STEFANIE MUROYA LEI

QUANTUM APPROACH FOR CONSTRAINT-SATISFACTION PROBLEMS

“El Tiempo Polinómico Cuántico Acotado hasta ahora no ha demostrado ser igual a la clase No-Polinomial Determinista”

OBJETIVOS

- Nociones de Computación Cuántica
- Cómo se formulan algoritmos cuánticos y funcionamiento
- Retos que se enfrentan
- Mostrar el estado del arte en cuanto problemas de restricción-satisfacción
- Mostrar que aún si la aceleración no es exponencial, sí es substancial
- Comparar los 2 tipos de Computación Cuántica que predominan hoy en día.

MARCO TEÓRICO

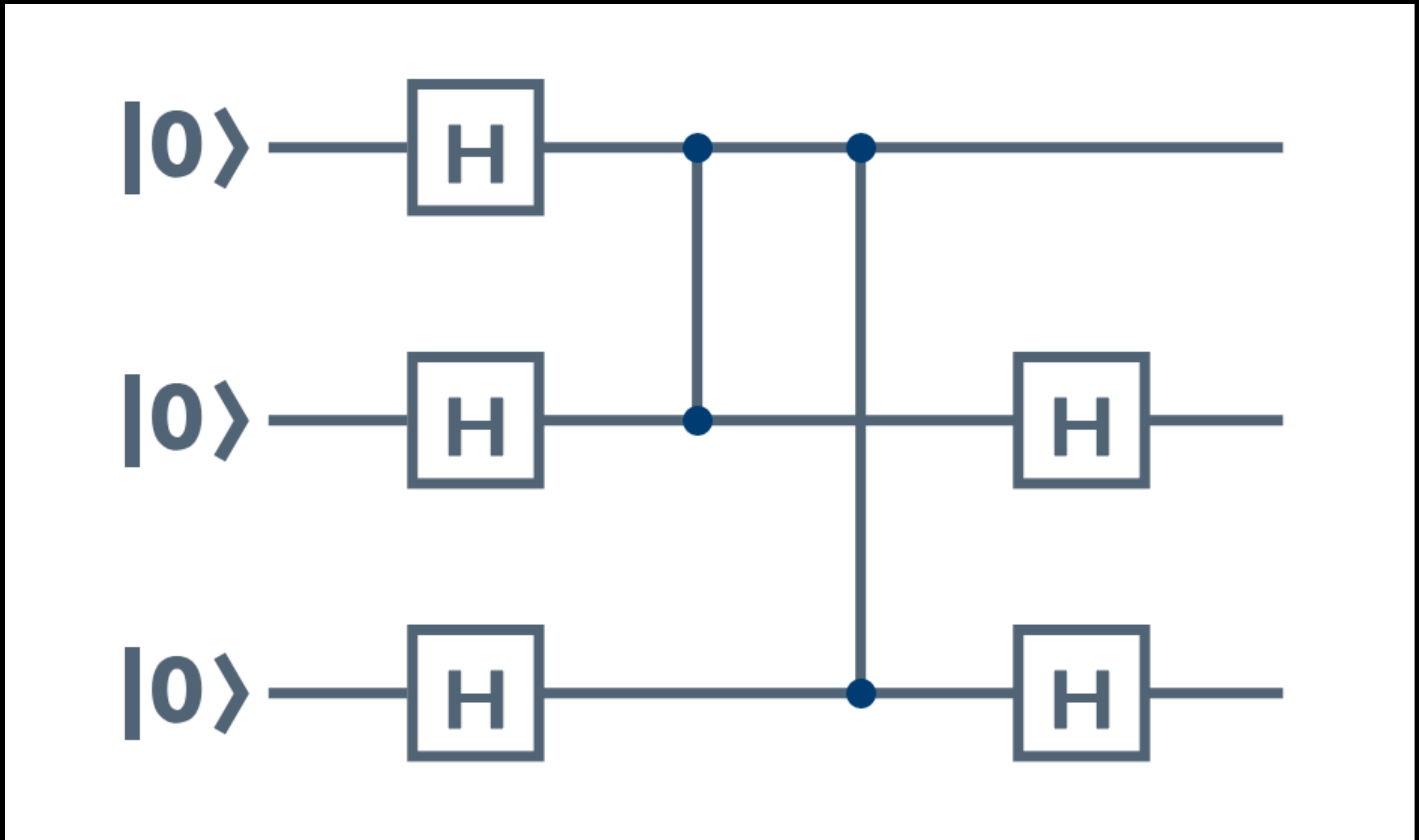
$$|0> = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \qquad |1> = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} \qquad |0> = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \qquad |1> = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$$

