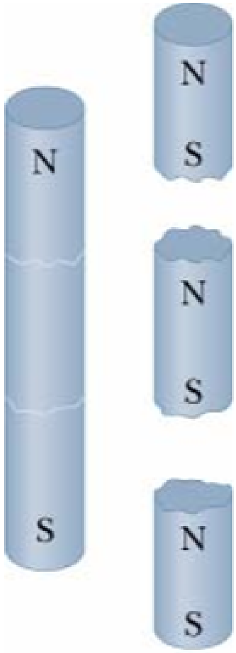
Chapter 32 Maxwell Equations; Magnetism of Matter

Chap. 32-1 Gauss' Law for Magnetic Fields



자기홑극
(magnetic monopole)
없다.

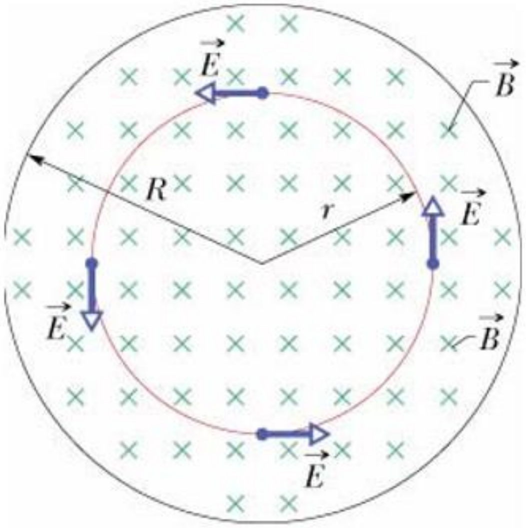
$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Chap. 32-2 Induced Magnetic Fields

Faraday's Law

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

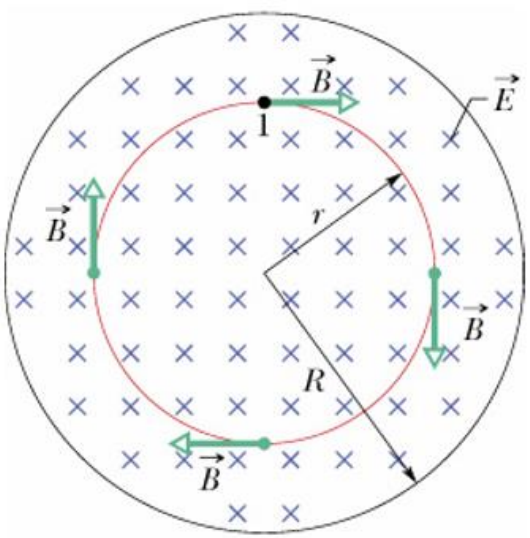


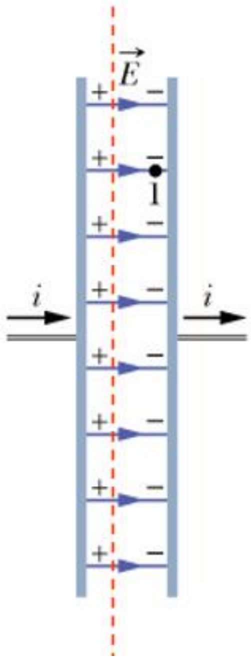
Similar form for B-field

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \propto \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

: Maxwell 의 유도법칙





Chap. 32-2 Induced Magnetic Fields

Ampere-Maxwell 법칙

Ampere 법칙

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc}$$

Maxwell 유도법칙

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ampere-Maxwell 법칙

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$i_d \equiv \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

: 변위전류 (Displacement current)

