

# **Versuch 503**

## **Der Millikan-Öltröpfchenversuch**

Jonah Nitschke  
lejonah@web.de

Sebastian Pape  
sepa@gmx.de

Durchführung: 23.05.2017

Abgabe: 30.05.2017

# 1 Theorie

## 1.1 Zielsetzung

In dem folgenden Versuch soll mithilfe der Öltröpfchenmethode nach Millikan die Elementarladung  $e_0$  bestimmt werden. Unter Verwendung der Faraday-Konstante kann dann anschließend die Avogadro-Konstante errechnet werden.

## 1.2 Theoretische Grundlagen

Bei dem Millikan-Versuch werden Öltröpfchen in das vertikale Feld eines Platten-Kondensators gebracht. Da die Tröpfchen bei der Zerstäubung mit einem ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung geladen werden, kann aus dem Verhalten bei verschiedenen Feldeinstellungen die Elementarladung bestimmt werden.

Bei einem deaktivierten äußeren Feld wirken auf das Öltröpfchen sowohl die Gewichtskraft  $\vec{F}_g = m\vec{g}$  als auch die Stokesche Reibungskraft, durch die Viskosität  $\eta_L$  der Luft  $\vec{F}_R = -6\pi r\eta_L v_0$ . Zusätzlich wird in den Formeln der Auftrieb durch die umgebende Luft beachtet, welcher allerdings normalerweise vernachlässigt werden kann, da die Dichte der Luft deutlich geringer ist als die des Öltröpfchens. Für ein abgeschaltetes Feld ergibt sich somit die folgende Kräftegleichung:

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_L)g = 6\pi\eta_L r v_0 \quad (1)$$

Aus der Kräftegleichung lässt sich durch Umstellen der Radius des Öltröpfchens bestimmen:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_L)}}. \quad (2)$$

In Abbildung 1 sind die angreifenden Kräfte bei einem geladenen Öltröpfchen eingezeichnet. Die linke Abbildung zeigt ein parallel zu Gravitationskraft gerichtetes Feld, während die rechte Abbildung ein der Gravitationskraft entgegengesetztes Feld zeigt. Wenn man die verschiedenen Kräfte nun in Relation setzt, lässt sich für beide Fälle eine Kräftegleichung aufstellen, in der die elektrostatische Kraft  $F_{\text{el}} = q\vec{E}$  berücksichtigt wird.

Bei einem parallel zu  $\vec{F}_g$  wirkenden elektrischen Feld stellt sich dabei eine gleichförmige Sinkgeschwindigkeit  $v_{\text{down}}$  ein, welche größer als die Geschwindigkeit  $v_0$  ohne elektrisches Feld ist:

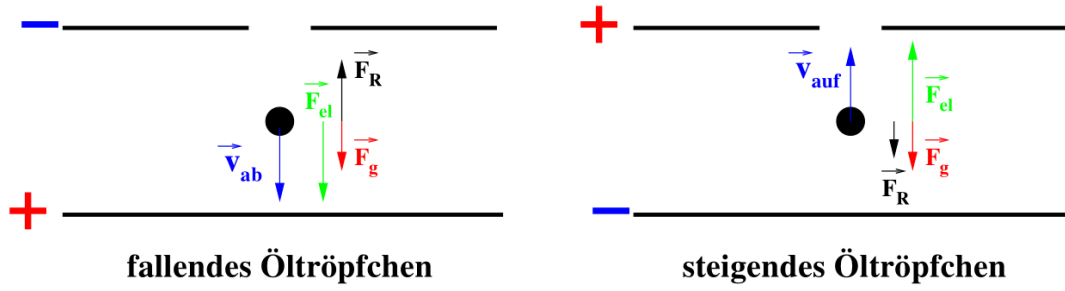


Abbildung 1: Kräftegleichgewicht in einem homogenen elektrischen Feld [1].

