Смоляков А.А

Лабораторная работа №3

Вычисление интегралов

**Цель:** Вычислить значение определенного интеграла по квадратурным формулам Ньютона-Котеса (число узлов n = 51) и оценить погрешность.

**Условие:**

При

**Теория метода:**

Формулами Ньютона-Котеса называются квадратурные формулы интерполяционного типа, построенные на равномерной сетке.

Есть 2 типа формул Ньютона-Котеса:

1. Формулы открытого типа, в которых хотя бы одна из граничных точек отрезка интегрирования не входит в квадратурную формулу ( т.е. хотя бы или .
2. Формулы закрытого типа – точки и являются узлами интерполяции (

Начнем с формул закрытого типа. По-прежнему на отрезке построена система узлов интерполяции: Шаг интегрирования Используя формулу Лагранжа для равноотстоящих узлов:

(1)

Где и учитывая, что значению соответствует - значение а также, что

(2)

Постоянные (2) называются коэффициентами Котеса. Они также не зависят от вида функции , а определяются числом n шагов интегрирования.

Коэффициенты Котеса удовлетворяют условиям:

Рассмотрим некоторые наиболее практически значимые частные случаи формул Ньютона-Котеса:

интерполирование по 2 узлам – линейное):

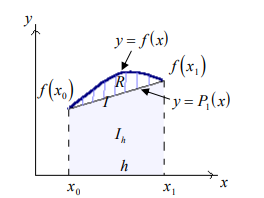
Данную задачу решал с помощью метода трапеций.

Локальная формула трапеций:

(3)

Остаточный член который оценивается как

Геометрическая интерпретация метода трапеций:



Глобальная формула трапеций:

(4)

Оценка глобальной погрешности интегрирования:

(5)

Где

Погрешность в данной задаче была подсчитана с помощью метода Рунге:

(6)

для метода трапеций равна .

**Код программы**

**function** F**(**x**:real):real;**

**begin**

result **:=** **((**x**\***x**)** **+** **1)\***sin**(**x**-0.5);**

**end;**

**var**

a**,**b**,**h**,**S**,**S1**,**e**,**x**:real;**

N**,**i**:** **integer;**

**begin**

a **:=** **0.8;**

b **:=** **1.6;**

N **:=** **51;**

h **:=** **(**b **-** a**)** **/** N**;**

S **:=** **(**F**(**a**)** **+** F**(**b**))** **/** **2;**

**for** i **:=** **1** **to** N **-** **1** **do**

**begin**

x **:=** a **+** i**\***h**;**

S **:=** S **+** F**(**x**);**

**end;**

S **:=** S**\***h**;**

writeln**(**'S = '**,** S**:5:3);**

h **:=** **(**b **-** a**)** **/** **(2\***N**);**

S1 **:=** **(**F**(**a**)** **+** F**(**b**))** **/** **2;**

**for** i **:=** **1** **to** N **-1** **do**

**begin**

x **:=** a **+** i**\***h**;**

S1 **:=** S1 **+** F**(**x**);**

**end;**

S1 **:=** S1**\***h**;**

e **:=** **(1/3)** **\*** **(**S1 **-** S**);**

writeln**(**'E = '**,** S1**:5:3);**

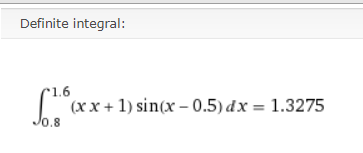
readln**;**

**end.**

**Результат:**



**Результат в Wolfram Mathematica:**



**Вывод:** Вычислили значение определенного интеграла по квадратурным формулам Ньютона-Котеса и оценили погрешность методом Рунге.