

LECTURE 24

음파 물리학은 많은 연구 분야의 기초이다. 음파는 매질이 파동의 진행방향과 나란하게 진동하는 세로파동이다. 이 단원에서는 음파가 어떻게 기술되는지를 알아본다.

17 파동 - II

- 17.1 음 속
- 17.2 진행 음파
- 17.3 간섭
- 17.4 세기와 소리준위
- 17.5 음악적인 음원
- 17.6 맥놀이
- 17.7 Doppler 효과
- 17.8 초음속, 충격파

17.5 음악적인 음원

학습목표

- ☞ 소리의 반사와 정지파가 어떻게 발생하는지를 알아본다.

소리의 정지파

다음처럼 진행방향만 다른 두 코사인모양 음파를 고려하자.

$$s_1(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t) \quad \& \quad s_2(x, t) = s_m \cos(kx + \omega t)$$

- 음파의 중첩원리로 말미암아 합성 음파는 다음처럼 기술된다.

$$s'(x, t) = s_1(x, t) + s_2(x, t) = [2s_m \cos kx] \cos \omega t$$

- 이처럼 음파에서도 파형이 좌우로 진행하지 않고 매질 요소의 최소점과 최대점이 변하지 않는 정지파가 발생할 수 있다.
- $|2s_m \cos kx|$ 은 위치 x 에 해당하는 매질 요소의 진폭이다.
- 진행 음파와 달리 정지파의 진폭은 위치 x 에 따라 달라진다.

소리의 반사

다음처럼 $-x$ 축 방향으로 진행하는 코사인모양 음파를 고려하자.

$$s_{\text{in}}(x, t) = s_m \cos(kx + \omega t)$$

- 팽팽한 줄에서 진행방향이 다른 가로파동은 줄 끝에서의 약한 반사나 강한 반사로 인해 생긴다.
- 공기관에서도 관의 끝에서 일어나는 반사로 인해 진행방향이 다른 음파(세로파동)가 생긴다.

강한 반사

- 공기관의 닫힌 끝은 벽에 고정된 줄과 동등하다. 즉, 그곳($x=0$)에서 입사된 음파는 위상이 반대로 변하는 강한 반사를 한다.

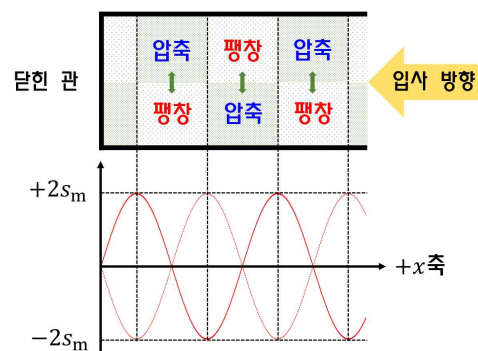
$$s_{\text{re}}(x,t) = -s_m \cos(-kx + \omega t) = -s_m \cos(kx - \omega t)$$

- 이때 입사파와 반사파의 합성 음파는 정지파가 된다.

$$s'(x,t) = s_{\text{in}}(x,t) + s_{\text{re}}(x,t) = -[2s_m \sin kx] \sin \omega t$$

- 이 정지파의 마디 x_{node} 와 배 x_{anti} 는 다음과 같다.

$$x_{\text{node}} = n\left(\frac{\lambda}{2}\right) \quad \& \quad x_{\text{anti}} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$



약한 반사

- 관 끝이 열려 있어도 음파의 반사는 일어난다.
- 공기관의 열린 끝은 y 축 방향으로 뻗어 있는 막대에 달린 고리에 묶인 줄과 동등하다. 즉, 그곳($x=0$)에서 입사된 음파는 위상이 변하지 않는 약한 반사를 한다.

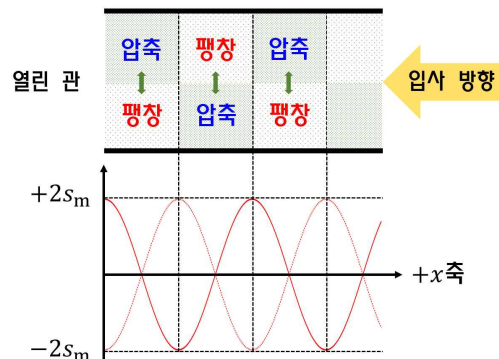
$$s_{\text{re}}(x,t) = s_m \cos(-kx + \omega t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

- 이때도 합성 음파는 정지파가 된다.

$$s'(x,t) = s_{\text{in}}(x,t) + s_{\text{re}}(x,t) = [2s_m \cos kx] \cos \omega t$$

- 이 정지파의 마디 x_{node} 와 배 x_{anti} 는 다음과 같다.

