Versuch 302

Elektrische Brückenschaltunge

Sebastian Pape
sepa@gmx.de

Jonah Nitschke
lejonah@web.de

Durchführung: 13.12.2016
Abgabe: 20.12.2016

1 Theorie

1.1 Elektrische Brückenschaltungen

Bei Brückenschaltungen handelt es sich um elektrische Schaltungen, mit dessen Hifle die Widerstände von Bauteilen sehr genau bestimmt werden können. Hierbei sind auch komplexe Widerstände erlaubt, sodass auch die Kapazität eines Kondestors und die Induktivität einer Spulen gemessen werden können. Die grundlegende Struktur einer Brückenschaltung ist in Abb. 1 dargestellt.

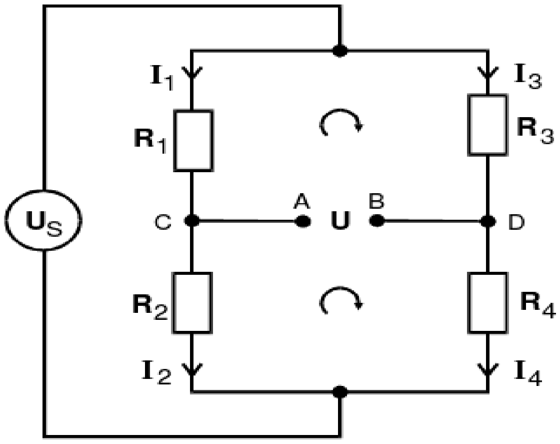

Abbildung 1: Grundlegende Struktur einer Brückenschaltung[TUD16]

Es wird ausgenutzt, dass zwischen zwei getrennten stromdurchflossenen Leitern eine Potentialdifferenz besteht, die durch die *Kirchhoffschen Gesetze* bestimmt werden kann.

1.*Kirchhoffsches Gesetz* (Knotenregel):
Die Summe aller in ein Knoten eingehenden Ströme ist gleich der Summe, der aus einem Knoten herausfließenden Ströme. Diese Gleichung ergibt sich aus der Ladungserhaltung.

$$\sum_{\mathrm{k}} I_{\mathrm{k}} = 0 \tag{1}$$

2.*Kirchhoffsche Gesetz* (Maschenregel):
Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist gleich Null. Dieses Gesetzt entstammt aus der Energieerhaltung.

$$\sum_{\mathrm{k}} U_{\mathrm{k}} = \sum_{\mathrm{k}} I_{\mathrm{k}} R_{\mathrm{k}} \tag{2}$$

Der Zusammenhang zwischen der Brückenspannung U und der Speisespannung U_S ist durch folgenden Zusammenhang gegeben.

$$U_\mathrm{Br} = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(Rua1 + R_2)} U_\mathrm{S} \tag{3}$$

Eine Brücke wird als abgeglichen bezeichnet, wenn die Brückenspannung U_Br verschwindet. Dies ist gerade der fall, wenn

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \tag{4}$$

erfüllt ist. Diese Bedingung ist unabhängig von der Speisespannung U_S und gilt somit für jede beliebige Speisespannung.

1.2 Komplexe Wechselstromwiderstände

Komplexe Wechselstromwiderstände treten auf, wenn Kondensatoren und oder Induktivitäten in einer Schaltung verbaut sind. Für die Bauteile ergibt sich

$$Z_\mathrm{R} = R, \qquad Z_\mathrm{C} = \frac{1}{i\omega C}, \qquad Z_\mathrm{L} = i\omega L.$$

Eine Komplexe Zahl besteht allgemein aus einem Realteil X und einem Imaginärteil Y. Also ist Z insgesamt $Z = X + iY$.

Dabei ist i die imaginäre Zahl und ω die Kreisfrequenz, mit der die Spannung wechselt. Damit die Abgleichbedingung (4) für die Brückenschaltung für komplexe Widerstände erfüllt ist müssen der Realteil und der Imaginärteil des Gesamtwiderstandes einzeln verschwinden. Somit ergibt sich

$$X_1 X_4 - Y_1 Y_4 = X_2 X_3 - Y_2 Y_3 \tag{5}$$
$$X_1 Y_4 + X_4 Y_1 = X_2 Y_3 + x_3 Y_3. \tag{6}$$

Dabei ist X_i der Realteil und Y_i der Imaginärteil.

2 Versuchsaufbau

In dem Versuch wurden verschiedene Brückenschaltungen verwendet. In dem folgendem Abschnitt werden die verwendeten Schaltungen erläutert und die dazugehörigen Formeln angegeben.

2.1 Wheatstonesche Brücke

Die Wheatstonesche Brücke wird für die Widerstandsmessung eines unbekannten Widerstandes verwendet. In der Schaltung werden ausschließlich ohmsche Widerstände verwendet.

