MAT B ljeto 2020.

Marin Smoljan

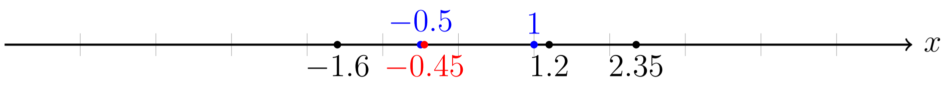
Uvod

Detaljna rješenja mature iz matematike, B razina, ljeto 2020.

1

Na brojevnom pravcu se vidi da jedino -0.45 zadovoljava nejednadžbu.

$$-0.5 < -0.45 < 1$$



2

Q:Koliki je ostatak pri dijeljenju broja 34567 s brojem 28?
1. način
Kalkulator

$$34567 : 28 = 1234,535714285714$$

Pomnožimo cijeli dio rezultata sa 28 i dobijemo

$$1234 * 28 = 34552$$

pa je ostatak jednak

$$34567 - 34552 = 15$$

2. način
Podijeliti "na ruke"

$$\begin{array}{l}
\;\;34567 : 28 = 1234 \\
\underline{-28} \\
\;\;065 \\
\;\underline{-56} \\
\;\;\;096 \\
\;\;\underline{-84} \\
\;\;\;\;127 \\
\;\;\underline{-112} \\
\;\;\;\;\;15
\end{array}$$

3

Q: Koliko je posto površine kvadrata ABCD osjenčano?

Neka je duljina stranice jednog kvadratića jednaka 1. Tada je površina cijelog kvadrata jednaka $3 * 3 = 9$.
Površina pravokutnog trokuta s katetama a i b jednaka je

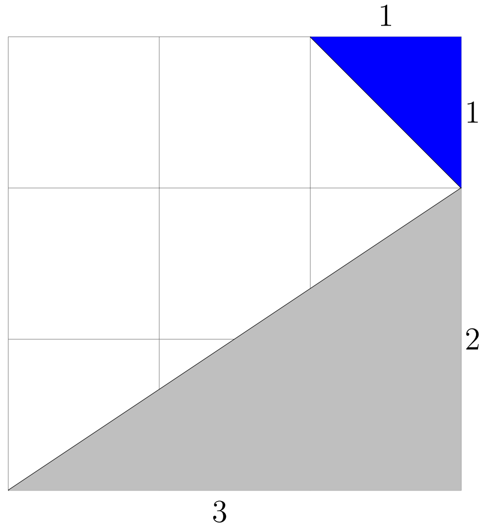
$$\frac{ab}{2}$$

pa su površine trokuta jednake (plavi) $\frac{1*1}{2} = 0.5$ i (sivi) $\frac{3*2}{2} = 3$.
Površina obojanog područja je $0.5 + 3 = 3.5$
Sada izračunajmo udio obojene površine u tom kvadratu

$$\text{obojeno} : \text{ukupno} \ = \ 3.5 : 9 \ = \ 0.3889$$

Pomnožimo to sa 100 da dobijemo postotak

$$0.3889 * 100 = 38.89\%$$



4

Q: U berbi crnoga i bijeloga grožđa jedna je šestina ubranoga grožđa crno grožđe. Koji je omjer crnoga i bijeloga ubranog grožđa?

$\frac{1}{6}$ je crno grožđe, pa je $1 - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ bijelo grožđe. Omjer crnog i bijelog ubranog grožđa je

$$\frac{1}{6} : \frac{5}{6} = 1 : 5$$

Jedinica predstavlja ukupnu količinu grožđa, $1 = 100\%$. Kako imamo bijelo i crno grožđe, mora vrijediti da je udio crnog grožđa + udio bijelog grožđa = 1. Od tud izraz za količinu bijelog grožđa, $b = 1 - c$.

5

Q: U ulici živi 5 obitelji s po jednim djetetom, 8 obitelji s po dvoje djece, 4 obitelji s po troje djece, 1 obitelj sa sedmoro djece i nekoliko obitelji s po četvero djece. Ako je prosječan broj djece po obitelji u toj ulici jednak 2.4, koliko je obitelji s po četvero djece?

Broj obitelji je $5 + 8 + 4 + 1 + x = 18 + x$.
Broj djece je $5 * 1 + 8 * 2 + 4 * 3 + 1 * 7 + x * 4 = 40 + 4x$.
Prosječan broj djece po obitelji dobijemo tako da podijelimo broj djece sa brojem obitelji

$$\frac{40 + 4x}{18 + x}$$

Izjednačimo to s danim prosjekom $2.4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$

$$\frac{40+4x}{18+x} = \frac{12}{5}$$

Sada riješimo jednadžbu. Množimo "u križ"

$$(40+4x)*5 = (18+x)*12$$

$$200+20x = 216+12x$$

$$20x-12x = 216-200$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

Dakle, dvije obitelji ima po četvero djece.