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}}) g - 6\pi\eta_{\text{L}} r v_{\text{down}} = -qE. \quad (3)$$

Bei einem entgegengesetztem Feld stellt sich bei einer genügend hohen Feldstärke eine Aufwärtsbewegung mit der Geschwindigkeit  $v_{\text{up}}$  ein, für die sich folgende Kräftegleichung ergibt:

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{\text{Oel}} + \rho_{\text{L}}) g + 6\pi\eta_{\text{L}} r v_{\text{up}} = qE. \quad (4)$$

Für das Öltröpfchen kann durch Verstellen der anliegenden Spannung das Feld so eingestellt werden, dass die anliegenden Kräfte sich ausgleichen und das Tröpfchen zu schweben beginnt. Bei der anliegenden Schwebespannung  $U_{\text{Schweb}}$  muss die Stokesche Reibungskraft nicht mehr betrachtet werden, sodass sich folgende Kräftegleichung ergibt:

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\text{Oel}} g = qE = \frac{U_{\text{Schweb}}}{d}. \quad (5)$$

Mit dem Radius nach Formel (2) ergibt sich nach Umstellen der obigen Gleichung für die Ladung des Tröpfchens die folgende Relation:

$$q = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\text{Oel}} g \cdot \frac{1}{E} = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{\text{Oel}} g \cdot \frac{d}{U_{\text{Schweb}}}. \quad (6)$$

Da die Stokesche Reibungskraft nur für Tröpfchen gilt, deren Radius größer als die mittlere freie Weglänge der Luft  $\bar{l}$  ist, wird die Viskosität mit dem Cunningham-Korrekturterm ( $B = 6,17 \cdot 10^{-3} \text{ Torr} \cdot \text{cm}$  erweitert:

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_L \cdot \left( \frac{1}{1 + A \frac{1}{r}} \right) = \eta_L \cdot \left( \frac{1}{1 + B \frac{1}{pr}} \right). \quad (7)$$

Der Radius muss ebenfalls mit einer Korrektur versehen werden.

$$r_{\text{korrigiert}} = \sqrt{\left( \frac{B}{2p} \right) + \frac{9\eta_0}{2g\rho_{\text{oel}}}} \quad (8)$$

Mit dem korrigierten Radius ergibt sich die korrigierte Ladung aus (6).

## 2 Aufbau und Durchführung

### 2.1 Aufbau



Abbildung 2: Experimenteller aufbau [1].

Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 2 zu sehen. Die Platten des Kondensators haben einen Abstand von  $d = (7.6250 \pm 0.051)\text{mm}$ . Durch eine Öffnung in der oberen Platte kann ein mit dem Zerstäuber erzeugtes Tröpfchen in den Kondensator gelangen. Dort wird es durch eine Halogenlampe angestrahlt, damit die Bewegung unter einem Mikroskop besser verfolgt werden kann. Die Temperatur in dem Kondensator kann mit

einem Thermowiderstand kontrolliert werden. Um die Ladung der Tröpfchen zu verändern wird ein schwach radioaktives  $\alpha$ -Präparat ( $^{232}\text{Th}$ ,  $8\mu\text{Ci}$ ) in die untere Platte eingelassen. Es kann mit dem Hebel (4) abgeschirmt oder aktiviert werden. Bei der Mitteleinstellung ist das Shutter geöffnet und das Tröpfchen kann in den Kondensator gelangen.

Die Ausrichtung der Apparatur kann mit der Libelle (9) überprüft werden. Mit einem Multimeter kann die angelegte Spannung gemessen werden und mit dem Hebel (7) kann die Ausrichtung des elektrischen Feldes bestimmt werden. Da sich die Luft aufgrund der Halogenlampe erwärmt, wird der Widerstand des Thermistors bei jeder Messung bestimmt, um mit einer Thermistor-Widerstandstabelle die Temperatur zu bestimmen.

## 2.2 Durchführung

Anfangs wird mithilfe der Libelle überprüft, ob der experimentelle Aufbau richtig ausgerichtet ist. Anschließend wird das Mikroskop scharf gestellt, indem auf das Millimeterpapier fokussiert wird.

Zuerst werden bei ausgeschaltetem elektrischen Feld Öltröpfchen in den Kondensator gegeben. Für die Messung der Geschwindigkeit wird eine Strecke von 0,5 mm betrachtet, bei der die Zurücklegung dieser Strecke optimalerweise in einem Zeitraum von  $5 < t < 30 \text{ s}$  geschehen soll. Somit werden nur Teilchen ausgewählt, deren Geschwindigkeit  $v_0$  zwischen  $100 \mu\text{m/s}$  und  $16 \mu\text{m/s}$  liegt.

