

Chapter 28 Magnetic Fields

Chap. 28-1 Magnetic Fields and the Definition of \mathbf{B}

Chap. 28-2 Crossed Fields: Discovery of The Electron

Chap. 28-3 Crossed Fields: The Hall Effect

Chap. 28-4 A Circulating Charged Particle

Chap. 28-5 Cyclotrons and Synchrotrons

Chap. 28-6 Magnetic Force on Current-Carrying Wire

Chap. 28-7 Torque on a Current Loop

Chap. 28-8 The Magnetic Dipole Moment

Chap. 28-1 Magnetic Fields and the Definition of B

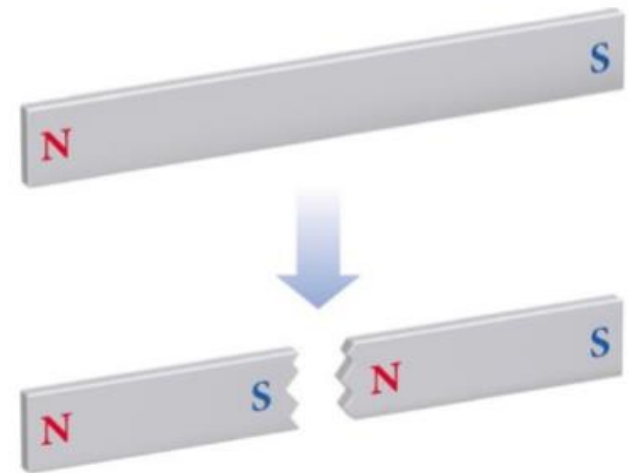
■ 자석의 발견

- 그리스 중부의 **마그네시아** 지역에서 철과 같은 금속류를 끌어당기는 천연광물 발견



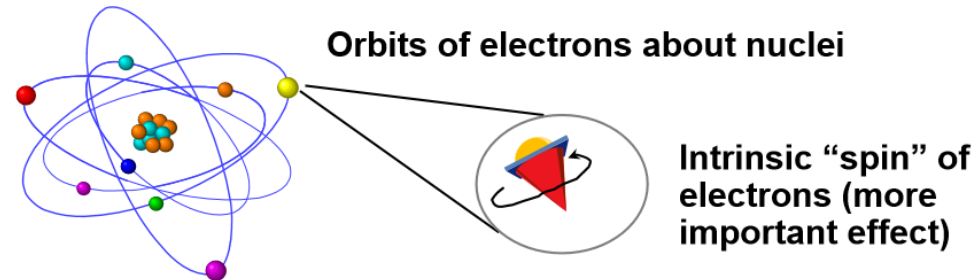
■ 자석의 성질

- 같은 극끼리는 서로 밀어내고 다른 극끼리는 서로 끌어당긴다.
- 자유롭게 회전하도록 놓아두면 지구의 북극과 남극방향으로 정렬된다.
- 자석의 **북극과 남극을 분리할 수 없다.**



Chap. 28-1 Magnetic Fields and the Definition of B

- Magnetic Fields are created by moving electric charge!
- Where is the moving charge?



• *Magnetic pole*

⇓
Dipole
(*No mono-pole*)

Electric pole

  : *mono-poles*
electron *proton*

• 자기장 (magnetic field) 만드는 방법

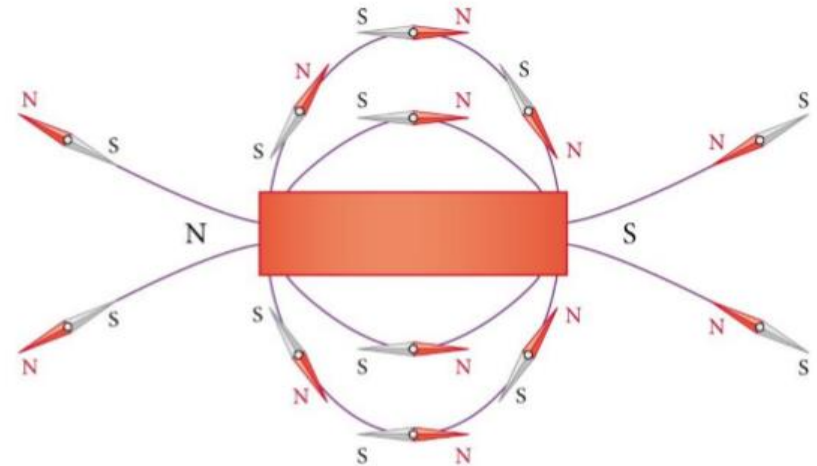
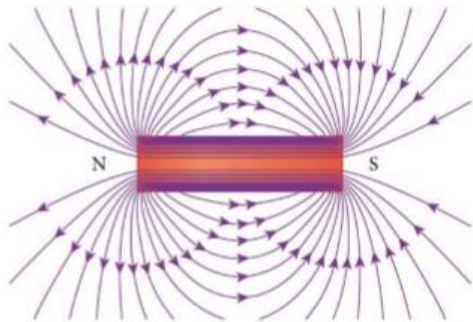
- ① 자석(자기 쌍극자)을 둠
- ② 전류가 흐르는 도선을 둠



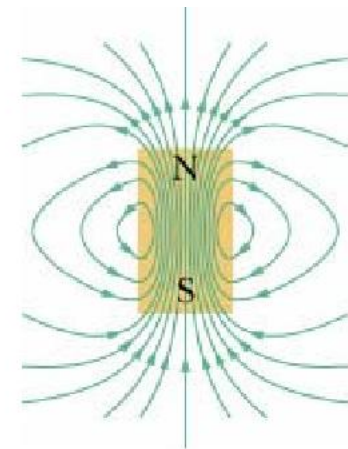
Electric current induces a magnetic field.

