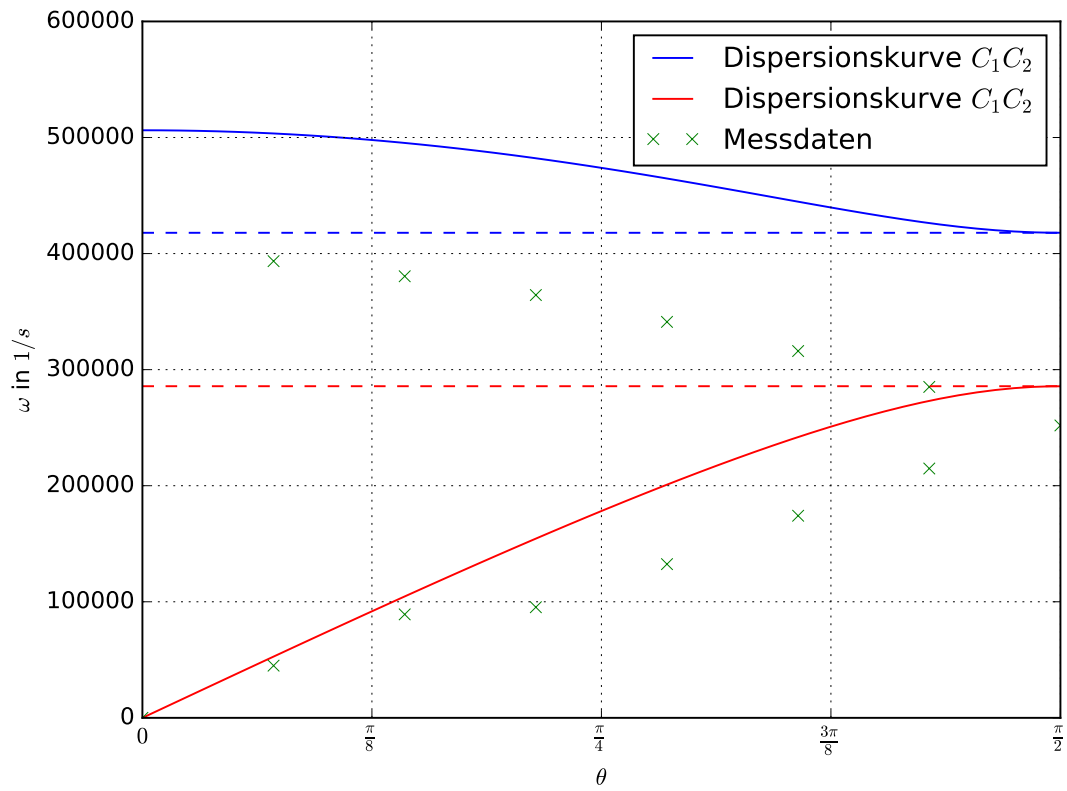


Abbildung 2: Dispersionskurve der LC_1C_2 -Kettenschaltung

1.3 Phasengeschwindigkeit

Anhand der Dispersionsrelation und der gemessenen Eigenfrequenzen aus Tabelle 4 lässt sich die Phasengeschwindigkeit über die Formel (??) berechnen. Die Theoriekurve und die Werte, die sich aus den Messungen ergeben sind in dem Diagramm 3 dargestellt.

θ	0	$\frac{\pi}{14}$	$\frac{\pi}{7}$	$\frac{3\pi}{14}$	$\frac{2\pi}{7}$	$\frac{5\pi}{14}$	$\frac{3\pi}{7}$	$\frac{\pi}{2}$
v_{Ph} in m/s	–	201 524	200 019	194 12	193 799	188 791	184 288	177 700

