UNIVERSIDAD EAFIT

GESTIÓN DE RIESGOS FINANCIEROS

Stephanía Mosquera López

smosqueral@eafit.edu.co

Escuela de Economía y Finanzas

2022-I

Gestión del Riesgo de Mercado

Front Office

- Unidad encargada de las transacciones con los clientes o contrapartidas (traders).
- Realiza cobertura del riesgo al garantizar que la exposición a variables de mercado no sea muy alta.

Middle Office

- Unidad encargada del riesgo total tomado, niveles de capital, y el cumplimiento normativo.
- Agrega la exposición de todos los traders para determinar si el riesgo total es aceptable.

Back Office

- Registro de información.
- Encargados de realizar los pagos por las transacciones realizadas.

Medidas del Riesgo

- El **Valor en Riesgo (VaR)** y el **Expected Shortfall (ES)** son medidas que buscan resumir en un solo número el riesgo total de un portafolio.

- El **VaR** es una medida de la exposición de un portafolio de inversión al **riesgo de mercado**.

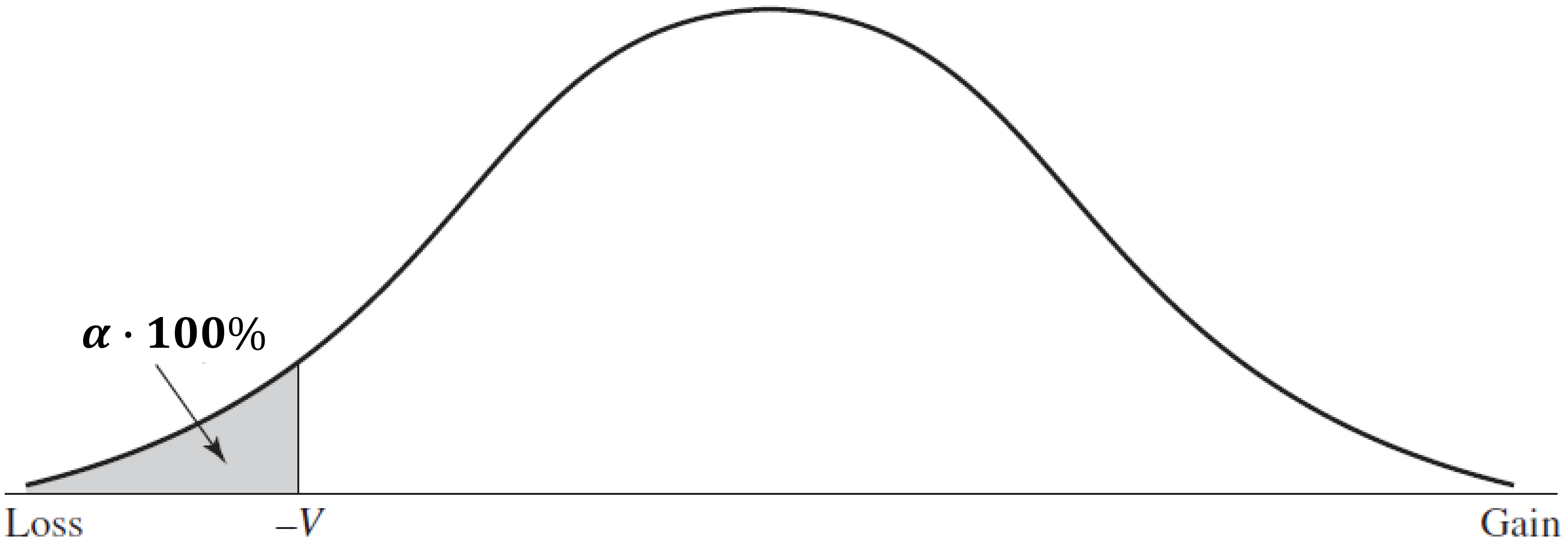
- El **VaR** se difundió ampliamente después de su publicación en un documento técnico de **RiskMetrics** en 1994 para J.P. Morgan en Estados Unidos. Esta medida hoy constituye un paradigma financiero en el manejo de todo tipo de riesgos.

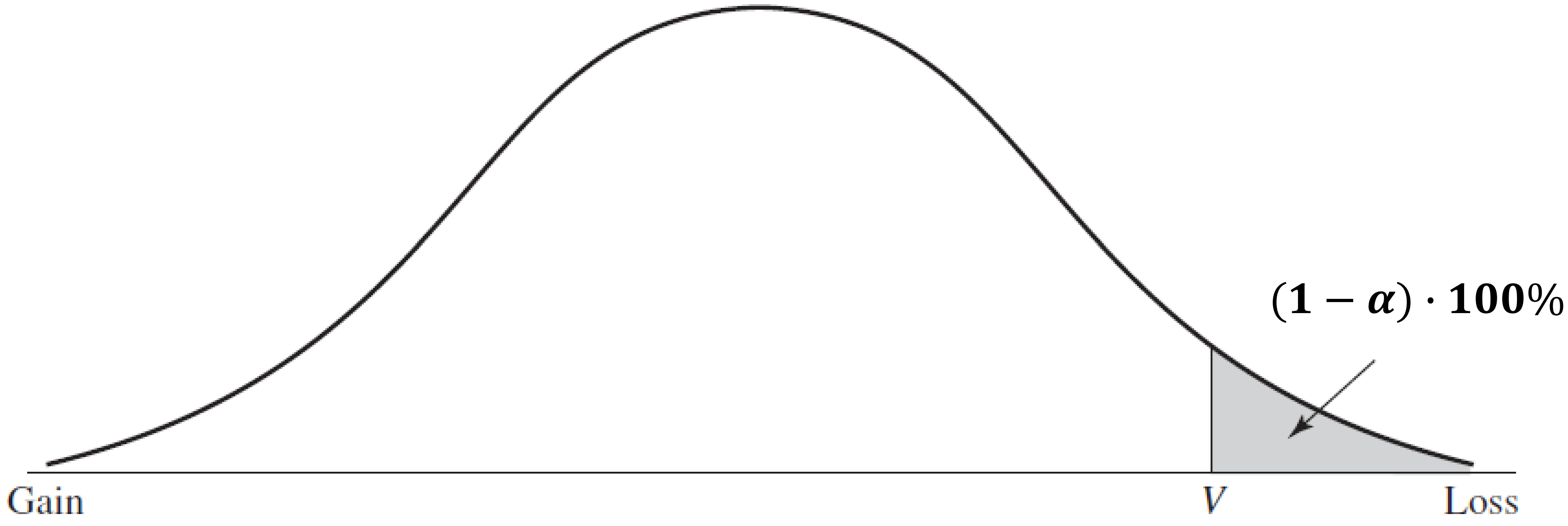
Valor en Riesgo (VaR)

El **VaR** se define como la **máxima pérdida esperada** (o la peor pérdida) que podría registrarse durante un determinado **período de tiempo**, para un **nivel dado de confianza**.