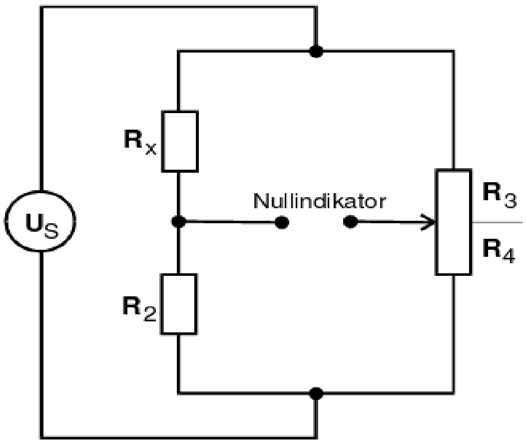

Abbildung 2: Schaltungsskizze einer Wheatstonsche Brückenchaltung[TUD16]

Der unbekannte Widerstand lässt sich mit Hilfe von (1) und (2) ermitteln. Es ergibt sich

$$R_{\mathrm{x}} = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \tag{7}$$

Dabei werden R_3 und R_4so eingestellt, dass die Brücke nach der Bedingung (4) abgeglichen ist.

2.2 Kapazitätsmessbrücke

Ein idealer Kondensator kann durch ergänzen eines ohmschen Widerstandes zu einem realen Kondensator umgewandelt werden. Ein realer Kondensator ist verlustbehaftet. Diese Eigenschaft wird von dem ergänzten ohmschen Widerstand übernommen. Mit Hilfe einer Kapazitätsmessbrücke kann die Kapazität und der Widerstand eines realen Kondensators bestimmt werde. Dafür wird der in Abb. 3 Aufbau verwendet.

Über die Knoten- und Maschenregel ergeben sich für die unbekannten Größen R_{x} und C_{x} folgende Gleichungen.

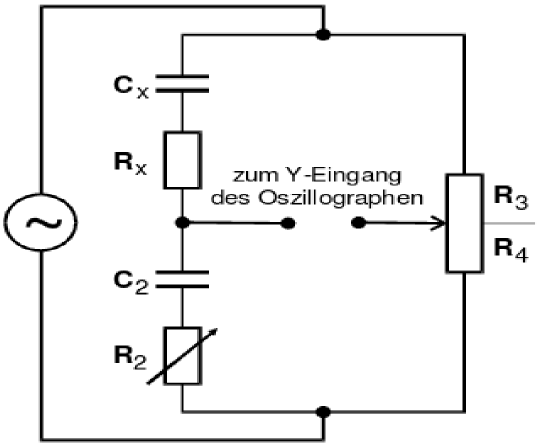

Abbildung 3: Schaltungsskizze einer Kapazitätsmessbrücke[TUD16]

$$R_\mathrm{x} = R_2 \frac{R_3}{R_4} \tag{8}$$

$$C_\mathrm{x} = C_2 \frac{R_4}{R_3} \tag{9}$$

2.3 Induktivitätsmessbrücke

Die Induktivitätsmessbrücke ist der Kapazitätsmessbrücke sehr ähnlich, nur anstelle des zu bestimmenden Kondensators wird die zu vermessende Spule eingebaut. Ebenso ist die ideal Spule mit einem ohmschen Widerstand zu versehen, sodass die sie das Verhalten einer realen Spule beschreibt.

Durch die Komplexen Abgleichbedingungen (5) und (6) ergeben sich

$$R_\mathrm{x} = R_2 \frac{R_3}{R_4} \tag{10}$$

$$L_\mathrm{x} = L_2 \frac{R_3}{R_4}. \tag{11}$$

Die Induktivität und der Widerstand von einer realen Spule ist mit der Induktivitätsmessbrücke schwierig zu vermessen. Der Wirkanteil sollte möglichst alleine durch R_2 realisiert werden und L_2 sollte eine möglichst hohe Effizienz haben, damit L_x und R_x präzise vermessen werden können. Dies ist experimentell schwierig umzusetzen. Deshalb wird für die Messung von Induktivitäten die Maxwell-Brücke verwendet.

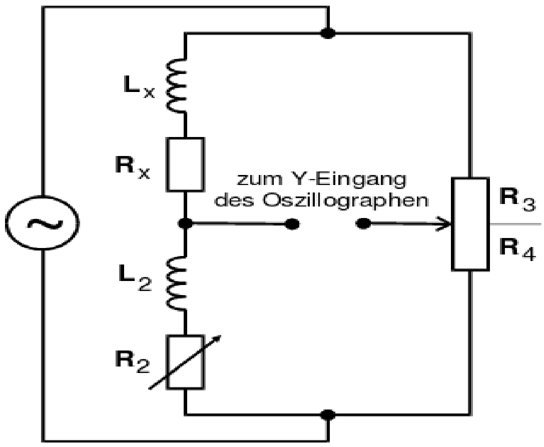

Abbildung 4: Schaltungsskizze einer Induktivitätsmessbrücke[TUD16]

2.4 Maxwell-Brücke

Bei der Maxwell-Brücke wird parallel zum vierten ohmsche Widerstand R_4 eine Kondensator mit der Kapazität C_4 geschaltet. Die Schaltung ist in Abb. 5 skizziert.

