Защита лабораторной работы №4. Модель гармонических колебаний

Смородова Дарья Владимировна

2022 March 5th

RUDN University, Moscow, Russian Federation

Цель выполнения лабораторной работы

Цель выполнения лабораторной работы

Научиться строить модели гармонических колебаний на примере линейного гармонического осциллятора, построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнения гармонического осциллятора для трех случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.

Задание лабораторной работы

Вариант 28

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4.7x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 0.5\dot{x} + 7x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 7\dot{x} + 0.5x = 0.5sin(0.7t)$

На интервале $t \in [0; 56]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = 0.9, y_0 = 1.9$

Теоретические данные

Основные уравнение задачи

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + w_0^2 x = f(t)$$

При отсутствии потерь в системе получаем уравнение консервативного осциллятора, энергия колебания которого сохраняется во времени:

$$\ddot{x} + w_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Результаты выполнения лабораторной работы

Код программы для первого случая

```
model lab04_1

parameter Real gamma = 0;
parameter Real omega = sqrt(4.7);
parameter Real x0 = 0.9;
parameter Real y0 = 1.9;

Real x(start = x0);
Real y(start = y0);

equation
der(x) = y;
der(y) = -omega*omega*x - gamma*y;

end lab04_1;
```

Figure 1: Код программы для первого случая

Фазовый портрет для первого случая

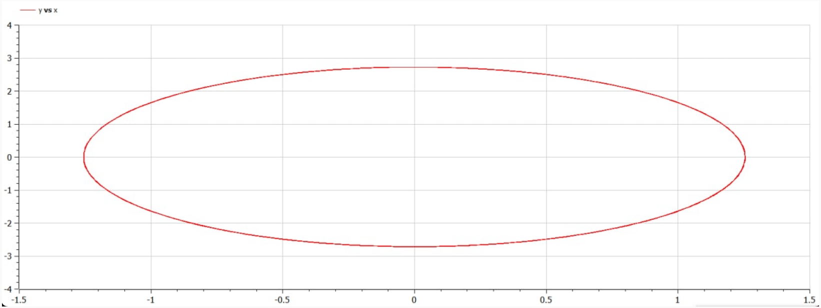

Figure 2: Фазовый портрет для первого случая

Решение уравнения гармонического осциллятора для первого случая

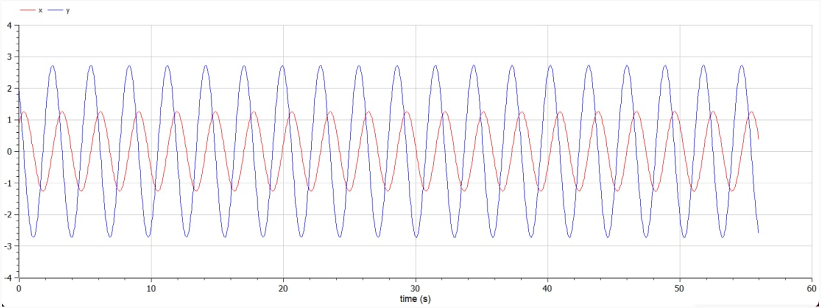

Figure 3: Решение уравнения гармонического осциллятора для первого случая

Код программы для второго случая

```
model lab04_2

parameter Real gamma = 0.5;
parameter Real omega = sqrt(7);
parameter Real x0 = 0.9;
parameter Real y0 = 1.9;

Real x(start = x0);
Real y(start = y0);

equation
der(x) = y;
der(y) = -omega*omega*x - gamma*y;

end lab04_2;
```