$$|q_1> = \alpha_1|0> + \beta_1|1> \qquad |q_2> = \alpha_2|0> + \beta_2|1>$$

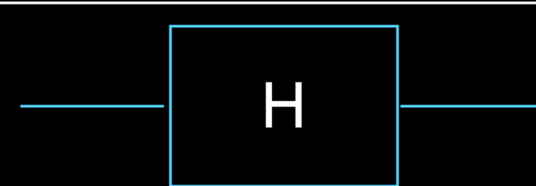
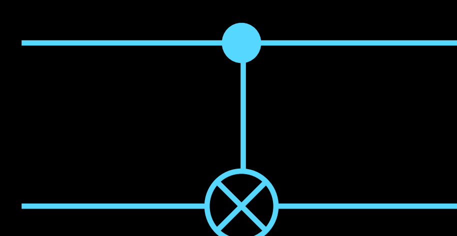
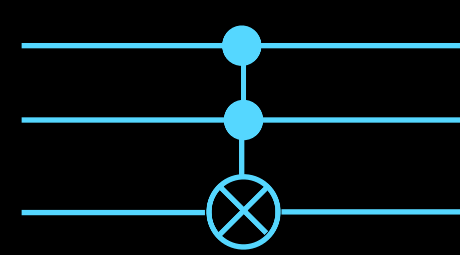
$$|q_1q_2> = \alpha_1\alpha_2|00> + \alpha_1\beta_2|01> + \beta_1\alpha_2|10> + \beta_1\beta_2|11>$$

Universal Gate Based Quantum Computers			Annealing
Superconducting Architecture Alibaba Group, intel, rigetti, Google, IBM			Quantum Annealing D-Wave The Quantum Computing Company™ QNNcloud
Trapped Ions IONQ, NSF	Topological Microsoft	Photonic XANADU, hp	

