LECTURE 02

세상의 모든 것들은 움직인다. 물리학의 동역학에서는 물체의 운동을 연구하여 운동을 분류하고 비교한다. 단원에서는 직선으로 운동하는 물체에 대한 기본적인 물리학을 다룬다.

2.1 위치, 변위, 평균속도

학습목표

☞ 직선운동을 하는 물체를 어떻게 취급하는지를 안다.
☞ 평균속도와 평균속력의 차이점을 이해한다.

1차원 운동

- 직선으로 움직이는 물체에 대한 운동을 **1차원 운동**이라고 한다.
- 1차원 운동에서 물체는 부피가 없는 입자처럼 취급된다.
- 물체의 위치는 어떤 기준점(영점)에 대한 상대적 위치로 표현된다.
- 축에서 숫자가 증가하는 방향을 양의 방향이라고 하고 숫자가 감소하는 방향을 음의 방향이라고 한다.

변위

- 1차원 운동에서 위치의 변화량을 **변위** Δx라고 하고 그 절댓값은 변위의 크기라고 한다. 물체의 처음 위치와 나중 위치가 각각 x_0와 x_1일 때 그 변위는 $x_1 - x_0$이고 그 크기는 $|x_1 - x_0|$이다.
- 변위의 부호는 물체의 운동 방향을 나타낸다. 변위는 방향과 크기를 갖는 **벡터량**이다.

평균속도
평균속력

- 변위에 그 운동시간을 나눈 값을 **평균속도** v_{avg}이라고 한다.

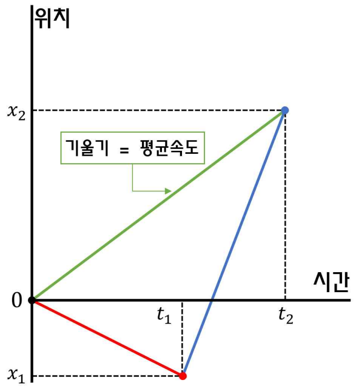
$$v_{\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0}$$

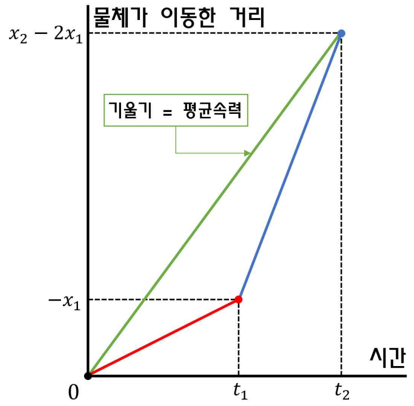
- 평균속도도 변위와 마찬가지로 크기와 방향을 갖는 **벡터량**이다.
- 물체가 움직인 총 거리에서 그 운동시간을 나눈 값을 **평균속력** s_{avg}이라고 한다. ※ 평균속력은 방향을 포함하지 않는다.

$$s_{\text{avg}} = \frac{\text{총거리}}{\Delta t}$$

예제

- 평균속도의 크기와 평균속력은 다를 수 있다.





$$v_{\text{avg}} = \frac{x_2}{t_2} \quad \& \quad s_{\text{avg}} = \frac{-x_1 + (-x_1 + x_2)}{t_2 - 0} = \frac{x_2 - 2x_1}{t_2} \quad \Rightarrow \quad |v_{\text{avg}}| \neq s_{\text{avg}}$$

2.2 순간속도와 속력

학습목표

☞ 순간속도와 순간속력을 이해한다.

순간속도와 순간속력

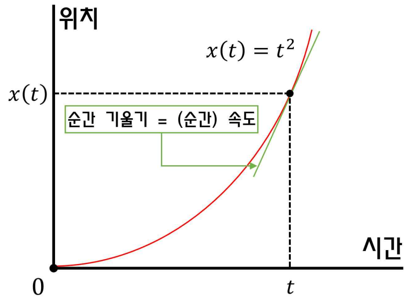
- 평균속도의 시간 간격 Δt을 0으로 접근시킬 때 그 극한값을 **순간속도** 또는 **속도** v라고 하고 그 크기는 **순간속력**(또는 **속력**)라고 한다.

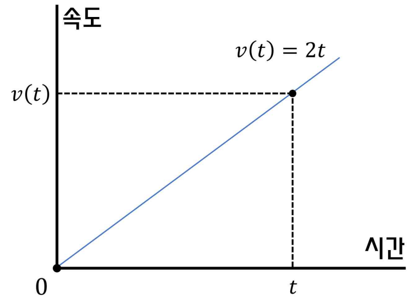
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

- 입자의 속도가 시간에 따라 변하지 않을 때 **등속운동**을 한다고 말한다.

