LECTURE 23

음파 물리학은 많은 연구 분야의 기초이다. 음파는 매질이 파동의 진행방향과 나란하게 진동하는 세로파동이다. 이 단원에서는 음파가 어떻게 기술되는지를 알아본다.

17.1 음 속

학습목표

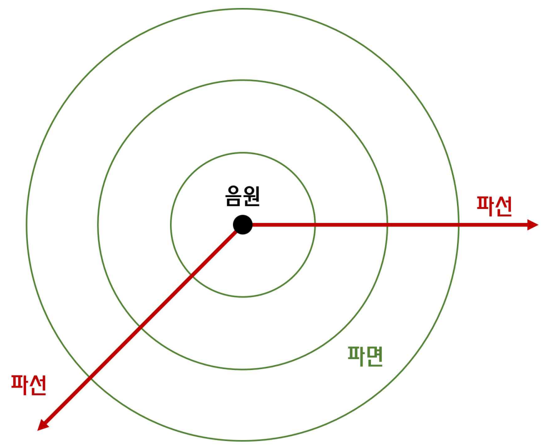
☞ 음파의 진행속도가 어떻게 표현되는지를 알아본다.

음 파

- 음파는 매질이 필요한 역학적 파동이다.
- 그때 매질 요소의 부피는 주기적으로 압축되고 팽창된다.
- 매질 요소에 가해지는 유압 변형력의 변화(**음압**) Δp와 그로 인한 매질 요소의 부피 변화 ΔV는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\Delta p = -B\frac{\Delta V}{V} \quad \Rightarrow \quad B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \quad \text{(부피탄성률)}$$

- 여기서 V는 음압이 없을 때($\Delta p = 0$) 매질 요소의 부피이다.
- 그리고 비례상수 B 앞에 붙은 음의 부호(-)는 매질에 가한 음압이 증가하면 매질 요소의 부피가 압축된다는 것을 나타낸다.
- 음파는 어떤 한 점원(**음원**)에서 모든 방향으로 퍼져 나간다.
- 음파(세로파동)의 매질은 음파의 진행방향과 나란하게 진동한다.
- 음파의 진행방향과 퍼짐은 **파면**(wavefront)과 **파선**(ray)으로 표현된다. 파면은 같은 변위를 가진 매질 요소들이 모여있는 면이고, 파선은 파면과 수직을 이루는 선을 이은 곡선이다. 파선은 대개 음원에서 뻗어 나가는 반직선이 된다.
- 3차원에서 파면은 구면이 되고 이 면들은 파선이 가리키는 방향으로 퍼져 나간다. 이를 **구면파**(spherical wave)라고 한다.



- 파면의 반지름이 커질수록 그 구면의 곡률은 감소한다.
- 그래서 음원으로부터 멀리 떨어진 파면은 하나의 평면으로 고려될 수 있다. 이를 **평면파**(plane wave)라고 한다.

음 속

- 줄에 생긴 가로파동의 진행속력 v은 줄의 선밀도 μ(관성적 특성)와 줄에 작용하는 장력의 크기 τ(탄성적 특성)에 의존한다.

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

- 세로파동인 음파의 진행속력(**음속**) v은 음압이 없을 때의(정지상태에 있을 때의) 매질 요소의 밀도 ρ(관성적 특성)와 부피탄성률 B(탄성적 특성)에 의존한다.

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Newton의 제2법칙에서 유도하기

단면적이 A이고 $+x$축 방향으로 뻗어 나가는 관을 따라 Δt동안 Δx만큼 진행하는 음파에서 다음처럼 주어진 매질 요소를 고려하자.

❖ 매질 요소의 질량은 Δm이다.

❖ 긴 관 안에서 음파는 $+x$축 방향을 향해 v의 속력으로 진행한다.

❖ 관찰자도 $+x$축 방향을 향해 v의 속력으로 움직인다.

  ✓ 음압이 없는 매질 요소는 관찰자에게 $-x$축 방향을 향해 v의 속력으로 움직이는 것처럼 보인다.