Chap. 28-1 Magnetic Fields and the Definition of B

■ 자기장선



- 정의**
- ① 밀도: 자기력선의 밀도는 B 의 세기에 비례
 - ② 방향: 자석의 N극이 밀려가는 방향
 - ③ B 의 방향은 자기력선의 접선방향



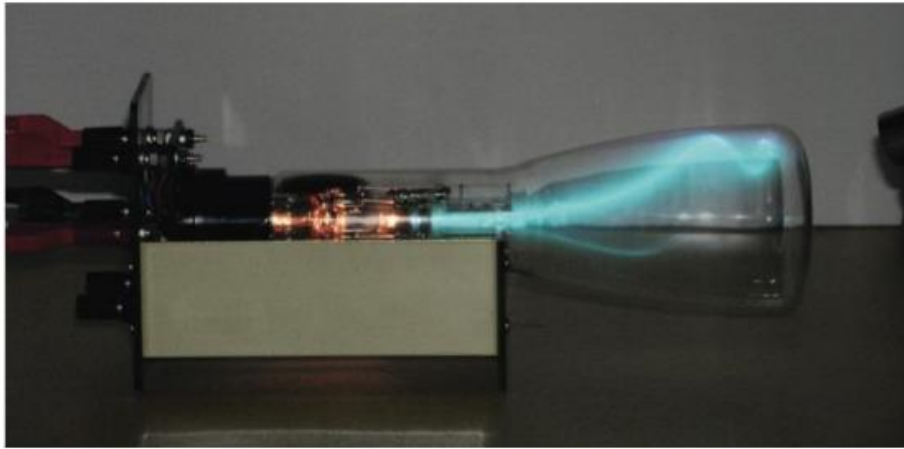
자석을 잘라도 자극을 분리할 수 없음



Mono pole 없다.

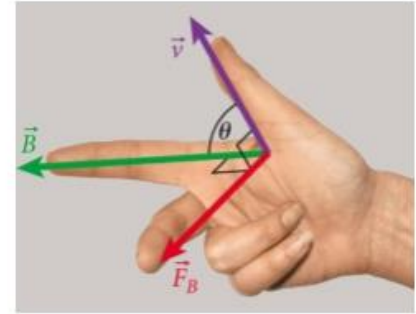
Chap. 28-1 Magnetic Fields and the Definition of B

▪ 전하가 자기장에서 받는 힘



약간의 가스를 넣은 진공관 안에서 전자빔이 자석에 의해서 휘어지는 모습

- 자기력의 크기
 $F_B = |q| B v \sin \theta$
- 자기력의 방향
속도와 자기장에 수직



$$\vec{F}_B = q \underline{\vec{v}} \times \vec{B}$$

비교) 전기장에서 전하가 받는 힘:

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

- 자기력과 일 : 자기장은 움직이는 전하에 어떤 일도 하지 않는다.

$$P_B = \vec{F}_B \cdot \vec{v} = q \vec{v} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

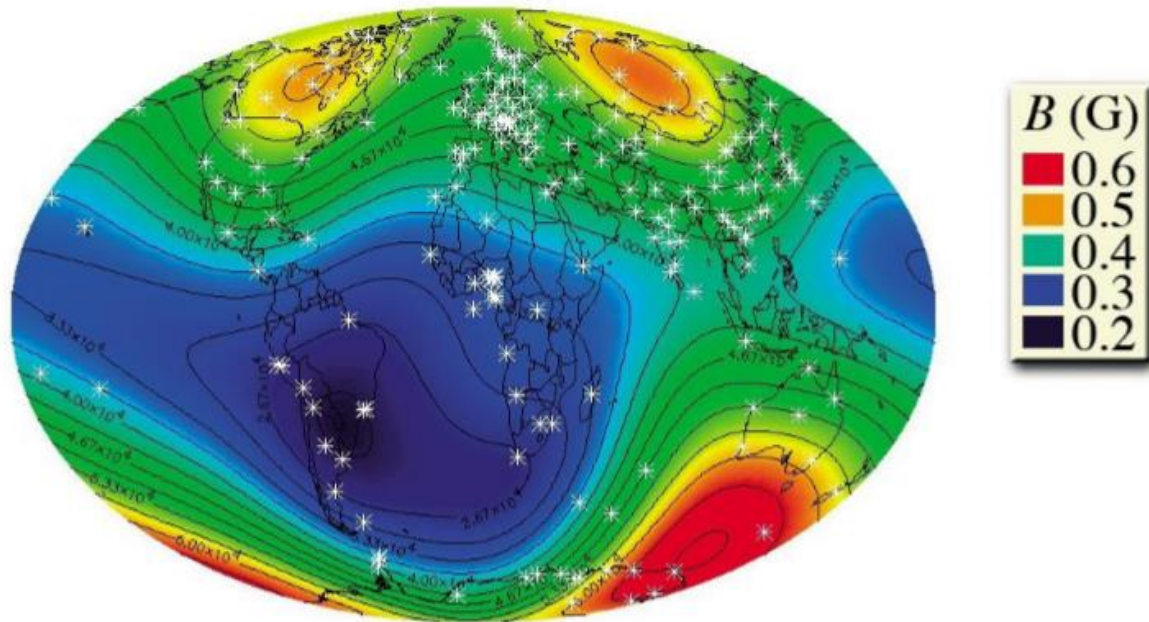
Chap. 28-1 Magnetic Fields and the Definition of B