예제

속도함수 $v(t)$는 시간 t에 대한 위치함수 $x(t)$의 미분이다.





2.3 가속도

학습목표

☞ 평균 가속도와 순간 가속도를 이해한다.

평균 가속도

- 입자의 속도가 시간에 따라 변할 때 **가속도 운동**을 한다고 말한다.
- 속도의 변화량에 그 운동시간을 나눈 값을 **평균 가속도** a_{avg}라고 한다.

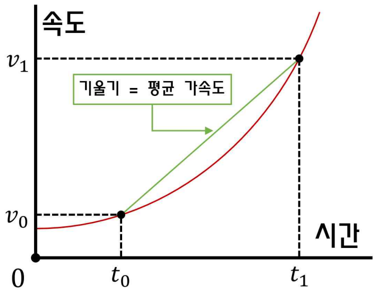
$$a_{\text{avg}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$

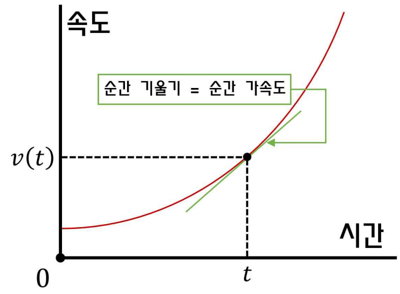
순간 가속도

- 평균 가속도의 시간 간격 Δt을 0으로 접근시킬 때 그 극한값을 **순간 가속도** 또는 **가속도** a라고 한다.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

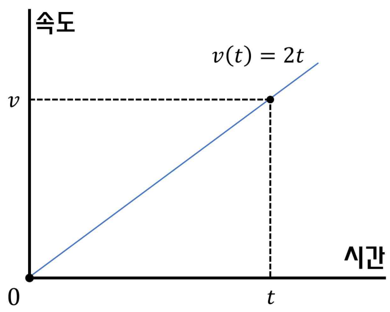
- 입자의 속도와 가속도의 부호가 같으면 속력은 증가하고 부호가 반대이면 속력은 감소한다.

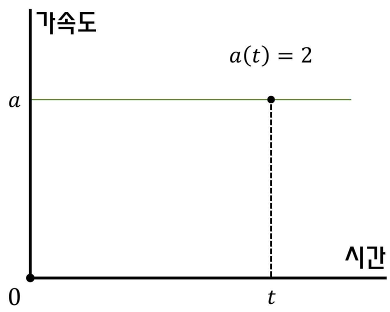




예제

- 가속도 함수 $a(t)$는 시간 t에 대한 속도함수 $v(t)$의 미분이다.
- 즉, $a(t)$은 시간 t에 대한 $x(t)$의 2차 미분이다.





2.4 등가속도 운동

학습목표

☞ 등가속도 운동을 기술하는 관계식들을 유도한다.

등가속도

- 입자의 가속도가 시간에 따라 변하지 않을 때 **등가속도 운동**을 한다고 말한다.

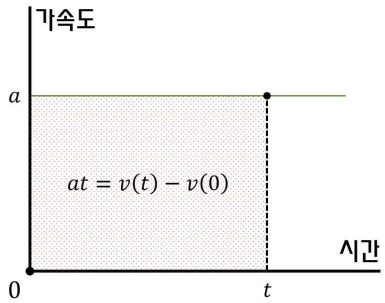
1번째 관계식

- 등가속도 운동에서 평균 가속도와 순간 가속도는 같다.

$$a = a_{\text{avg}} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t}$$

- v_0와 v_1가 각각 시간 t_0과 t_1에 해당하는 두 속도일 때 v_1는 다음처럼 표현될 수 있다.

$$v_1 = v_0 + a\Delta t \text{ 또는 } v(t) = v(0) + at$$



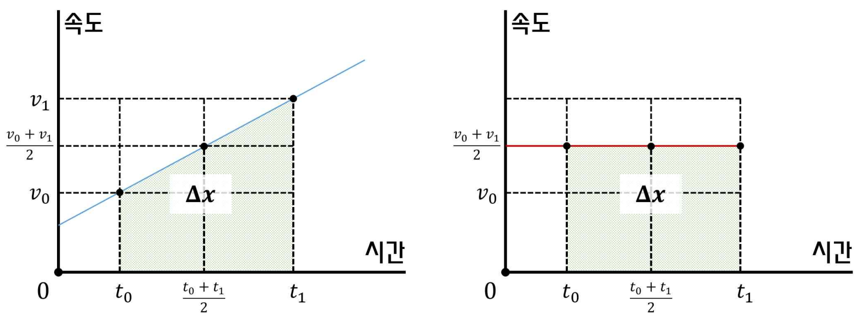
평균속도

- 위치함수 $x(t)$는 속도함수 $v(t)$을 적분하여 얻을 수 있다.