Chap. 32-3 Displacement Current

$$i_d \equiv \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

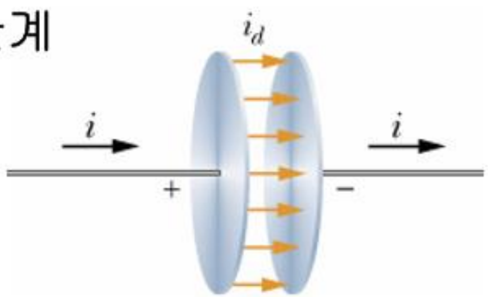
변위전류

: Displacement current ⟶ 가상의 전류

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i + \mu_0 i_d$$

: Ampere-Maxwell 법칙

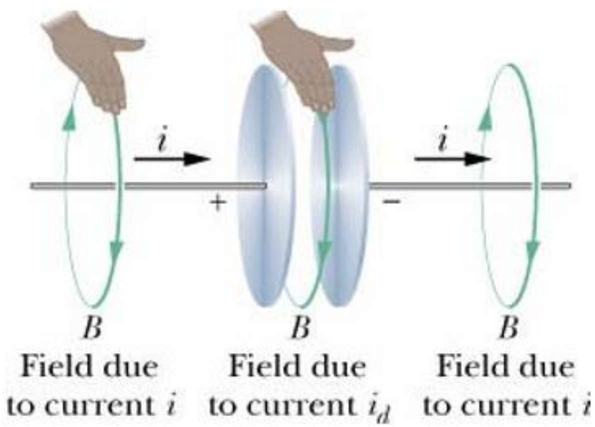
임의의 시간에 극판의 전하 **q** 와 전기장 **E**, 전류 **i** 의 관계



$$q = \varepsilon_0 AE \quad \rightarrow \quad i = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{dE}{dt}$$

극판 사이의 전기다발 : $\Phi_E = AE$

$$i_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d(AE)}{dt} = \varepsilon_0 A \frac{dE}{dt}$$

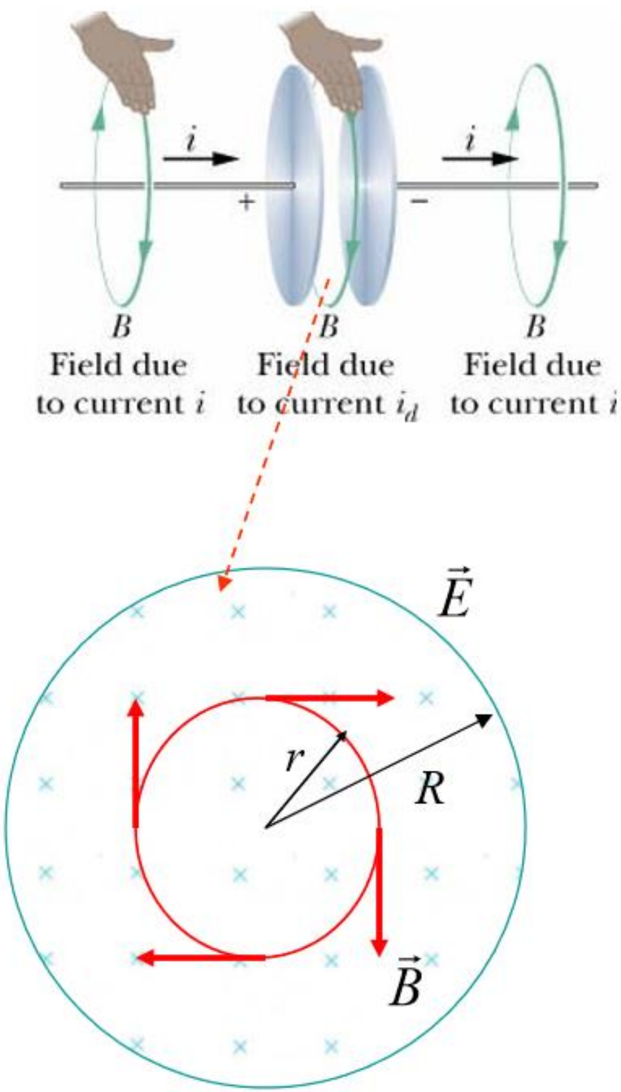


⇨ $i_d = i$: 축전기 내의 변위전류

⇨ 가상의 변위전류 $\mathbf{i_d}$ 는 실제전류 **i** 의 연속 역할

Chap. 32-3 Displacement Current

변위전류에 의한 유도자기장



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu_0 i_d$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 i_d$$