Tabelle 1: Messdaten der Phasengeschwindigkeit

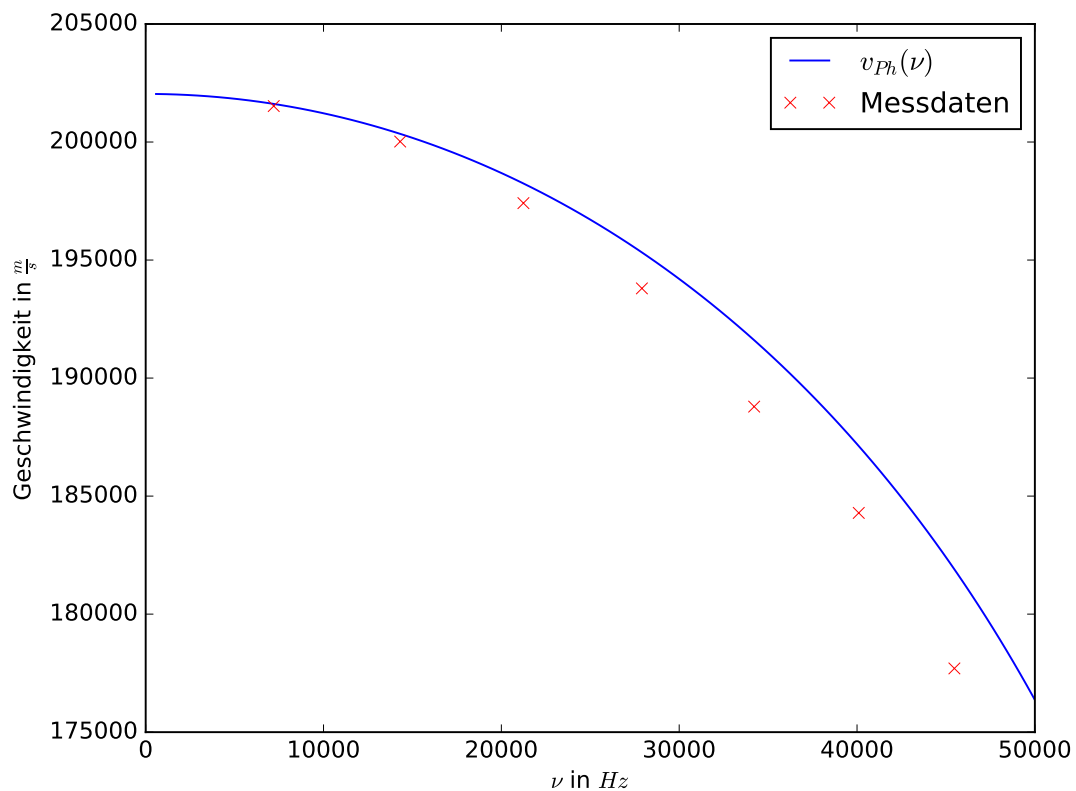


Abbildung 3: Phasengeschwindigkeit

1.4 Stehende Wellen

Beim messen der Spannungsamplituden der offenen LC-Kette ergeben sich die folgenden Diagramme.