- 자기장의 단위 : 테슬라 (tesla, T), 가우스 (gauss, G)

$$[B] = \frac{[F_B]}{[q][v]} = \frac{\text{N}}{\text{C m/s}} = \frac{\text{N s}}{\text{C m}} = \frac{\text{N}}{\text{A m}} \equiv T$$

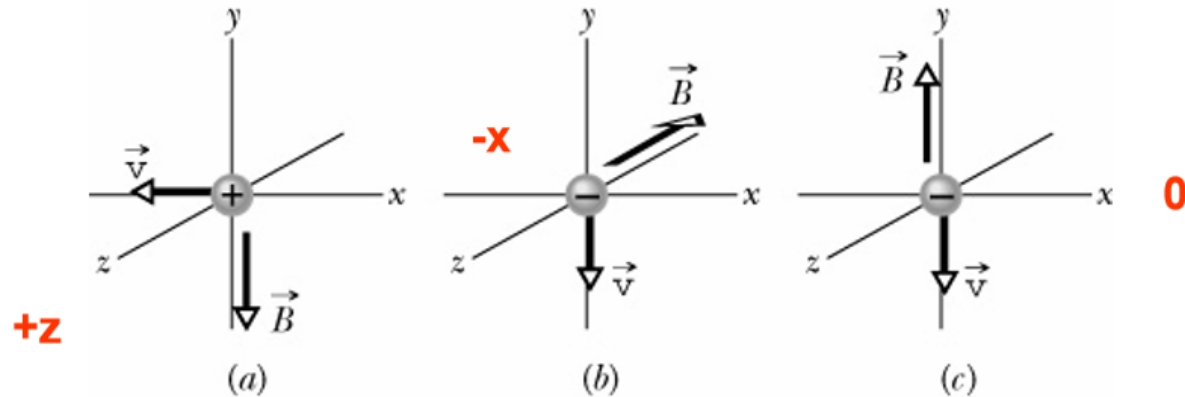
$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

- 지표면에서 지구자기장의 세기는 대략 0.5 G

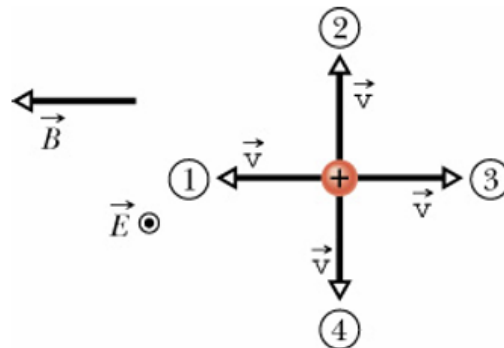


Chap. 28-1 Magnetic Fields and the Definition of B

확인문제 1. 자기력의 방향은?



확인문제 2. (a) 입자에 작용하는 알짜 힘의 크기가 큰 순서 (b) 알짜 힘이 0이 될 수 있는 것은?

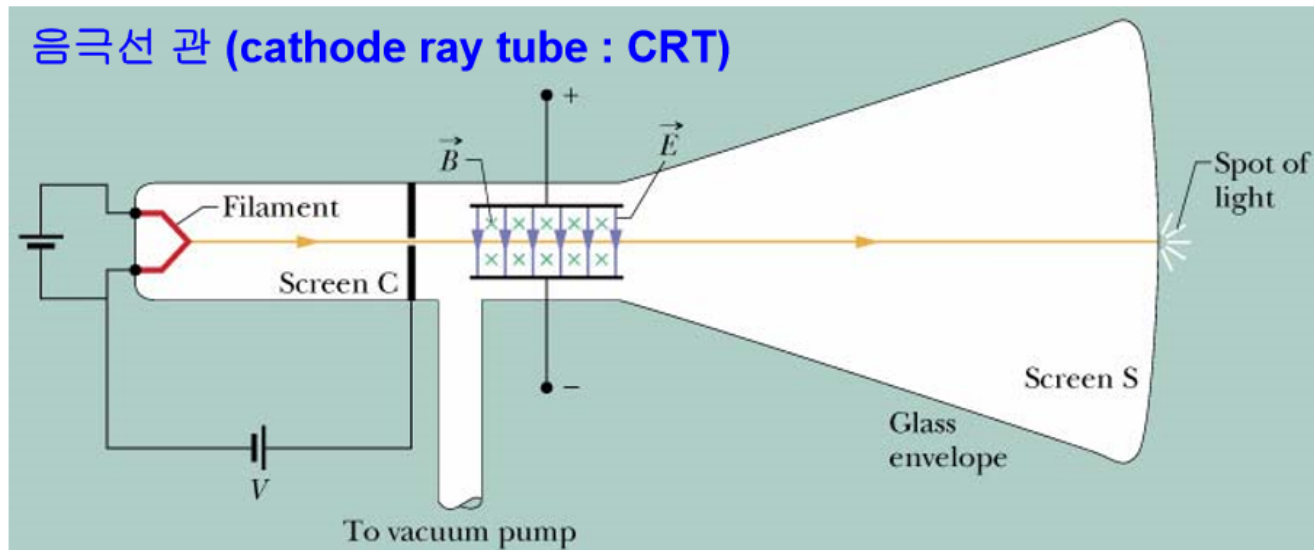


- (a) $2 > 1=3 > 4$
(b) 4

Chap. 28-2 Discovery of The Electron

전자의 발견

전자의 비전하 (e/m) 결정 (J. J. Thomson, 1897년)