❖ 음압이 없는 지점에 가해지는 압력(유압 변형력)은 p이다.

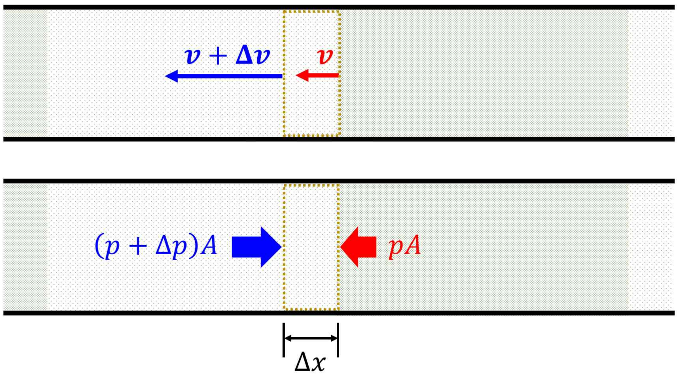
❖ 음압이 없을 때 매질 요소의 폭과 부피는 Δx와 V이다.

$$V = A\Delta x = Av\Delta t$$

❖ 음압이 없을 때 매질 요소의 밀도는 ρ이다.

$$\Delta m = \rho V = \rho Av\Delta t$$

❖ 매질 요소의 좌측면에는 음압이 Δp만큼 있지만, 우측면에는 음압이 없다. 즉, 좌측면과 우측면의 압력은 각각 $p+\Delta p$과 p이다.



- 매질 요소에 가해지는 알짜힘 F은 좌측의 음압 Δp과 단면적 A의 곱과 같다.

$$F = (p + \Delta p)A - pA = \Delta p\, A$$

- 또한, 그 매질 요소의 가속도 a는 다음처럼 근사될 수 있다.

$$a \approx \frac{-(v+\Delta v)-(-v)}{\Delta t} = -\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- 여기서 $-(v+\Delta v)$는 관찰자가 관측한 매질 요소의 좌측면 속력이고, $-v$는 관찰자가 관측한 매질 요소의 우측면 속력이다.
- 속도 변화 Δv는 매질 요소의 부피 변화 ΔV로 직결된다.

$$\Delta V = A \Delta v \Delta t$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\rho A \Delta v \Delta t}{\rho A v \Delta t} = \frac{\Delta v}{v}$$

- Newton의 제2법칙으로 말미암아 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$\Delta p\, A = F = (\Delta m)a = (\rho A v \Delta t)\left(-\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v / v} = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} = B$$

- 그러므로 음속 v은 다음처럼 표현된다.

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

17.2 진행 음파

학습목표	☞ 긴 관 안에 생긴 음파가 어떻게 기술되는지를 알아본다.

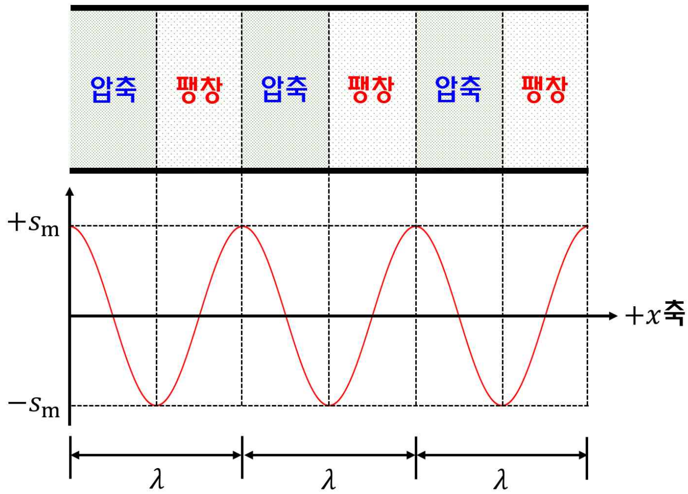
진행 음파

$+x$축 방향으로 뻗어있는 긴 관 안에 생긴 음파를 고려하자.

