

<공통수학 I : Homework # 2>

국방정보공학과 2학년 2020032306 송민경

1. $x \frac{dy}{dx} + 4y = 8x^4, y(1) = 2$

주어진 방정식 $xy' + 4y = 8x^4$ 는 1계 선형 비제차 상미분 방정식이다.

$y' + P(x)y = r(x)$ 에서 $y' + \frac{4}{x}y = 8x^3$, $P(x) = \frac{4}{x}$, $r(x) = 8x^3$ 이므로

$$h = \int P dx = \int \frac{4}{x} dx = 4 \ln x,$$

$$e^h = e^{4 \ln x} = e^{\ln x^4} = x^4, \quad e^{-h} = e^{-4 \ln x} = e^{\ln x^{-4}} = x^{-4}$$

$$re^h = 8x^3 \cdot x^4$$

$y(x) = e^{-h}(C + \int re^h dx)$ 에서,

$$y(x) = x^{-4}(C + \int 8x^7 dx) = x^{-4}(C + x^8)$$

위 방정식의 일반해는 $y = \frac{C}{x^4} + x^4$

문제에 주어진 $y(1) = 2$ 를 이용하면

$$y(1) = C + 1 = 2, \quad C = 1 \text{ 이므로}$$

특수해 $y = \frac{1}{x^4} + x^4$ 를 갖는다.

$$y = \frac{1}{x^4} + x^4$$

2. $x^2 \frac{dy}{dx^2} - 6y = 0$

주어진 방정식 $x^2 y'' - 6y = 0$ 은 2계 선형 제차 상미분 방정식이다.

$y = x^m$, $y' = mx^{m-1}$, $y'' = m(m-1)x^{m-2}$ 로 놓으면,

$$x^2 m(m-1)x^{m-2} - 6x^m = 0, \quad m(m-1) - 6 = 0,$$

$$m^2 - m - 6 = 0, \quad (m-3)(m+2) = 0, \quad m_1 = 3, \quad m_2 = -2 \text{로}$$

보 방정식이 두 실근을 갖는다.

따라서, $y_1 = x^{m_1} = x^3$, $y_2 = x^{m_2} = x^{-2}$ 이고,

위 방정식은 일반해 $y = C_1 x^3 + C_2 x^{-2}$ 를 갖는다.

$$y = C_1 x^3 + C_2 x^{-2}$$