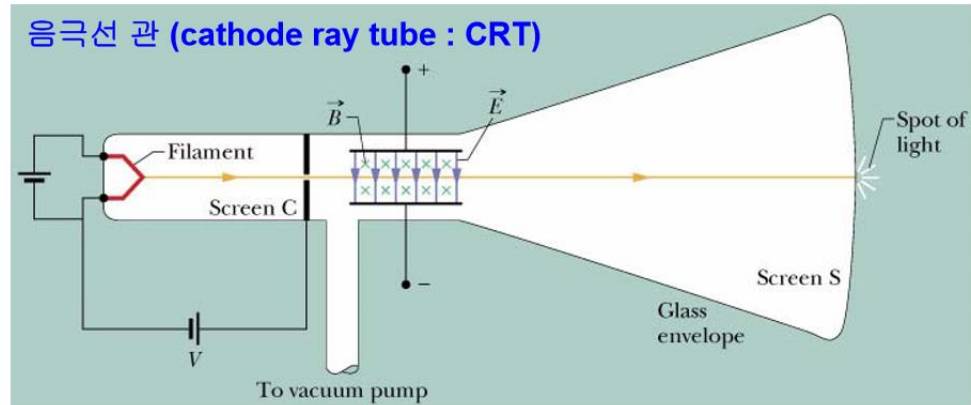


- 전자가 전기장과 자기장으로부터 받는 힘
 - ▶ 전기장 (수직방향) \Rightarrow 전기력: eE (수직방향)
 - ▶ 자기장 (수평방향) \Rightarrow 자기력: evB (수직방향)

\therefore 전기장, 자기장 세기로 형광점의 위치가 위아래로 조절 됨

Chap. 28-2 Discovery of The Electron

Thomson 실험



1) $E=0$, $B=0$: 형광점은 화면의 중앙

2) $E \neq 0$, $B=0$: 전자선의 형광점이 수직방향으로 이동

극판을 빠져 나올 때의 수직위치: $y = \frac{1}{2} a_y t^2 \longrightarrow y = \frac{eEL^2}{2mv^2}$

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}, L = v_x t$$

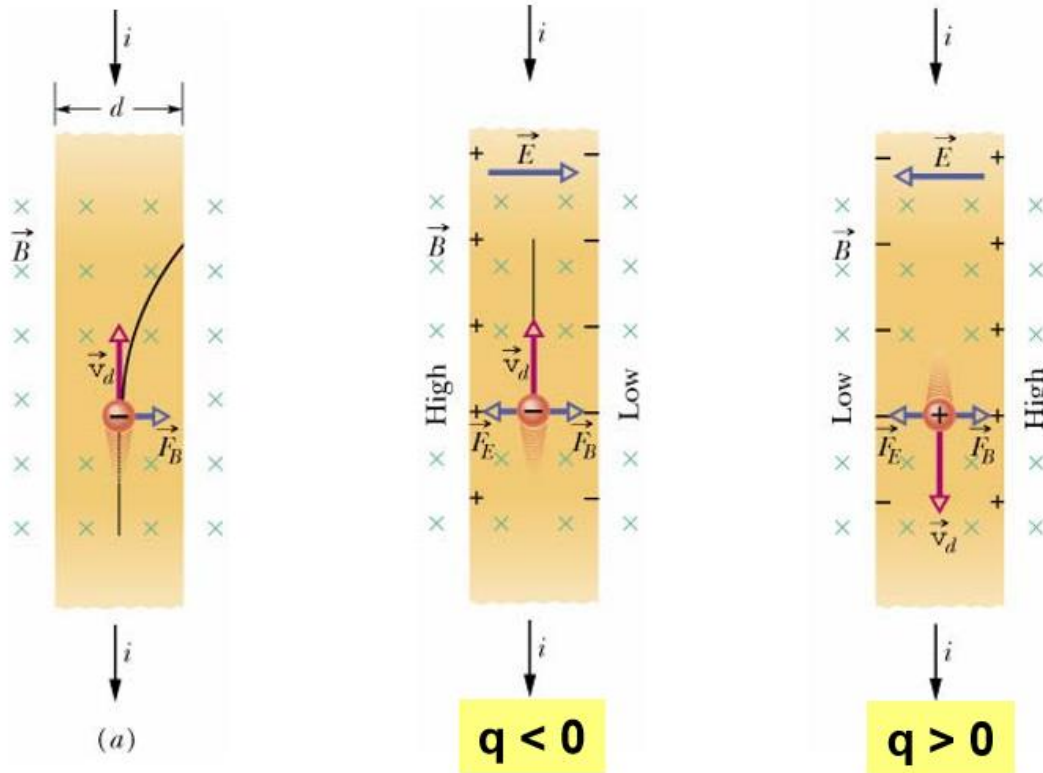
3) $E \neq 0$, $B \neq 0$: 전기력=자기력 균형으로 형광점이 중앙에 오도록 조정:

$$eE = evB \Rightarrow v = \frac{E}{B} \longrightarrow \frac{m}{e} = \frac{B^2 L^2}{2yE}$$

Chap. 28-3 The Hall Effect

홀 효과 (Edwin H. Hall, 1879년)

▶ 도체 속의 전류를 이루는 전하 운반자의 극성(+/-)과 전하밀도 결정



홀 전위차
(Hall potential
difference)

$$V = E d$$

전하 운반자의 극성에
따라 좌우 전위차의 부
호가 달라짐

전기력/자기력 평형조건: $eE = ev_d B \Rightarrow v_d = E / B = V / (Bd)$

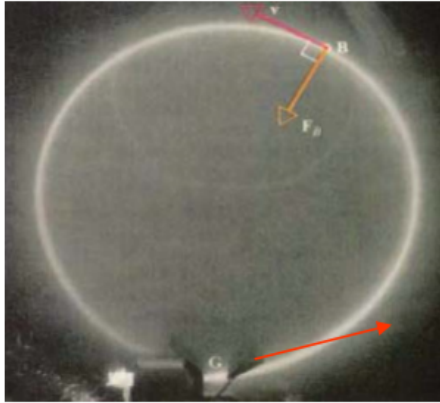
전류밀도 정의: $v_d = J / (ne) = i / (neA) = i / (nedl)$