Anschließend wird das elektrische Feld eingeschaltet, um die Ladung des Tröpfchens zu überprüfen. Dafür wird das Verhalten des Tröpfchens bei den verschiedenen Polungen des Kondensators betrachtet. Sollte das Tröpfchen ungeladen sein, wird bei ausgeschaltetem elektrischen Feld kurzzeitig die Umgebungsluft mit der radioaktiven Quelle ionisiert, damit sich Elementarladungen auf dem Tröpfchen absetzen.

Sobald ein Tröpfchen mit passender Geschwindigkeit und Ladung gefunden wird, ist die Spannung des Kondensators so einzustellen, dass das Tröpfchen ruht. Diese Messung wird für insgesamt 30 verschiedene Öltröpfchen wiederholt.

### 3 Auswertung

Anhand der aufgenommenen Messgrößen kann der Radius und die Ladung der Öltröpfchen ermittelt werden. Die Messdaten sind in Tabelle 1 aufgeführt.

#### 3.1 Bestimmung der Radien

Der Radius eines vermessenen Öltröpfchens wird über Formel (2) bestimmt. Für die Bestimmung der Radien wird die Viskosität von Luft, die Fallgeschwindigkeit und die Dichte des verwendeten Öles benötigt. Aus den gemessenen Widerständen des Thermistors ist die Temperatur zu bestimmen. Diese wird für die Viskosität der Luft benötigt. Der Zusammenhang zwischen Thermistorwiderstand und der Temperatur ist in [1] in Form einer Tabelle gegeben. Anhand dieser Daten ist eine Ausgleichsrechnung mit einem quadratischem Polynom durchgeführt worden. Das Ergebnis der Ausgleichsrechnung ist in Abb. 3 einzusehen.

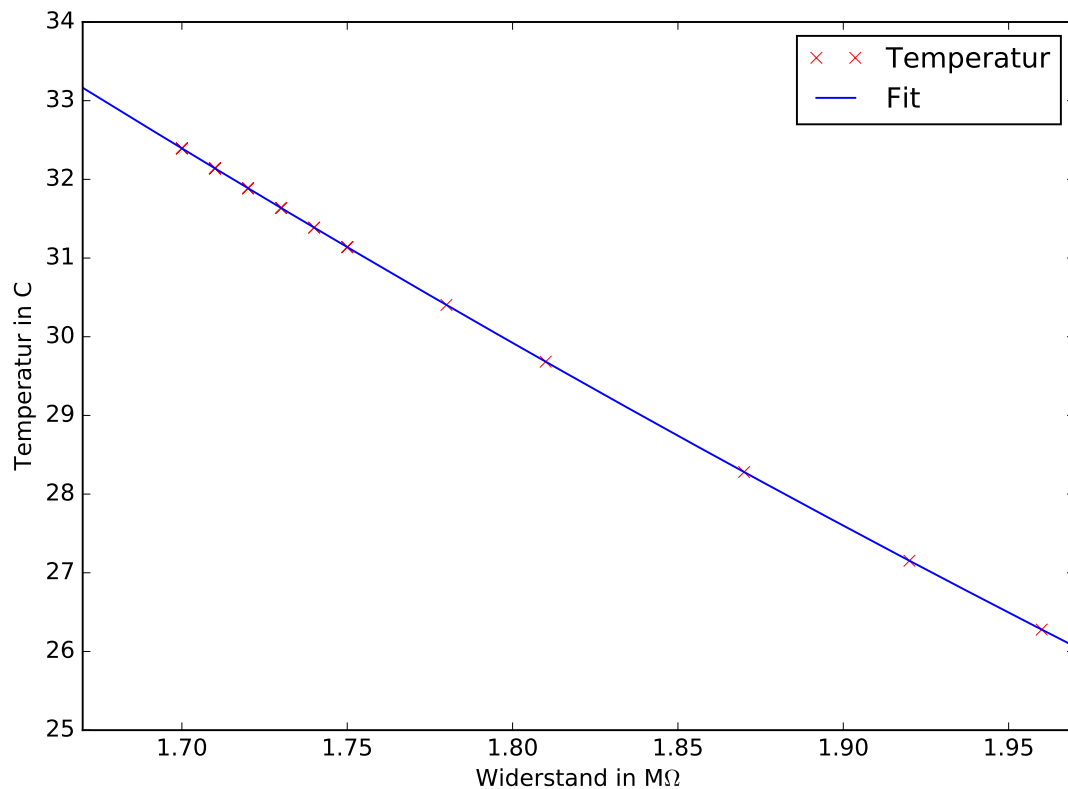


Abbildung 3: Gemessene Temperaturen.

