

РАЗДЕЛ 3

МОДЫ МНОГОСЛОЙНЫХ КРУГОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

В данном разделе рассматриваются двумерные модели многослойных открытых диэлектрических резонаторов с круговой симметрией и частичной активной зоной. Большой интерес к подобным задачам обусловлен тем, что в настоящее время несколькими группами, например, в США (Caltech) и Европе (Технический университет Цюриха) ведутся активные экспериментальные исследования дисковых микролазеров, помещенных внутрь многослойного кругового рефлектора Брэгга (КРБ) ([83 – 86], [94], [95]).

Целью данной части работы было численное исследование спектров и порогов излучения тонкого дискового резонатора, окруженного КРБ, и определение оптимальных геометрических параметров структуры, с точки зрения снижения порогов излучения. КРБ состоит из концентрических диэлектрических колец, промежутки между которыми заполнены оптически менее плотным материалом или воздухом. В частности, такой рефлектор можно нарезать на поверхности подложки и построить его двумерную модель с помощью эффективного показателя преломления. Толщины колец и ширина канавок вдоль всей структуры чаще всего не изменяются, но могут и варьироваться. Поскольку излучение микродискового лазера направлено в основном в плоскости диска, то наличие КРБ вокруг диска позволяет надеяться на снижение потерь на излучение, а соответственно, и на понижение порогов мод, что особенно важно для мод низших типов.

Микрорезонатор с КРБ является примером оптической цепи, составленной из нескольких элементов, в которой активная зона не совпадает полностью со всей резонансной структурой. Это связано с тем, что хотя вся она обычно вытравливается или вырезается электронным пучком из сплошной слоистой заготовки, содержащей активный слой, на практике оптическая

накачка осуществляется с помощью луча, сфокусированного только на центральном элементе (дисковом резонаторе), с тем, чтобы предотвратить излучение света на модах колец. Простейшая конфигурация такого рода – это равномерно активный диск внутри одного пассивного кольца, причем зазор между диском и кольцом заполнен оптически менее плотным материалом или воздухом.

Мы исследуем моды в указанных резонаторах численно, на основе точного характеристического уравнения. Кроме того, выводится Оптическая Теорема для открытых резонаторов с активной зоной, что позволяет связать порог излучения моды с ее добротностью и коэффициентом перекрытия между активной зоной и электрическим полем данной моды. Это особенно важно для резонаторов, состоящих из нескольких оптически связанных областей, только одна из которых активна.

3.1. Дипольные супермоды активного резонатора в пассивном кольце

На рис. 3.1 представлена двумерная модель микродискового лазера, концентрически связанного с одним пассивным кольцом.

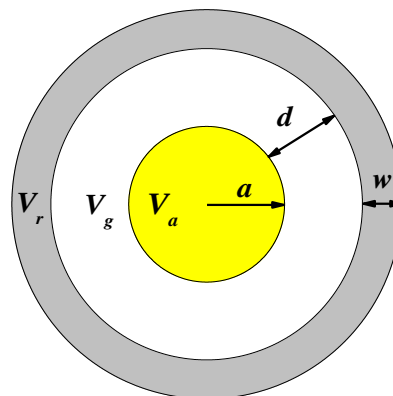


Рис. 3.1 Двумерная модель микродискового лазера, концентрически связанного с пассивным кольцом

Радиус центрального диска обозначен через a , вещественное значение показателя преломления через α_a (это показатель преломления при отсутствии накачки). При накачке диск становится равномерно активным и получает материальное усиление, описываемое параметром γ (т.е., показатель преломления становится комплексным, $\nu = \alpha_a - i\gamma$), в то время как кольцевой рефлектор остается пассивным. Зазор между диском и кольцом обозначен через d , толщина кольца - w , показатели преломления кольца и промежутка между диском и кольцом - α_r и α_g , соответственно. Поскольку мы исследуем двумерную модель и подразумеваем использование эффективного показателя преломления (см. п. 2.1), то далее мы будем рассматривать только случай Н-поляризации, так что функция поля $U(r, \varphi)$ есть компонента H_z .

Благодаря круговой симметрии метод разделения переменных позволяет эффективно свести лазерную задачу (2.8), (2.12) – (2.13), (2.15) к трансцендентному характеристическому уравнению. Согласно с этим методом, функция поля представляется в каждой частичной области в виде бесконечного ряда по тригонометрическим функциям:

$$U^s(\rho, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_m^s J_m(k\nu_s \rho) + B_m^s H_m^{(1)}(k\nu_s \rho) \right] \cos m\varphi, \quad (3.1)$$

где параметр $s=1, K, M+1$ соответствует номеру области,

M – это количество границ,

$\{A_m^s, B_m^s\}$ - неизвестные константы.