❖ 음파는 $+x$축 방향을 향해 v의 음속으로 진행한다.

❖ 정지해 있는 매질의 밀도와 부피탄성률은 각각 ρ와 B이다.

❖ 관의 단면적은 A으로 일정하다.



- 음파가 만드는 매질 요소의 진동은 줄에 생긴 가로파동과 같은 형식으로 움직인다. 단, 그 진동은 **가로진동**이 아니고 **세로진동**이다.

$$s(x,t) = s_{\mathrm{m}}\cos\theta = s_{\mathrm{m}}\cos(kx - \omega t + \phi)$$

- $s(x,t)$는 x축에 평행하게 진동하는 매질 요소의 변위함수이다.
- $s(x,t)$의 x는 음파가 발생하기 전 매질 요소의 위치를 가리킨다.
- 줄에 생긴 파동과 비슷하게 코사인함수의 값을 결정하는 θ을 일컬어 **위상**이라고 하고, $s_{\mathrm{m}}, k, \omega, \phi$을 음파의 **진폭**, **각파동수**, **각진동수**, **위상상수**라고 부른다.
- 음파의 파장 λ은 매질의 압축과 팽창이 반복되는 거리이다.
- 여기서는 s_{m}의 값이 λ에 비해 매우 작다고 가정한다.
- 매질 요소에 가해지는 음압 Δp은 다음처럼 표현된다.

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_{\mathrm{m}}\sin\theta = \Delta p_{\mathrm{m}}\sin(kx - \omega t + \phi)$$

- 여기서 최대음압을 나타내는 Δp_{m}를 가리켜 **음압진폭**이라고 한다.
- 음파의 진폭 s_{m}과 음압진폭 Δp_{m}은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\Delta p_{\mathrm{m}} = (v\rho\omega)s_{\mathrm{m}}$$

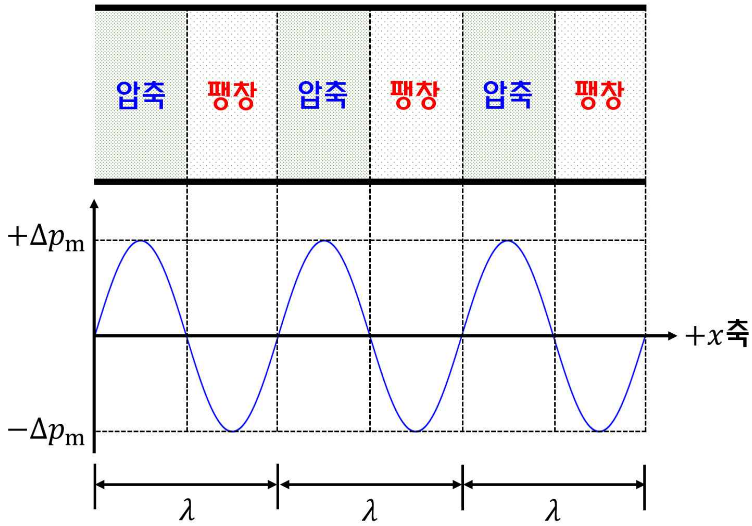
음압 유도하기

단면적이 A이고 $+x$축 방향으로 뻗어 나가는 관을 따라 Δt동안 Δx만큼 진행하는 음파에서 다음처럼 주어진 매질 요소를 고려하자.

❖ 음파는 $+x$축 방향을 향해 v의 음속으로 진행한다.

❖ 정지상태에서 매질 요소의 폭과 부피는 Δx과 V이다.

$$V = A\Delta x$$



- 매질 요소의 음압 Δp는 다음처럼 쓸 수 있다.

$$\Delta p = -B\frac{\Delta V}{V}$$

- 여기서 ΔV는 정지상태에서부터의 부피 변화이다.
- 부피 변화 ΔV는 매질 요소의 두 경계면에 해당하는 변위 s가 완전히 일치하지 않아 발생한다. 두 변위의 차이가 Δs일 때 ΔV은 다음처럼 표현된다.