$$x_{\text{node}} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \quad \& \quad x_{\text{anti}} = n\left(\frac{\lambda}{2}\right) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$



열린 양쪽 끝

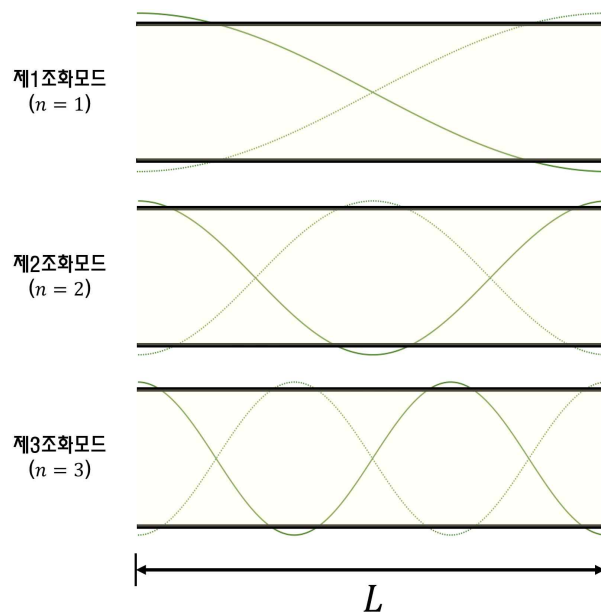
길이가 L 이고 양 끝이 열린 공기관에 생긴 파장과 음속이 각각 λ 와 v 인 진행 음파를 고려하자.

- 진행 음파가 관의 어느 쪽 끝에 도달하더라도 위상이 같은 반사파가 생긴다.
- 이때 L 이 $\frac{1}{2}\lambda$ 의 정수배이면 관에 생긴 진행 음파들의 간섭은 관의 양 끝이 배인 정지파(진동모드)를 만들어낸다.

$$L = n\left(\frac{1}{2}\lambda\right) \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- 제1조화모드($n = 1$) 또는 기본모드의 파장은 L 의 두 배이다.
- 공명진동수 f 는 다음과 같다.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2L} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

**한쪽만 열린 끝**

길이가 L 이고 한쪽 끝만 열린 공기관에 생긴 파장이 λ 인 진행 음파를 고려하자.

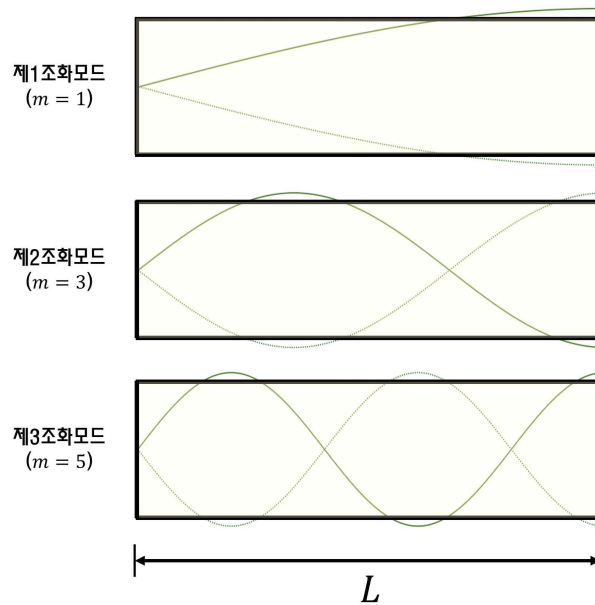
- 이 관에 생긴 진행 음파가 관의 닫힌 끝에 도달하면 위상이 반대인 반사파가 생기고, 음파가 관의 열린 끝에 도달하면 위상이 같은 반사파가 생긴다.
- 이때 L 이 $\frac{1}{4}\lambda$ 의 반정수배이면 관에 생긴 진행 음파들의 간섭은 관의 닫힌 끝과 열린 끝이 마디와 배인 진동모드를 만들어낸다.

$$L = \left(n + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\lambda\right) \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \Rightarrow L = m\left(\frac{1}{4}\lambda\right) \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

$$\Rightarrow \lambda = 4L/m \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

- 제1조화모드($m = 1$) 또는 기본모드의 파장은 L 의 네 배이다.
- 공명진동수 f 는 다음과 같다.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{mv}{4L} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$



17.6 맥놀이

학습목표

☞ 맥놀이가 무엇이고 왜 발생하는지를 알아본다.