전하밀도

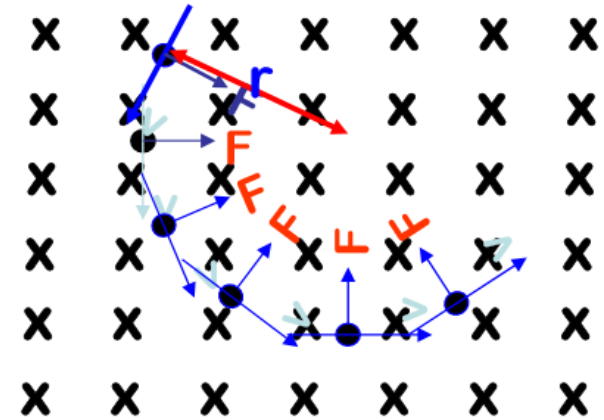
$$n = \frac{Bi}{Vle}$$

Chap. 28-4 A Circulating Charged Particle

원운동하는 대전입자



$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Uniform B into page

원운동의 궤도 반지름과 각 진동수

1) 궤도 반지름 : 원운동에 필요한 구심력은 자기력이 제공

$$F_B = F_r \Rightarrow qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

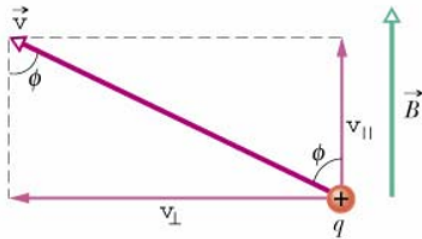
2) 각 진동수

$$\omega = 2\pi \left(\frac{v}{2\pi r} \right) = \left(\frac{m}{q} \right) B \longrightarrow \text{(비상대론적 조건에서 속도에 무관)} \\ \Rightarrow \text{“싸이클로트론”의 원리)}$$

Chap. 28-4 A Circulating Charged Particle

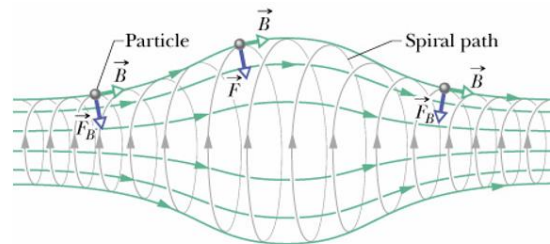
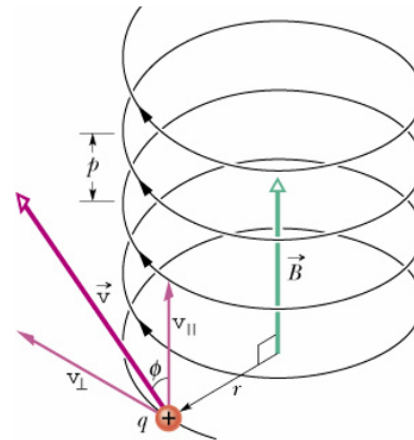
나선형 운동

전하가 자기장에 나란한 속도성분도 가질 경우의 궤적은 나선형

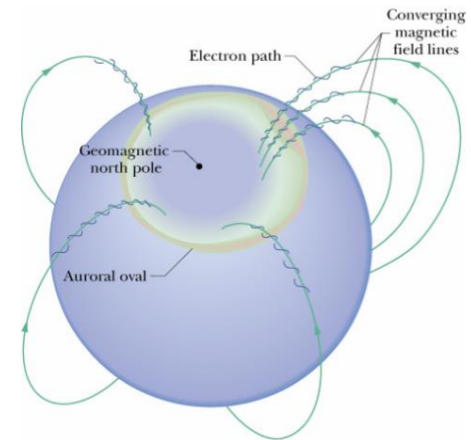


$v_{\perp} = v \sin \phi$: 원운동 \rightarrow 반경 결정

$v_{\parallel} = v \cos \phi$: 직진운동 \rightarrow 피치(p) 결정



불균일 자기장에 의한 전하 가둠 장치



Van Allen 띠 \rightarrow Aurora

Chap. 28-4 A Circulating Charged Particle

보기문제 28-4 이온 질량분석기

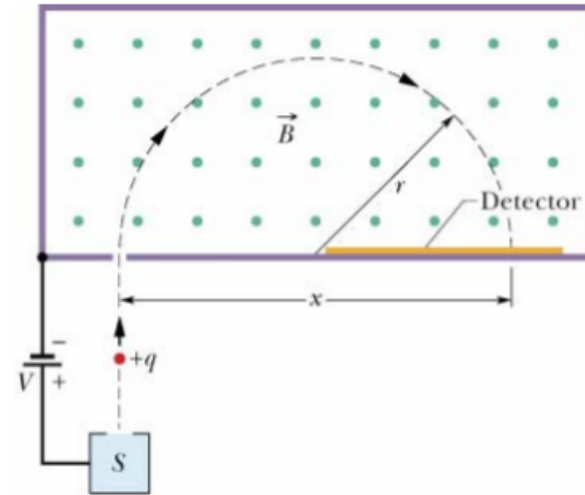
자기장: $B = 80.000 \text{ mT}$

가속전압: $V = 1000.0 \text{ V}$

이온의 전하: $q = +1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$

표적위치: $x = 1.6254 \text{ m}$

이온의 질량은?