Нумерация областей начинается с диска в центре. В случае конфигурации, изображенной на рис. 3.1, $M = 3$, однако мы проведем рассмотрение для произвольного M , чтобы воспользоваться полученными формулами в следующем подразделе.

В силу круговой симметрии, моды с разными значениями азимутального индекса, $m = 0, 1, 2, \dots$, ортогональны друг другу, и их можно рассматривать

независимо. Благодаря условию ограниченности энергии (2.13) и условию излучения на бесконечности (2.15), мы находим, что для каждого индекса m коэффициенты $B_m^1 = 0$ и $A_m^{M+1} = 0$. Подставляя (3.1) в граничные условия (2.12) на границе с номером s , получаем систему из двух линейных алгебраических уравнений для каждого значения $m = 0, 1, 2, \dots$:

$$A_m^{s+1} J_m(\kappa v_{s+1} \rho_s) + B_m^{s+1} H_m^{(1)}(\kappa v_{s+1} \rho_s) - A_m^s J_m(\kappa v_s \rho_s) - B_m^s H_m^{(1)}(\kappa v_s \rho_s) = 0, \quad (3.2)$$

$$\left[A_m^{s+1} J'_m(\kappa v_{s+1} \rho_s) + B_m^{s+1} H'_m{}^{(1)}(\kappa v_{s+1} \rho_s) \right] / v_{s+1} - \left[A_m^s J'_m(\kappa v_s \rho_s) + B_m^s H'_m{}^{(1)}(\kappa v_s \rho_s) \right] / v_s = 0,$$

где $\rho_1 = 1$, $\rho_{s>1} = a_{s>1} / a$ - нормированные радиусы границ колец, $a_2 = a + d$, $a_3 = a_2 + w$, $v_1 = v = \alpha_a - \gamma$, $v_{2,3} = \alpha_{g,r}$, $J_m(\cdot)$ и $H_m^{(1)}(\cdot)$ - функции Бесселя и Ханкеля, соответственно, а штрих означает дифференцирование по аргументу.

Записав (3.2) для всех границ, $s = 1, \dots, M$, получаем матричное уравнение размерности $2M \times 2M$. Нахождение собственных значений (κ, γ) сводится к нахождению нулей детерминантного уравнения конечного порядка:

$$\text{Det} \{ C_{ij}^{(m)}(\kappa, \gamma) \}_{i,j=1}^{2M} = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (3.3)$$

где матричный оператор $C^{(m)}$ задается уравнениями для всех s (3.2).

Как приведено в п. 2.3, моды низших азимутальных типов и, прежде всего, монопольные ($m = 0$) и дипольные ($m = 1$) моды, в одном активном круговом резонаторе имеют высокие пороги излучения, поскольку их поля сильно высвечиваются во внешнее пространство. Для мод с более высокими индексами m характерно поведение типа шепчущей галереи, т. е. их поля высвечиваются слабо, а пороги экспоненциально убывают с ростом m . Поэтому целесообразно исследовать, как влияют внешние кольца на моды с малыми и

большими m отдельно. В данном подразделе приводятся результаты численного анализа дипольных мод ($m = 1$) кругового активного резонатора в одном пассивном кольце, а моды шепчущей галереи в многослойном рефлекторе будут исследованы в п. 3.2.

Для численного нахождения корней уравнения (3.3) был использован метод секущих. Точность нахождения корней была установлена на уровне 10^{-7} . В качестве начальных приближений брались собственные значения для активного диска, расположенного в свободном пространстве. Эффективные показатели преломления считались постоянными величинами, $\alpha_a = \alpha_r = 2.63$ и $\alpha_g = 1$, то есть их дисперсия не учитывалась.

На рис. 3.2 и 3.3 представлены зависимости частот и порогов излучения от нормированного расстояния между диском и кольцом d/a для дипольных мод $H_{1,n,p,q}$ в резонаторе с тонким кольцом толщиной $w = 0.2a$.