맥놀이

고정된 위치에 진폭이 같고 진동수가 다른 두 음파의 합성 음파를 고려하자.

$$s_1 = s_m \cos \omega_1 t \quad \& \quad s_2 = s_m \cos \omega_2 t$$

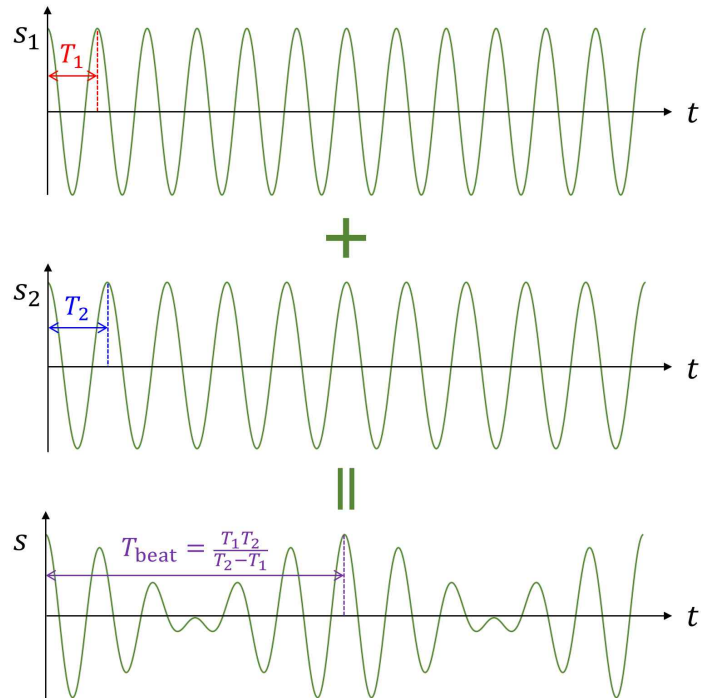
- 여기서 ω_1 와 ω_2 은 $\omega_1 > \omega_2$ 와 $\omega_1 \approx \omega_2$ 을 만족하는 각진동수이다.
- 이때 합성 음파는 다음처럼 기술된다.

$$s = s_1 + s_2 = [2s_m \cos \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t] \cdot \cos \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t = [2s_m \cos \omega' t] \cdot \cos \omega t$$

- 여기서 ω 와 ω' 은 각각 $\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ 와 $\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ 이다.
- $\omega_1 \approx \omega_2$ 로 말미암아 $\omega \gg \omega'$ 이므로 시간 t 에 따른 $\cos \omega' t$ 의 변화는 $\cos \omega t$ 의 변화에 비해 작다.
- 즉, 짧은 시간간격 동안에는 $|2s_m \cos \omega' t|$ 와 ω 을 합성 음파의 진폭과 각진동수로 볼 수 있다. 이처럼 음파의 진폭이 주기적으로 변하는 현상을 가리켜 **맥놀이**(beat)라고 한다.
- 최대 진폭 $2s_m$ 은 시간간격 $2\pi/\omega'$ 동안 두 번 일어난다.
- 그러므로 맥놀이의 주기 T_{beat} 는 π/ω' 이다.

$$T_{\text{beat}} = \frac{\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{1}{1/T_1 - 1/T_2} = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}$$

- 여기서 T_1 와 T_2 은 음파 s_1 와 s_2 의 주기이다.



- 그리고 T_{beat} 의 역수를 일컬어 맥놀이의 진동수 f_{beat} 라고 한다.

$$f_{\text{beat}} = \frac{1}{T_{\text{beat}}} = \frac{\omega'}{\pi} = \frac{\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)}{\pi} = \frac{\omega_1}{2\pi} - \frac{\omega_2}{2\pi} = f_1 - f_2$$

- 여기서 f_1 와 f_2 은 음파 s_1 와 s_2 의 진동수이다.

17.7 Doppler 효과

학습목표

- ☞ Doppler 효과가 무엇이고 왜 발생하는지를 알아본다.

Doppler 효과

음원과 검출기 사이의 상대운동으로 인해 음원에서 방출되는 음파의 진동수 f 와 검출기에 관측되는 음파의 진동수 f' 가 달라지는 현상을 일컬어 **도플러 효과**(Doppler effect)라고 한다.

$$f' = f \left(\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \right)$$

- 여기서 v 는 음속이고, v_S 와 v_D 는 매질에 대한 음원과 검출기의 상대속력이다.