6

Q: . Čemu je jednako rješenje jednadžbe (∗) zaokruženo na četiri decimale?

$$3(2-5x) = \frac{4x-1}{2} + 6 \qquad (*)$$

Množimo jednakost sa 2

$$6(2-5x) = 4x-1+12$$

$$12-30x = 4x+11$$

$$-30x-4x = 11-12$$

$$-34x = -1$$

Dijelimo sa -34

$$x = \frac{1}{34} = 0.029411764... = 0.0294$$

Pri zaokruživanju se zadnja znameka ne mijenja jer je peta decimala manja od 5.

7

Četverostranoj piramidi je baza kvadrat, a stranice su joj trokuti. Na svakoj stranici kvadrata se "zalijepi" jedan trokut, pa imamo 4 trokuta i 1 kvadrat. To zadovoljava jedino lik pod A).

8

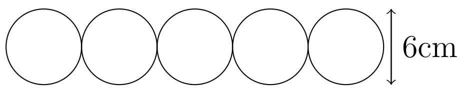
Q: Koji su od pravaca usporedni?
Imamo pravce

$p_1 ... y = -3x + 2$
$p_2 ... y = 3x + 2$
$p_3 ... y = 3x - 2$

Pravci su paralelni ako su im koeficijenti smjerova jednaki.
Za pravac $y = kx + l$, l označava presjecište sa y osi, a k označava koeficijent smjera. Da pravci budu paralelni, moraju imati isti koeficijent smjera, tj. brojevi uz x moraju biti isti. U ovom slučaju to vrijedi za pravce p_2 i p_3.

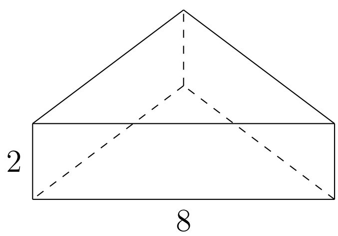
9

Q: Koliko se najviše okruglih žetona polumjera 3 cm može posložiti jedan pored drugoga na list papira pravokutnoga oblika dimenzija 20 cm × 30 cm?



Krug polumjera $3cm$ ima promjer $6cm$ pa možemo staviti 5 takvih žetona po dužini pravokutnika (5 žetona jedan do drugoga su $30cm$ dugi)
Pravokutnik je širok $20cm$, pa možemo staviti 3 žetona po širini pravokutnika, 3 žetona su 18cm dugi.
Ukupno možemo staviti $5 * 3 = 15$ žetona.

10



Q: Traži se volumen prizme čija je baza jednakostraničan trokut, bočni brid je 2cm, a osnovni 8cm.
U formulama imamo da je volumen prizme jednak $V = Bh$ pri čemu je B površina baze prizme, a h je visina prizme. Visina je duljina bočnog brida, $2cm$, a baza se računa po formuli za površinu jednakostraničnog trokuta

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

pa za $a = 8$ imamo

$$B = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = \frac{64\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$$

Sada je obujam prizme jednak

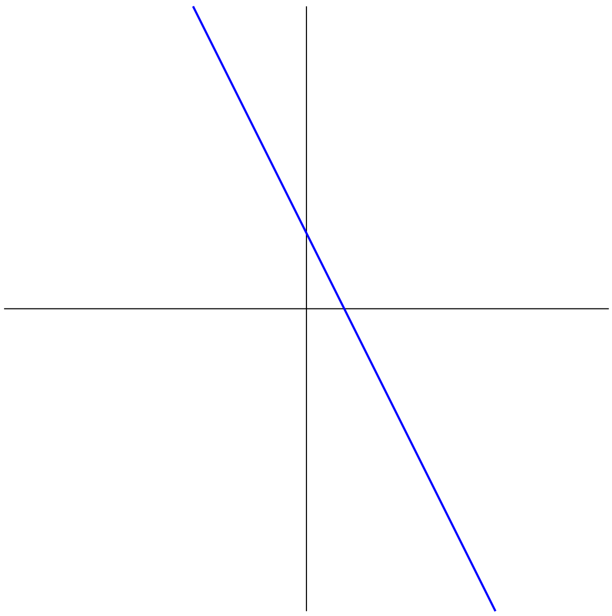
$$V = Bh = 16\sqrt{3} * 2 = 32\sqrt{3} = 55.4cm^3$$

11

Q: Za koju je od navedenih vrijednosti varijable x vrijednost funkcije f najmanja?