$r > \mathrm{R}$:

$$B = \left(\frac{\mu_0}{2\pi} i_d \right) \frac{1}{r}$$

$r < \mathrm{R}$:

$$B = \left(\frac{\mu_0}{2\pi r} \right) \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right) i_d$$

$$= \left(\frac{\mu_0}{2\pi R^2} i_d \right) r$$

Chap. 32-3 Displacement Current

Maxwell 방정식

이름	식	설명
전기장에 관한 가우스의 법칙	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0}$	전하가 전기장을 만든다.
자기장에 관한 가우스의 법칙	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	자하(자기홀극)는 존재하지 않는다.
Faraday 법칙	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	변하는 자기다발이 전기장을 유도한다.
Ampere-Maxwell 법칙	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{enc} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$	전류 또는 변하는 전기다발이 자기장을 유도한다.

Chap. 32-3 Displacement Current

미분형 Maxwell 방정식

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int \vec{\nabla}\cdot\vec{E}dv = \int \frac{\rho}{\varepsilon_0}dv \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int \vec{\nabla}\cdot\vec{B}dv = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int \vec{\nabla}\times\vec{E}\cdot d\vec{A} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}\cdot d\vec{A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

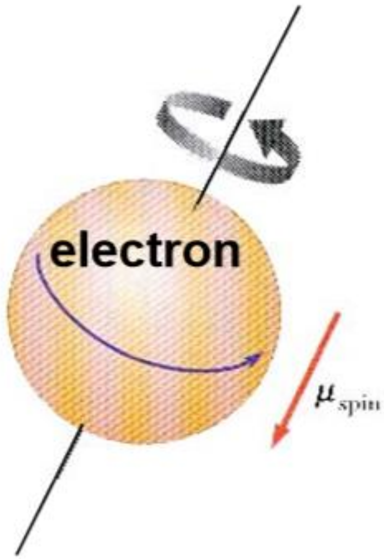
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int \vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot d\vec{A} = \mu_0 i + \mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$$

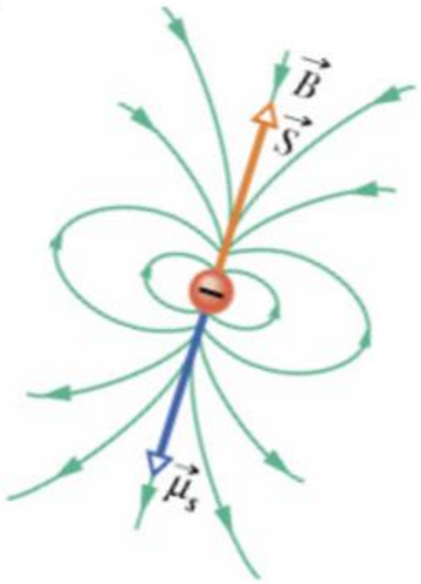
$$= \mu_0\int \vec{j}\cdot d\vec{A} + \mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\int \vec{E}\cdot d\vec{A} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \vec{j}_d \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \vec{j}_d\right)}$$

Chap. 32-5 Magnetism and Electrons

전자의 스핀 각운동량에 의한 자기쌍극자 모멘트





전자의 스핀 각운동량 **(spin angular momentum):** $\vec{S}$

스핀 자기쌍극자 모멘트 **(spin magnetic dipole moment) :** $\boxed{\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S}}$

$$\vec{S}\Big|_z \equiv S_z = m_s\left(\frac{h}{2\pi}\right) = m_s\hbar \quad \left(: m_s = \pm\frac{1}{2}\right)$$ ***(Quantized, 양자화 되어있다)***

$$|S_z| = \frac{\hbar}{2} = 5.2729 \times 10^{-35}\, J \cdot \sec$$

Chap. 32-5 Magnetism and Electrons

스핀 자기쌍극자 모멘트 (spin magnetic dipole moment) :