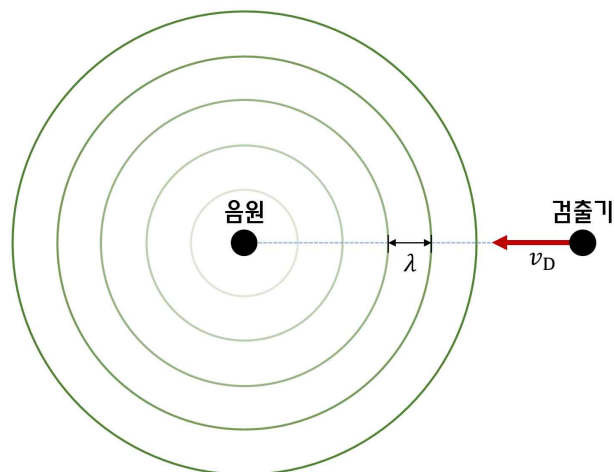
- 검출기가 음원에 가까워지도록 움직이면 분자의 \pm 부호는 $+$ 가 되지만, 그렇지 않으면 그 부호는 $-$ 가 된다.
- 음원이 검출기로부터 멀어지도록 움직이면 분자의 \pm 부호는 $+$ 가 되지만, 그렇지 않으면 그 부호는 $-$ 가 된다.
- 즉, 음원과 검출기가 가까워지면 $f' > f$ 가 되고, 음원과 검출기가 멀어지면 $f' < f$ 가 된다.

음원이 정지해 있는 때

음원이 정지해 있는 경우($v_S = 0$)를 고려하자.

- 음원이 방출하는 음파의 파장이 λ 일 때 검출기가 음원에 가까워지도록 움직이면 검출기는 그 음파를 λ 의 파장과 $v + v_D$ 의 음속을 지닌 음파로 관측한다.
- 이때 관측되는 진동수 f' 는 실제 진동수 f 보다 크다.

$$f' = \frac{v + v_D}{\lambda} = \left(\frac{v}{\lambda}\right) \left(\frac{v + v_D}{v}\right) = f \left(\frac{v + v_D}{v}\right)$$



- 검출기가 음원으로부터 멀어지도록 움직이면 검출기는 그 음파를 λ 의 파장과 $v - v_D$ 의 음속을 지닌 음파로 관측한다.
- 이때 관측되는 진동수 f' 는 실제 진동수 f 보다 작다.

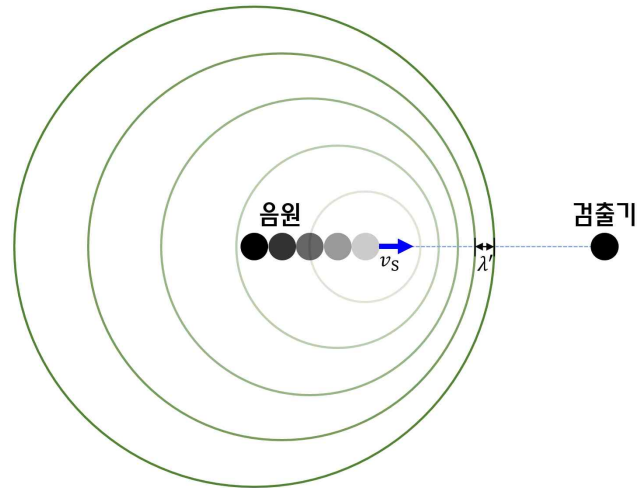
$$f' = \frac{v - v_D}{\lambda} = \left(\frac{v}{\lambda}\right) \left(\frac{v - v_D}{v}\right) = f \left(\frac{v - v_D}{v}\right)$$

검출기가 정지해 있는 때

검출기가 정지해 있는 경우($v_D = 0$)를 고려하자.

- 음원이 방출하는 음파의 파장과 주기가 λ 와 T 일 때 음원이 검출기에 가까워지도록 움직이면 검출기는 그 음파를 $\lambda' = (v - v_S)T$ 의 파장과 v 의 음속을 지닌 음파로 관측한다.
- 이때 관측되는 진동수 f' 는 실제 진동수 f 보다 작다.

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{1}{T}\right) \left(\frac{v}{v - v_S}\right) = f \left(\frac{v}{v - v_S}\right)$$



- 음원이 검출기로부터 멀어지도록 움직이면 검출기는 그 음파를 $\lambda' = (v + v_s)T$ 의 파장과 v 의 음속을 지닌 음파로 관측한다.
- 이때 관측되는 진동수 f' 는 실제 진동수 f 보다 크다.

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{1}{T}\right)\left(\frac{v}{v + v_s}\right) = f\left(\frac{v}{v + v_s}\right)$$

17.8 초음속, 충격파

학습목표

- 초음속과 충격파가 무엇인지를 알아본다.

초음속과 충격파

- 음속 v 보다 더 빠른 음원의 속력 v_s 을 일컬어 **초음속**(supersonic speed)이라고 한다.
- 이때 비율 v_s/v 을 가리켜 **마하 수**(Mach number)라고 한다.
- 음원이 초음속으로 움직일 때 음원 앞에 있는 매질에는 압력과 밀도의 급격한 변화가 일어나며 그로 인해 폭발과 굉음이 발생한다. 이를 **충격파**(shockwave)라고 부른다.