$f(x) = -2x + 1$ je linearna funkcija (njen graf je pravac) kojoj je koeficijent smjera jednak -2, pa je funkcija f padajuća. Najmanja vrijednost će se postići za najveći x. Od ponuđenih odgovora to je

$$x = \frac{11}{3}$$



12

Q: I brojniku i nazivniku razlomka $\frac{5}{3}$ dodamo broj 2 pa od dobivenoga broja oduzmemo 0.35. Kvadrat tako dobivenoga broja uvećamo 8 puta. Koji je rezultat provedenih računskih operacija?

$$\frac{5+2}{3+2} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{7}{5} - 0.35 = \frac{7}{5} - \frac{35}{100} = \frac{140}{100} - \frac{35}{100} = \frac{105}{100} = \frac{21}{20}$$

$$(\frac{21}{20})^2 = \frac{441}{400}$$

$$\frac{441}{400} * 8 = \frac{441}{50} = 8.82$$

Napomena: U drugom retku, ralzomak $\frac{7}{5}$ se proširi brojem 20 do nazivnika 100.

$$\frac{7}{5} * \frac{20}{20} = \frac{140}{100}$$

13

Q: Brat i sestra mjerili su duljinu svojih koraka. Bratov je korak za $9cm$ dulji od sestrina koraka, a sestrin je korak za 12% kraći od bratova koraka. Kolika je duljina sestrina koraka?

$b =$ duljina bratovog koraka
$s =$ duljina sestrinog koraka

$b = s + 9$	bratov je korak za $9cm$ dulji od sestrinog
$s = (100\% - 12\%) * b$	sestrin je korak za 12% kraći od bratovog

$b = s + 9$
$s = (88\%) * b = 0.88b$

Uvrstimo $s = 0.88b$ u prvu jednakost

$b = 0.88b + 9$ $\quad => b - 0.88b = 9$ $\quad => 0.12b = 9$ $\quad => b = 75$

Duljina sestrinog koraka jednaka je
$s = 0.88b = 0.88 * 75 = 66$

14

Q: Čemu je jednak y u rješenju sustava jednadžbi

$$3x - 25y = -57.6$$

$$\frac{y}{3} - x = 0$$

Metoda suprotnih koeficijenata
Pomnožimo drugu jednadžbu sa 3

$$3x - 25y = -57.6$$

$$y - 3x = 0$$

Riješimo se x-ova tako da zbrojimo te dvije jednadžbe

$$-24y = -57.6$$

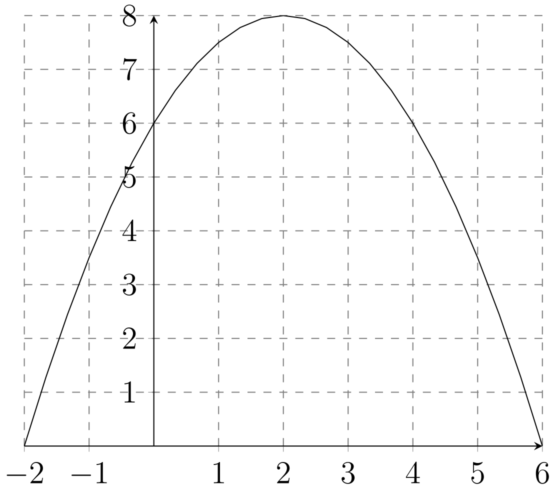
Podijelimo sa -24

$$y = 2.4$$

Napomena: Primjetite da je ovo kraće nego da smo računali x, pa onda y preko x-a. Ovom metodom x nismo izračunali, ali to se ne traži u zadatku pa nije potrebno.

15

Q: Kojom je formulom zadana kvadratna funkcija čiji je graf prikazan na slici?



Ponuđeni odgovori:
A) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$
B) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$
C) $f(x) = -x^2 - 2x + 6$
D) $f(x) = -x^2 + 2x - 6$

Parabola siječe y-os u točki (0,6), pa mora vrijediti f(0)=6. Funkcije pod B) i D) to ne zadovoljavaju pa njih izbacimo.
Metodom eliminacije izbacimo i zadnju netočnu opciju. Iz grafa vidimo da je točka $(2, 8)$ na grafu funkcije (to je tjeme) pa provjerimo zadovoljavaju li funkcije pod A) i C) jednakost za x=2.