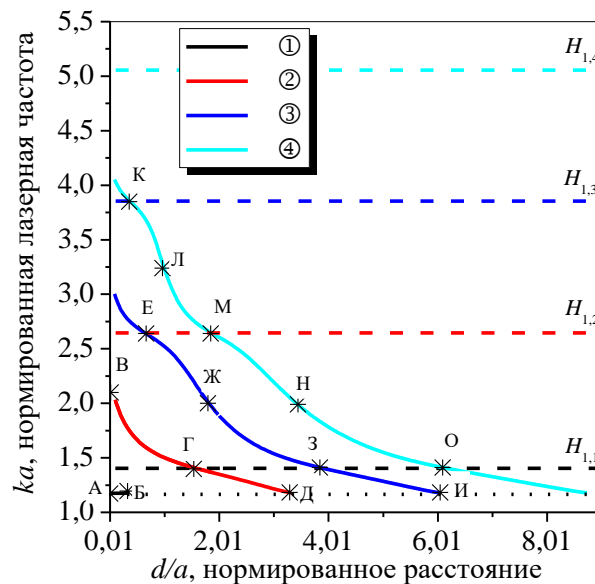


Рис. 3.2 Зависимости нормированных частот супермод $H_{1,n,p,0}$ ($n = 1,2,3,4$) от нормированного расстояния между активным диском и пассивным кольцом. Толщина кольца $w = 0.2a$, показатели преломления $\alpha_a = \alpha_r = 2.63$, $\alpha_g = 1$

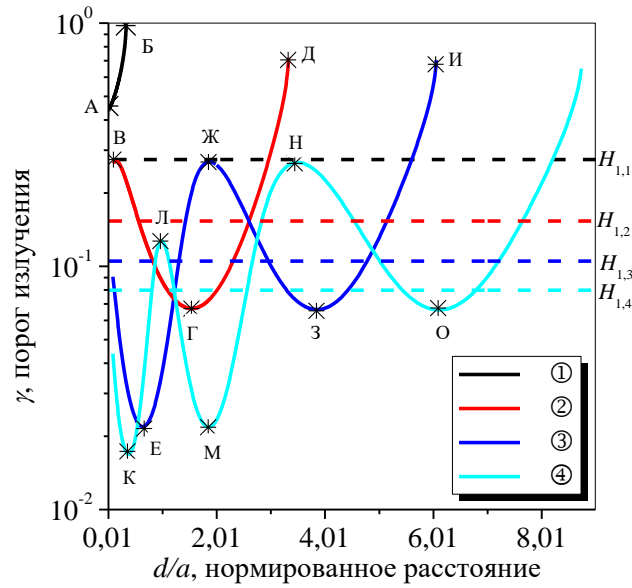


Рис. 3.3 То же, что и на рис. 3.2, для порогов излучения. Номера кривых соответствуют рис. 3.2

Здесь первый индекс ($m = 1$) отображает число вариаций поля по углу. Остальные индексы n , p , и q – число вариаций поля вдоль радиуса в каждой из частичных областей, а именно в активном диске, воздушном промежутке и пассивном кольце. Для рис. 3.2 - 3.3 толщина кольца мала и не изменяется, поэтому здесь $q = 0$. В отличие от уединенного резонатора, здесь мы вынуждены использовать несколько радиальных индексов, соответствующих вариациям поля моды в каждой частичной области. Это отражает тот факт, что всякая собственная мода составного резонатора – это «супермода», то есть состояние поля, являющееся комбинацией оптически связанных мод частичных областей.

Для малых значений параметра d (наименьшее значение $0.01a$) кривые на рис. 3.2 и 3.3, обозначенные цифрами от 1 до 4, соответствуют модами дипольного типа круглого резонатора радиуса $a + w$ с активной зоной радиуса a в центре. Номер кривой есть число вариаций вдоль радиуса ($n = 1, 2, 3, 4$ соответственно). Горизонтальными штриховыми линиями отмечены значения

порогов и частот мод $H_{1,n}$ ($n = 1, 2, 3, 4$) в уединенном полностью активном резонаторе радиуса a с показателем преломления α_a (см. п. 2.3). Как видно из графиков, увеличение воздушного зазора между диском и кольцом приводит к монотонному убыванию частоты излучения $\kappa_{1,n,p,0}$ (рис. 3.2). При удалении пассивного кольца от активного диска частоты стремятся к значению частоты моды $H_{1,1}$ в уединенном резонаторе радиуса $a + w$ с активной зоной радиуса a в центре (отмечено пунктирной линией).

Изменение расстояния между диском и кольцом оказывает также существенное воздействие на пороги излучения мод: величины порогов увеличиваются или уменьшаются в несколько раз. На рис. 3.3 показано поведение порогов в зависимости от нормированного расстояния между диском и кольцом.