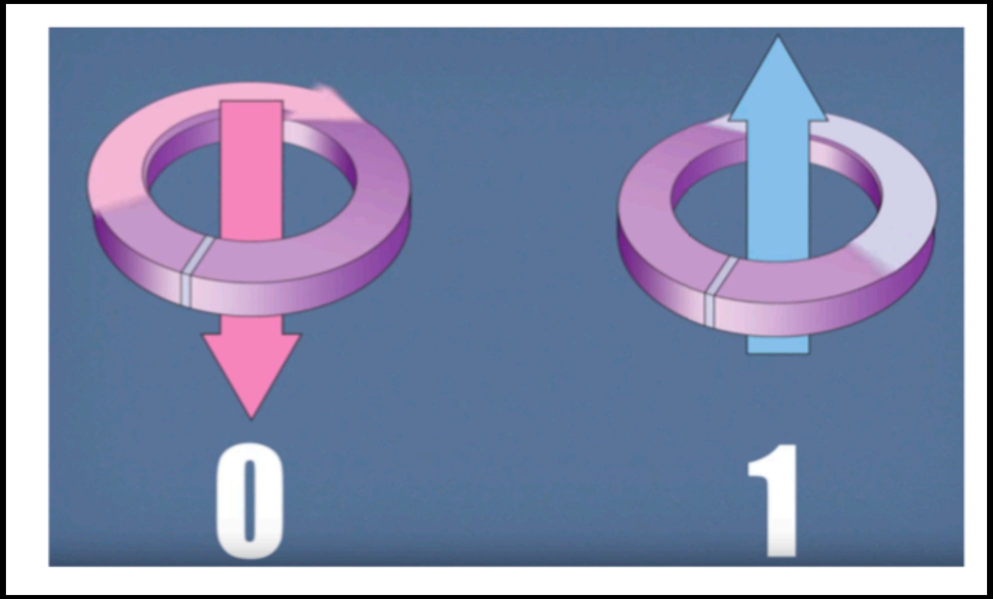
UNIVERSAL QUANTUM COMPUTER: GATE MODEL

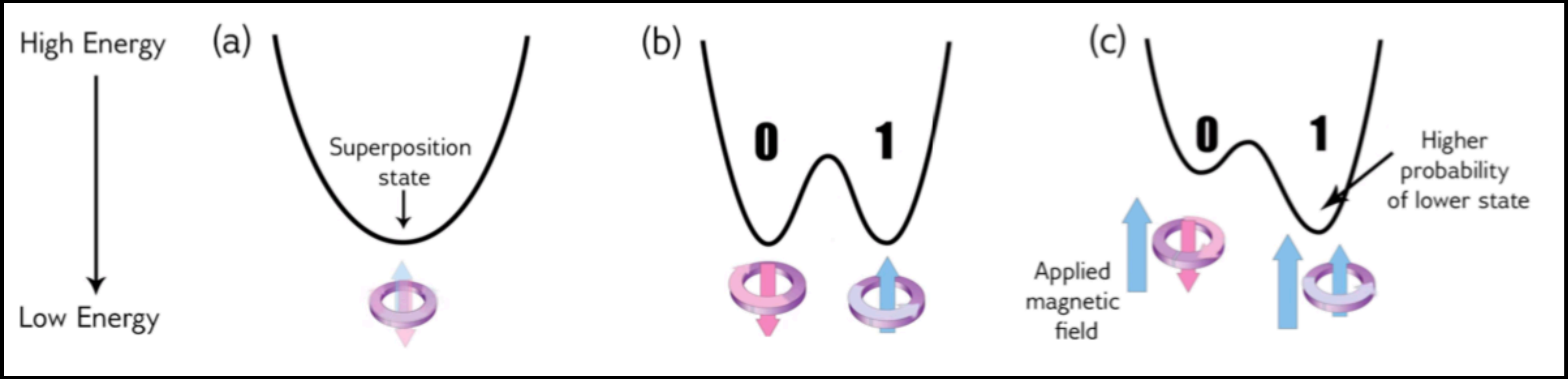


ALGUNAS COMPUERTAS CUÁNTICAS

COMPUERTA	NOTACIÓN	MATRIZ
HADAMARD		$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$
GATE		$\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$
CNOT		$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$
CCNOT		