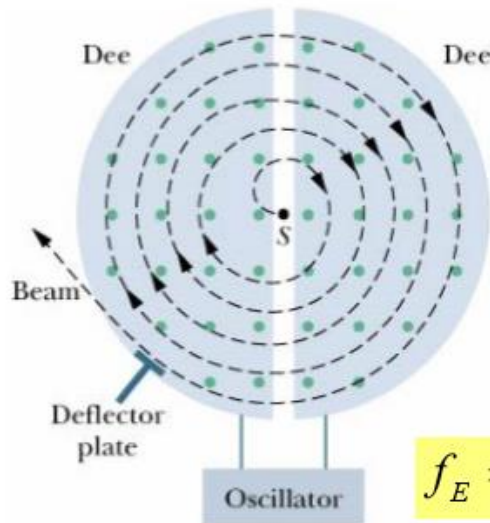
상자에 입사될 때의 이온의 속도 : $\frac{1}{2}mv^2 = qV \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$

이온의 원 궤도 반지름 : $r = \frac{x}{2} = \frac{mv}{qB} \rightarrow x = 2r = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$

$\Rightarrow m = \frac{qB^2x^2}{8V} = 3.3863 \times 10^{-25} \text{ kg}$

Chap. 28-5 Cyclotrons and Synchrotrons

Cyclotron: 최초의 이온 입자 가속기

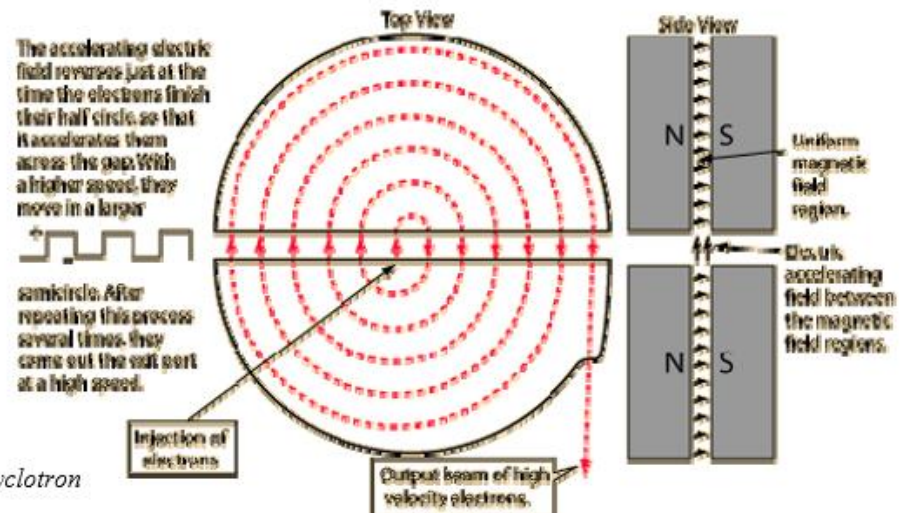
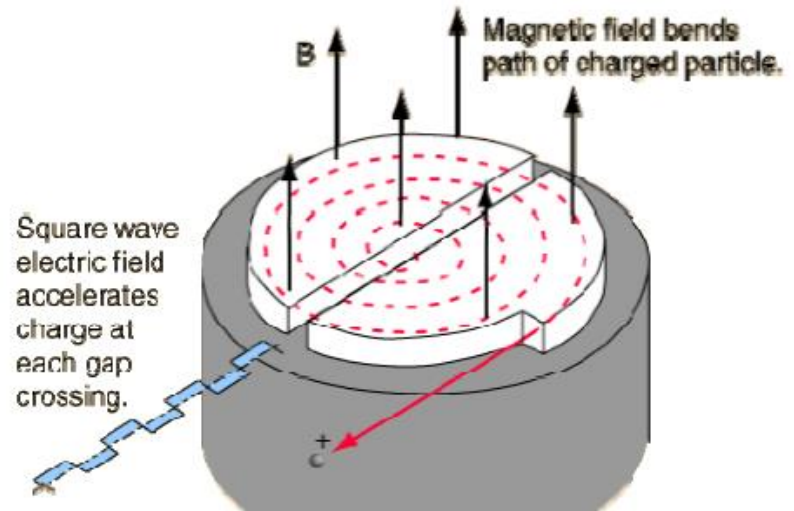


$$f_E = f_{cyclotron}$$

(교류 전기장에 의한 전하 가속)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m v}{q B v} = \frac{2\pi m}{q B}$$

$$\omega_{cyclotron} = \frac{qB}{m} \rightarrow f_{cyclotron} = \frac{qB}{2\pi m} \rightarrow |q|B = 2\pi m f_{cyclotron}$$



Chap. 28-5 Cyclotrons and Synchrotrons

싱크로트론

일정한 원 궤도를 유지하는 입자 가속기



While a [cyclotron](#) uses a constant magnetic field and a constant-frequency applied electric field, and one of these is varied in the [synchrocyclotron](#), both of these are varied in the [synchrotron](#). By increasing these parameters appropriately as the particles gain energy, their path can be held constant as they are accelerated. This allows the vacuum container for the particles to be a large thin torus (commonly described as a "doughnut shape").