Busca responder esta pregunta: ¿Cuál es la pérdida esperada del portafolio que sólo va a ser excedida $\alpha \cdot 100\%$ de las veces en los próximos K días?

De esta manera, estamos $(1 - \alpha) \cdot 100\%$ seguros que no vamos a perder más del VaR en los siguientes K días.


$\boldsymbol{\alpha \cdot 100\%}$
Loss
$-V$
Gain


$\boldsymbol{(1-\alpha) \cdot 100\%}$
Gain
V
Loss

Valor en Riesgo (VaR)

Formalmente, si se tiene **un nivel de significancia** $\boldsymbol{\alpha}$, y si $\boldsymbol{q}_{(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})}$ es el **cuantil** $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})$ de la distribución de pérdidas para un **período de tiempo**, el **VaR** de un portafolio a ese nivel de confianza y en ese período de tiempo es igual a:

$$\boldsymbol{VaR}_{(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})} = \boldsymbol{q}_{(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})}(\boldsymbol{L})$$

Visto de otra manera:

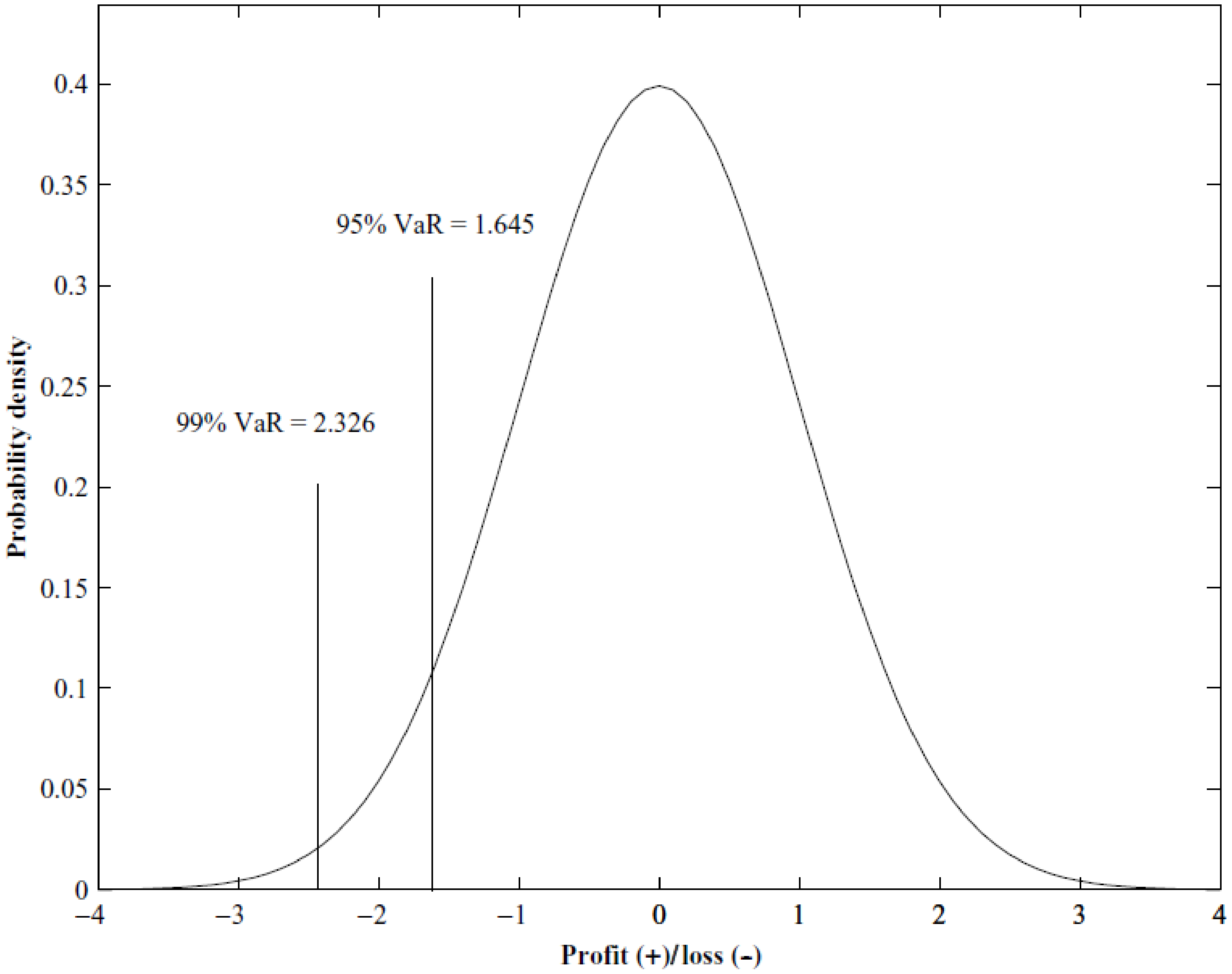
$$\mathbf{Pr}(\$\boldsymbol{P\acute{e}rdida} > \$\boldsymbol{VaR}) = \boldsymbol{\alpha}$$

Valor en Riesgo (VaR)

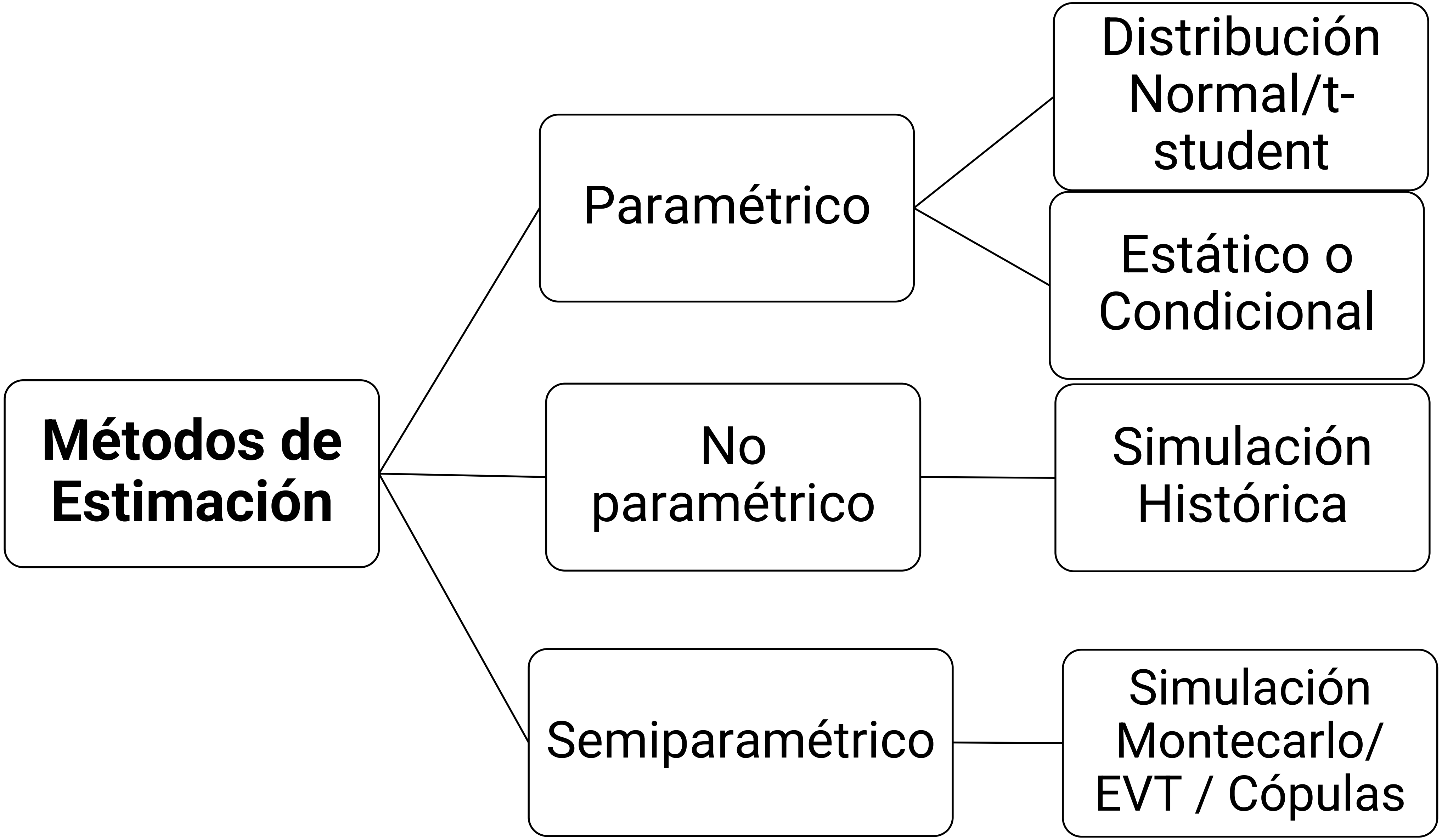
De esta manera, existen dos parámetros que determinan el **VaR** en principio:

- **Período de tiempo:** período durante el cual se mide la ganancia o pérdida del portafolio. Usualmente es a un día, 10 días, o un mes.

- **Nivel de confianza:** Típicamente está entre 95% y 99%.



0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Probability density
95% VaR = 1.645
99% VaR = 2.326
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
Profit (+)/loss (-)

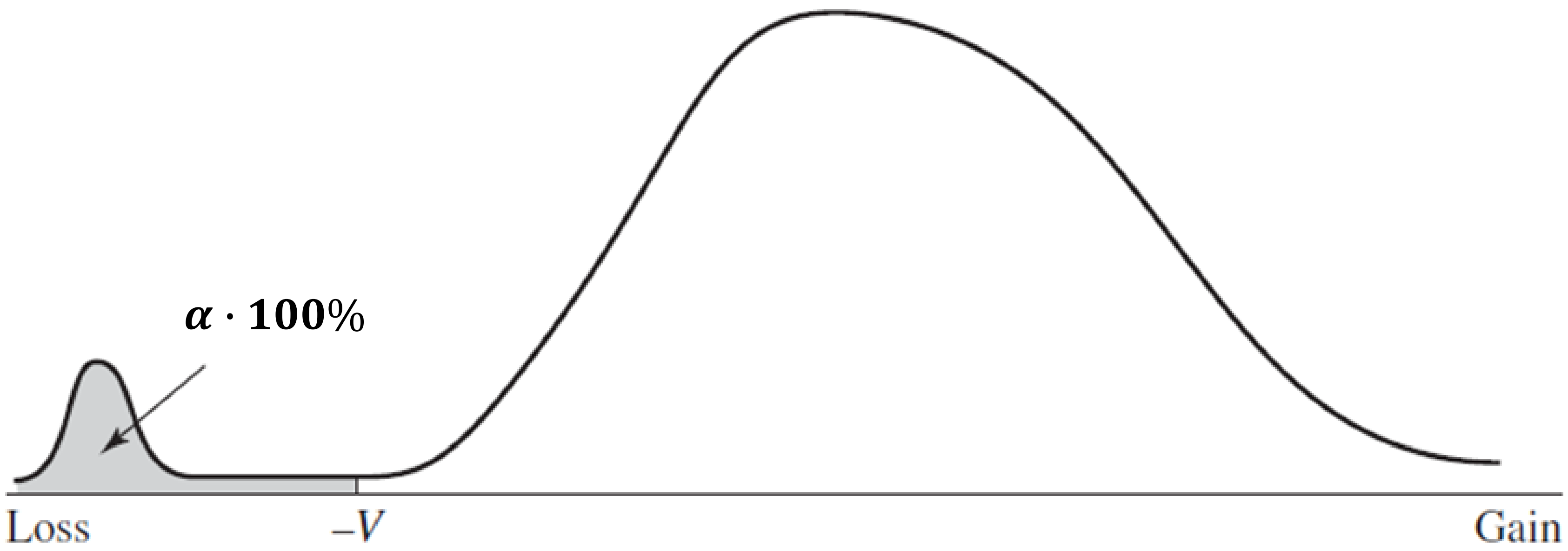

Métodos de Estimación
Paramétrico
Distribución Normal/t-student
Estático o Condicional
No paramétrico
Simulación Histórica
Semiparamétrico
Simulación Montecarlo/ EVT / Cópulas

Limitaciones del VaR

El VaR es atractivo porque es fácil de entender. Nos dice qué tan mal pueden llegar a ser las cosas. Sin embargo, presenta las siguientes limitaciones:

1. Dice muy poco sobre los **casos en las colas** (pérdidas extremas).
2. Puede crear **estructuras perversas** de **incentivos** (porque no se conoce la magnitud de las pérdidas que exceden las colas).
3. **No es subaditivo**, lo cual puede generar incentivos para construir portafolios demasiado concentrados.

Limitaciones del VaR



Limitaciones del VaR

Estas limitaciones han llevado al desarrollo de medidas coherentes del riesgo.

Una **medida coherente** de riesgo es aquella que cumple con ciertos axiomas deseables.

Medidas Coherentes de Riesgo

Si $\boldsymbol{X}$ y $\boldsymbol{Y}$ son los valores futuros de dos posiciones riesgosas (funciones de pérdidas esperadas), una medida de riesgo $\boldsymbol{\rho}(\cdot)$ es coherente si satisface que:

1. $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}) \leq \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{Y})$ *Subaditividad*
2. $\boldsymbol{t\rho}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{tX})$ *Homogeneidad Positiva*
3. $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X}) \geq \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{Y})$ *si* $\boldsymbol{X} \geq \boldsymbol{Y}$ *Monotonicidad*
4. $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X}+\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{X})-\boldsymbol{r}$ *Condición Libre de Riesgo*

Medidas Coherentes de Riesgo

Monotonicidad: se refiere a que las posiciones que lleven a mayores pérdidas esperadas deben generar mayor riesgo y requerir de mayor capital como respaldo ⇨ $\rho(X) \geq \rho(Y)$ *si* $X \geq Y$

Condición activo libre de riesgo: indica que al adicionar (sustraer) una cantidad determinística, r, a una posición riesgosa X, la estimación del riesgo y los requerimientos de capital deben disminuir (incrementar) exactamente en esa misma cantidad.

⇨ $\rho(X + r) = \rho(X) - r$

Medidas Coherentes de Riesgo

Subaditividad: refleja la idea de que el riesgo puede ser reducido por la diversificación. La medida de riesgo de dos portafolios después de combinarse no debe ser mayor a la suma de las medidas individuales. ⟹ $\boldsymbol{\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)}$

Homogenidad positiva: no existe ningún proceso de diversificación cuando el portafolio sólo está compuesto por $\boldsymbol{t}$ posiciones idénticas. Al cambiar el tamaño del portafolio por un factor $\boldsymbol{t}$ mientras se mantienen las proporciones, debe resultar en un incremento de la medida de riesgo por $\boldsymbol{t}$. ⟹ $\boldsymbol{t\rho(X) = \rho(tX)}$

Pérdida Esperada en las Colas (ES)

El **VaR no cumple con ser subaditivo**, lo cual se suma a su pobre desempeño como medida de riesgo en situaciones extremas.

Una alternativa teórica para la estimación del riesgo es el método de **pérdidas esperadas en las colas (ES).** Se le conoce como el expected shortfall o VaR condicional.

Pérdida Esperada en las Colas (ES)

El **VaR** estima lo máximo que se espera perder si un evento de pérdidas extremas no ocurre, es decir, la peor pérdida esperada en caso de una relativa regularidad financiera.

¿Qué tan mal se pueden poner las cosas?

El **ES** indica cuánto se espera perder si un evento extremo efectivamente ocurre (más allá del nivel de confianza del VaR, en las colas de la distribución).

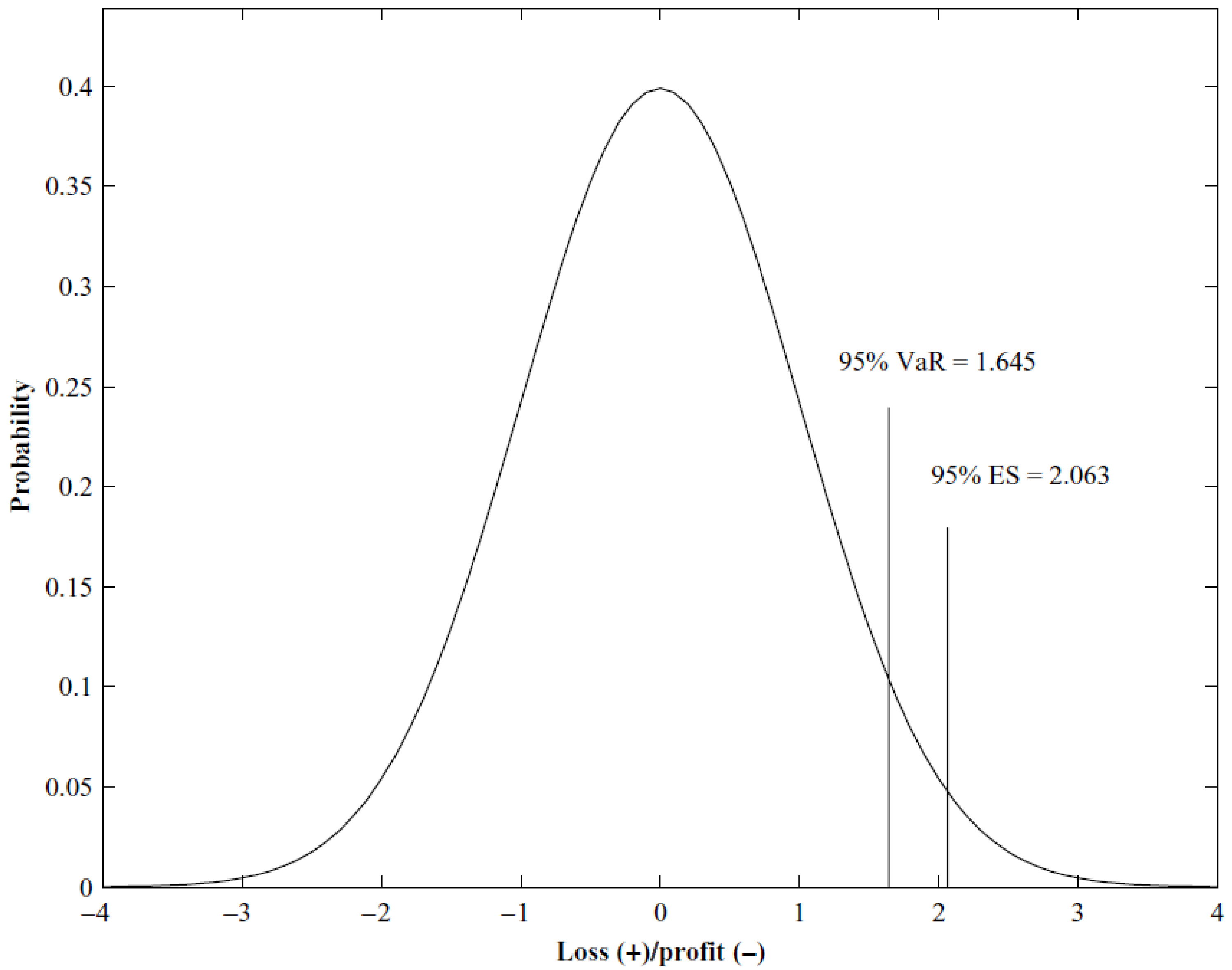
¿Si las cosas efectivamente se ponen mal, cuál es la pérdida esperada?

Pérdida Esperada en las Colas (ES)

Se define el **ES** como el valor esperado de las pérdidas, L, en caso tal que éstas sean superiores al **VaR**:

$$ES = E[L|L > VaR]$$

Las formas de calcular este valor esperado difieren según el método utilizado para calcular el **VaR subyacente**.


95% VaR = 1.645
95% ES = 2.063
Probability
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
–4
–3
–2
–1
0
1
2
3
4
Loss (+)/profit (–)

Método de Simulación Histórica

El **método de simulación histórica (HS)** no supone que los datos se distribuyen con una función de probabilidad teórica específica, sino que **aproxima el VaR mediante la función de distribución empírica de los datos**.

HS utiliza los datos pasados como guía de lo que va a pasar en el futuro.

Método de Simulación Histórica

Considere que hoy es el día $\boldsymbol{t}$ y que tenemos un portafolio de $\boldsymbol{n}$ activos. Si hoy tenemos $\boldsymbol{N_{i,t}}$ unidades del activo $\boldsymbol{i}$, entonces el valor del portafolio hoy es igual a:

$$V_{PF,t} = \sum_{i=1}^{n} N_{i,t} S_{i,t}$$

Partiendo de los pesos actuales de cada acción en el portafolio, pero utilizando los precios históricos de las acciones podemos calcular los "pseudo" valores del portafolio, si la asignación de hoy fuera la misma en el tiempo.

Método de Simulación Histórica

Por ejemplo, el valor del **pseudo portafolio** ayer es:

$$V_{PF,t-1} = \sum_{i=1}^{n} N_{i,t} S_{i,t-1}$$

Se le considera un pseudo valor porque las unidades de cada activo en el portafolio suelen cambiar en el tiempo.

De esta manera, el pseudo retorno logarítmico es igual a:

$$R_{PF,t} = \ln\left(V_{PF,t} / V_{PF,t-1}\right)$$

Método de Simulación Histórica

Algoritmo de estimación:

1. Escoja una secuencia pasada de $\boldsymbol{m}$ retornos diarios hipotéticos.

2. Construya de la función de pérdidas: los pseudo retornos son ordenados de mayor a menor y multiplicados por menos uno.

3. El VaR es igual a: $\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)} = q_{(1-\alpha)}(L)}$, donde $q_{(1-\alpha)}(L)$ es el percentil $(1-\alpha)$ de la función de pérdidas definida como $\boldsymbol{L}$.

Método de Simulación Histórica

Ventajas:

- Es de fácil implementación.
- No exige la especificación de una función teórica a priori.
- No hay parámetros a estimar: es “model-free”.

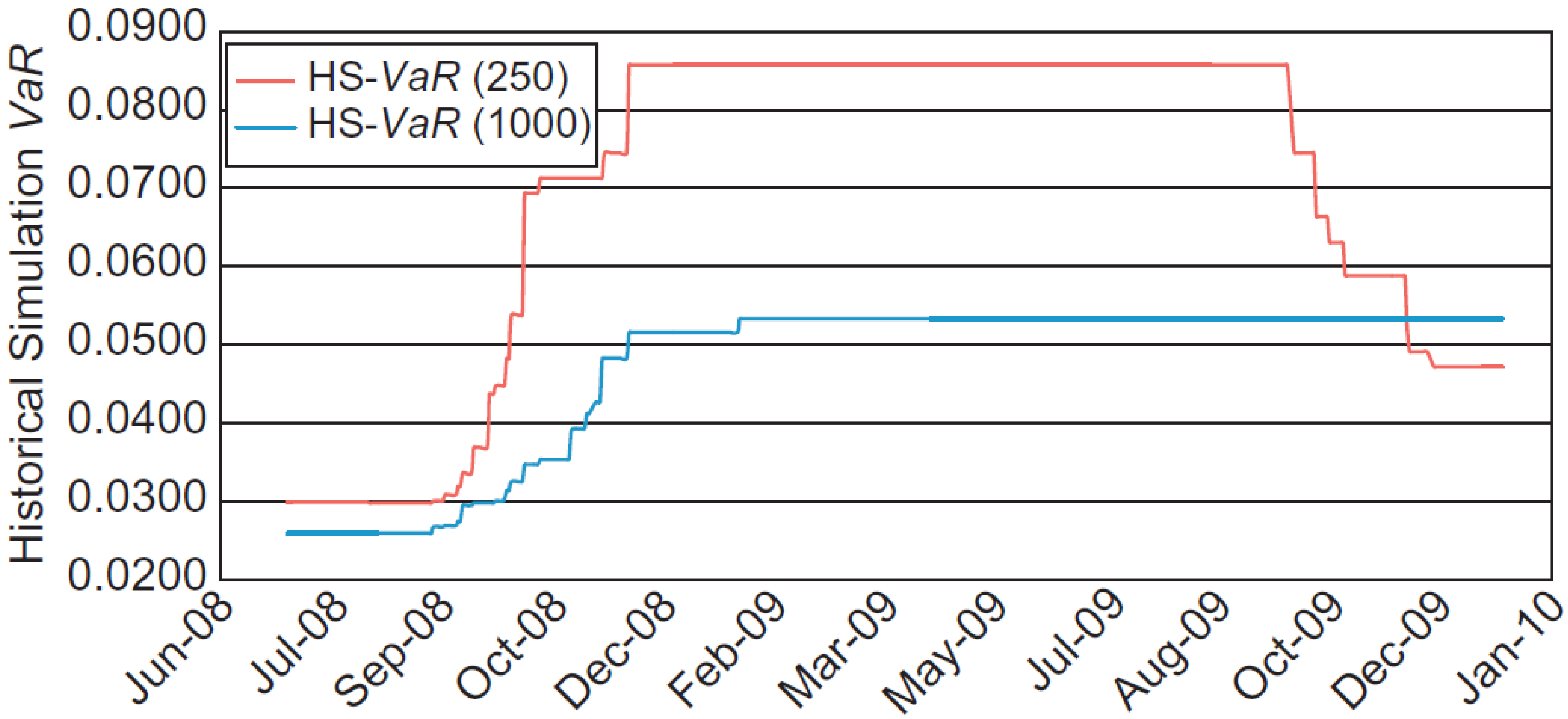
Método de Simulación Histórica

Desventajas:

- Requiere que los datos escogidos reúnan toda la información relevante acerca de los factores de riesgo que afectan el valor del portafolio.

- La selección del tamaño de la muestra, ***m***. Si ***m*** es muy grande, entonces las observaciones más recientes tendrán poco peso (queremos lo contrario), el VaR sería muy estable en el tiempo. Si ***m*** es muy pequeño, entonces la muestra puede no tener las suficientes grandes pérdidas para permitir calcular el VaR con precisión.

Figure 2.1 *VaR*s from Historical Simulation using 250 and 1,000 return days: July 1, 2008–December 31, 2009.



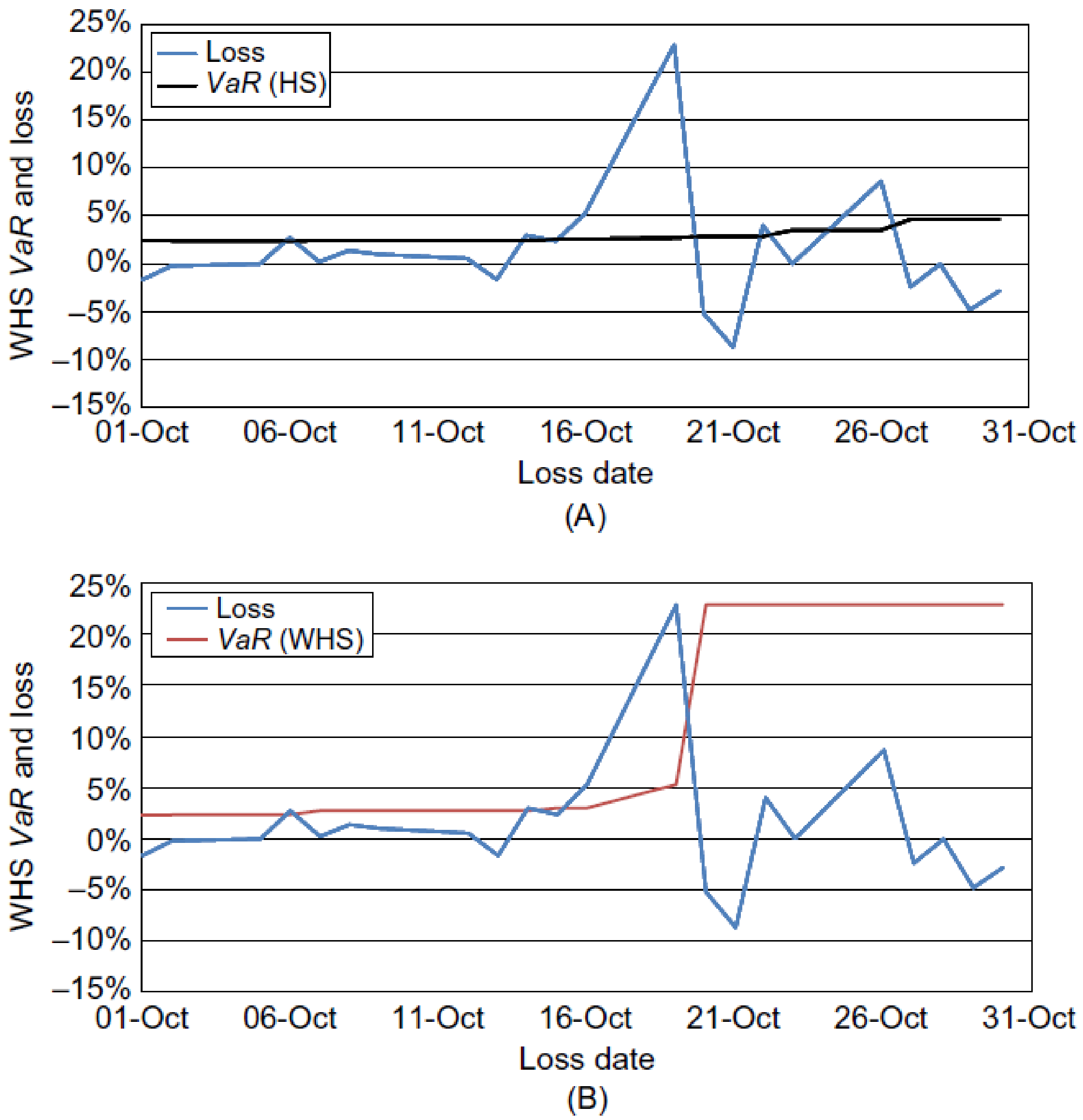
Notes: Daily returns on the S&P 500 index are used to compute 1-day, 1% *VaR* on a moving window of returns. The red line uses 250 days in the moving window and the blue line uses 1,000 days.

Normalmente ***m*** se escoge en la práctica entre 250 a 1000 días, correspondiente a aproximadamente uno a cuatro años de transacción.

Método de Simulación Histórica Ponderada

- Una extensión del método de **HS** es el de simulación histórica ponderada (**WHS**).
- Dado que la elección de ***m*** es crucial (un ***m*** muy pequeño no nos da las suficientes observaciones para calcular el VaR, y con un ***m*** muy grande el VaR no es lo suficientemente sensible a los retornos más recientes), el **WHS** sugiere darles más peso a las observaciones más recientes que reflejan más las volatilidades y condiciones macro actuales.
- Una forma de hacerlo es hacer que los pesos decrezcan exponencialmente.

Figure 2.2 (A) Historical Simulation *VaR* and daily losses from **Long** S&P 500 position, October 1987. (B) Weighted Historical Simulation *VaR* and daily losses from **Long** S&P 500 position, October 1987.



Método de Simulación Histórica con Volatilidades

Otra extensión al modelo HS es incorporar la estimación de la **volatilidad** (EWMA o GARCH) en el enfoque de simulación histórica.

Con la desviación estimada se calculan los retornos pasados estandarizados como:

$$\hat{z}_{t-\tau} = R_{PF,t-\tau}/\sigma_{PF,t-\tau}\,, \qquad para\ \tau = 1,2,\dots,m$$

Luego, construimos la función de pérdidas con estos retornos y encontramos el percentil deseado. $\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)} = \sigma_{PF,t+1} q_{(1-\alpha)}(L)}$

ES Método de Simulación Histórica

El $\boldsymbol{ES_{(1-\alpha)}}$ es igual al promedio de las pérdidas que se encuentran por encima del $\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)}}$:

$$\boldsymbol{ES_{(1-\alpha)} = \frac{1}{\alpha}\int_{1-\alpha}^{1} VaR_{(1-\alpha)}(L)du\,,\, u \geq (1-\alpha)}$$

Método de Normalidad Estático

Al ser el **VaR** un cuantil de la función de pérdidas, una forma de calcularlo paramétricamente es suponiendo que ésta sigue una distribución normal:

$$\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)} = \mu + \sigma \Phi^{-1}(1-\alpha)}$$

Donde $\boldsymbol{(1-\alpha)}$ es el nivel de confianza, $\boldsymbol{\Phi^{-1}}$ es la inversa generalizada de la función de distribución normal estándar (o función cuantil), $\boldsymbol{\mu}$ es una estimación de la media y $\boldsymbol{\sigma}$ de la desviación estándar.

Método de Normalidad Condicional

Es posible mejorar la estimación del método bajo normalidad mediante cálculos más refinados del pronóstico de la media y la varianza, generalmente a través de modelos **ARIMA** para la media y **EWMA** o **GARCH** para la varianza.

De esta forma se obtiene un **pronóstico condicional** para el cálculo del **VaR** que está dado por:

$$\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha),t+1} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}\Phi^{-1}(1-\alpha)}$$

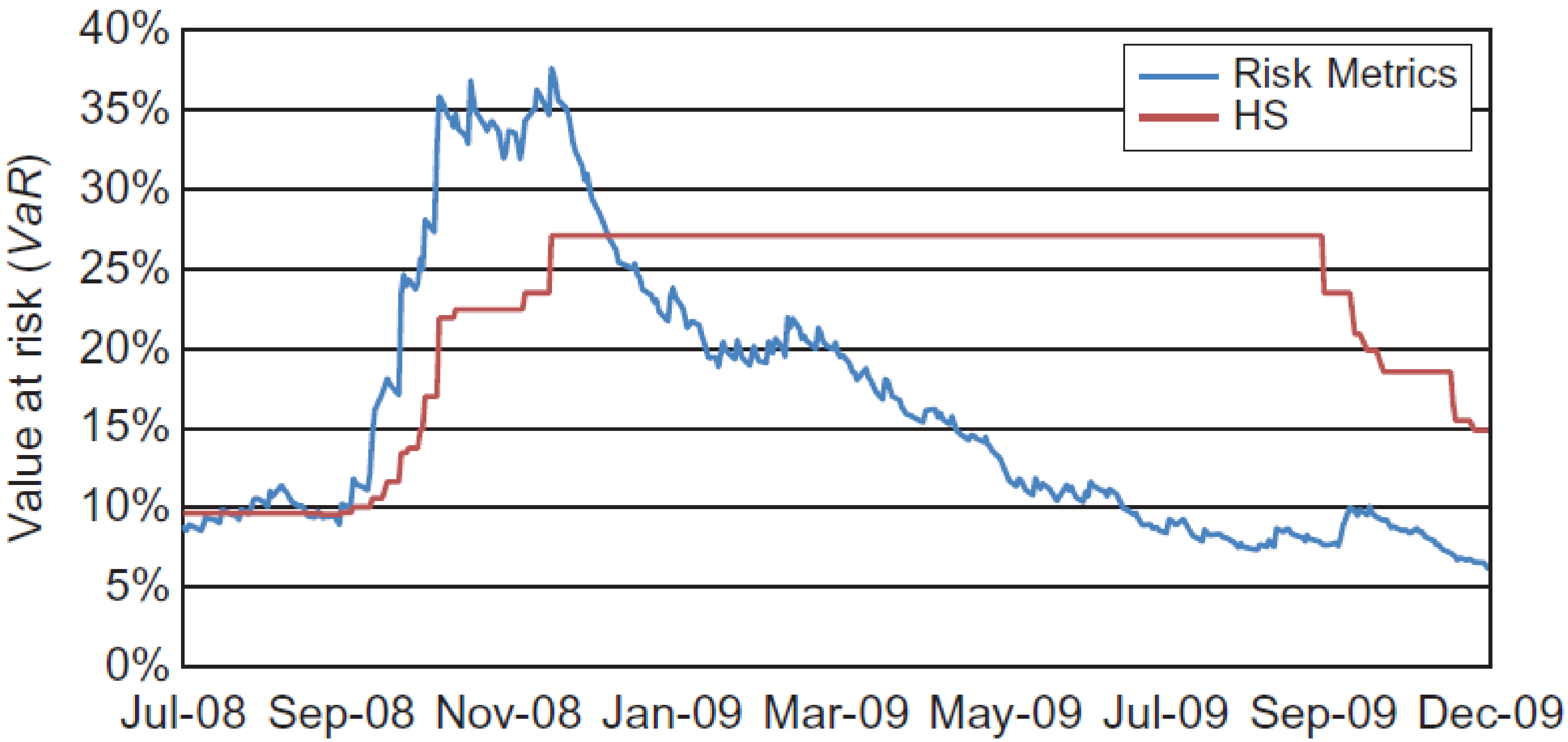
Método de Normalidad Condicional

Donde el subíndice de $t + \mathbf{1}$ implica que el VaR es condicional a las estimaciones para el período $t + \mathbf{1}$.

A pesar de que este método tiene a su favor la simplicidad, presenta una falencia significativa pues empíricamente las series financieras rara vez se distribuyen normal.

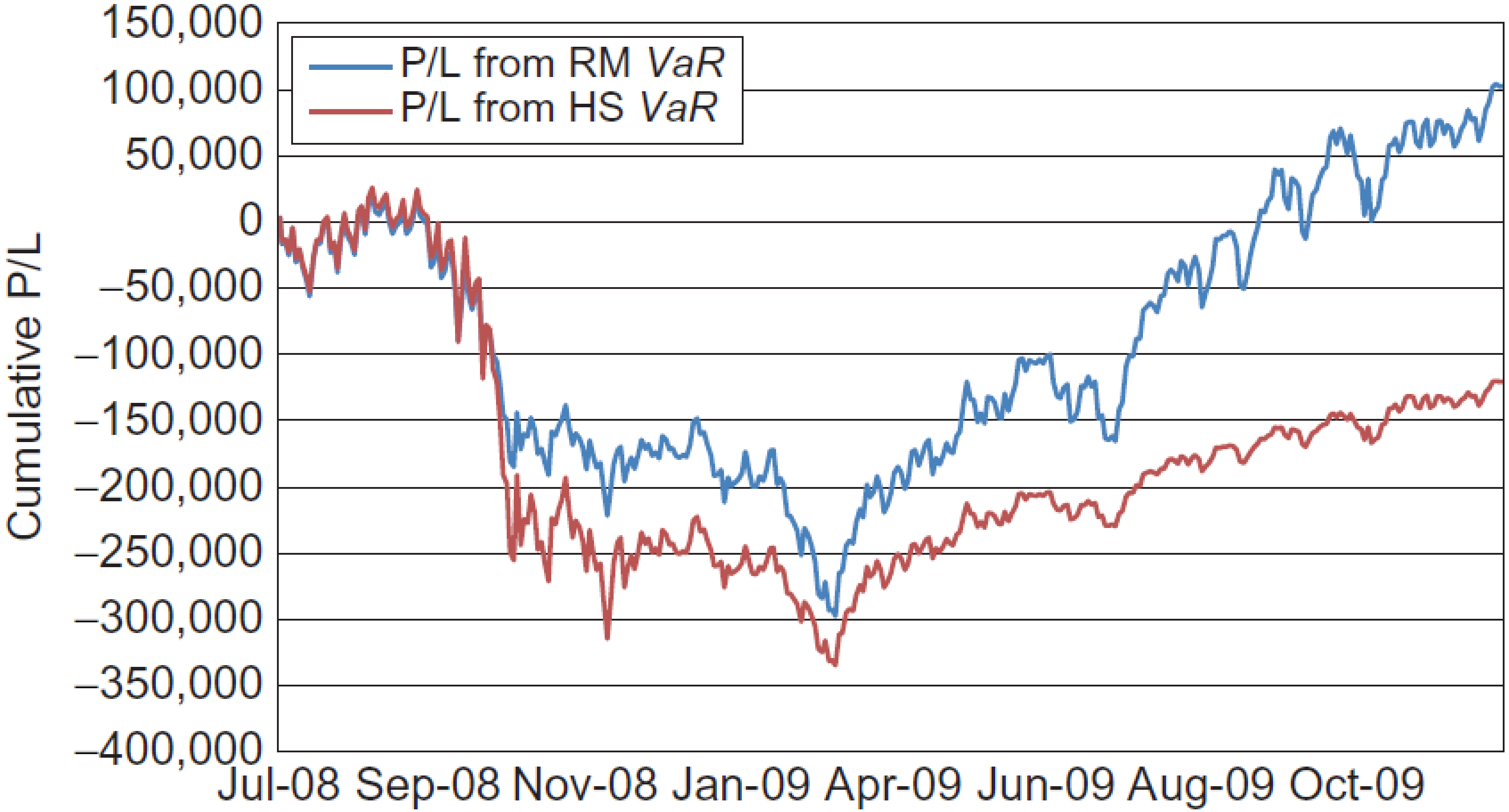
Por el contrario, se trata de series **leptocúrticas** (de colas pesadas) y con **sesgo negativo** (los eventos extremos negativos tienen mayor peso que sus homólogos positivos).

Figure 2.5 10-day, 1% *VaR* from Historical Simulation and RiskMetrics during the 2008–2009 crisis period.



Notes: The daily 10-day, 1% *VaR* from Historical Simulation and from RiskMetrics are plotted from July 1, 2008 through December 31, 2009.

Figure 2.6 Cumulative P/L from traders with HS and RM *VaR*s.



Notes: Using a *VaR* limit of $100,000, a trader invests the maximum amount allowed in the S&P 500 index using RiskMetrics (blue line) and Historical Simulation (red line), respectively. The graph shows the cumulative proft and losses from the two risk models.

ES Método de Normalidad

Análogamente al caso del **VaR** se tiene que:

$$\boldsymbol{ES_{(1-\alpha)} = \mu + \sigma \frac{\phi(\Phi^{-1}(1-\alpha))}{\alpha}}$$

Donde $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})$ es el nivel de confianza, $\boldsymbol{\Phi^{-1}}$ es la inversa generalizada de la función de distribución normal estándar o la función cuantil, y $\boldsymbol{\phi}$ es la función de densidad normal estándar.

ES Método de Normalidad

La **versión condicional** consiste en reemplazar la media y la varianza por los **momentos condicionados** a la información disponible hasta el período $\boldsymbol{t}$:

$$\boldsymbol{ES}_{(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha}),\boldsymbol{t}+\mathbf{1}} = \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{t}+\mathbf{1}} + \boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{t}+\mathbf{1}} \frac{\boldsymbol{\phi}\left(\boldsymbol{\Phi}^{-\mathbf{1}}(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})\right)}{\boldsymbol{\alpha}}$$

Método de Simulación de Montecarlo

Este método hace uso de la **simulación de una distribución teórica paramétrica** para realizar la estimación del riesgo.

El método consiste en la elección de una función de pérdidas teórica y la calibración de ésta de acuerdo con los datos históricos de los factores de riesgo.

Método de Simulación de Montecarlo

Algoritmo de Estimación:

1. Elección de la función teórica sobre la cual se realiza la simulación.

2. Simulación de números aleatorios que se distribuyen según la distribución teórica escogida (usualmente el número de réplicas que se realiza es mayor que el número de datos de cada factor de riesgo, para lograr una mayor precisión en la estimación).

Método de Simulación de Montecarlo

Algoritmo de Estimación:

3. Construcción de una "función de pérdidas" con los datos simulados, análoga al método histórico.

4. Estimación del percentil asociado con el nivel de significancia α escogido para el **VaR**, mediante el uso de la función de pérdidas.

Método de Simulación de Montecarlo

Cuando la **función teórica** escogida es la **normal**, este método se resume como:

$$\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)} = \mu + \sigma\left(q_{(1-\alpha)}(Z)\right)\ con\ Z \sim N(0,1)}$$

La **versión dinámica** consiste en reemplazar los pronósticos estáticos de la media y la desviación estándar por sus versiones condicionales:

$$\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha),t+1} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}\left(q_{(1-\alpha)}(Z)\right)\ con\ Z \sim N(0,1)}$$

Método de Simulación de Montecarlo

Ventaja:

- Permite realizar la estimación con un número mayor a los datos que se tenían originalmente, lo que conlleva una mayor precisión en los cálculos.

Desventaja:

- Los resultados esperados en este caso dependerán del grado de precisión en la escogencia a priori de la función teórica.

ES Método de Simulación de Montecarlo

El $\boldsymbol{ES_{(1-\alpha)}}$ es igual al promedio de las pérdidas que se encuentran por encima del $\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)}}$:

$$\boldsymbol{ES_{(1-\alpha)} = \frac{1}{\alpha}\int_{1-\alpha}^{1} VaR_{(1-\alpha)}(L)du\,,u \geq (1-\alpha)}$$

Donde $\boldsymbol{L}$ es la función de pérdidas simuladas en lugar de la original.

Método de Teoría del Valor Extremo (EVT)

La **Teoría del Valor Extremo (EVT)** permite calcular un **VaR** más acorde con algunos hechos estilizados de las series financieras, en particular con la forma **leptocúrtica** de las colas de la función de pérdidas.

Siguiendo la metodología de **POT** (peaks over the threshold), los **valores extremos** que están por encima de cierto **umbral** (los retornos que están en las colas), se distribuyen de acuerdo a una distribución **Generalizada de Pareto (GDP).**

Método de Teoría del Valor Extremo (EVT)

$$G_{\xi,\beta}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x/\beta)^{-1/\xi} & if\ \xi \neq 0 \\ 1 - exp(-x/\beta) & if\ \xi = 0 \end{cases}$$

donde β es el parámetro de escala, ξ es el parámetro de forma, y $x = z_i - v$, donde z_i son los residuales estandarizados obtenidos de la modelación de media y varianza de los retornos (ARIMA-GARCH), y v es el umbral escogido.

Método de Teoría del Valor Extremo (EVT)

Para este caso la ecuación del **VaR** es igual a:

$$\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)} = q_{1-\alpha}(Z) = v + \frac{\beta}{\xi}\left[\left(\frac{\alpha}{T_v/T}\right)^{-\xi} - 1\right]}$$

Donde $(\boldsymbol{1-\alpha})$ es el nivel de confianza, $\boldsymbol{v}$ es el umbral, $\boldsymbol{\beta}$ es el parámetro de escala, $\boldsymbol{\xi}$ es el parámetro de forma, $\boldsymbol{T}$ es el número total de observaciones, y $\boldsymbol{T_v}$ es el número de valores extremos.

Método de Teoría del Valor Extremo (EVT)

Así, el **VaR** estático y condicional son iguales a:

$$\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)} = \mu + \sigma q_{1-\alpha}(Z)}$$

$$\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha),t+1} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} q_{1-\alpha}(Z)}$$

ES Método de Teoría del Valor Extremo (EVT)

De acuerdo a las estimaciones realizadas de la distribución en las colas:

$$\boldsymbol{ES_{(1-\alpha)}} = \frac{\boldsymbol{VaR_{(1-\alpha)}}}{\boldsymbol{1-\xi}} + \frac{\boldsymbol{\beta - \xi v}}{\boldsymbol{1-\xi}}$$

Donde $(\boldsymbol{1-\alpha})$ es el nivel de confianza, $\boldsymbol{v}$ es el umbral, $\boldsymbol{\beta}$ es el parámetro de escala, $\boldsymbol{\xi}$ es el parámetro de forma.

El caso condicional sería igual a:

$$\boldsymbol{ES_{(1-\alpha),t+1}} = \boldsymbol{\mu_{t+1}} + \boldsymbol{\sigma_{t+1} ES_{(1-\alpha)}}$$