Za A) imamo

$$f(2) = -\frac{1}{2} * 2^2 + 2 * 2 + 6 = -2 + 4 + 6 = 8$$

Za B) imamo

$$f(2) = -2^2 - 2 * 2 + 6 = -4 - 4 + 6 = -2$$

Točan rezultat je pod A)

16

Q: Ako trgovac prodaje žarulje po cijeni od 23 kn po komadu, za svakih 100 prodanih žarulja zaradi 70 kn. Koliko bi zaradio za 400 prodanih žarulja ako bi ih prodavao po cijeni od 25 kn po komadu?

Za 100 prodanih žarulja trgovac zaradi $70kn$, a kad bi s istom cijenom prodao 400 žarulja, zaradio bi $70kn * 4 = 280kn$.
Još treba izračunati koliko bi zaradio kad bi cijenu podigao za $2kn$, s 23 na 25.

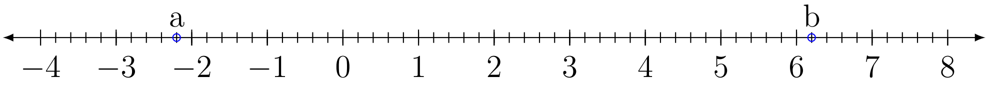
$$400komada * 2kn = 800kn$$

Ukupna zarada je

$$280kn + 800kn = 1080kn$$

17

Q: Na brojevnome pravcu prikazane su točke pridružene brojevima a i b. Na tome pravcu označite točku T koja je pridružena aritmetičkoj sredini brojeva a i b.

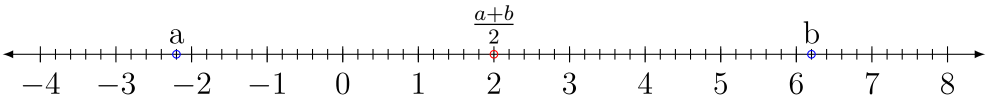


Interval duljine 1 je podijeljen na 5 dijelova, pa je razmak između dvije crtice 0.2
Dakle, označene točke na brojevnom pravcu su -2.2 i 6.2 (jedna crtica lijevo i jedna desno od -2 odnosno 6)
Aritmetička sredina brojeva a i b je

$$\frac{a+b}{2}$$

pa je aritmetička sredina brojeva -2.2 i 6.2 jednaka

$$\frac{-2.2+6.2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$



18

Kalkulator

19

19.1

Q: Odredite sva rješenja jednadžbe $2x^2 = 15x$

$2x^2 - 15x = 0$
$x(2x - 15) = 0$
Da bi umnožak dva broja bio nula mora ili prvi biti nula ili drugi nula.
$x_1 = 0$
$2x - 15 = 0 \quad => 2x_2 = 15 \quad => x_2 = \frac{15}{2}$

Može i ovako
$2x^2 = 15x$
$2x^2 - 15x = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4*2*0}}{2*2} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2}}{4} = \frac{15 \pm 15}{4} \quad => x_{1,2} = 0, \frac{15}{2}$$

19.2

Q: Riješite nejednadžbu $5x - 5 \geq 2x - 11$

$5x - 2x \geq -11 + 5$
$3x \geq -6 \qquad /3$
$x \geq -2$

Dijeljenje nejednakosti s pozitivnim brojem ne mijenja znak nejednakosti.

20

20.1

Q: Kolika je vrijednost izraza $(2x - y)^2$ za $x = -5$ i $y = 12$?

Uvrstimo te brojeve u izraz
$= (2 * (-5) - 12)^2$
$= (-10 - 12)^2$
$= (-22)^2$
$= 484$

20.2

Q: U izrazu $3a(4a + b)(2a - 1)$ provedite naznačene operacije i dobiveni izraz pojednostavnite do kraja. Koliki je koeficijent uz ab^2 u tome pojednostavljenom izrazu?

$$3a(4a + b)(2a - 1) = (12a^2 + 3ab)(2a - 1) = 24a^3 - 12a^2 + 6a^2b - 3ab$$

Koeficijent uz a^2b je 6.

21

21.1

Q: Izrazite C iz formule $A = 5B(C - D)$

$$A = 5B(C - D)$$
$$A = 5BC - 5BD$$
$$-5BC = -A - 5BD$$
$$C = \frac{A + 5BD}{5B}$$
$$C = \frac{A}{5B} + D$$

21.2

Q: Izraz $\frac{x^3-8}{x^2-4} - x$ zapišite kao jedan do kraja skraćen razlomak za svaki x za koji je taj izraz definiran.

Proširimo x do razlomka s nazivnikom $x^2 - 4$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{x^3-8}{x^2-4} - x \\
&= \frac{x^3-8}{x^2-4} - \frac{x(x^2-4)}{x^2-4} \\
&= \frac{x^3-8-x^3+4x}{x^2-4} \\
&= \frac{4x-8}{x^2-4} \\
&= \frac{4(x-2)}{(x-2)(x+2)} \\
&= \frac{4}{x+2}
\end{aligned}
$$

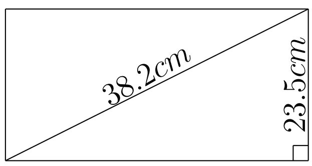
22

22.1

Q: Duljina je jedne stranice pravokutnika $23.5cm$, a duljina je dijagonale $38.2cm$. Kolika je duljina druge stranice toga pravokutnika?

a = 23.5
c= 38.2
Po pitagorinom poučku za pravokutan trokut vrijedi

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Katete pravokutnika i dijagonala čine pravokutan trokut pa vrijedi

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 38.2^2 - 23.5^2$$

$$b^2 = 1459.24 - 552.25$$

$$b^2 = 906.99$$

$$b = 30.11627467...$$

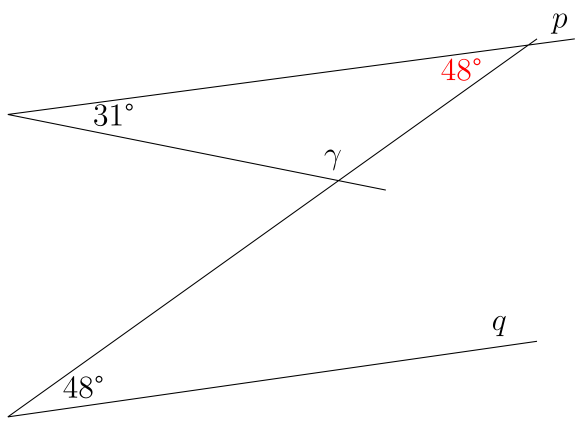
22.2

Q: Kolika je mjera kuta γ prikazanoga na skici ako su polupravci p i q paralelni?

Produžimo pravac uz kut od 48° na pravac p i dobijemo trokut kojemu je jedan kut jednak 31°, drugi γ, a treći kut je jednak 48° zbog paralelnosti pravaca p i q. Sada možemo izračunati kut γ iz formule za zbroj unutarnjih kuteva trokuta

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

Imamo
$\gamma = 180 - 48 - 31 = 101$



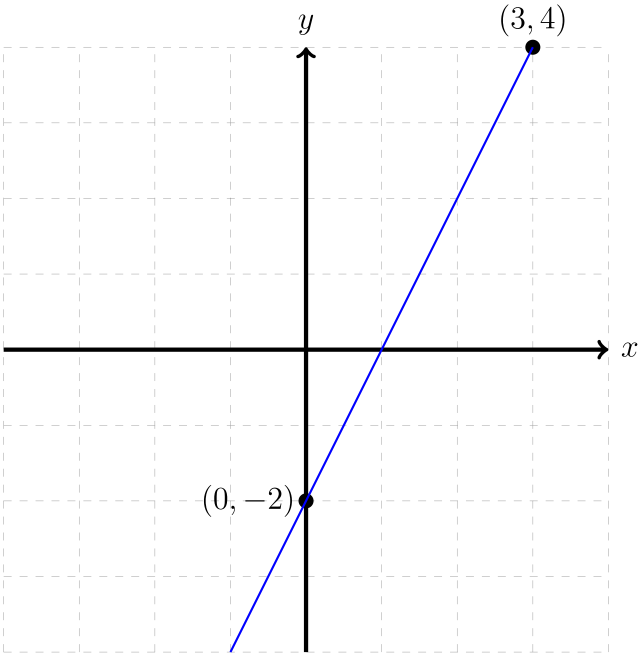
23

23.1

Q: U zadanome koordinatnom sustavu nacrtajte graf linearne funkcije za koju vrijedi $f(0) = -2$ i $f(3) = 4$.

Graf linearne funkcije je pravac

1. Nartaj točke $(0, -2)$ i $(3, 4)$ u koordinatnom sustavu.
2. Nacrtaj pravac kroz te dvije točke.



23.2

Q: Za koji je x vrijednost funkcije $f(x) = 5x - 17$ jednaka 348?

