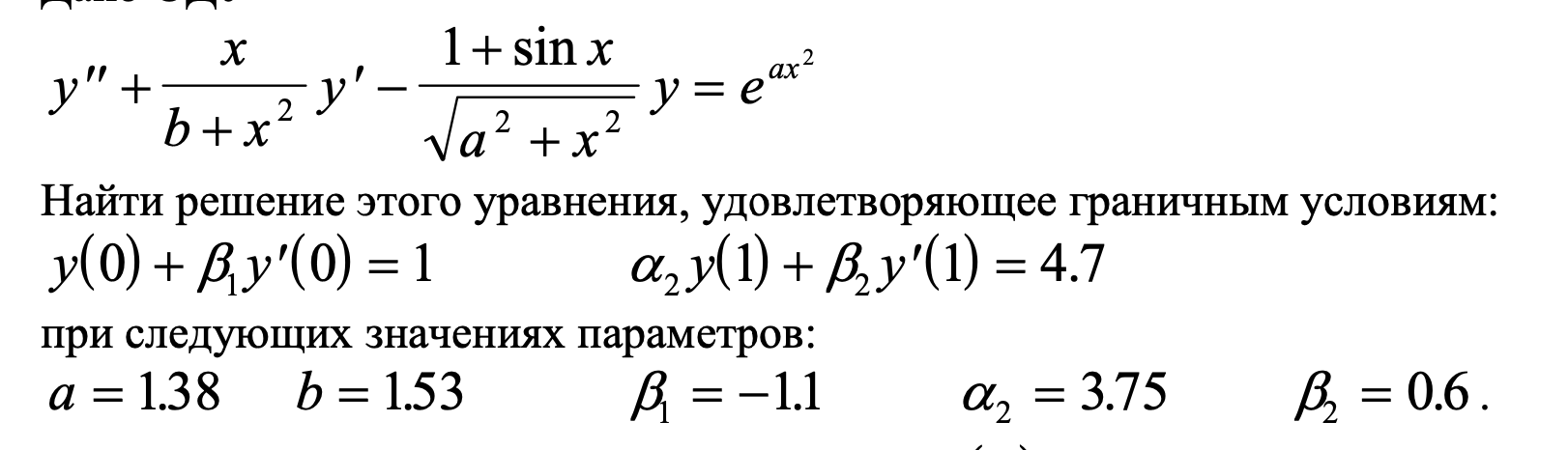
Смоляков А.А

2 курс, 5 группа

Лабораторная работа №5

Решение ОДУ с граничными условиями

**Цель:** Решить ОДУ с граничными условиями. Найти решение этого уравнения, удовлетворяющее граничным условиям. Построить график полученной зависимости

**Условие:**

**Теория метода:**

Есть ОДУ порядка **m** (ОДУ-m) или эквивалентная ему система из **m** ОДУ 1. Необходимо найти решение на интервале , удовлетворяющее граничным условиям в виде связи между искомой функцией и ее производными:

(1)

Для существования и единственности решения такой задачи количество **k** условий (1) должно совпадать с порядком **m.** То есть граничную задачу можно поставить для уравнения (системы) порядка Условия вида (1) могут быть заданы в любой точке отрезка , в частности, на его границах.

Рассмотрим подробнее численные методы решения краевых задач на примере 2-хточечных краевых задач для ОДУ-2:

(2)

Где **-**заданные функции.

Наиболее употребительными и изученными являются линейные краевые задачи, то есть задачи (2) в которых функции являются линейными. Поэтому далее будем обсуждать методы решения именно линейных краевых задач вида:

(3)

(4)

(5)

Где функции таковы**,** что задача имеет единственное решение и коэффициенты условий (4)-(5) удовлетворяют требованиям и . В общем виде задача (3)-(5) – смешанная краевая задача, при она становится первой , а при – второй краевой задачей.

Построим на отрезке равномерную сетку с шагом Определим на ней сеточные функции , и, будем обозначать – приближенное численное решение краевой задачи (3)-(5) в точке , в отличие от ее точечного решения в той же точке.

Решение задачи:

(6)

Прогоночные коэффициенты:

(7)

(8)

При произвольном получим:

(9)

(10)

Итак, в расчете прогоночных коэффициентов и по (7)-(10) заключается прямой ход метода прогонки. Обратный ход находит решение системы. А именно, из конечно-разностного уравнения для второго граничного условия после подстановки выражений и находим значение неизвестного :

(11)

Далее, Полагая последовательно вычисляются значения остальных искомых величин по формуле:

(12)

**Код программы**

**begin**

**for** i **:=** **0** **to** n **do**

**begin**

x**:=**i**\***h**;**

p**[**i**]:=**x**/**b **+** x**\***x**;**

q**[**i**]:=-(1+**sin**(**x**))/(**sqrt**(**a**\***a **+** x**\***x**));**

r**[**i**]:=**exp**(**a**\***x**\***x**);**

**end;**

Прямой ход метода прогонки  
k**[0]:=(**Sqr**(**h**)\***r**[0]\***g2**+**h**\*(2-**h**\***p**[0])\***g3**)/((**Sqr**(**h**)\***q**[0]-2)\***g2**+**h**\*(2-**h**\***p**[0])\***g1**);**

l**[0]:=2\***g2**/((**Sqr**(**h**)\***q**[0]-2)\***g2**+**h**\*(2-**h**\***p**[0])\***g1**);**