Chap. 28-6 Magnetic Force on Current-Carrying Wire

전류가 흐르는 도선에 작용하는 자기력

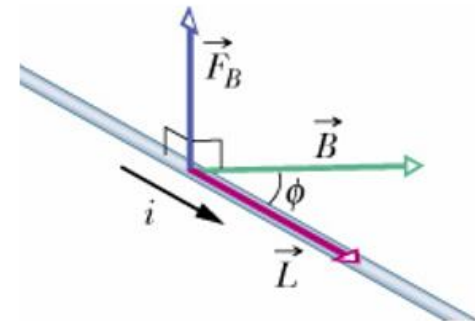
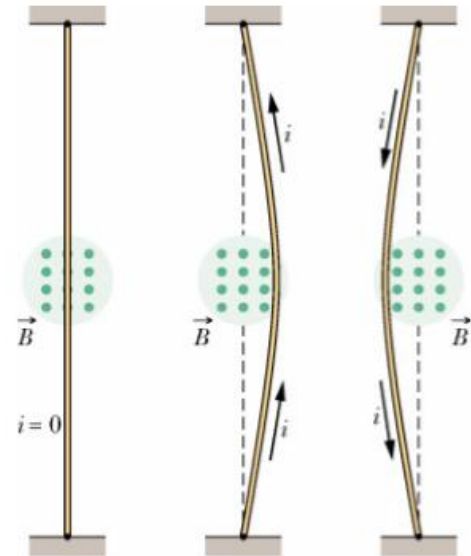
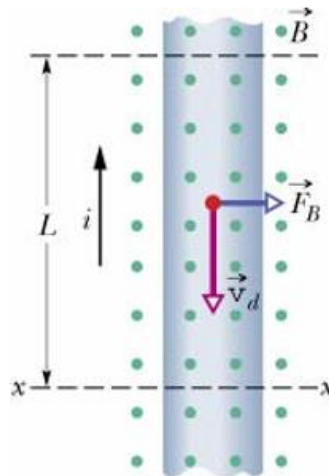
자기력에 의해 도선 안의 전자들이 옆으로 이동
→ 도선이 힘을 받는다.

전류 i 가 흐르는 길이 L 인 도선 안의 전하량

$$q = it = i \frac{L}{v_d}$$

자기력

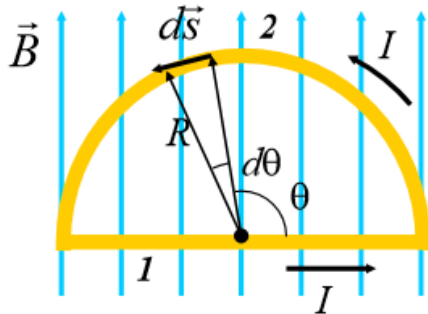
$$\begin{aligned} F_B &= qv_d B \sin \phi \\ &= \left(\frac{iL}{v_d} \right) v_d B \sin 90^\circ \\ &= iLB \end{aligned}$$



$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B}$$

Chap. 28-6 Magnetic Force on Current-Carrying Wire

예제 : Force on a Semicircular Conductor



$$\vec{F} = i\vec{L} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = i d\vec{L} \times \vec{B} \quad (\text{일반적인 경우})$$

$$\vec{F}_1 = i(2R) \cdot B\hat{z}$$

$$dF_2 = i(R \cdot d\theta)B \sin \theta$$

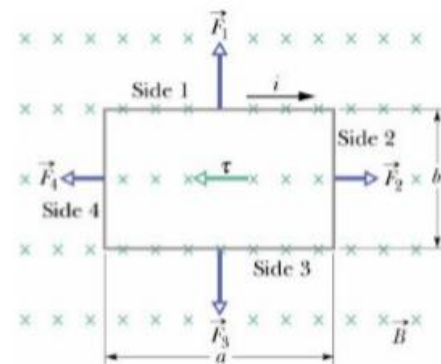
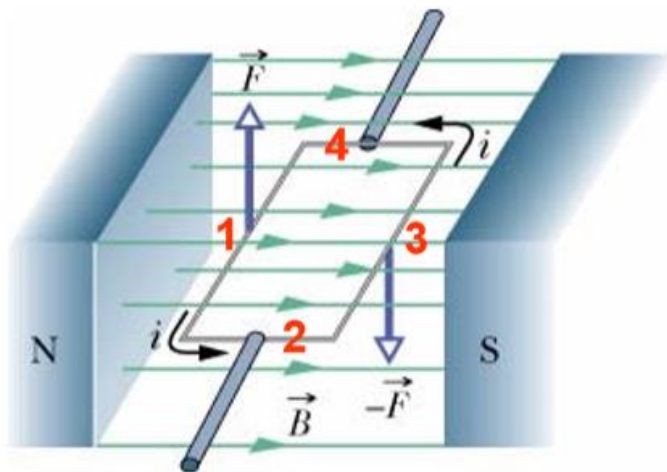
$$F_2 = \int_0^\pi iRB \sin \theta d\theta = 2iRB$$

$$\vec{F}_2 = -2iRB\hat{z}$$


 $\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$: **고리 도선에 작용하는 자기력의 합은 0 이다.**

Chap. 28-7 Torque on a Current Loop

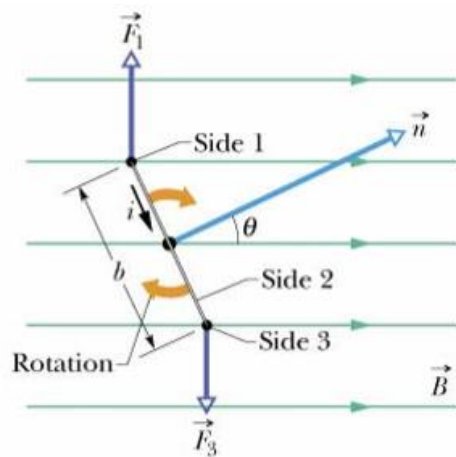
전류고리에 작용하는 토크



1) 힘: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_3| = iaB$$

$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_4| = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos \theta$$