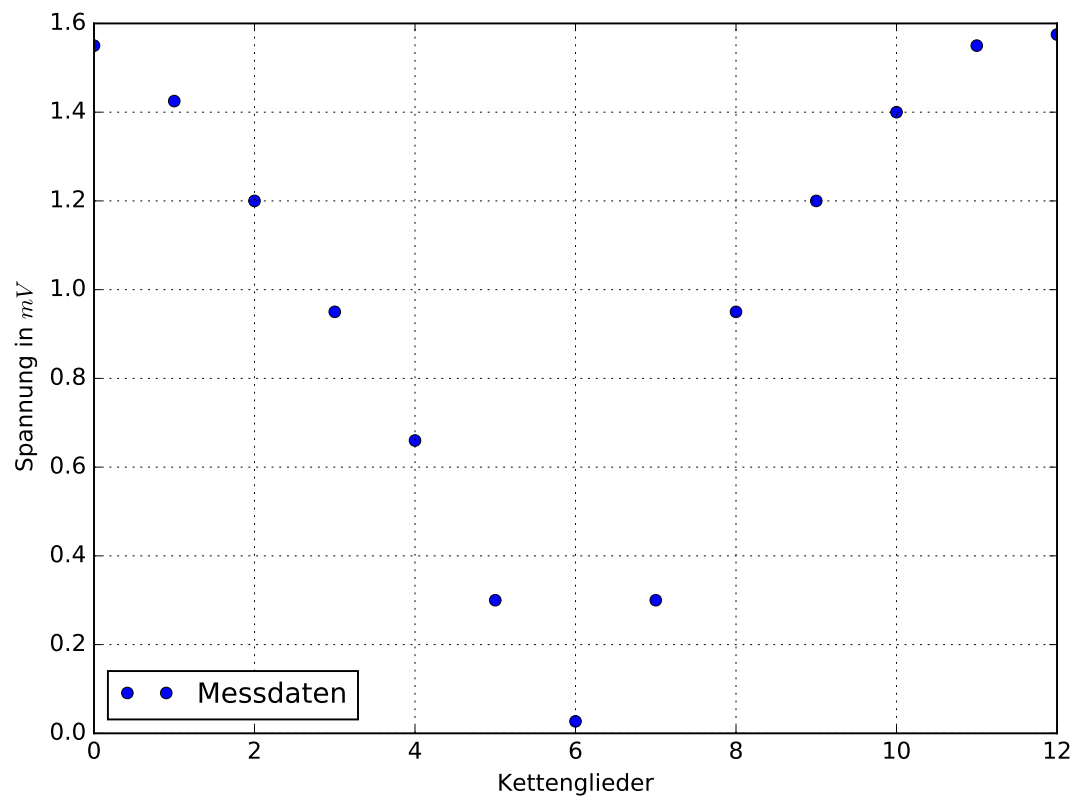


Abbildung 4: Erste Grundschiwingung der offenen LC -Kettenschaltung bei $\nu = 7133 \text{ Hz}$

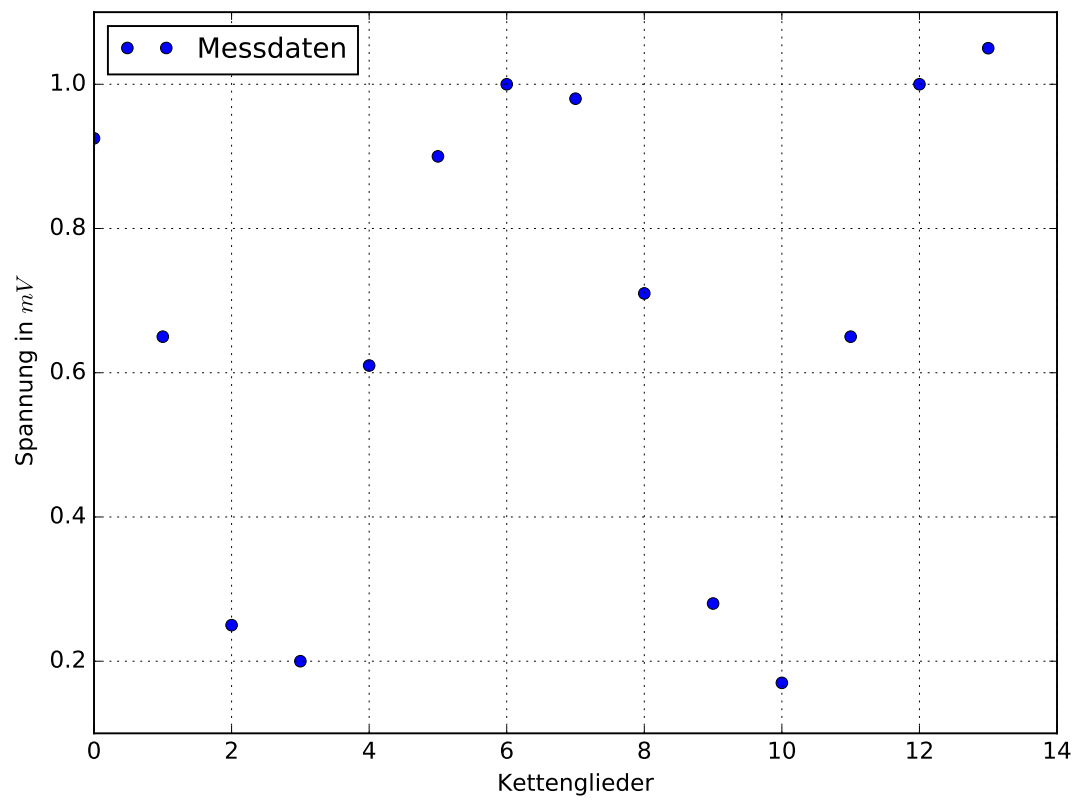


Abbildung 5: Zweite Grundschiwingung der offenen LC -Kettenschaltung bei $\nu = 14\,307\text{ Hz}$

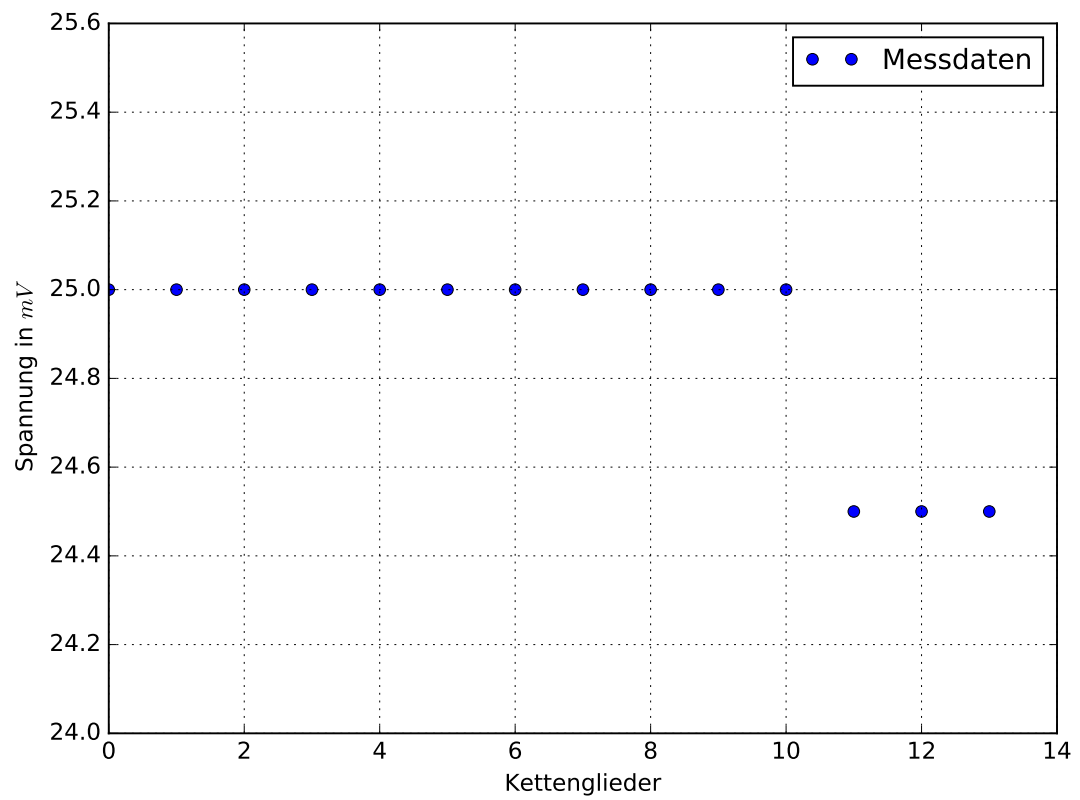


Abbildung 6: Abgeschlossene LC –Kettenschaltung bei $\nu = 7337 \text{ Hz}$

2 Diskussion

Im Folgendem werden die Messergebnisse diskutiert. Zunächst wird auf mögliche Fehlerquellen eingegangen, mit denen sich die Messungenauigkeiten begründen lassen. Zum einen war das Einstellen des Wellenwiderstandes auf der Eingangsseite (links) äußerst unpräzise. Leichte Berührungen des Widerstandreglers hatten schon enormen Einfluss auf den widergegebenen Widerstand. Zudem konnten die gemessenen Frequenzen nur schwierig abgelesen werden, da der Generator keine kontinuierliche Frequenz bereitgestellt hat. Die Frequenzen können deshalb die Messergebnisse mit Fehlern behaftet haben. Während des zeichnens der Durchlasskurve von dem XY-Schreibers wurden Fixpunkte an dem Diagramm gewählt, an denen die Frequenz zu bestimmen war. Die Abstandsmessung der Fixpunkte wurde als fehlerfrei angenommen und das Messen der Frequenzen erfolgte nicht parrallel zum Zeichnen. Insgesamt ist zu sagen, dass die verwendete Apparatur sehr alt ist und sehr undurchsichtig wirkte. Die Induktivitäten und Kapazitäten der Apparatur wurden als fehlerfrei angenommen.

Die Messergebnisse der Durchlasskurven sind in den Abbildungen 1 und 2 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Dispersionskurve der LC -Kette beinahe auf der Theoriekurve liegt. Jedoch wird nicht die theoretische Grenzfrequenz in dem Aufbau erreicht. Die Messung war nur bis zu einer relativen Phasenverschiebung pro Glied von $\frac{\pi}{2}$ möglich. Die Lissajous-Figuren wurden bei allen höheren Verschiebungen nicht mehr erkennbar. Die gemessene Dispersionskurve der LC_1C_2 -Kette ähnelt der Theoriekurve erkennbar, doch scheint sie um eine Konstante nach unten verschoben zu sein. Es wird deutlich, dass der Anfang der Kurve linear ist. Die Abweichungen der Messdaten von der Theoriekurve sind durch die oben genannten Gründe erklärbar.

Nun folgt eine Diskussion der Diagramme 4, 5 und 6. In den ersten Diagramm ist die 1. Eigenschwingung der LC -Kettenschaltung zusehen. Die Gestalt der Eigenschwingung ist deutlich zuerkennen. Abweichungen zu einer Theoriekurve der ersten Eigenschwingung sind damit erklärbar, dass der Wellenwiderstand der offenen Kette nicht vollkommen genau ist. Das zweite Diagramm zeigt die zweite Eigenschwingung des Systems, auch deren Gestalt ist deutlich zuerkennen. Die beiden Knotenpunkte lassen sich erahnen. Das an diesen Stellen keine wirklichen Knotenpunkte sitzen lässt sich wieder auf den fehlerbehafteten Wellenwiderstand zurückführen. Das letzte Diagramm zeigt die abgeschlossenen LC -Kette bei einer Frequenz von 7337 Hz. Es ist deutlich zuerkennen, dass sich keine sichtbare Welle ausbreitet. Dies hängt mit der destruktiven Interferenz der einlaufenden und der reflektierten Welle zusammen. Die Abweichungen ab dem 11. Kettenglied sind ebenfalls mit dem Wellenwiderstand zuzubegründen.

3 Messdaten

Die Messungen der Durchlasskurve ergaben die folgenden Werte.

ν_C in Hz	1338	2055	2843	3730	5023	6471	8624
$\nu_{C_1C_2}$ in hertz	7345	10 478	21 072	30 336	50 353	79 169	

Tabelle 2: Messdaten der Durchlasskurve

Die Messungen der Dispersionsrelation ergaben die folgenden Werte.

Verschiebung	ν_C	$\nu_{C_1C_2}$
0	0	0
	7927	7158
2π	15 610	14 188
3π	23 372	21 078
4π	30 703	27 714
5π	38 072	34 188
6π	43 171	40 094
7π	49 000	45 378
8π	–	50 298
9π	–	54 295
10π	–	57 976
11π	–	60 550
12π	–	62 625

Tabelle 3: Messdaten der Dispersionsrelation

Die Messungen der Spannungsamplituden der offenen LC -Kettenschaltung, LC_1C_2 -Kettenschaltung und der abgeschlossenen LC -Kettenschaltung ergab die folgenden Werte. Die Angaben sind in mV.

Kettenglied	$\nu_C = 7133 \text{ Hz}$	$\nu_{C_1C_2} = 14\,307 \text{ Hz}$	$\nu_{abge} = 7337 \text{ Hz}$
1	1,55	0,925	25
2	1,425	0,65	25
3	1,2	0,25	25
4	0,95	0,2	25
5	0,66	0,61	25
6	0,3	0,9	25
7	0,027	1	25
8	0,3	0,98	25
9	0,95	0,71	25
10	1,2	0,28	25
11	1,4	0,17	25
12	1,55	0,65	24,5
13	1,575	1	24,5
14	—	1,05	24,5

Tabelle 4: Messdaten der Dispersionsrelation