Tražimo x za koji vrijedi

$$\begin{aligned} 5x - 17 &= 348 \\ 5x &= 348 + 17 \\ 5x &= 365 \\ x &= 73 \end{aligned}$$

24

24.1

Q: Odredite razlomak s nazivnikom 20 koji je veći od $\frac{8}{15}$ i manji od $\frac{7}{12}$
Proširimo razlomke tako da im je nazivnik 60:
$\frac{8*4}{15*4} = \frac{32}{60}$ $\frac{7*5}{12*5} = \frac{35}{60}$ $\frac{x*3}{20*3} = \frac{3x}{60}$
Odaberimo x tako da je $32 \leq 3x \leq 35$. Jedini takav x je 11 (jer je 3x = 33)

24.2

Q: Koliko je

$$\frac{10^{203} - 10^{202}}{10^{203} + 10^{202}} ?$$

Izlučimo 10^{202} iz brojnika i iz nazivnika

$$\frac{10^{202}(10-1)}{10^{202}(10+1)}$$

Pokratimo 10^{202} pa ostane

$$\frac{9}{11}$$

25

25.1

Q; Napišite neku kvadratnu jednadžbu čija su rješenja različita i jedno je pet puta veće od drugoga.

Stavimo

$$(x-1)(x-5) = 0$$

Možemo to još zapisati u obliku

$$x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

$$x^2 - 6x - 5 = 0$$

25.2

Q: Zadan je broj $m = 10^{k+2}$. Koliki je broj k ako je $m = 1000$?

$$m = 10^{k+2}$$

Uvrstimo $m = 1000 = 10^3$

$$10^3 = 10^{k+2}$$

Dakle mora vrijediti

$$3 = k + 2$$

odnosno

$$k = 1$$

26

26.1

Q: Na zemljištu pravokutnoga oblika uzgajaju se rajčice tako da na svakome kvadratnom metru raste 6 sadnica. Ukupno je posađeno 1620 sadnica. Ako je duljina zemljišta za 10.5 metara veća od širine, kolika je širina zemljišta?

Ukupan broj sadnica podijelimo sa brojem sadnica po kvadratnom metru da dobijemo broj kvadratnih metara.

$$\frac{1620 sadnica}{6 sadnica/m^2} = 270m^2$$

Površina polja je $270m^2$. Označimo širinu zemljišta sa x, pa je duljina $x + 10.5$. Uvrstimo to u formulu za površinu pravokutnika i izjednačimo sa $270m^2$

$$x * (x + 10.5) = 270$$

$$x^2 + 10.5x - 270 = 0$$

Riješimo kvadratnu jednadžbu

$$x_{1,2} = \frac{-10.5 \pm \sqrt{10.5^2 + 4 * 1 * 270}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-10.5 \pm \sqrt{1190.25}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-10.5 \pm 34.5}{2}$$

Kako je duljina stranice pozitivan broj, stavimo plus

$$x = \frac{24}{2} = 12$$

Širina polja je 12m

26.2

Q; Dnevna dobit tvrtke opisana je formulom $D(x) = -0.3x^2 + 25.2x - 4$ gdje je x broj prodanih proizvoda, a $D(x)$ dobit izražena u kunama. Kolika je maksimalna moguća dnevna dobit te tvrtke?

$$D(x) = -0.3x^2 + 25.2x - 4$$

Tražimo maksimum te funkcije. D(x) je kvadratna funkcija čiji je graf parabola okrenuta prema dolje. Maksimum se postiže u tjemenu

$$T = (\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$$

Uzadatku se traži samo vrijednost, ne i gdje se ona postiže, pa računamo samo y-koordinatu tjemena, y_0

$a = -0.3$
$b = 25.2$
$c = -4$

$$y_0 = \frac{4 * (-0.3) * (-4) - 25.2^2}{4 * (-0.3)}$$

$$y_0 = \frac{4.8 - 635.04}{-1.2}$$

$$y_0 = 525.2$$

27

Tablica prikazuje nutritivne vrijednosti za 100 grama voća.

Namirnica(100g)	Enenrgija/kcal	Ugljikohidrati/g	Bjelančevine/g
ananas	56	13	0
banane	99	23	1
borovnice	62	14	1
breskve	46	11	1

27.1

Q: Ako za pola sata trčanja gubimo 400 kcal, koliko bi najmanje grama breskvi trebalo pojesti da se nadoknadi ta utrošena energija?
100 grama breskve sadrži 46klca.
400 kcal energije ćemo dobiti sa

$$400kcal/46kcal = 8.6957$$

$$8.6957 * 100grama = 869.57grama$$

Dakle treba pojesti 869.57 grama breskvi da dobijemo 400kcal energije.