Figure 4: Код программы для второго случая

Фазовый портрет для второго случая

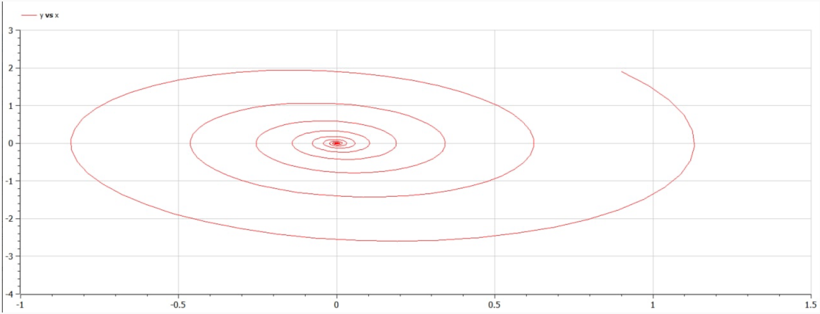

Figure 5: Фазовый портрет для второго случая

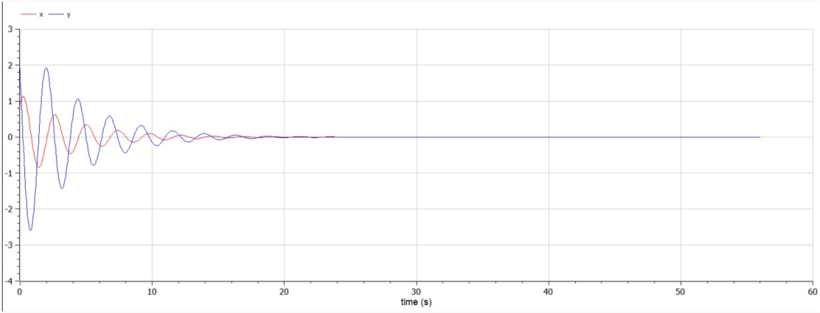

Figure 6: Решение уравнения гармонического осциллятора для второго случая

```
model lab04_3

parameter Real gamma = 7;
parameter Real omega = sqrt(0.5);
parameter Real x0 = 0.9;
parameter Real y0 = 1.9;

Real x(start = x0);
Real y(start = y0);

equation
der(x) = y;
der(y) = -omega*omega*x - gamma*y + 0.5*sin(0.7*time);

end lab04_3;
```

Figure 7: Код программы для третьего случая

Фазовый портрет для третьего случая

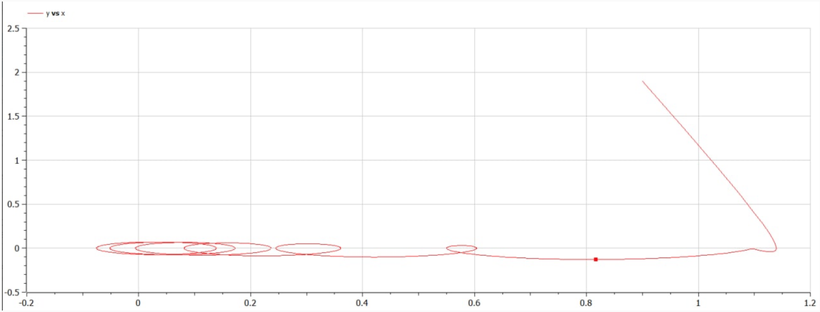

Figure 8: Фазовый портрет для третьего случая

Решение уравнения гармонического осциллятора для третьего случая

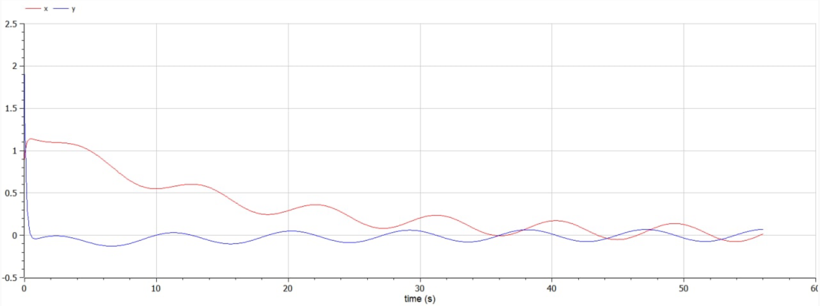

Figure 9: Решение уравнения гармонического осциллятора для третьего случая

Выводы

Выводы

1. Научились строить модели гармонических колебаний на примере линейного гармонического осциллятора.
2. Написали код решения данной задачи в OpenModelica;
3. Построили фазовый портрет гармонического осциллятора и решили уравнения гармонического осциллятора для трех случаев:
   3.1 Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы.
   3.2 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы.
   3.3 Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы.