

샘플 기말고사

1. 이변수함수 $u = \tan^{-1} \frac{2xy}{x^2 - y^2}$ 가 라플라스 방정식을 만족하는가?
2. 한 원기둥의 지름과 높이를 재어서 각각 $5cm$, $8cm$ 를 얻었다. 각각의 측정오차가 $\pm 0.1cm$ 이라 할 때. 이 원기둥의 부피의 최대 백분율 오차를 구하여라.
3. 다음 공간곡선의 호의 길이를 구하여라.
 $x = \cos t, y = \sin t, z = \frac{1}{3}t; 0 \leq t \leq 2\pi$
4. $u = f(xz, yz)$ 일 때, $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = z \frac{\partial u}{\partial z}$ 임을 증명하시오.
5. 점 $t = 1$ 에서 공간곡선 $x = 2t^2, y = t^2, z = 1 - t^3$ 의 법평면의 방정식을 구하시오.
6. x 와 y 의 값이 아주 작을 때, 다음 근사식
 $e^{-x} \ln(1+y) \approx y \left(1 - x - \frac{1}{2}y \right)$ 이 성립함을 증명하시오.
7. 영역 $R = \{(x, y) | 0 < x < y < \infty\}$ 에서 이중적분
 $\int \int_R \frac{1}{\theta_1 \theta_2} \exp \left\{ - \left[\frac{x}{\theta_1} + \frac{y}{\theta_2} \right] \right\} dA$ 의 값을 θ_1 과 θ_2 로 표현하고, $\theta_1 = 3, \theta_2 = 2$ 일 때의 값을 구하여라. (단, $\theta_1 > 0, \theta_2 > 0$)
8. 4엽 장미 $r = \cos 2\theta$ 에 대하여 한 닫힌곡선으로 둘러싼 내부의 면적을 구하여라.