27.2

Q: Od 15 dag ananasa, 20 dag banana i 12 dag borovnica napravljen je voćni napitak. Koliko će se grama ugljikohidrata unijeti u organizam tim napitkom?

Voćni napitak

- 15 dag ananasa
- 20 dag banana
- 12 dag borovnice

Pretvorimo dag u gram (množimo s 10), te pogledamo u tablici koliko ugljikohidrata ima na 100 grama

- 15 dag ananasa = 150g ananasa = 1.5 * 13 = 19.5g ugljikohidrata
- 20 dag banana = 200g banana = 2 * 23 = 46g ugljikohidrata
- 12 dag borovnice = 120g borovnica = 1.2 * 14 = 16.8g ugljikohidrata

Npr. za banane, 200g je 2 * 100g, a imamo 23g ugljikohidrata na 100g banana, pa množenjem tog broja sa 2 dobivamo da 200g banana ima 23*2=46 grama ugljikohidrata.
Ukupan broj ugljikohidrata je

$$19.5g + 46g + 16.8g = 82.3g$$

27.3

Q: Napišite formulu koja pretvara količinu energije x kcal u y kJ ako je energetska vrijednost 100 grama breskvi 192 kJ.

Energetska vrijednost 100g breskvi je 192kJ, što je po tablici isto što i 46kcal.

$$192kJ = 46kcal$$

Podijelimo jednakost sa 46

$$\frac{192}{46}kJ = \frac{46}{46}kcal$$
$$4.17kJ = 1kcal$$

i pomnožimo sa x da dobijemo zapis kao u funkciji

$$xkcal = 4.17xkJ$$

To se može zapisati kao

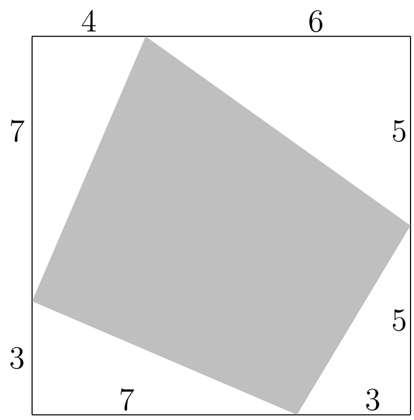
$$y = 4.17x$$

gdje je x iznos enelrgije u kcal, a y ekvivalentna vrijednost u kJ

28

28.1

Q: U kvadrat čija je duljina stranice 10 cm upisan je četverokut kao što je prikazano na skici. Kolika je površina toga upisanog četverokuta?



Traži se površina sivog četverokuta. To ne znamo izračunati, ali znamo izračunati površinu bijelog područja. Površinu sivog područja ćemo dobiti tako da oduzmemmo bijelo područje od čitavog kvadrata.

Izračunajmo površine pravokutnih trokuta počevši od donjeg lijevog

- $\frac{3*7}{2} = 10.5$
- $\frac{3*5}{2} = 7.5$
- $\frac{5*6}{2} = 15$
- $\frac{4*7}{2} = 14$

Površina bijelog područje je suma te četiri površine

$$\Sigma = 10.5 + 7.5 + 15 + 14 = 47cm^2$$

a površina kvadrata je $10^2 = 100$, pa je površina sivog područja jednaka

$$100 - 47 = 53cm^2$$

28.2

Q: Točka T(x, -3) u trećemu kvadrantu jednako je udaljena od ishodišta kao i točka P(7, 0). Koliko je x?

Napišimo formulu za udaljenost točke od središta (0,0)

$$d((x,y),(0,0)) = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0) =^2 +} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Pa je udaljenost točke T od središta jednaka