При всяком фиксированном значении параметра d/a есть две или три моды, чьи частоты близки к частоте моды $H_{1,1}$ в уединенном полностью активном резонаторе радиуса a (соответствующее значение нормированной частоты составляет $\kappa_{1,1} = 1.405$). При этом та из них, чья частота ближе всего к указанному значению, всегда обладает наименьшим порогом излучения.

Положения минимумов и максимумов порогов, а также их предельные значения согласуются с преобразованием поля моды вдоль радиуса структуры – на рис. 3.4 представлены распределения Н-поля в точках, отмеченных звездочками на рис. 3.2 и 3.3. Все точки поименованы буквами, и каждая картинка поля на рисунке 3.4 имеет соответствующую точке букву. Изучая картины полей, можно заметить, что минимальные значения порогов излучения моды получают тогда, когда интенсивное пятно Н-поля сконцентрировано в активной области, и высвечивание из резонатора минимально (см. рис. 3.4 Г, Е, З, К, М, О). Максимумы порогов излучения соответствуют ситуации, когда интенсивное пятно поля вытеснено из активной области в воздушный промежуток между диском и пассивным кольцом (рис. 3.4 В, Д, Ж, И, Л, Н), что сопровождается повышенным излучением. Отодвигание кольца от активного диска приводит к перераспределению поля внутри структуры диск-

кольцо, что может быть охарактеризовано с помощью меняющихся индексов n и p .