**for** i **:=** **1** **to** n **do**

**begin**

k**[**i**]:=(2\***Sqr**(**h**)\***r**[**i**]-(2-**h**\***p**[**i**])\***k**[**i**-1])/(2\***Sqr**(**h**)\***q**[**i**]-4-(2-**h**\***p**[**i**])\***l**[**i**-1]);**

l**[**i**]:=(2+**h**\***p**[**i**])/(2\***Sqr**(**h**)\***q**[**i**]-4-(2-**h**\***p**[**i**])\***l**[**i**-1]);**

**end;**

Обратный ход метода прогонки

y**[**n**]:=(2\***h**\***g6**+(**k**[**n**-1]-**k**[**n**]/**l**[**n**])\***g5**)/(2\***h**\***g4**+(**l**[**n**-1]-1/**l**[**n**])\***g5**);**

**for** i **:=** n**-1** **downto** **0** **do**

y**[**i**]:=**k**[**i**]-**l**[**i**]\***y**[**i**+1];**

Построение графика

**for** i **:=** **0** **to** n **do**

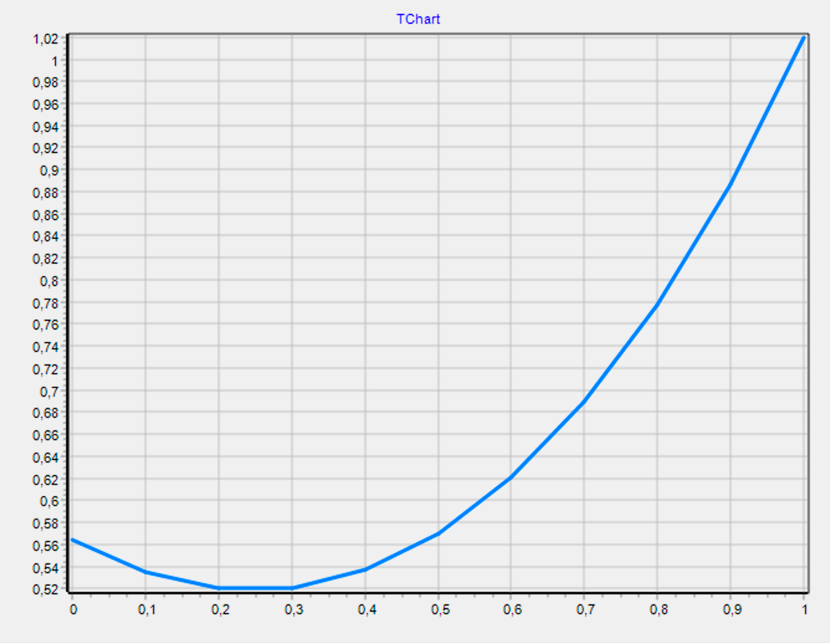
**begin**

x**:=**i**\***h**;**

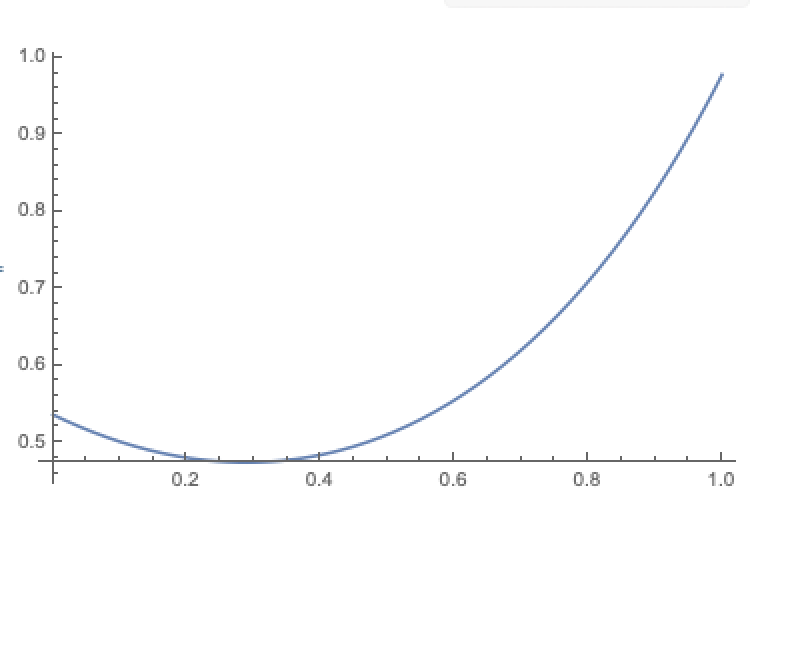
Chart1**.**Series**[0].**AddXY**(**x**,**y**[**i**]);**

**end;**

**Результат:**



**Результат Wolfram:**



**Вывод:** Решили ОДУ с граничными условиями. Нашли решение этого уравнения, удовлетворяющее граничным условиям. Построили график полученной зависимости