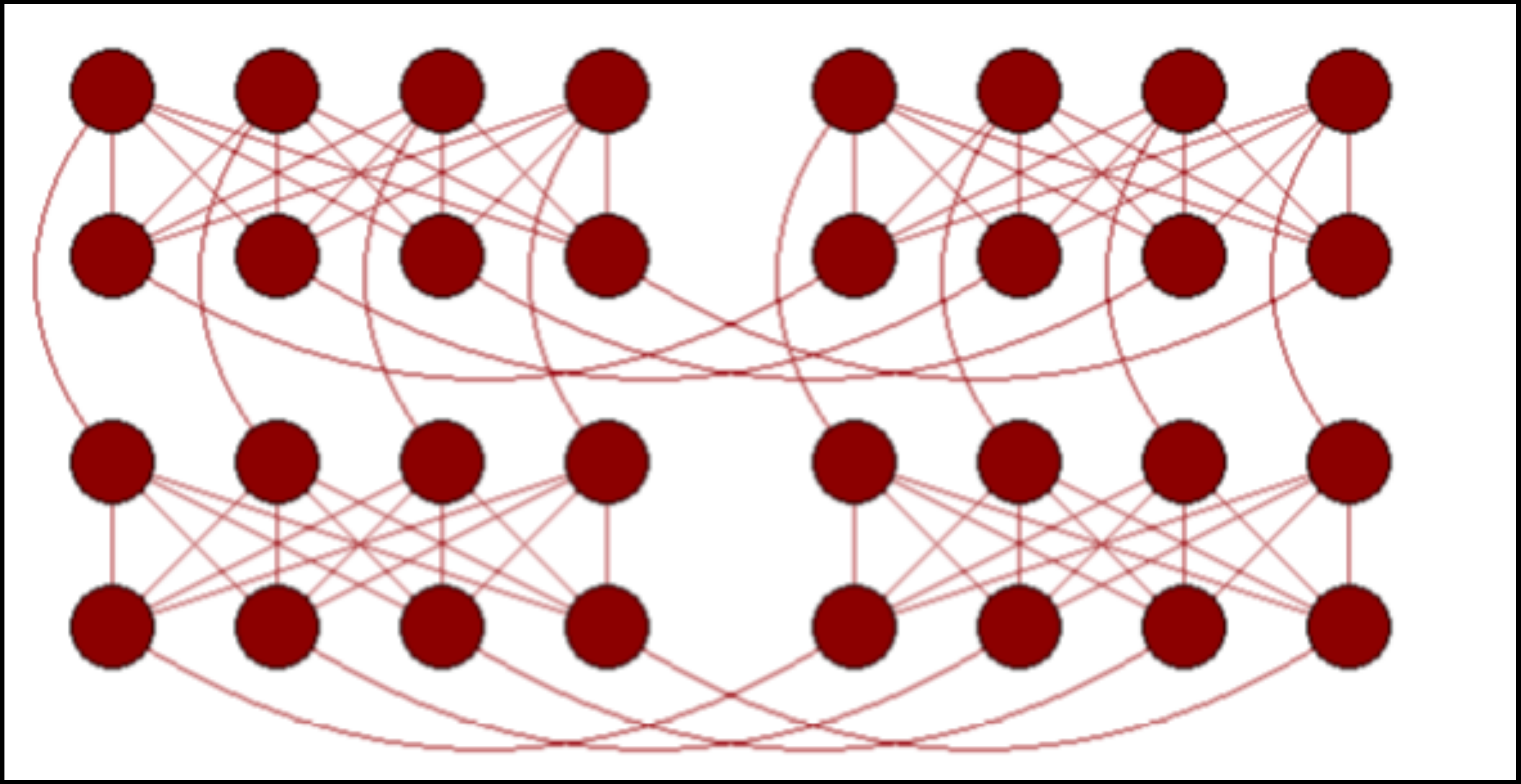
QUANTUM ANNEALING





ARQUITECTURA Y DISPOSICIÓN DE QUBITS

$$I = \sum_{i}^{N} h_i s_i + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} J_{i,j} s_i s_j$$



TRABAJOS RELACIONADOS

COLOREO DE GRAFOS

QUANTUM-INSPIRED ANNEALING [12]	QUANTUM ANNEALING + CLASSICAL COMPUTER [14]	GROVER ALGORITHM & QUANTUM WALKS (GATE MODEL) [11]
• Se reportó un nuevo coloreo óptimo • Se utiliza grafos referenciados por DIMACS. • Mostró supremacía sobre la técnica clásica.	• Probado en D-Wave • Mejora las técnicas clasicas de podamiento de árboles	• Aceleración cuadrática • Gran número de compuertas cuánticas

