과목명: 미분적분학 II

Quiz IV

성명(학번) 송민정 (20200323706)

1. 함수 $f=e^{xy^2}-\cos(x-2z)$에 대하여 점 $(0,1,\pi/4)$에서의 편미분계수들을 구하시오. (3점)

$f_x = y^2e^{xy^2} + \sin(x-2z)$

$f_y = 2xye^{xy^2}$

$f_z = -2\sin(x-2z)$

$\therefore f_x(0,1,\frac{\pi}{4}) = 1+\sin(-\frac{\pi}{2}) = 1-1 = 0$

$f_y(0,1,\frac{\pi}{4}) = 0$

$f_z(0,1,\frac{\pi}{4}) = -2\sin(-\frac{\pi}{2}) = 2$

2. 이변수 함수 $z=\tan^{-1}(y/x)$가 라플라스 방정식을 만족하는가? (3점)

라플라스 방정식은 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 이다.

$z_x = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-\frac{y}{x^2}}{1+(\frac{y}{x})^2} = -\frac{y}{x^2+y^2}$

$z_{xx} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{y(2x)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}$

$z_y = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\frac{1}{x}}{1+(\frac{y}{x})^2} = \frac{x}{x^2+y^2}$

$z_{yy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{-x(2y)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{-2xy}{(x^2+y^2)^2}$

$\therefore \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} - \frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} = 0$ 이므로

라플라스 방정식을 만족한다.

3. 이변수 함수 $f(x,y)=6\ln y+y\ln x+x+y$ 에 대하여 점 (1,1) 근방에서의 1차 근사식을 구하시오. (4점)

$f(x,y)=f(x_0,y_0)+f_x(x_0,y_0)(x-x_0)+f_y(x_0,y_0)(y-y_0)$ 에서,

$f(x,y)=f(1,1)+f_x(1,1)(x-1)+f_y(1,1)(y-1)$

$f_x=\frac{y}{x}+1$, $f_y=\frac{6}{y}+\ln x+1$, $f(1,1)=2$

$f_x(1,1)=\frac{1}{1}+1=2$, $f_y(1,1)=\frac{6}{1}+\ln 1+1=7$

$\therefore f(x,y)=2+2(x-1)+7(y-1)$

$=2x+7y-7$

4. 전미분을 이용하여 $\sqrt{4(1.99^2)+(3.1)^2}$ 의 근사값을 구하여라. (5점)

$z=f(x,y)=\sqrt{4x^2+y^2}$, $a=2$, $b=3$, $\Delta x=-0.01$, $\Delta y=0.1$

$f(x,y)$에 대하여 $f(a,b)$를 알 때,

$f(a+\Delta x, b+\Delta y)\approx f(a,b)+dz$ 이므로

$dz=f_x(x,y)\Delta x+f_y(x,y)\Delta y$

$f_x(x,y)=\frac{8x}{2\sqrt{4x^2+y^2}}=\frac{4x}{\sqrt{4x^2+y^2}}$, $f_x(2,3)=\frac{8}{5}$

$f_y(x,y)=\frac{2y}{2\sqrt{4x^2+y^2}}=\frac{y}{\sqrt{4x^2+y^2}}$, $f_y(2,3)=\frac{3}{5}$

$dz=\frac{8}{5}(-0.01)+\frac{3}{5}(0.1)=-0.016+0.06=0.044$

$\therefore f(2-0.01, 3+0.1)\approx f(2,3)+dz=5+0.044=5.044$