$$\Delta V = A\Delta s \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{A\Delta s}{A\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

- $\Delta t \to 0$일 때 음압 Δp는 다음처럼 사인함수로 표현된다.

$$\Delta p = -B\frac{\Delta s}{\Delta x} = -B\frac{\partial s}{\partial x} = Bks_{\mathrm{m}}\sin(kx - \omega t + \phi)$$

- 여기서 Bks_{m}은 음압진폭 Δp_{m}이 된다.

$$\Delta p_{\mathrm{m}} = Bks_{\mathrm{m}} = (\rho v^2)(\omega/v)s_{\mathrm{m}} = (v\rho\omega)s_{\mathrm{m}}$$

17.3 간 섭

학습목표 ☞ 두 개의 음파가 어떻게 간섭하는지를 알아본다.

음파의 중첩원리 긴 관에 생긴 두 개의 진행 음파 $s_1(x,t)$와 $s_2(x,t)$를 고려하자.

- 두 개의 진행 음파가 중첩되어 생기는 합성 음파 $s'(x,t)$는 가로 파동처럼 두 음파의 대수적인 합과 같다.

$$s'(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t)$$

- 즉, 가로파동과 마찬가지로 같은 매질에 생긴 각 음파는 다른 음파의 진행을 방해하지 않는다.

음파의 간섭

위상상수만 ϕ만큼 차이가 나는 두 코사인모양 음파를 고려하자.

$$s_1(x,t) = s_{\mathrm{m}}\cos(kx-\omega t) \quad \& \quad s_2(x,t) = s_{\mathrm{m}}\cos(kx-\omega t+\phi)$$

- 두 각도 α, β의 코사인의 합은 다음과 같다.

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

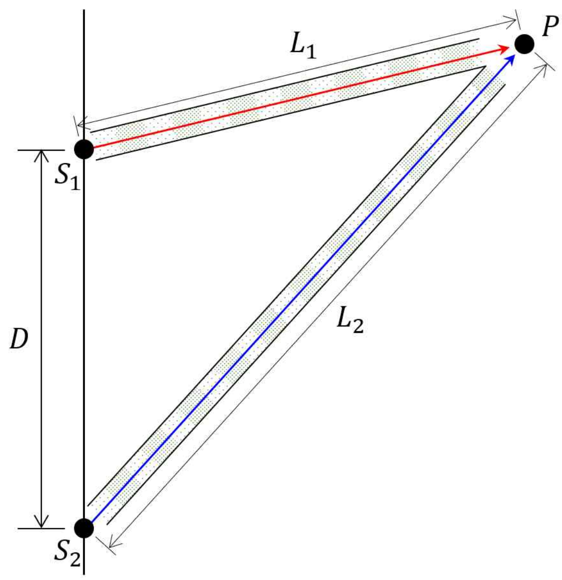
- 그래서 합성 음파는 다음처럼 표현된다.

$$s'(x,t) = [2s_{\mathrm{m}}\cos\tfrac{1}{2}\phi]\cos(kx-\omega t+\tfrac{1}{2}\phi)$$

- 가로파동의 간섭과 마찬가지로 합성 음파 자체도 진행 음파이다.
- 그때 합성 음파의 진폭 s_{m}'는 다음과 같다.

$$s_{\mathrm{m}}' = \left|2s_{\mathrm{m}}\cos\tfrac{1}{2}\phi\right|$$

- 가로파동의 간섭과 마찬가지로 위상상수 ϕ는 두 음파의 간섭 형태를 결정한다.
- ϕ를 조정하는 한 가지 방법은 아래 그림처럼 같은 두 음파를 다른 길이의 경로를 따라 보내는 것이다.



- 음파가 발생하는 두 음원 S_1와 S_2 사이의 거리 D에 비해 멀리 떨어진 점 P에서($L_1, L_2 \gg D$) 두 음파는 거의 나란히 진행한다.
- 점 P에서의 위상차 ϕ는 경로차 $\Delta L (= L_2 - L_1)$에 의존한다.

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \phi = \left(\frac{\Delta L}{\lambda}\right)2\pi$$

- 여기서 λ은 음파의 파장이다.

- 완전 보강간섭은 경로차가 파장의 정수배일 때 일어난다.

$$\phi = 2\pi m \ \ (m = 0, 1, 2, \ldots) \quad \Rightarrow \quad \Delta L = m\lambda$$

- 완전 상쇄간섭은 경로차가 파장의 반정수배일 때 일어난다.

$$\phi = 2\pi(m + \tfrac{1}{2}) \ \ (m = 0, 1, 2, \ldots) \quad \Rightarrow \quad \Delta L = (m + \tfrac{1}{2})\lambda$$

17.4 세기와 소리준위

학습목표

☞ 음파의 세기가 어떻게 정의되는지를 알아본다.

음파의 세기

음파가 통과하는 면에 단위면적당 역학에너지가 전달되는 평균비율을 일컬어 음파의 **세기**(intensity) I라고 한다.

$$I = P_{\text{avg}} / A$$

- 여기서 P_{avg}는 **평균 일률**(음파에 의해 전달되는 역학에너지에 대한 평균 전달률)이며, A는 음파가 통과하는 면의 넓이이다.

운동에너지

단면적이 A이고 $+x$축 방향으로 뻗어 나가는 관을 따라 Δt동안 Δx만큼 진행하는 음파 $s(x,t)$를 고려하자.

$$s(x,t) = s_{\text{m}} \cos(kx - \omega t + \phi)$$

- 이때 음속 v은 $\Delta x / \Delta t$와 같으므로 음파가 Δt동안 전달하는 에너지는 정지상태에서 Δx의 폭을 지닌 매질 요소가 지닌 역학에너지 ΔE와 같다. 그 매질 요소의 운동에너지 ΔK는 다음과 같다.

$$\Delta K = \tfrac{1}{2}(\Delta m) u^2$$

- Δm과 u는 각각 매질 요소의 질량과 속도이다.

$$\Delta m = \rho(A \Delta x) \quad \& \quad u = \frac{\partial s}{\partial t} = \omega s_{\text{m}} \sin(kx - \omega t + \phi)$$

- ρ는 음압이 없는(정지상태에 있는) 매질 요소의 밀도이다.
- Δt동안 음파가 전달되는 운동에너지 ΔK는 다음처럼 쓸 수 있다.

$$\Delta K = \frac{1}{2} \rho A \omega^2 s_{\text{m}}^2 \sin^2(kx - \omega t + \phi) \Delta x$$

- 즉, 음파가 운반하는 운동에너지의 시간당 전달률은 다음과 같다.

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho A \omega^2 s_{\text{m}}^2 \sin^2(kx - \omega t + \phi) \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho A v \omega^2 s_{\text{m}}^2 \sin^2(kx - \omega t + \phi)$$

- 그러므로 파장 단위에서의 평균 전달률은 다음과 같다.

$$\left[\sin^2(kx-\omega t+\phi)\right]_{\text{avg}} = \frac{1}{\lambda}\int_0^\lambda \sin^2(kx-\omega t+\phi)dx = \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\text{avg}} = \frac{1}{2}\rho A v\omega^2 s_{\text{m}}^2\left[\sin^2(kx-\omega t+\phi)\right]_{\text{avg}} = \frac{1}{4}\rho A v\omega^2 s_{\text{m}}^2$$

탄성 퍼텐셜에너지

- 정지상태에서 Δx의 폭을 지닌 매질 요소는 가로파동의 줄 요소와 마찬가지로 하나의 용수철처럼 고려될 수 있다.
- 이때 음압 Δp에 해당하는 힘 F을 보존력으로 생각할 수 있다.
- F는 매질 요소에 가해지는 힘이 아니라 매질 요소가 다른 매질 요소에 가하는 힘이다.

$$F = -(\Delta p)A = -\rho A v\omega s_{\text{m}}\sin(kx-\omega t+\phi)$$

- 음압이 없을 때부터 힘 F가 한 일 W은 매질 요소의 폭 길이 변화 Δs에 의존한다.