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S}$$

$$\mu_{s,z} = -\frac{e}{m}S_z = \pm\frac{eh}{4\pi m} \equiv \pm\mu_B$$

Bohr magneton (보어 자기량) : $\mu_B = \dfrac{eh}{4\pi m} = 9.27\times10^{-24}\,J/T$

h* : *Plank Constant $\hbar = h/2\pi = 1.06\times10^{-34}\,J\cdot sec$

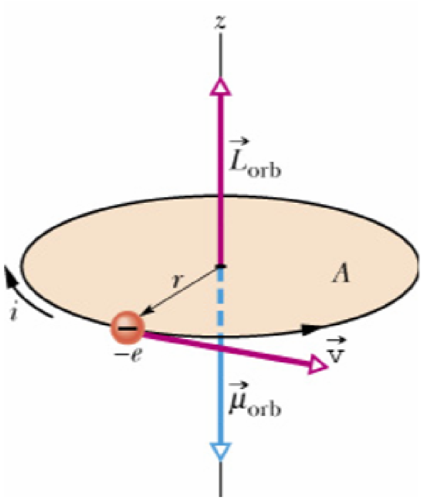
외부 자기장에서 전자의 퍼텐셜에너지

$$U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{s,z}B_{ext} \quad (\vec{B}_{ext}\ \text{방향을 z-축})$$

Chap. 32-5 Magnetism and Electrons

궤도 자기쌍극자 모멘트 (Orbital magnetic-dipole moment)

Orbital motion



Current: $i = \dfrac{e}{T} = \dfrac{e}{2\pi r / v} = \dfrac{ev}{2\pi r}$

Magnetic moment:

$$\vec{\mu}_{orb} = iA(-\hat{z}) = -\frac{ev}{2\pi r}(\pi r^2)\hat{z} = -\left(\frac{1}{2}evr\right)\hat{z}$$

Angular Moment: $\vec{L}_{orb} = \vec{r} \times \vec{p} = (r \cdot mv)(+\hat{z}) = (mvr)\hat{z}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\mu}_{orb} = -\left(\frac{e}{2m}\right)\vec{L}_{orb}}$$

$$\vec{\mu}_{orb}\Big|_z = \mu_{orb,z} = -\left(\frac{e}{2m}\right)\left(m_l \frac{h}{2\pi}\right) = -m_l \frac{eh}{4\pi m} = -m_l \mu_B$$

$$U = -\vec{\mu}_{orb} \cdot \vec{B}_{ext} = -\mu_{orb,z} B_{ext} \quad (\vec{B}_{ext} \text{ 방향을 z-축})$$

Chap. 32-5 Magnetism and Electrons

자성물질

각 원자는 자기쌍극자 모멘트가 있음: $\mu_{원자}$ ($= \mu_{스핀} + \mu_{궤도}$).

자기장이 없으면 $\mu_{원자}$의 배향이 무질서: $\langle \mu_{원자} \rangle_{공간평균} = 0$

자기장 $B_{바깥}$이 있으면 $\mu_{원자}$가 정렬됨: $\langle \mu_{원자} \rangle_{공간평균} \neq 0$

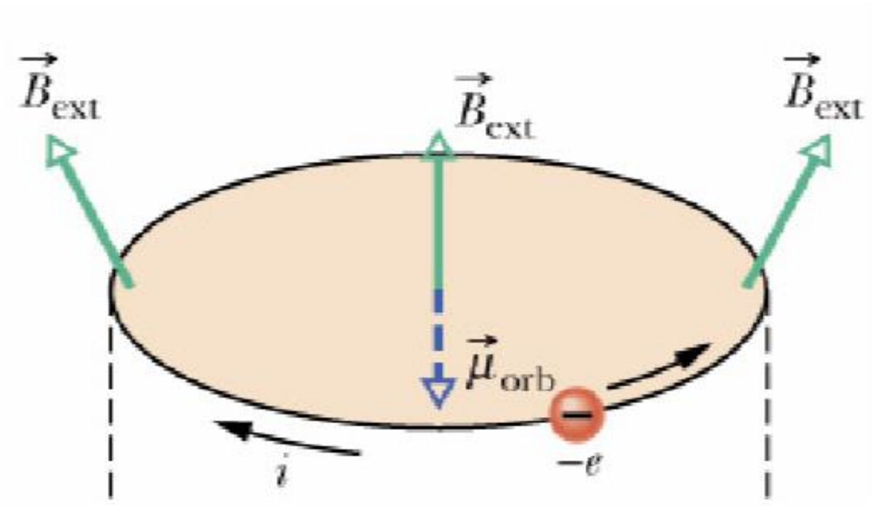
$\vec{\mu}_{atom} // \left(-\vec{B}_{ext}\right)$ $\vec{\mu}_{atom} // \left(+\vec{B}_{ext}\right)$