EL PROBLEMA DE LA SATISFACCIÓN BOLEANA

GROVER ALGORITHM (GATE MODEL) [11]	QUANTUM WALKS [17]	QUANTUM ANNEALING [15]
• Aceleración cuadrática • Gran número de compuertas cuánticas • Aceleración en factor de 10^5 • Se debe preprocesar las entradas para ajustarlas a las compuertas cuánticas	$\mathcal{O}(\sqrt{Tn} log^3 n log \frac{1}{\delta})$	• Escalable • Supremacía sobre computación clásica para este tipo de problemas

EL PROBLEMA DEL VENDEDOR VIAJERO

QUANTUM-INSPIRED EVOLUTIONARY ALGORITHM [20]	QUANTUM BACKTRACKING [19]	GATE MODEL [15]
• Mostro ser más eficiente (menos comparaciones)	$\mathcal{O}^*(1.110^n)\log L \log\log L$ $\mathcal{O}^*(1.301^n \log L \log\log L)$ $\mathcal{O}^*(1.680^n \log L \log\log L)$	• Eficiente para la representacion de (N-1)! Estados

TÉCNICAS A IMPLEMENTAR: COLOREO DE GRAFOS

TÉCNICA BASADA EN EL MODELO DE COMPUERTAS CUÁNTICAS

1. Convertir el grafo a una expresión booleana que represente las restricciones del coloreo

2. Normalizar la expresión booleana usando las leyes de Morgan

3. Inicializamos un sistema cuántico en |0>'s

4. Aplicamos el algoritmo de Groover.

1.OBTENIENDO LA FÓRMULA BOOLEANA

Sea v_i un vértice, y c_i un color…

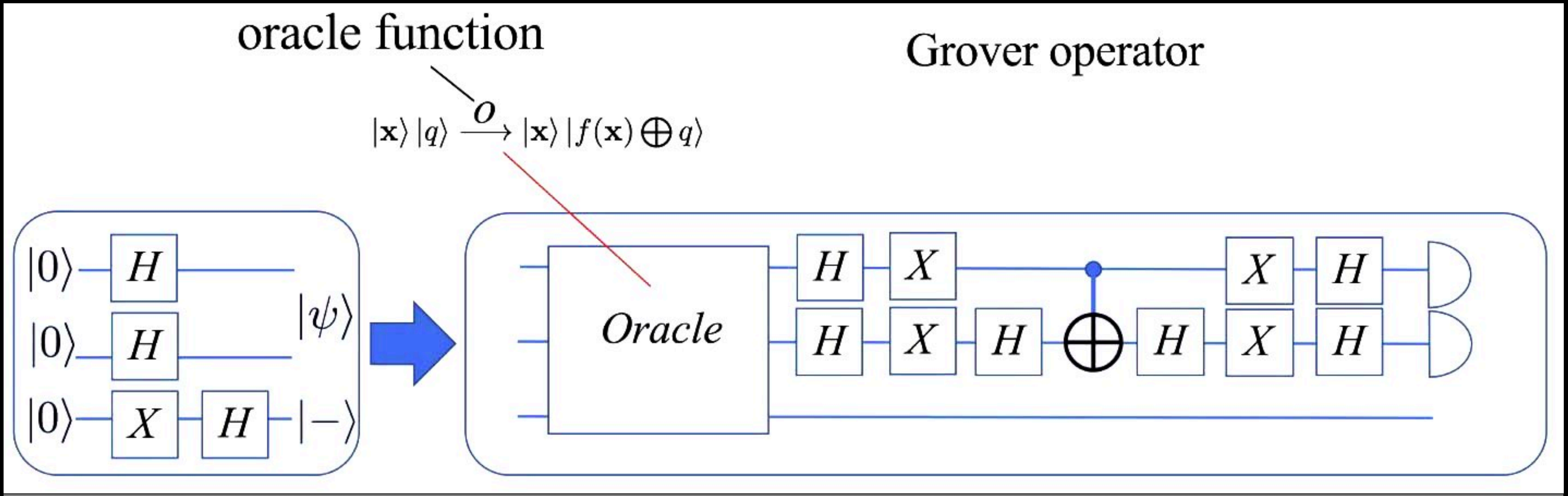
$$v_{i_{c1}} \vee v_{i_{c2}} \vee \ldots \vee v_{i_{ck}} = TRUE$$

