국방정보공학과 2학년 20200322706 송민정

확률과 통계 과제3

9.4 50명의 학생 $(n=50)$, $\bar{x}=174.5$

$s=6.9$, $z_{0.01}=2.33$

(a) $174.5-(2.33)\left(\frac{6.9}{\sqrt{50}}\right)<\mu<174.5+(2.33)\left(\frac{6.9}{\sqrt{50}}\right)$

$\Rightarrow 172.23<\mu<176.77$

(b) $e<(2.33)\left(\frac{6.9}{\sqrt{50}}\right)=2.27$

9.8 $\sigma=40$, $z_{0.025}=1.96$, $e=15$

$\therefore n=\left(\frac{(1.96)(40)}{15}\right)^2=27.32$

≈ 28

9.28 평균제곱오차 $MSE=E(\hat{\theta}-\theta)^2$

$MSE=E(\hat{\theta}-E(\hat{\theta})+E(\hat{\theta})-\theta)^2$

$=E(\hat{\theta}-E(\hat{\theta}))^2+E(E(\hat{\theta})-\theta)^2$

$+2E(\theta-E(\hat{\theta}))E(E(\hat{\theta})-\theta)$

$E(\hat{\theta}-E(\hat{\theta}))=E(\hat{\theta})-E(\hat{\theta})=0$ 이므로

$MSE=Var(\hat{\theta})+[Bias(\hat{\theta})]^2$로

표현될 수 있다.

9.29 $S'^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n}$

$E(S^2)=\sigma^2$ 임을 알고 있으므로

$E(S'^2)=E\left(\frac{n-1}{n}\sigma^2\right)$

$=\frac{n-1}{n}E(S^2)=\frac{n-1}{n}\sigma^2$

$\therefore S'^2$는 σ^2의 biased estimator 이다.

9.33 정리 8.4에 의해 $X^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$가

자유도 $n-1$인 카이제곱분포를 따르며,

분산이 $2(n-1)$ 임을 알고 있으므로

$Var(S^2)=Var\left(\frac{\sigma^2}{n-1}X^2\right)=\frac{2}{n-1}\sigma^4$

$Var(S'^2)=Var\left(\frac{n-1}{n}S^2\right)=\left(\frac{n-1}{n}\right)^2Var(S^2)$

$=\frac{2(n-1)\sigma^4}{n^2}$

$\therefore S'^2$의 분산이 더 작으므로, S'^2가 더 효율적

9.34

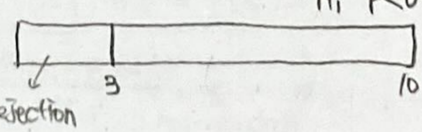
$\frac{MSE(S^2)}{MSE(S'^2)}=\frac{Var(S^2)+(Bias(S^2))^2}{Var(S'^2)+(Bias(S'^2))^2}$

$=\frac{\frac{2\sigma^4}{(n-1)}}{\frac{2(n-1)\sigma^4}{n^2}+\frac{\sigma^4}{n^2}}=1+\frac{3n-1}{2n^2-3n+1}$

$n>1$일 때 항상 1보다 크므로

$MSE(S'^2)$ 값이 더 작고, S'^2가 더 효율적

10.4 $p=0.6$, $n=10$ $\begin{cases} H_0 & p=0.6 \\ H_1 & p<0.6 \end{cases}$



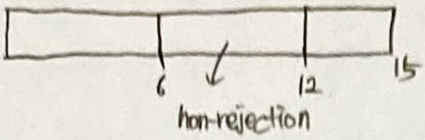
(a) $\alpha=P(X\le 3\,|\,p=0.6)=0.0548$

(b) $\beta=P(X>3\,|\,p=0.3)=1-0.6496=0.3504$

$\beta=P(X>3\,|\,p=0.4)=1-0.3823=0.6177$

$\beta=P(X>3\,|\,p=0.5)=1-0.1719=0.8281$

10.6 $n=15$ $\begin{cases} H_0 & p=0.6 \\ H_1 & p\neq 0.6 \end{cases}$



(a) $\alpha = P(X\le 5 \mid p=0.6) + P(X\ge 13 \mid p=0.6)$

$= 0.0338 + (1-0.9948)$

$= 0.0390$

(b) $\beta = P(6\le X\le 12 \mid p=0.5)$

$= 0.9963 - 0.1509 = 0.8454$

$\beta = P(6\le X\le 12 \mid p=0.7)$

$= 0.8782 - 0.0087 = 0.8695$

(c) 이 검정과정은 바람직하지 않다.

10.14 $\begin{cases} H_0 & \mu=15 \\ H_1 & \mu<15 \end{cases}$

$n=50,\ \mu=15,\ \sigma=0.5$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{0.5}{\sqrt{50}} = 0.071$, $z=\frac{14.9-15}{0.071} = -1.41$

(a) $\alpha = P(Z<-1.41) = 0.0793$

(b) If $\mu=14.8$, $z=\frac{14.9-14.8}{0.071}=1.41$

$\beta = P(Z>1.41) = 0.0793$

If $\mu=14.9$, $z=0$

$\beta = P(Z>0) = 0.5$