$$\sqrt{7^2 + 0^2} = 7$$

a udaljenost točke T od središta

$$\sqrt{x^2 + (-3)^2} = \sqrt{x^2 + 9}$$

Sada imamo jednakost

$$\sqrt{x^2 + 9} = 7$$

kvadriramo jednakost

$$x^2 + 9 = 49$$

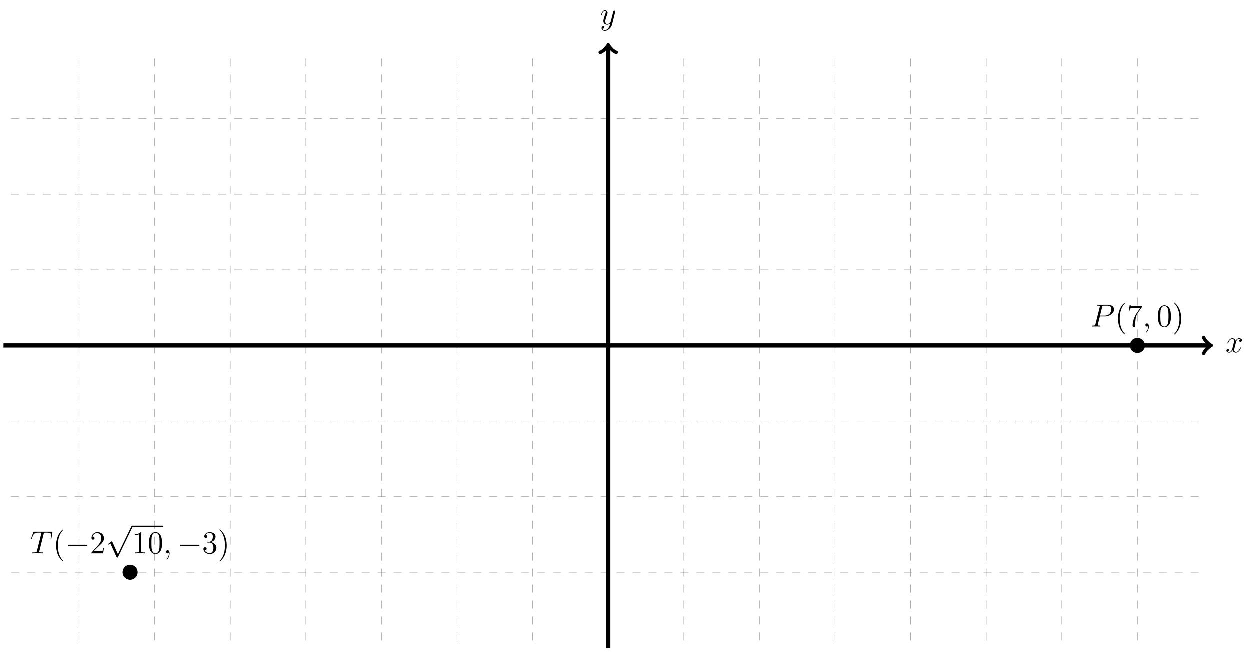
$$x^2 = 40$$

bacimo korijen

$$x = \pm\sqrt{40} = \pm\sqrt{4 * 10} = \pm 2\sqrt{10}$$

Kako tražimo točku u trećem kvadrantu, x mora biti negativan broj, pa je

$$x = -2\sqrt{10}$$



28.3

Q: Park prikazan na skici ima oblik pravokutnoga trokuta površine 4200 m2. Matija šeće uz rub parka od točke A preko točke B do točke C i prijeđe 190 m. Koliko bi metara prešao da je od točke A do točke C išao najkraćim putom?

Površina pravokutnog trokuta ABC je $4200m^2$. Označimo hipotenuzu sa $x = CA$ i katete sa $y = AB$ i $z = BC$.
Matija šeće od točke A do točke B, pa od točke B do točke C, dakle prešao je preko kateta trokuta, y i z, tj. vrijedi

$$y + z = 190m$$

Traži se duljina puta od A do C, tj. duljina hipotenuze x. Zapišimo što znamo

$$P = \frac{y * z}{2} = 4200$$

$$y + z = 190$$

Iz druge jednadžbe izrazimo z pomoću y

$$z = 190 - y$$

Sada uvrstimo z u prvu jednadžbu

$$\begin{aligned} \frac{y * (190 - y)}{2} &= 4200 \\ y * (190 - y) &= 8400 \\ 190y - y^2 &= 8400 \\ -y^2 + 190y - 8400 &= 0 \\ y^2 - 190y + 8400 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{1,2} &= \frac{190 \pm \sqrt{190^2 - 4 * 1 * 8400}}{2} \\ y_{1,2} &= \frac{190 \pm 50}{2} \\ y_1 &= 120 \\ y_2 &= 70 \end{aligned}$$

To su duljine kateta. Uzmimo da je $y = 120$. Tada je $z = 190 - 120 = 70$. (ako stavimo $y = 70$, onda bi bilo $z = 120$)

Sada po Pitagorinom poučku

$$a^2 + b^2 = c^2$$

izračunamo duljinu hipotenuze

$$
\begin{aligned}
x^2 &= y^2 + z^2 \\
x^2 &= 120^2 + 70^2 \\
x^2 &= 14400 + 4900 \\
x^2 &= 19300 \\
x &= \pm 138.92
\end{aligned}
$$

x je pozitivan jer predstavlja duljinu stranice

$$x = 138.92$$