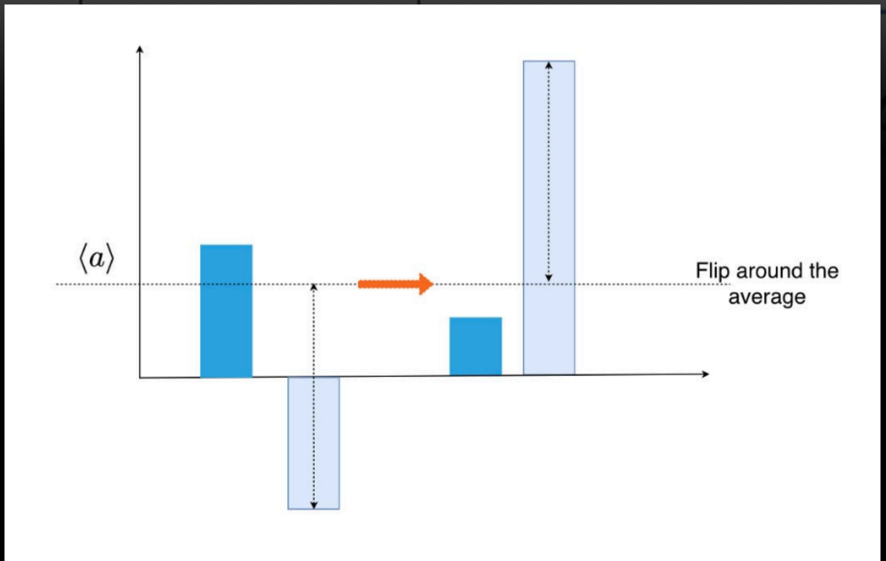
$$v_{i_{cp}} \wedge v_{i_{cl}} = FALSE, i \neq j$$

