

# Determinación de Órbitas Elípticas

## El Método de Laplace

Simón López Vico

Doble Grado en Matemáticas e Ingeniería Informática  
Universidad de Granada

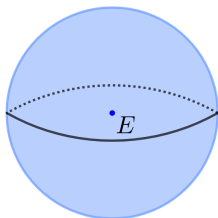
Septiembre de 2020

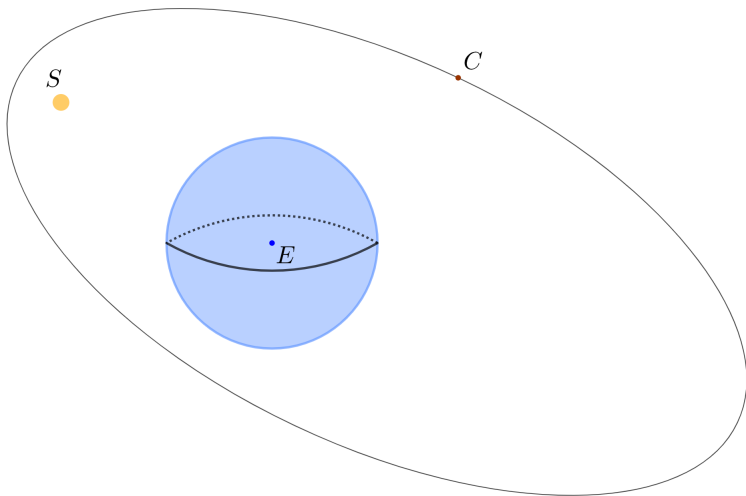
# Índice

- 1 Introducción
- 2 El Método de Laplace
- 3 La Órbita Completa
- 4 Bondad del método

# Introducción

$S$   
 $E$

$S$   




# El Método de Laplace

# Aproximando las derivadas

Tres observaciones:  $(\lambda_1, \mu_1, \nu_1)$ ,  $(\lambda_2, \mu_2, \nu_2)$ ,  $(\lambda_3, \mu_3, \nu_3)$ .



# Aproximando las derivadas

Tres observaciones:  $(\lambda_1, \mu_1, \nu_1)$ ,  $(\lambda_2, \mu_2, \nu_2)$ ,  $(\lambda_3, \mu_3, \nu_3)$ .

**Diferencia regresiva** ( $t_2 > t_1$ )

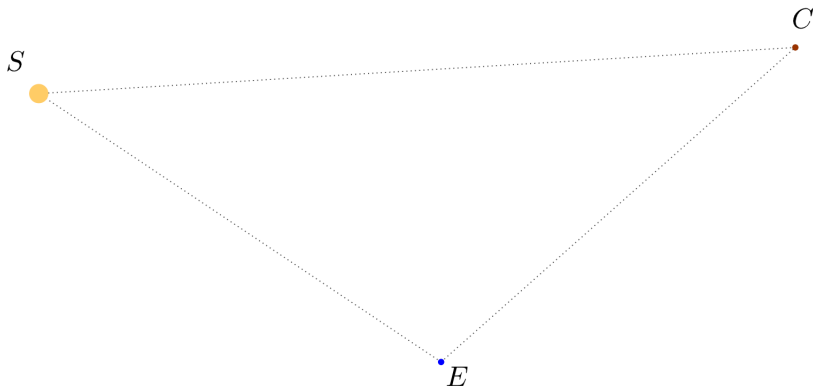
$$\lambda'_{12} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{t_2 - t_1}$$

**Diferencia progresiva** ( $t_2 < t_3$ )

$$\lambda'_{23} = \frac{\lambda_3 - \lambda_2}{t_3 - t_2}$$

**Diferencia centrada** ( $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ )

$$\lambda'_2 = \frac{\lambda'_{12} + \lambda'_{23}}{2}$$



Soluciones para  $\phi$ :

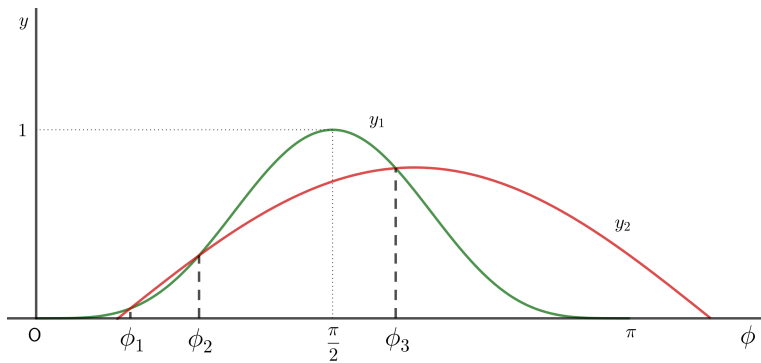
$$\sin^4 \phi = M \sin (\phi + m)$$

Soluciones para  $\phi$ :

$$\sin^4 \phi = M \sin (\phi + m)$$

Condiciones: 
$$\begin{cases} \phi \in (0, \pi) \\ \phi < \pi - \psi \end{cases}$$

# Valores para $\phi$



# Utilizamos los valores calculados

$$\rho' = \frac{D_2}{D} \left( \frac{1}{R^3} - \frac{1}{r^3} \right)$$

# Utilizamos los valores calculados

$$\rho' = \frac{D_2}{D} \left( \frac{1}{R^3} - \frac{1}{r^3} \right)$$

**Posición:**

$$\begin{cases} x = \rho\lambda - X \\ y = \rho\mu - Y \\ z = \rho\nu - Z \end{cases}$$

**Velocidad:**

$$\begin{cases} x' = \rho'\lambda + \rho\lambda' - X' \\ y' = \rho'\mu + \rho\mu' - Y' \\ z' = \rho'\nu + \rho\nu' - Z' \end{cases}$$

# La Órbita Completa



# Elementos orbitales

Utilizando  $r = (x, y, z)$  y  $v = r'$  podemos obtener  $(a, e, i, \omega, \Omega)$ .

# Elementos orbitales

Utilizando  $r = (x, y, z)$  y  $v = r'$  podemos obtener  $(a, e, i, \omega, \Omega)$ .

**Elipse:**  $(a \cos \theta + ae, a\sqrt{1 - e^2} \sin \theta, 0), \quad \theta \in (0, 2\pi)$

# Posición de la órbita

## Bondad del método

# Herramientas para el desarrollo

- **Python:** Numpy, Matplotlib, Astropy, etc.
- **Tkinter**