	반자성 (Diamagnetism)	상자성 (Paramagnetism)	강자성 (Ferromagnetism)
특성	자석에 대해 반발	자석에 끌림	자석에 끌림 저절로 자성을 띔
원소	대부분	천이원소 희토류원소 악티늄족원소	철, 니켈, 코발트 가돌리늄, 디스프로슘 등

Chap. 32-6 Diamagnetism

반자성

대부분의 원자들에서



B_{ext} 증가 → **E** 유도 → **e** 이동 → **i** 유도 → μ_{orb} 생성

$\vec{B}_{ext}$ 반대방향으로 $\vec{\mu}_{orb}$ 생성 ⇨ 반자성

Chap. 32-7 Paramagnetism

상자성

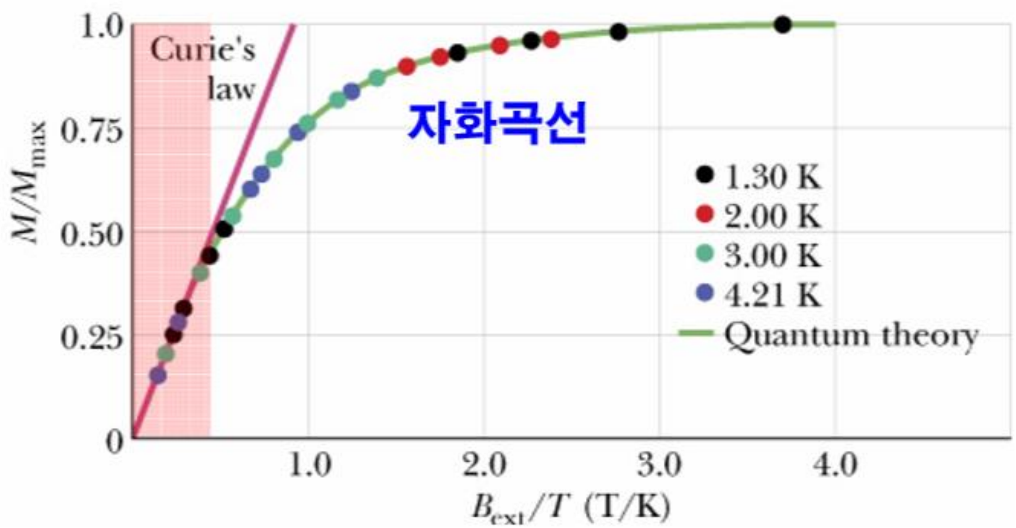
$$\vec{\mu}_{atom} \,//\, \vec{B}_{ext}$$

자화밀도 (magnetization density: M)

$$\mathrm{M} \equiv \frac{\text{측정된 자기쌍극자 모멘트}}{\text{부피}} \quad < \quad \mathrm{M}_{\text{최대}} = N\mu_{\text{원자}}$$

$$M = C\frac{B_{\text{바깥}}}{T}$$

(큐리의 법칙)