Luego para cada par de vertices v_i, v_j adyacentes

$$v_{i_c} \wedge v_{j_c} = FALSE$$

EL ALGORITMO DE GROVER





TÉCNICA BASADA EN EL MODELO DE RECALENTAMIENTO CUÁNTICO

1. Traducir la restricción de solo un color por vértice a una expresión QUBO.

2. Hacer un mapeo que se adapte a la arquitectura (chimera)

3. Formular restricciones QUBO producto del mapeo

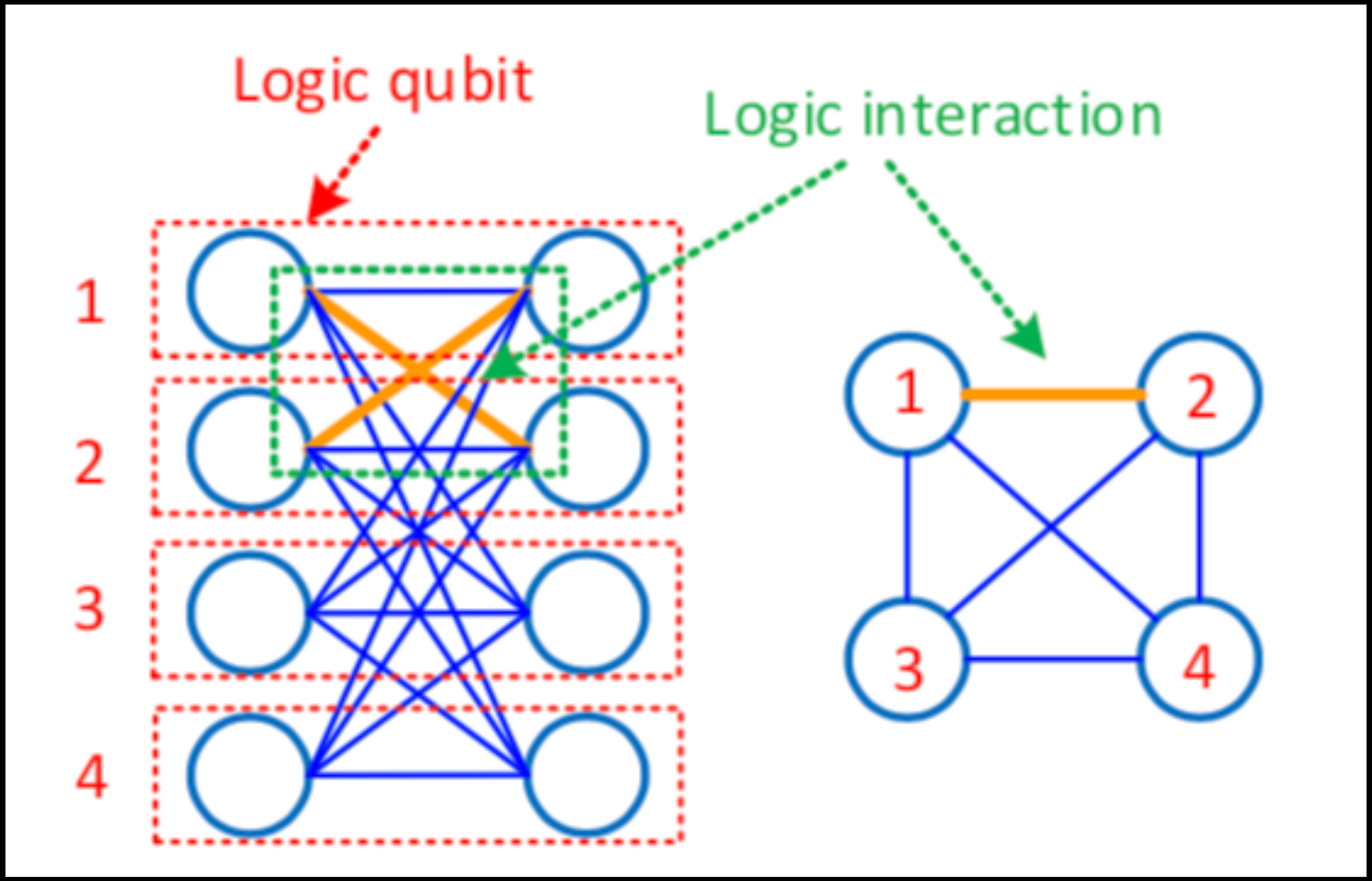
4. Formular las restricciones QUBO para restringir colores entre vertices adyacentes.

5. Calcular los coeficientes de los QUBO.

UN SOLO COLOR POR VÉRTICE

$$E_c = \sum_{i \in r,g,b} a_i q_i + \sum_{i}^{\{r,g,b\}} \sum_{j \neq i}^{\{r,g,b\}} a_{ij} q_i q_j$$

MAPEO



BIBLIOGRAFÍA

[11] E. Campbell, A. Khurana, and A. Montanaro, "Applying quantum algorithms to constraint satisfaction problems,"Quantum, vol. 3, p.167, Jul. 2019.

[12] Titiloye and A. Crispin, "Quantum annealing of the graph coloring problem," Discrete Optimization, vol.8,no.2,pp.376–384,2011.

[14] T. T. Tran, M. Do, E. G. Rieffel, J. Frank, Z. Wang, B. O'Gorman, D. Venturelli, and J. C. Beck, "A hybrid quantum-classical approach to solving scheduling problems," in SOCS, 2016

[15] J. Su, T. Tu, and L. He, "A quantum annealing approach for boolean satisfiability problem," in 2016 53nd ACM/EDAC/IEEE Design Automation Conference (DAC), June 2016, pp. 1–6.

[17] S. Martiel and M. Remaud, "Practical implementation of a quantum backtracking algorithm," 2019.