

Лабораторная работа №6. Задача об эпидемии

Вариант 28

Смородова Дарья Владимировна

2022 March 19th

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
5	Выводы	12
6	Список литературы	13

List of Tables

List of Figures

4.1	Код программы	10
4.2	График для первого случая без учета восприимчивых к болезни людей	10
4.3	График для первого случая с учетом восприимчивых к болезни людей	11
4.4	График для второго случая	11

1 Цель работы

Целью данной лабораторной работы является изучение простейшей модели эпидемии и построение графиков изменения числа особей в трех группах:

- заболевшие люди, являющиеся распространителями инфекции;
- здоровые люди с иммунитетом к болезни;
- восприимчивые к болезни, но пока здоровые люди.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 11400$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 250$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 47$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \leq I^*$

2) если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - $S(t)$ — восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи. Вторая - $I(t)$ — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции. И третья - $R(t)$ — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие

иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности:

α — коэффициент заболеваемости

β — коэффициент выздоровления

Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$ ¹

¹Кулябов Д.С. Задача об эпидемии.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Выполнять данную лабораторную работу я буду в программе OpenModelica.
2. Напишем программу для построения графиков изменения числа особей в каждой из трёх групп (fig.4.1):
 - заболевшие люди, являющиеся распространителями инфекции;
 - здоровые люди с иммунитетом к болезни;
 - восприимчивые к болезни, но пока здоровые люди.

```

1 model lab06
2 parameter Real n = 11400;
3 parameter Real i0 = 250;
4 parameter Real r0 = 47;
5 parameter Real s0 = n-i0-r0;
6 parameter Real a = 0.01;
7 parameter Real b = 0.02;
8
9 Real i1(start = i0);
10 Real r1(start = r0);
11 Real s1(start = s0);
12
13 Real i2(start = i0);
14 Real r2(start = r0);
15 Real s2(start = s0);
16
17 equation
18
19 der(i1) = -b*i1;
20 der(r1) = b*i1;
21 der(s1) = 0;
22
23 der(i2) = a*s2 - b*i2;
24 der(r2) = b*i2;
25 der(s2) = -a*s2;
26
27 end lab06;

```

Figure 4.1: Код программы

- Получим график изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая без учета восприимчивых к болезни людей (fig.4.2):

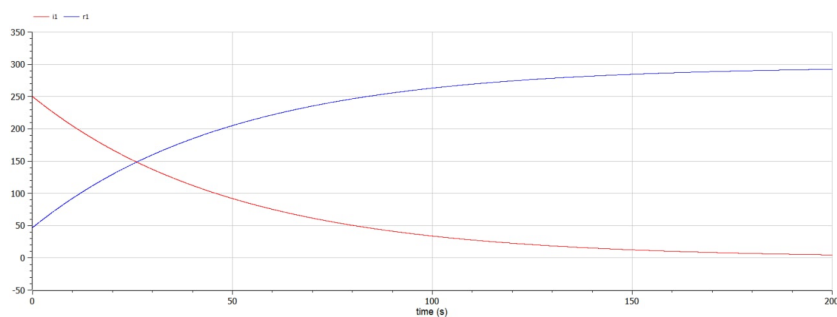


Figure 4.2: График для первого случая без учета восприимчивых к болезни людей

- Получим график изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая с учетом восприимчивых к болезни людей (fig.4.3):

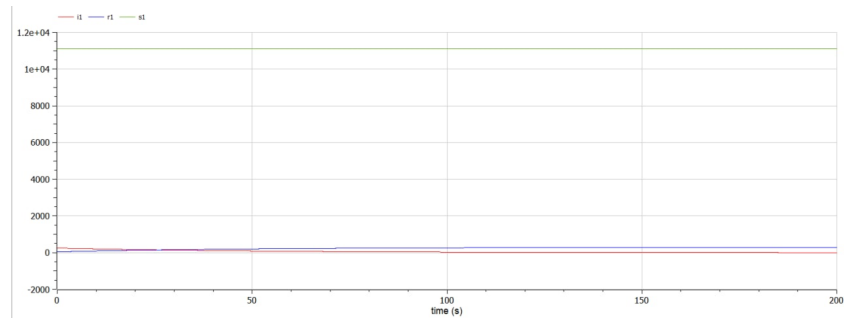


Figure 4.3: График для первого случая с учетом восприимчивых к болезни людей

5. Получим график изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая (fig.4.4):

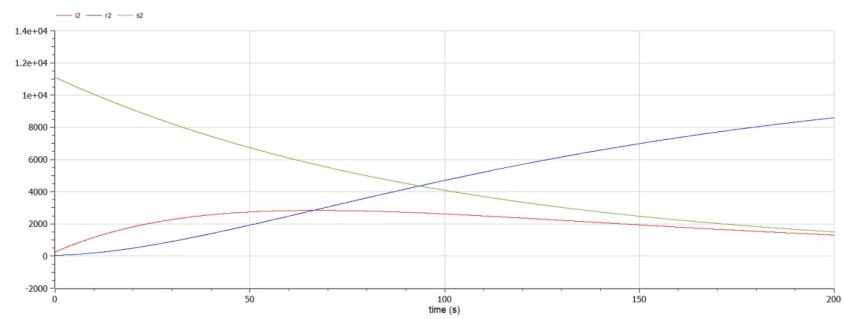


Figure 4.4: График для второго случая

5 Выводы

В ходе данной лабораторной работы, мы изучили простейшую модель эпидемии и построили графики изменения числа особей в трех группах:

- заболевшие люди, являющиеся распространителями инфекции;
- здоровые люди с иммунитетом к болезни;
- восприимчивые к болезни, но пока здоровые люди.

6 Список литературы

1. Кулябов Д.С. Задача об эпидемии / Д. С. Кулябов. - Москва: - 7 с.