Смоляков А.А.

2 курс, 5 группа

Лабораторная работа №6

ДУЧП гиперболического типа

**Цель:** Найти решение смешанной задачи для волнового уравнения. Построить график решения (форму струны) для моментов времени .

**Условие**



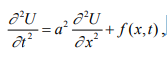
Значения брать из таблицы приведенная в методичке.

Граничные условия:

Значения параметров взять из таблицы приведенной в методичке.

**Теория метода:**

Построение разностных схем здесь будем рассматривать на примере типичного представителя дифференциального уравнения гиперболического типа – волнового уравнения. Для простоты ограничимся одномерным волновым уравнением:

 (1)

описывающим, например, поперечные колебания струны. В этом случае отклонение струны от положения равновесия в точке с координатой в момент времени . Параметр связан с натяжением и линейной плотностью струны. Причем мы рассматриваем вынужденные колебания, при этом внешнее воздействие описывается функцией (для свободных колебаний ). Дополнительные условия для уравнения (1) будут иметь вид:

**, .** (2)

(как частный случай, например, для струны с закрепленными концами) и

(3’)

(3’’)

(то есть заданы начальная форма струны и начальная скорость точек струны).

Где длина струны. Итого, имеем начально-граничную задачу. Ясно, что начальное условие (3’) и граничные условия (2) быть согласованы в точках (0,0) и (). Вместо условий (2) первого рода на границе могут быть заданы условия второго или третьего рода.

Задача (1)-(3) определена в той же прямоугольной области : (полуполосе, поскольку может быть любым, теоретически ; при практических расчетах задается конкретное конечное значение) с той же границей .

Для построения разностной схемы будем использовать ту же систему узлов: шаг по ), шаг вдоль оси ) и те же обозначения для сеточных функций Наиболее распространенная для данной задачи является трехслойная явная схема, построенная для каждого внутреннего узла на шаблоне «крест», второго порядка аппроксимации по :

(4)

Отсюда следует просто явное выражение для значений сеточной функции во внутренних точках каждого го слоя:

(5)

Дополнительное аппроксимацией граничных условий:

(6)

Значение функции в точках первого временного слоя можно приближенно вычислить так:

(7)

**Код программы**

**begin**

**for** i **:=** **0** **to** n **do**

**for** k **:=** **0** **to** n **do**

U**[**i**,**k**]:=0;**

**for** i **:=** **0** **to** n **do**

**begin**

x**[**i**]:=**i**\***h**;**

t**[**i**]:=**i**\***tau**;**

U**[0,**i**]:=**m1**(**t**[**i**]);**

U**[**n**,**i**]:=**m2**(**t**[**i**]);**

U**[**i**,0]:=**Phi**(**x**[**i**]);** *// на нулевом временном слое*

**end;**

**for** i **:=** **1** **to** n**-1** **do**

U**[**i**,1]:=**U**[**i**,0]+**tau**\***Psi**(**x**[**i**]);** *// на первом слое*

На первом слое:

**for** k **:=** **1** **to** n**-1** **do**

**for** i **:=** **1** **to** n**-1** **do**

U**[**i**,**k**+1]:=**a**\*(**U**[**i**+1,**k**]+**U**[**i**-1,**k**])+2\*(1-**a**)\***U**[**i**,**k**]-**U**[**i**,**k**-1]+**Sqr**(**tau**)\***f**(**x**[**i**],**t**[**k**]);**

На всех слоях:

**for** i **:=** **0** **to** n **do**

**begin**

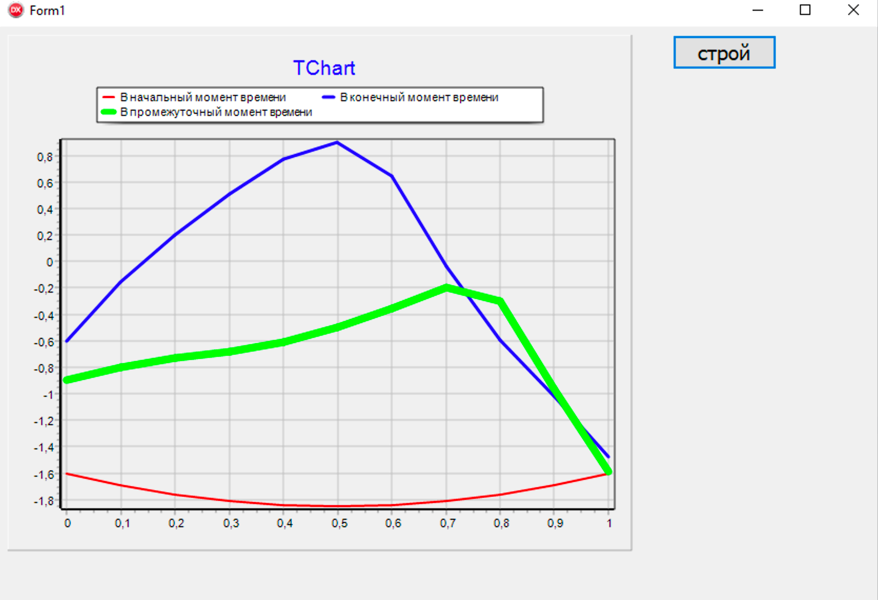
Chart1**.**Series**[0].**AddXY**(**x**[**i**],**U**[**i**,0]);**

Chart1**.**Series**[2].**AddXY**(**x**[**i**],**U**[**i**,5]);**

Chart1**.**Series**[1].**AddXY**(**x**[**i**],**U**[**i**,**n**]);**

**end;**

**Результат:**



**Результат в Wolfram Mathematica:**

****

**Вывод:**

Нашли решение смешанной задачи для волнового уравнения. Построили график решения (форму струны) в начальный, промежуточный и конечный момент времени.