$$\Delta x = x(t_1) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} v(t)dt = v(0)(t_1 - t_0) + \frac{1}{2}a(t_1^2 - t_0^2)$$

- t_0부터 t_1까지의 평균속도 v_{avg}는 다음처럼 표현될 수 있다.

$$v_{\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(v(0) + at_0) + (v(0) + at_1)}{2} = \frac{v_0 + v_1}{2}$$



2번째 관계식

x_0와 x_1가 각각 시간 t_0과 t_1에 해당하는 두 위치일 때 x_1는 다음처럼 표현될 수 있다.

$$x_1 = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (t_1^2 - t_0^2)$$

$$\text{또는 } x(t) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2} a t^2$$

3번째 관계식

1번째 관계식과 평균속도 v_{avg}의 관계식을 결합하면 다음 관계식을 얻을 수 있다. **※일-운동에너지 정리**에서 유용하게 사용된다.

$$v_1^2 - v_0^2 = (v_1 - v_0)(v_1 + v_0) = a \Delta t \times 2 v_{\text{avg}} = 2a \Delta x$$

$$\text{또는 } v^2(t) = v^2(0) + 2a\{x(t) - x(0)\}$$

4번째 관계식

평균속도의 관계식을 이용하면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{\text{avg}} = \frac{v_0 + v_1}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v_1)\Delta t$$

$$\text{또는 } x(t) = x(0) + \frac{1}{2}\{v(0) + v(t)\}t$$

5번째 관계식

2번째 관계식에 1번째 관계식을 적용하면 $x(t)$은 다음처럼 표현될 수 있다.

$$x_1 = x_0 + v_1 \Delta t - \frac{1}{2}(t_1^2 + 3t_0^2 - 4t_0 t_1)$$

$$\text{또는 } x(t) = x(0) + v(t) \cdot t - \frac{1}{2} a t^2$$

2.5 자유낙하 가속도

학습목표

☞ 자유낙하 운동을 이해한다.

자유낙하

- 물체를 위 또는 아래로 던질 때 물체에 작용하는 공기의 영향을 무시할 수 있다면 **자유낙하 운동**을 한다고 말한다.
- 지면 근처에서의 **자유낙하 가속도**는 물체의 질량, 밀도, 모양 등의 특성과 상관없이 모든 물체에 동일하게 둘 수 있다.
- 즉, 자유낙하 운동은 등가속도 운동 중 하나이다.

- 자유낙하 가속도의 크기 g는 대략 9.8m/s^{2}이다.
- 지면과 수직한 축을 물체의 운동방향으로 잡을 때 지면의 위 방향을 양의 값으로 취하면 자유낙하 가속도는 $-g$이다. 즉, $a=-g$.

자유낙하 관계식

1번째 관계식: $v(t)=v(0)-gt$

2번째 관계식: $y(t)=y(0)+v(0)\cdot t-\frac{1}{2}gt^2$

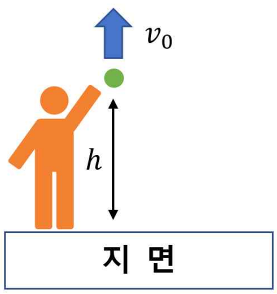
3번째 관계식: $v^2(t)=v^2(0)-2g\{y(t)-y(0)\}$

4번째 관계식: $y(t)=y(0)+\frac{1}{2}\{v(0)+v(t)\}t$

5번째 관계식: $y(t)=y(0)+v(t)\cdot t+\frac{1}{2}gt^2$

예제

지면에서 h만큼 떨어진 높이에서 물체를 속도 v_0로 던진 경우



- 최고점에서의 속도는 0이다.
- 최고점에 도달하는 데 걸리는 시간은 v_0/g이다. (1번째 관계식)
- 최고점은 $h+v_0^2/2g$이다. (2번째 관계식)
- 높이 h로 돌아왔을 때 물체의 속력은 v_0이다. (3,4번째 관계식)
- 높이 h로 돌아오는 데 걸리는 시간은 $2v_0/g$이다. (1번째 관계식)
- 지면에 도달하는 데 걸리는 시간은 $v_0/g+\sqrt{(v_0/g)^2+2h/g}$ 이다. (2번째 관계식)
- 지면에 도달한 순간의 속력은 $\sqrt{v_0^2+2gh}$ 이다. (3번째 관계식)