Als Ausgleichsfunktion wird folgendes Polynom verwendet.

$$\frac{T(R)}{[K]} = 7,500 \cdot R^2 - 50,970 \cdot R + 97,369 \quad (9)$$

Die Viskosität von Luft ist mithilfe des Diagrammes aus [1] zubestimmt. Dafür sind zwei Punkte aus dem Diagramm abzulesen und die dazugehörige Geradengleichung sind zuermitteln. Die zu den gemessenen Temperaturen zugehörige Viskosität der Luft ist mittels der Geradengleichung zu bestimmen. Für die Dichte des verwendeten Öles wird der Literaturwert  $\rho_{\text{Oel}} = 886 \text{ kg/m}^3$  [1] verwendet. Die Fallzeit der Öltröpfchen wird über eine Strecke von 0,5 mm gemessen. Die Fallgeschwindigkeiten ergeben sich durch das teilen der Strecke durch die gemessene Fallzeit.

Die berechneten Radien sind in Tab. 1 dargestellt. Alle Werte sind als fehlerfrei angenommen worden, weshalb die Radien auch als fehlerfrei betrachtet werden.

### 3.2 Bestimmung der Ladung

Die Ladung eines vermessenen Öltröpfchens wird mit dem korrigierten Radius aus (8) über (6) ermittelt. In die Berechnung der Ladung fließt die herrschende  $E$ -Feldstärke, der Radius des Öltröpfchens, und der Druck mit ein. Die Konstante  $B$  wird in der Literatur [1] mit  $6,17 \cdot 10^{-3} \text{ cmTorr}$  angegeben. Als Druck wird der Atmosphärendruck mit 1,013 25 bar verwendet. Die  $E$ -Feldstärke ist durch die gemessene Spannung über den folgenden Zusammenhang festgelegt.

$$E = \frac{U}{d} \quad (10)$$

Die Spannungen  $U$  sind in Tabelle 1 einzusehen. Der Abstand zwischen den Kondensatorplatten ist mit  $(7,6250 \pm 0,0051) \text{ mm}$  [1] angegeben.

Damit sind alle Größen zur Berechnung der Ladung eines Öltröpfchens gegeben. Die berechneten Ladungen sind in Tabelle 1 einzusehen.

Das Diagramm 4 zeigt die gemessenen Ladungen im Verhältnis zu der Elementarladung. Die Elementarladung wird aus dem *SciPy*-Packet *constants* benutzt. Diese entspricht ungefähr einem Wert von 1,6022 C.

Die Elementarladung entspricht der Ladung, die den größten gemeinsamen Teiler aller gemessenen Ladungen bildet. Damit diese bestimmt werden kann werden die Messdaten sortiert. Danach werden für ähnliche Messdaten die Mittelung aus diesen verwendet. Dies ist mit der Quantelung der Elementarladung zu begründen. Ähnliche Messdaten müssen die selbe Elementarladung repräsentieren, da kein kontinuierliches Spektrum an Messdaten zugelassen ist. Der beste Kandidat für eine Elementarladung ist das Minimum der im Folgendem dargestellten Menge.