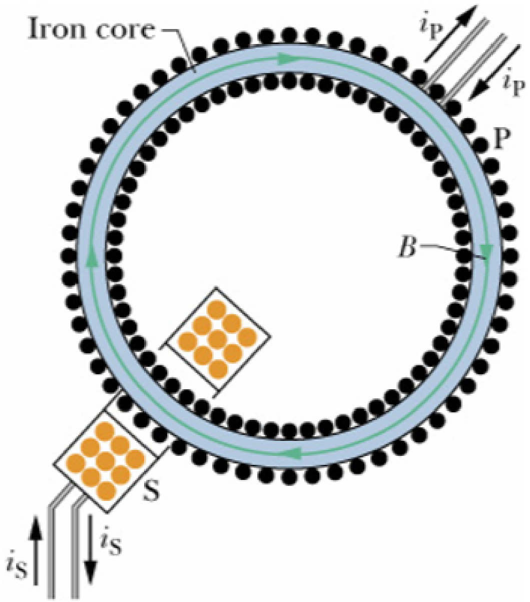
Chap. 32-8 Ferromagnetism

강자성

기본특성

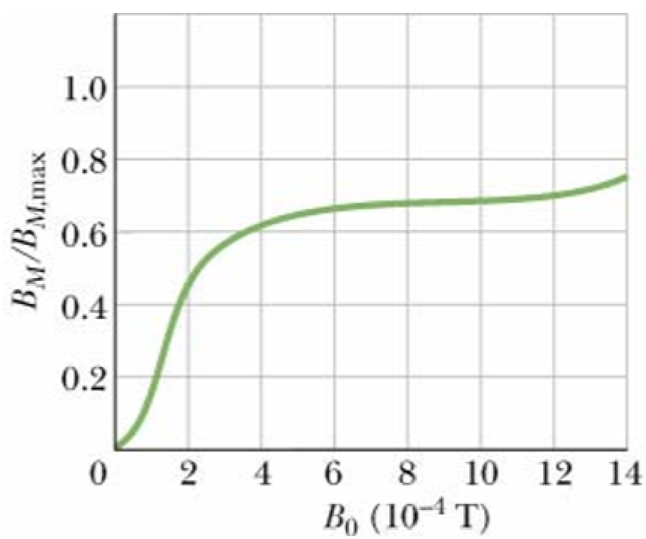
① 교환결합(exchange coupling) 상호작용에 의한 전자들의 스핀간 정렬

② 온도가 문턱값(Curie 온도)을 넘으면 교환결합의 효과가 사라짐
(강자성 ⇒ 상자성: 철의 큐리온도 1043K = 770℃)

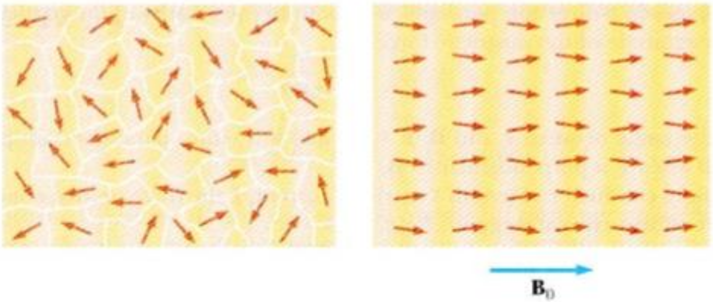


Rowland’s loop

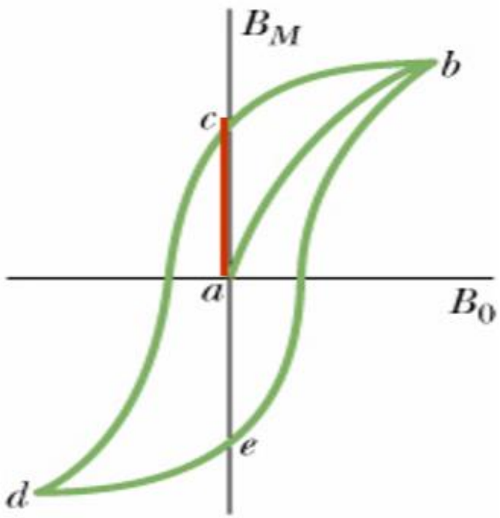
$$B = B_0 + B_M$$



Chap. 32-8 Ferromagnetism



자기구역 (magnetic domain):
강자성 물질에서
전자스핀이 균일한 영역



자기이력(Hysteresis):
자기장을 없앤 뒤에도 유도된
자기쌍극자 모멘트가 남아있는 현상