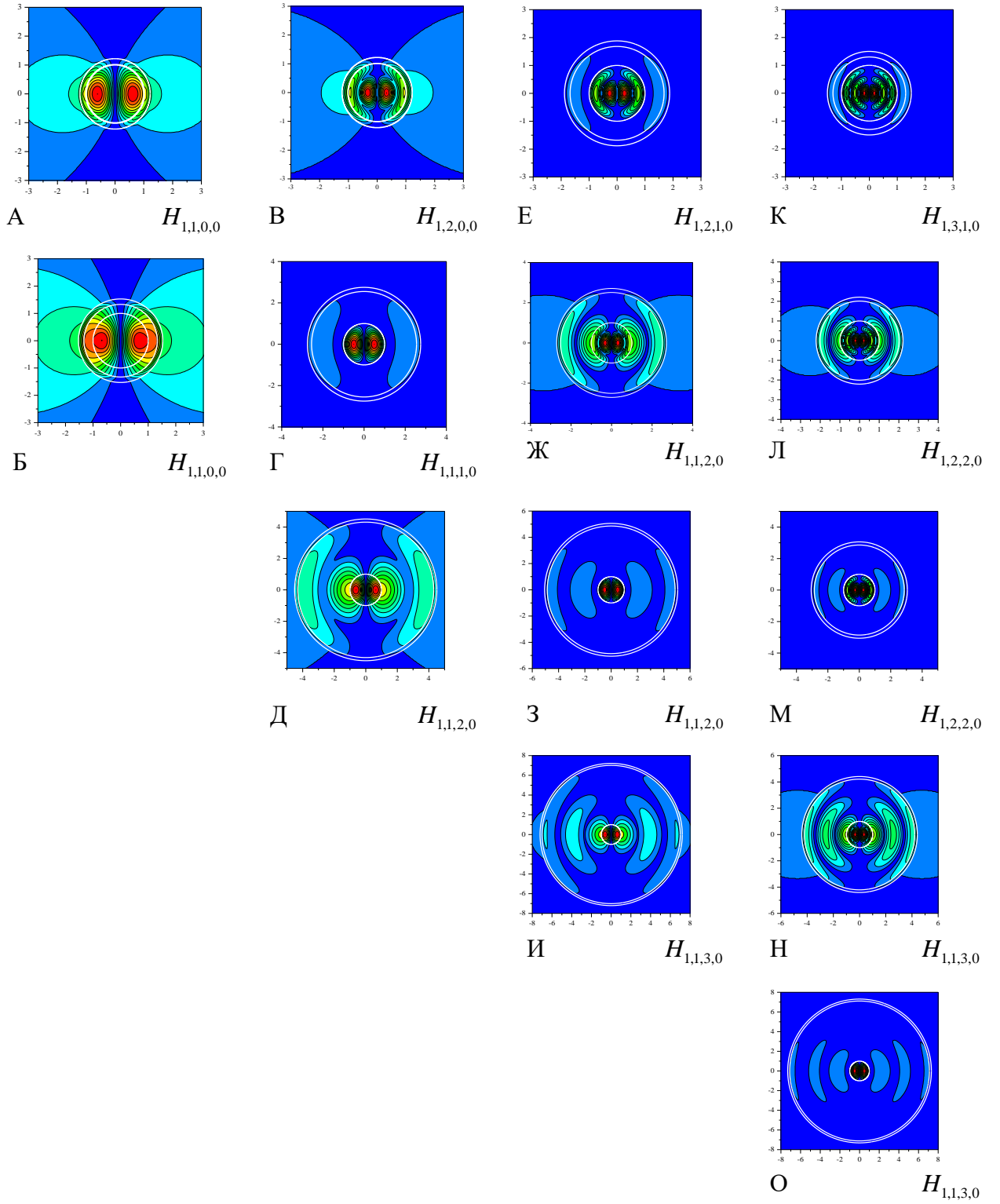


Рис. 3.4 Распределения ближних полей $|H_z(r, \varphi)|$ супермод $H_{1,n,p,0}$ для значений параметров, отмеченных звездочками на рис 3.2 и 3.3

Оказывается, что при изменении нормированного расстояния d/a все собственные значения, соответствующие супермодам $H_{1,n,q,0}$, мигрируют вдоль одной и той же траектории на плоскости (κ, γ) , как показано на рис. 3.5.

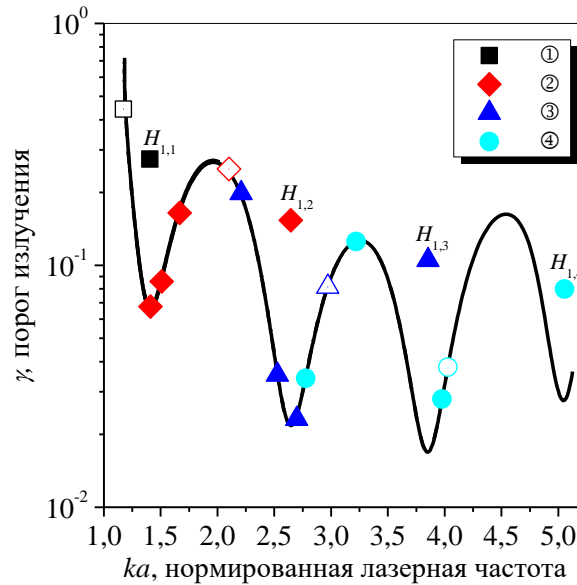


Рис. 3.5 Миграция собственных значений на плоскости (κ, γ) при изменении параметра d/a . Толщина кольца $w=0.2a$, показатели преломления $\alpha_a=\alpha_r=2.63$, $\alpha_g=1$. Нумерация мод такая же, как на рис. 3.2 и 3.3. Полые маркеры соответствуют собственным значениям супермод $H_{1,n,p,0}$ при начальном значении параметра $d/a=0.01$. Закрашенные маркеры отвечают собственным значениям тех же супермод при значениях $d/a = 0.5, 1.0$ и 1.5 (справа налево). Точки вне кривой – собственные значения мод полностью активного уединенного резонатора радиуса a

Увеличение зазора между диском и кольцом приводит к перемещению собственных значений вдоль этой траектории справа налево. Однако начальное значение на этой траектории различно для каждой дипольной супермоды. Эти стартовые значения отмечены пустыми значками на рис. 3.5 и совпадают с собственными значениями для мод $H_{1,n}$ в уединенном диске радиуса $a+w$ с активной зоной радиуса a в его центре. Указанная траектория на плоскости

(κ, γ) , по-видимому, является характерной для всего семейства дипольных мод ($m = 1$). Ее форма зависит от радиусов и материальных параметров кольцеобразных пассивных областей.

Другой тип поведения мод наблюдается, если расстояние между диском и кольцом (т.е., воздушный промежуток) зафиксировано, а толщина пассивного кольца изменяется. Зависимости частот и порогов излучения от нормированной толщины пассивного кольца w/a представлены на рис. 3.6 и 3.7.

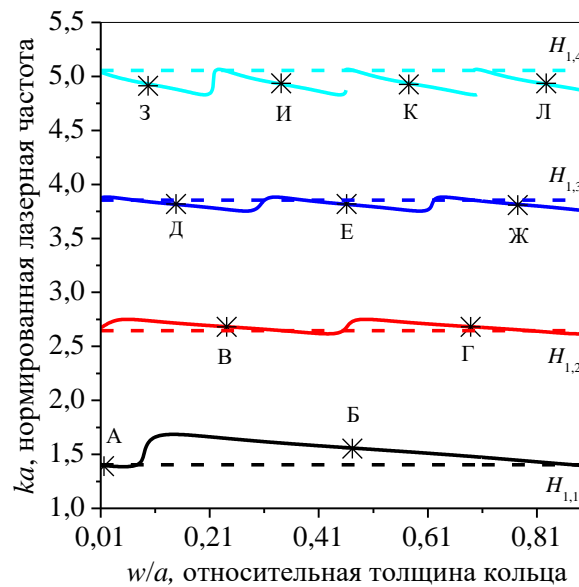


Рис. 3.6 Зависимости нормированных частот супермод $H_{1,n,p,q}$ в активном диске, окруженном пассивным кольцом, от нормированной толщины кольца. Воздушный промежуток $d = 0.5a$, показатели преломления $\alpha_a = \alpha_r = 2.63$, $\alpha_g = 1$

Частоты изменяются кусочно-монотонным образом (рис. 3.6), причем каждая монотонная секция соответствует модам с различным числом вариаций поля в пассивном кольце, что описывается с помощью индекса q . Поскольку воздушный промежуток имеет малую толщину, $d = 0.5a$, то поле в нем почти постоянно, и соответствующий индекс p равен 0 или 1. Это становится очевидным после визуализации распределения Н-поля в соответствующих точках (см. маркеры на кривых на рис. 3.6).

Зависимости порогов излучения мод от нормированной толщины кольца w/a (рис. 3.7) демонстрируют ряд острых максимумов и глубоких минимумов.

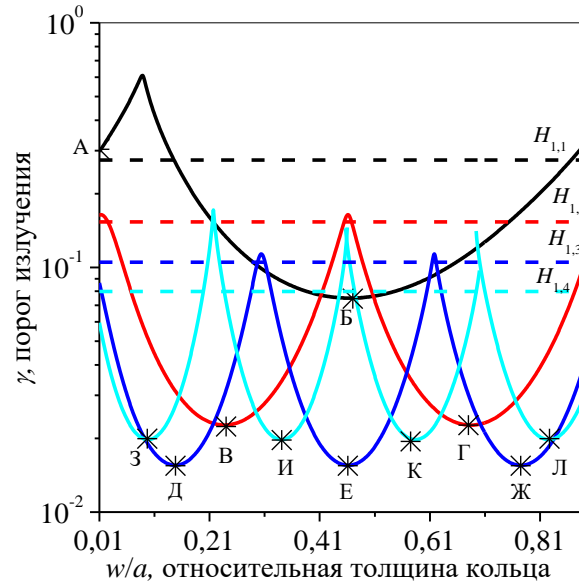


Рис. 3.7 То же, что и на рис. 3.6, для порогов излучения супермод $H_{1,n,p,q}$

Минимумы порогов соответствуют средним точкам на монотонных участках зависимостей частот от того же параметра, а максимумы – разрывам, где происходит трансформация моды из одного типа в другой (появление новой вариации поля вдоль радиуса в кольце); при этом индекс q изменяется на единицу.

Картины распределения ближних полей супермод $H_{1,n,p,q}$ представлены на рис. 3.8. Все ближние поля, отмеченные буквами от Б до Л на рис. 3.8, демонстрируют высокую концентрацию поля в центральной активной зоне и малое излучение наружу. В отличие от этого, поле, отмеченное буквой А демонстрирует более существенное высвечивание из резонатора сквозь пассивное кольцо. Это согласуется с тем, что ситуация А соответствует порогу, близкому к локальному максимуму (см. рис. 3.7, маркер А), в то время как распределения Б – Л построены для минимальных значений порогов мод (см. рис. 3.7, маркеры Б – Л).

