

미분적분학 II(국방정보공학)

2020년 2학기

Quiz III

성명(학번) 송민정 (2020032706)

1. 두 벡터 $a=(2,3,-1)$ 와 $b=(-1,3,4)$ 에 대하여 a 의 b 위로의 사영벡터를 구하여라.
(4점)

a 의 b 위로의 사영벡터를 C 라 하면,

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{a \cdot b}{b \cdot b} \right) b = \left(\frac{-2+9-4}{1+9+16} \right) (-1, 3, 4) \\ &= \frac{3}{26} (-1, 3, 4) \\ &= \left(-\frac{3}{26}, \frac{9}{26}, \frac{6}{13} \right) \end{aligned}$$

2. 원점과 세 점 $(-3,2,4)$, $(1,3,-3)$, $(-2,2,4)$ 를 인접하는 꼭지점으로 하는 평행육면체의 부피를 구하여라. (4점)

삼각의 공식을 이용하면, $a=(-3,2,4)$, $b=(-2,2,4)$, $C=(1,3,-3)$ 라 할 때,

$$\begin{aligned} a \cdot (b \times C) &= \begin{vmatrix} -3 & 2 & 4 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -3 \end{vmatrix} = 18 + 8 - 24 - (8 - 36 + 12) \\ &= 18 \end{aligned}$$

∴ 평행육면체의 부피는 18이다.

3. $a=(1,0,1)$, $b=(2,1,4)$, $c=(1,3,2)$, $d=(2,-3,1)$ 에 대하여 $(a \times b) \times (c \times d)$ 를 구하여라. (4점)

$(a \times b) \times c = (a \cdot c)b - (b \cdot c)a$ 가 성립하므로 $(c \times d) = k$ 라 하면,

$(a \times b) \times k = (a \cdot k)b - (b \cdot k)a$ 가 성립한다.

$$k = (c \times d) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 9\hat{i} + 3\hat{j} - 9\hat{k} = (9, 3, -9)$$

$$(a \cdot k)b - (b \cdot k)a = 0 \cdot b - (18+3-9) \cdot a = -(-15)a$$

$$= 15a = (15, 0, 15)$$

4. (a) 점 $A(2,4,-3)$ 과 $B(3,-1,1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하여라. (3점)

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = (1, -5, 4)$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+3}{4}$$

(b) 위 직선은 어느 점에서 xy -평면에서 만나는가? (3점)

xy -평면 위의 점을 $P(a, b, 0)$ 라 하면

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+3}{4} \text{ 에서 } \frac{a-2}{1} = \frac{b-4}{-5} = \frac{3}{4}$$

$$4a-8=3, \quad a=\frac{11}{4}$$

$$4b-16=-15 \quad b=\frac{1}{4}$$

\therefore 점 $P(\frac{11}{4}, \frac{1}{4}, 0)$ 에서 만난다.