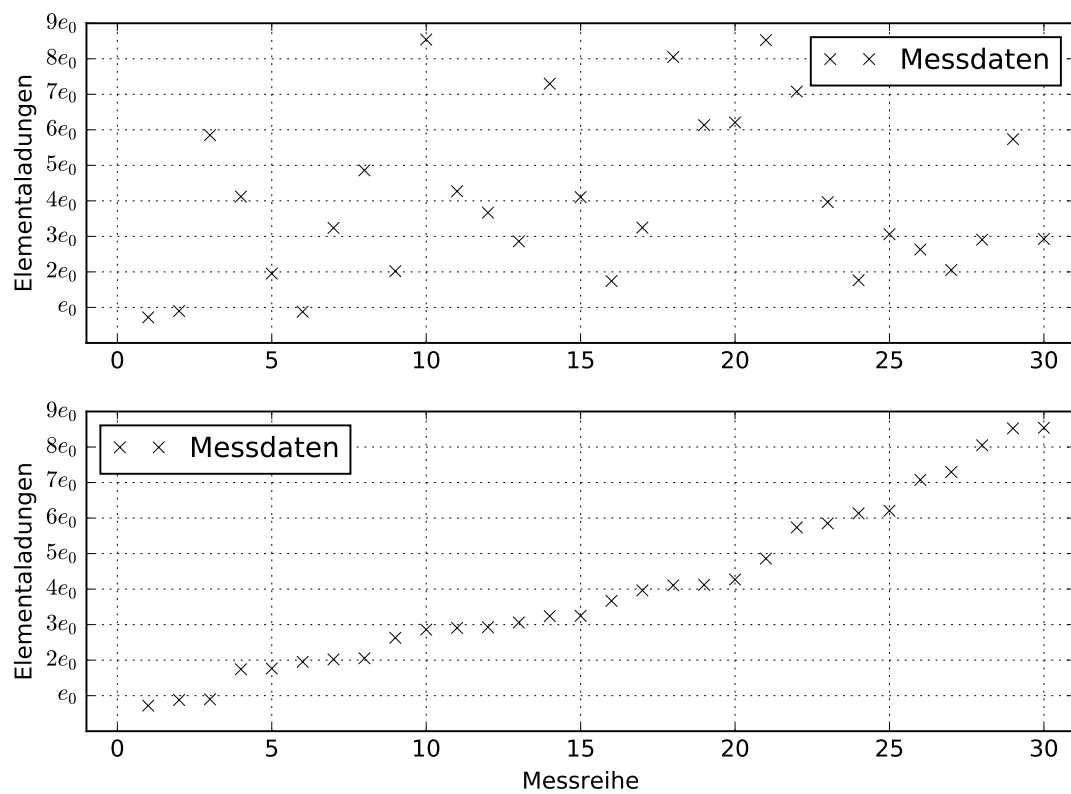


Abbildung 4: Ermittelte Ladungen. Das obere Diagramm zeigt die tatsächliche Messreihenfolge und das untere zeigt die bestimmten Ladungen der Größe nach sortiert.



$$\min \left\{ \left| \text{rd} \left( \frac{Q_i}{Q_{\text{Test}}} \right) - \frac{Q_i}{Q_{\text{Test}}} \right| \right\} \quad (11)$$

Als Testladungen wird das Intervall  $\{e_0 - 10^{-19} | e_0 + 10^{-19}\}$  verwendet. In (11) sind die  $Q_i$  die Mittelungen der gemessenen Ladungen und  $Q_{\text{Test}}$  ist das Testladungeintervall. Das Intervall werden so gewählt, da anzunehmen ist, dass die gemessene Elementarladung in der Umgebung der tatsächlichen Elementarladung  $e_0$  liegt.

Als gemessene Elementarladung ergibt sich der folgende Wert.

$$e_{\text{gemessen}} = 1,499 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad (12)$$

$$|\Delta_{e_0}| = 1,034 \cdot 10^{-20} \text{ C} \quad (13)$$

$$\delta_{e_0} = 0,065 \quad (14)$$

$\Delta_{e_0}$  ist dabei der absolute und  $\delta_{e_0}$  der relative Fehler. Auf eine Fehlerrechnung wird weitestgehend verzichtet, da auftretende Fehler lediglich aus dem Abstand der Kondensatorplatten resultieren.

### 3.3 Avogadro-Konstante

Mit Hilfe der Faraday-Konstante  $F$  und der Elementarladung lässt sich die Avogadro-Konstante ermitteln. Die Größen hängen über die folgende Beziehung zusammen.

$$N_A = \frac{F}{e_0} \quad (15)$$

Es wird der Wert der Faraday-Konstante aus dem *SciPy*-Packet *constants* verwendet. Der Literaturwert der Avogadro-Konstante lautet  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Mit der berechneten Elementarladung ergibt sich die Avogadro-Konstante wie folgt.