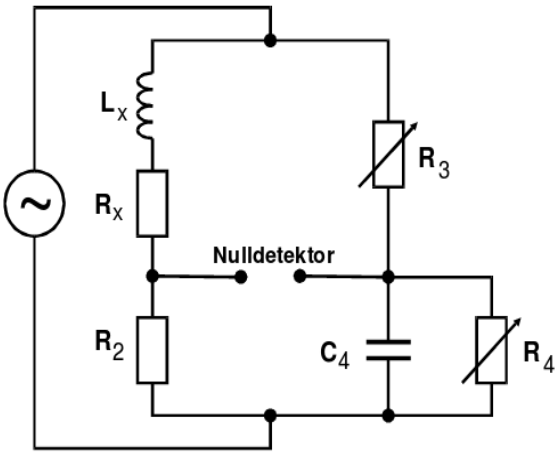

Abbildung 5: Schaltungsskizze einer Maxwell-Brücke[TUD16]

Durch die Komplexen Abgleichbedingungen (5) und (6) ergeben sich

$$R_\mathrm{x} = \frac{R_2 R_3}{R_4} \tag{12}$$

$$L_\mathrm{x} = R_2 R_3 C_4. \tag{13}$$

Die Regelwiderstände R_3 und R_4 werden als Abgleichelemente verwendet und der Kondensator sollte für eine präzise Messung möglichst verlustarm sein.

2.5 Wien-Robinson-Brücke

Die Wien-Robinson-Brücke ist eine frequenzabhängige Brückenschaltung. Der Zusammenhang zwischen der Brückenspannung und der Speisespannung kann über die Formel (3) berechnet werden. Für die Schaltung der Wien-Robinson-Brücke ergibt sichdiefolgenden Formel für den

$$\left|\frac{U_{\mathrm{Br}}}{U_{\mathrm{S}}}\right|^2 = \frac{\left(\omega^2 R^2 C^2 - 1\right)^2}{9\left[\left(1-\omega^2 R^2 C^2\right)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2\right]} \tag{14}$$

Die Brückenspannung verschwindet für die Frequenz $\omega_0 = \frac{1}{RC}$. Somit wird die Frequenz ω_0 gefiltert und alle Schwingungen mit der Frequenz ω_0 werden nicht durch diese Brückenschaltung durchgelassen. Schwingungen mit einer Frequenz nahe von ω_0 werden stark abgeschwächt.

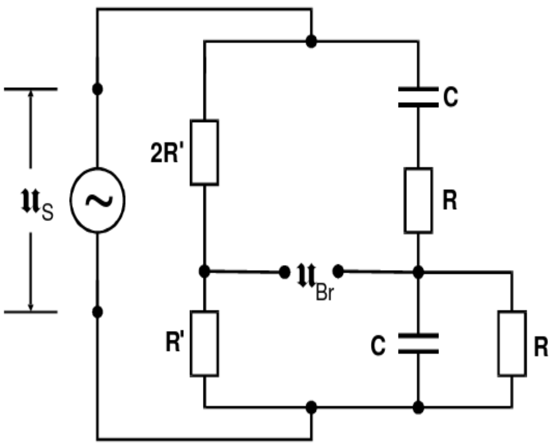

Abbildung 6: Schatungsskizze einer Wien-Robinson-Brücke[TUD16]

2.6 Klirrfaktor

In dem Versuch soll der Klirrfaktor des verwendeten Sinusgenerator bestimmt werden. Der Klirrfaktor ist eine Zeichen der Güte eines Generators und beschreibt die Anteile der Oberwellen im Verhältnis zu der Grundwelle. Der Klirrfaktor kann mit Hilfe der Wien-Robinson-Brücke (Abb.6) ermittelt werden. Dafür stellt man die Widerstände so ein, dass die Brückenspannung minimal ist. An diesem Minimun ist die Frequenz ω_0

erreicht, bei dem nur noch die Oberwellen des Sinusgenerators durch die Schaltungen gelassen werden.
Der Klirrfaktor ist definiert als:

$$k := \frac{\sqrt{U_2^2} + U_3^2 + ...}{U_1}. \tag{15}$$

Dabei ist U_1 die Amplitude der Grundwelle und U_i die Amplitude der i-ten Oberwelle. Zur vereinfachten Rechnung wird hierbei lediglich U_2 berücksichtigt.

Literatur

[TUD16] TU-Dortmund. *Versuch V302: Elektrische Brückenschaltungen.* 16. Dez. 2016. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V302.pdf.