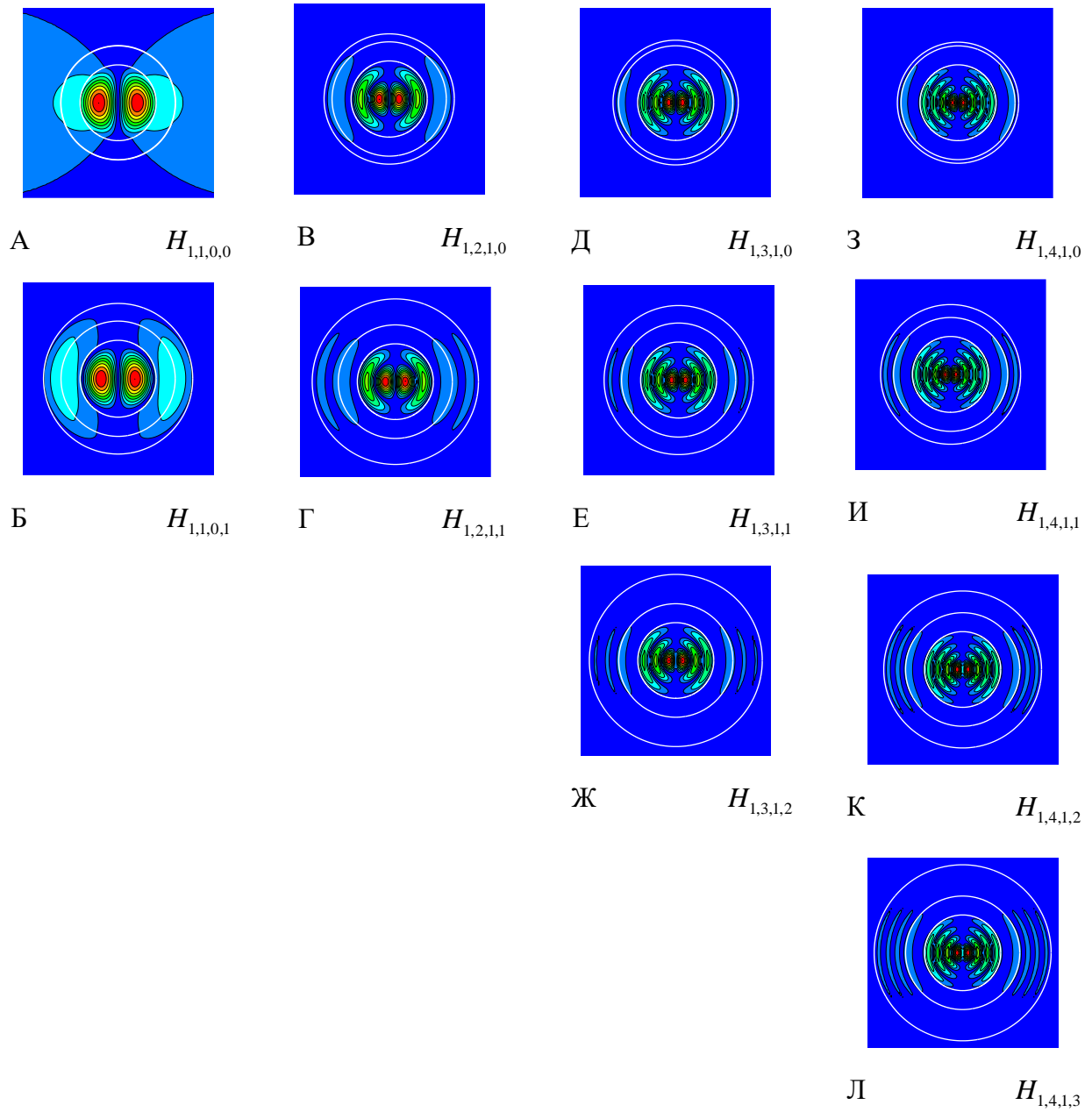


Рис. 3.8 Распределения ближних полей $|H_z(r, \varphi)|$ супермод $H_{1,n,p,q}$ для значений параметров, отмеченных звездочками на рис. 3.6 и 3.7. Расстояние между диском и кольцом $d=0.5a$, показатели преломления $\alpha_a = \alpha_r = 2.63$, $\alpha_g = 1$

Изменение толщины пассивного кольца приводит к появлению новой вариации Н-поля в кольце, но число вариаций поля вдоль радиуса в диске и в воздушном промежутке сохраняется (т.е. индексы n и p не изменяются).

Заметим, что все сделанные выше замечания о вариациях поля моды в

частичных областях (и соответствующих им индексах) применимы и к электрическому полю, с учетом того, что максимумы магнитного поля стоячей электромагнитной волны всегда совпадают с нулями ее электрического поля и наоборот.

3.2. Супермоды шепчущей галереи резонатора в круговом рефлекторе Брэгга

В данном подразделе мы рассмотрим спектры и пороги излучения мод с относительно высокими азимутальными индексами m в тонком активном дисковом резонаторе с КРБ. Такие моды имеют малые пороги даже в отсутствие рефлятора, и именно их обычно называют модами шепчущей галереи. Целью исследования является отыскание геометрических параметров структуры, обеспечивающих уменьшение порогов излучения мод.

На рис. 3.9 изображена двумерная модель микродискового лазера с КРБ. Радиус центрального диска обозначен через a , вещественное значение показателя преломления в режиме отсутствия накачки α .