$$N_{A,\text{gemessen}} = 6,438 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad (16)$$

$$|\Delta_{N_A}| = 4,157 \cdot 10^{22} \text{ mol}^{-1} \quad (17)$$

$$\delta_{N_A} = 0,069 \text{ mol}^{-1} \quad (18)$$

## 4 Diskussion

Mögliche Fehlerquellen des Versuches sind in erster Linie Ablesefehler, da die Zeitmessung mit einer Stoppuhr realisiert wurde. Zudem ist nicht auszuschließen, dass die Fallbewegung der Öltröpfchen vollständig horizontal und unbeeinflusst von äußeren Einflüssen, wie Luftstöße war. Darüberhinaus ist die Viskositätsbestimmung der Luft zu hinterfragen, da die bestimmte Geradengleichung aus abgelesenen Punkten konstruiert wurde. Ablesefehler wurden dabei vernachlässigt. Außerdem sind die Werte des Thermistors in [1] mit drei Nachkommastellen angegeben. Die Widerstandsmessung ermöglichte jedoch nur Messungen auf bis zu zwei Nachkommastellen.

Das untere Diagramm aus Abb. 4 wurde der Übersichtlichkeit eingebunden. Anhand dieses Diagrammes wurden die Mittel der Messdaten, wie in der Auswertung erwähnt, bestimmt. Der gequantelte Charakter der Ladung ist deutlich zu erkennen.

Die gemessene Elementarladung weicht um  $\approx 6,4\%$  von dem Literaturwert ab. Im Rahmen der Messgenauigkeit ist dieses Ergebnis erstaunlich präzise.

Die Avogadro-Konstante  $N_A$  wurde bis auf  $\approx 7\%$  Abweichung vom Literaturwert wiedergefunden. Dieses Ergebnis ist unter Betrachtung der Messmethode äußerst präzise.

Zusammenfassend ist zuzusagen, dass alle Messerwartungen vollkommen bestätigt wurden.

## 5 Messdaten

In diesem Kapitel sind die gemessenen und berechneten Größen tabellarisch dargestellt. In der Tabelle gelten die folgenden Bezeichnungen.  $\Omega$  ist der gemessene Widerstand des Thermistors,  $t_0$  ist die Zeit die ein Öltröpfchen ohne Feld für 0,5 mm benötigt,  $U_g$  ist die Gleichgewichtsspannung,  $r$  der bestimmte Radius des Öltröpfchens und  $q$  die berechnete Ladung dieses Öltröpfchens.

Tabelle 1: Messdaten von V503.

$\Omega$ in $M\Omega$	$t_0$ in s	$U_g$ in V	$r$ in nm	$q$ in $10^{-20}C$	$\Delta_q$
1,96	17,78	269	481,68	11,53	0,01
1,92	29,26	96	367,85	14,39	0,01
1,87	35,03	11	333,67	93,72	0,06
1,81	15,76	58	516,72	66,01	0,04
1,78	34,00	35	340,40	31,27	0,02
1,71	23,20	147	420,96	14,08	0,01
1,75	15,41	77	524,17	51,91	0,03
1,75	6,83	187	806,51	77,85	0,05
1,75	11,40	200	615,59	32,37	0,02
1,75	6,61	112	820,46	136,85	0,09
1,74	9,93	118	662,57	68,40	0,05
1,74	18,00	53	482,38	58,77	0,04
1,73	19,26	61	465,27	45,82	0,03
1,73	13,78	41	556,91	116,91	0,08
1,73	9,40	134	682,31	65,79	0,04
1,72	20,30	92	452,41	27,93	0,02
1,73	11,56	122	611,52	52,02	0,03
1,72	6,84	113	806,81	128,98	0,09
1,72	13,58	50	561,49	98,25	0,07
1,72	15,49	40	523,33	99,44	0,07
1,71	8,49	76	720,51	136,58	0,09
1,71	9,55	76	677,16	113,38	0,08
1,71	8,13	175	737,13	63,52	0,04
1,71	15,55	140	522,45	28,27	0,02
1,71	9,03	192	697,47	49,04	0,03
1,70	12,13	140	596,78	42,13	0,03
1,70	16,18	113	511,64	32,89	0,02
1,71	12,67	118	582,87	46,57	0,03
1,70	6,95	155	800,71	91,91	0,06
1,70	14,95	90	533,79	46,90	0,03

## Literatur

- [1] TU-Dortmund. *Versuch V503: Der Milikian-Öltröpfchenversuch*. 23. Mai 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V503.pdf>.