$$W \approx -\tfrac{1}{2}F\Delta s = -\tfrac{1}{2}\rho A v\omega s_{\text{m}}\sin(kx-\omega t+\phi)\Delta s$$

- ½은 매질 요소의 폭 길이가 선형적으로 변하는 것을 나타낸다.
- 음압이 없는 매질 요소의 탄성 퍼텐셜에너지를 0으로 잡을 때 음압이 있는 매질 요소의 탄성 퍼텐셜에너지 ΔU는 다음과 같다.

$$\Delta U = -W = \tfrac{1}{2}\rho A v\omega s_{\text{m}}\sin(kx-\omega t+\phi)\Delta s$$

- ΔU은 Δt동안 전달되는 탄성 퍼텐셜에너지이므로 음파가 운반하는 탄성 퍼텐셜에너지의 시간당 전달률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta U}{\Delta t} &= \frac{1}{2}\rho A v\omega s_{\text{m}}\sin(kx-\omega t+\phi)\frac{\Delta s}{\Delta t} \\ &\approx \frac{1}{2}\rho A v\omega s_{\text{m}}\sin(kx-\omega t+\phi)\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right) \\ &= \frac{1}{2}\rho A v\omega s_{\text{m}}\sin(kx-\omega t+\phi)\cdot\omega s_{\text{m}}\sin(kx-\omega t+\phi) \\ &= \frac{1}{2}\rho A v\omega^2 s_{\text{m}}^2\sin^2(kx-\omega t+\phi)\end{aligned}$$

- 탄성 퍼텐셜에너지도 운동에너지와 같은 평균 전달률로 전달된다.

$$\left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right)_{\text{avg}} = \frac{1}{4}\rho A v\omega^2 s_{\text{m}}^2 = \left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\text{avg}}$$

음파의 평균 일률

- 그러므로 음파의 **평균 일률** P_{avg}은 다음과 같다.

$$P_{\text{avg}} = \left(\frac{\Delta E}{\Delta t}\right)_{\text{avg}} = \left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\text{avg}} + \left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right)_{\text{avg}} = 2\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\text{avg}} = \frac{1}{2}\rho A v\omega^2 s_{\text{m}}^2$$

결론적으로 긴 관에 생긴 음파의 세기 I는 다음처럼 표현된다.

$$I = \frac{P_{\text{avg}}}{A} = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_{\text{m}}^2$$

거리에 따른 세기의 변화

- 음파가 음원으로부터 퍼져 나가는 동안 그 역학에너지가 보존된다면 음원에서 r만큼 떨어진 곳에서의 소리 세기 I는 다음과 같다.

$$I = \frac{P_{\text{s}}}{4\pi r^2}$$

- 여기서 P_{s}은 등방성 음원의 **평균 일률**(음원이 방출하는 평균 에너지의 시간변화율)이고, $4\pi r^2$은 반지름이 r인 구의 표면적이다.

소리준위

- 일상에서는 세기 I보다 다음처럼 정의된 **소리준위** β를 사용한다.

$$\beta = (1\text{B})\log(I/I_0) = (10\text{dB})\log(I/I_0)$$

- 여기서 B(bel)과 dB(decibel)은 소리준위의 무차원 단위이다.
- dB의 d(deci-)는 10^{-1}을 의미하는 SI 단위의 접두어이다.
- W/m^2은 소리 세기의 SI 단위이지만 B과 dB은 SI 단위가 아니다.
- I_0은 음파의 표준세기($=10^{-12}\,\text{W/m}^2$)이다.
- I_0은 사람이 들을 수 있는 가장 작은 세기에 가깝다.
- 소리의 세기가 10배 증가할 때마다 $10\,\text{dB}(=1\text{B})$ 증가한다.
- $0\,\text{dB}(I = I_0)$와 $120\,\text{dB}(I = 10^{12} I_0)$은 사람의 청각기관이 들을 수 있는 최소 준위와 최대 준위이다.