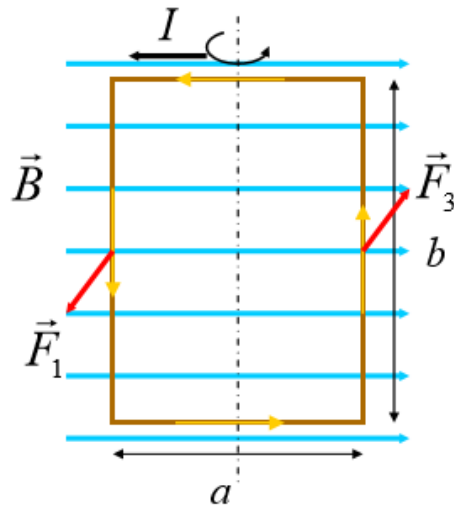


2) 돌림힘: $\vec{\tau} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$

$$\begin{aligned} &= 2 \left(\frac{b}{2} \right) (iaB) \sin \theta = i(ab)B \sin \theta \\ &= iAB \sin \theta \quad (\mathbf{A}: \text{고리 면적}) \end{aligned}$$

Chap. 28-7 Torque on a Current Loop

돌림힘이 최대일 때 : ($\theta = 90^\circ$)

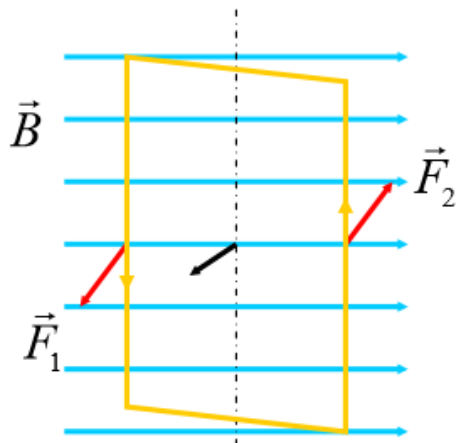


$$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B} = ibB\hat{z}$$

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1$$

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{a}{2}F_1 + \frac{a}{2}F_3 \\ &= aF_1 = iabB = iAB\end{aligned}$$

돌림힘 : ($\theta \neq 90^\circ$)



$$\begin{aligned}\tau &= \frac{a}{2}\sin\theta F_1 + \frac{a}{2}\sin\theta F_2 \\ &= iAB\sin\theta \\ &= i\vec{A} \times \vec{B}\end{aligned}$$

Magnetic Moment

$$\vec{\mu} = i\vec{A}$$

$$\Rightarrow \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Chap. 28-8 The Magnetic Dipole Moment

자기쌍극자 모멘트

$$\vec{\mu} = Ni\vec{A}$$

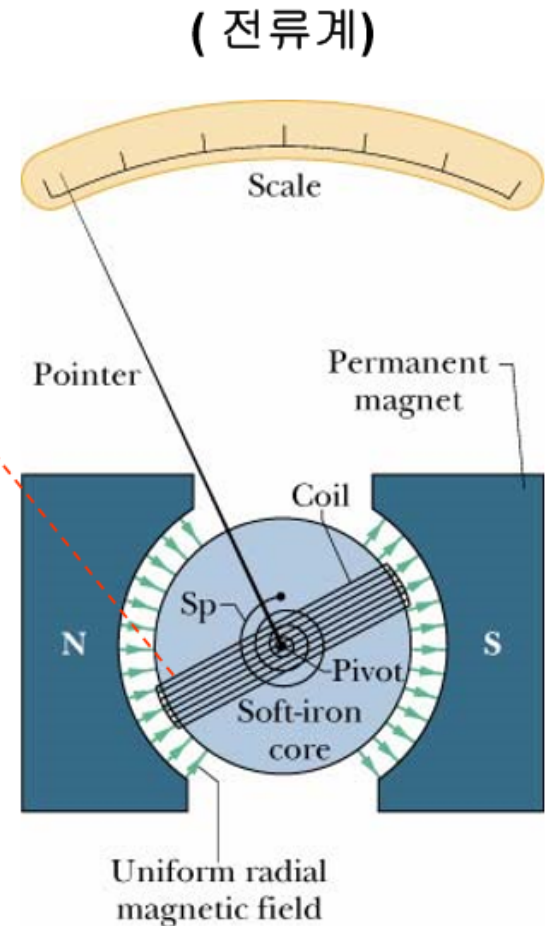
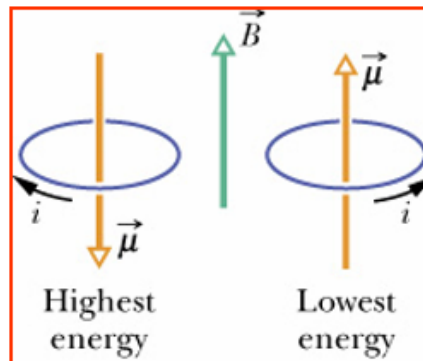
N 번 감겨있는
줄고리 (Coil)

회전력

$$|\vec{\tau}| = |\vec{\mu} \times \vec{B}| = (NiA)B \sin \theta$$

회전 위치에너지 (자기 쌍극자의 퍼텐셜에너지)

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$



Summary

자기력 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Thomson 실험 $m/e = (B^2 L^2)/(2yE)$

홀 효과 - 전하 운반자의 극성판별, 전하밀도 $n = Bi/(Vle)$

자기장 내에서 원 운동하는 대전입자 $F_B = F_r \Rightarrow r = mv/(qB)$

전류 i 가 흐르는 길이 L 인 도선이 받는 자기력 $d\vec{F} = id\vec{L} \times \vec{B}$

고리 전류의 자기쌍극자 모멘트 $\vec{\mu} = Ni\vec{A}$

회전력 $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ 자기 쌍극자의 퍼텐셜에너지 $U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$