

Quiz VI

성명(학번)

수업명 (2020032306)

1. 2변수함수 $f(x,y) = e^{-xy}$ 에 대하여 점 (1,2)에 관한 테일러급수를 2차항까지 구하여라. (5점)

$$\begin{aligned} f_x &= -ye^{xy} & f_x(1,2) &= -2e^{-2} & f_y &= -xe^{xy} & f_y(1,2) &= -e^{-2} \\ f_{xx} &= +y^2e^{xy} & f_{xx}(1,2) &= +4e^{-2} & f_{yy} &= +x^2e^{xy} & f_{yy}(1,2) &= +e^{-2} \\ f_{xy} &= -e^{xy} + xy e^{xy} & f_{xy}(1,2) &= -e^{-2} + 2e^{-2} = e^{-2} & f(1,2) &= e^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^{-xy} &= f(1,2) + (x-1)f_x(1,2) + (y-2)f_y(1,2) + \frac{1}{2}\{(x-1)^2f_{xx}(1,2) \\ &\quad + 2(x-1)(y-2)f_{xy}(1,2) + (y-2)^2f_{yy}(1,2)\} + \dots \\ &= e^{-2} - 2e^{-2}(x-1) - e^{-2}(y-2) + \frac{1}{2}\{4e^{-2}(x-1)^2 + 2e^{-2}(x-1)(y-2) \\ &\quad + e^{-2}(y-2)^2\} \end{aligned}$$

2. 영역 $R = \{(x,y) | 1 \leq y \leq 2, y \leq x \leq y^3\}$ 에서 이중적분 $\iint_R e^{x/y} dA$ 의 값을 구하여라. (5점)

$$\begin{aligned} \int_1^2 \int_y^{y^3} e^{x/y} dx dy &= \int_1^2 [ye^{x/y}]_y^{y^3} dy = \int_1^2 (ye^{y^2} - ye) dy \\ &= \int_1^2 (ye^{y^2}) dy - \int_1^2 ye dy \\ &= \left[\frac{1}{2}e^{y^2}\right]_1^2 - \left[\frac{1}{2}ey^2\right]_1^2 \\ &= \frac{1}{2}e^4 - \frac{1}{2}e - 2e + \frac{1}{2}e \\ &= \frac{1}{2}e^4 - 2e. \end{aligned}$$

3. 제2계 편도함수에 의한 극값판정법을 이용하여 다음 함수의 극값을 구하여라. (5점)

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 1$$

$$\begin{aligned} f_x &= 4x^3 - 4y \\ f_y &= 4y^3 - 4x \end{aligned} \quad \begin{cases} 4x^3 - 4y = 0 \\ 4y^3 - 4x = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \text{임계점} : (0, 0), (1, 1), (-1, -1)$$

$$|H(x, y)| = \begin{vmatrix} 12x^2 & -4 \\ -4 & 12y^2 \end{vmatrix}$$

$$|H(0, 0)| = \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = -16 < 0$$

\therefore 안장점 $(0, 0, 1)$ 을 갖는다.

$$|H(1, 1)| = \begin{vmatrix} 12 & -4 \\ -4 & 12 \end{vmatrix} = 144 - 16 = 128 > 0$$

$$f_{xx}(1, 1) = 12 > 0 \quad \therefore (1, 1) \text{에서 극값 } f(1, 1) = -1 \text{을 갖는다.}$$

$$|H(-1, -1)| = \begin{vmatrix} 12 & -4 \\ -4 & 12 \end{vmatrix} = 144 - 16 = 128 > 0$$

$$f_{xx}(-1, -1) = 12 > 0 \quad \therefore (-1, -1) \text{에서 극값 } f(-1, -1) = -1 \text{을 갖는다.}$$