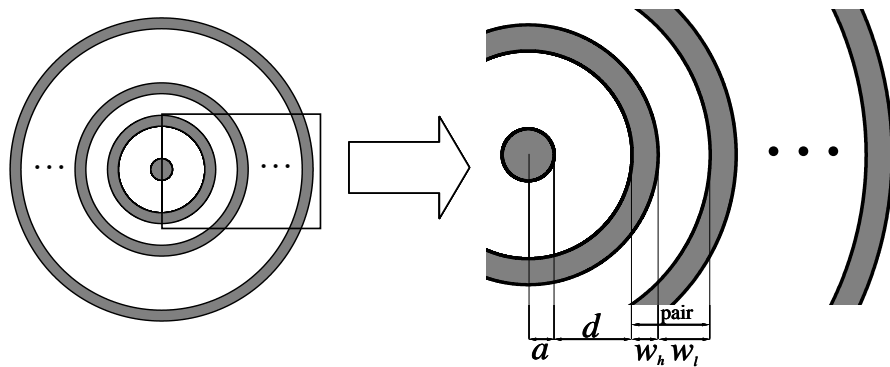


Рис. 3.9 Двумерная модель микродискового лазера с КРБ

При накачке диск становится равномерно активным и получает материальное усиление γ , в то время как кольцевой рефлятор остается пассивным. Расстояние между диском и кольцом d . Толщины всех колец w_h и всех канавок

w_l одинаковы. Показатели преломления колец и канавок будем полагать вещественными и обозначим через α_h и α_l , соответственно, причем $\alpha_h > \alpha_l$.

С помощью представлений для поля в каждой частичной области в виде (3.1), лазерная задача на собственные значения для диска с КРБ сводится к системе уравнений типа (3.2). Таким образом, мы снова получаем детерминантные уравнения конечного порядка (3.3), где $\rho_1=1$, $\rho_2=1+d/a$, $\rho_{s>2}=a_s/a$ - нормированные радиусы. При этом $\nu_1=\alpha-i\gamma$, а если $s=2,4,\dots,M+1$ (M – нечетное число), то $\nu_s=\alpha_l$ и $a_2=a+d$, $a_{s>2}=a_{s-1}+w_l$, а если $s=3,5,\dots,M$, то $\nu_s=\alpha_h$ и $a_s=a_{s-1}+w_h$.

На рис. 3.10 и 3.11 представлены зависимости частот и порогов излучения от нормированного расстояния между диском и КРБ для супермоды с азимутальным индексом $m=7$, то есть $H_{7,1,p,(q)}$, которая в отсутствие рефлектора имеет порог $\gamma \approx 10^{-3}$ (см. п. 2.3).

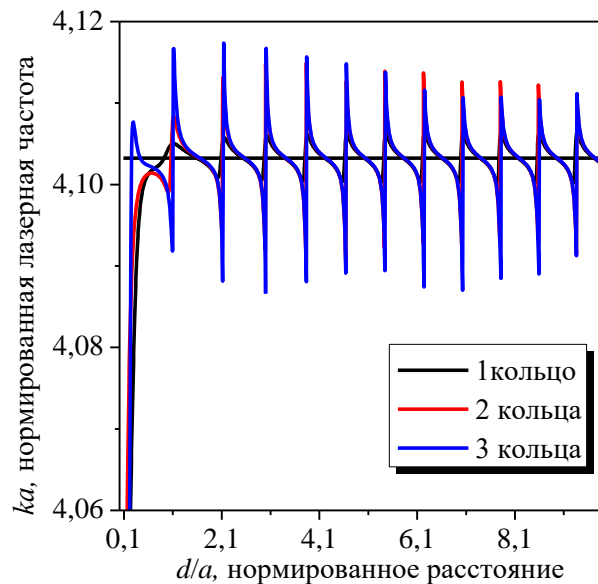


Рис. 3.10 Кривые зависимости частот супермоды $H_{7,1,p,(q)}$ активного диска с пассивным КРБ из 1, 2 и 3 колец от расстояния между диском и первым кольцом рефлектора: $w_h/w_l=1$, $w_h=0.2a$, $\alpha_a=\alpha_h=2.63$, $\alpha_l=1$

Каждая кривая соответствует резонатору с КРБ, составленному из одного, двух или трех колец. В данном случае был использован «составной» индекс (q) , который описывает вариации поля в КРБ. Это сделано для сокращения обозначения типа супермоды, т.к. если удерживать свой индекс для каждой частичной области, то обозначение получается слишком громоздким. Прямые линии на графиках соответствуют значениям частоты и порога излучения моды $H_{7,1}$ в уединенном полностью активном микродиске с теми же материальными параметрами.

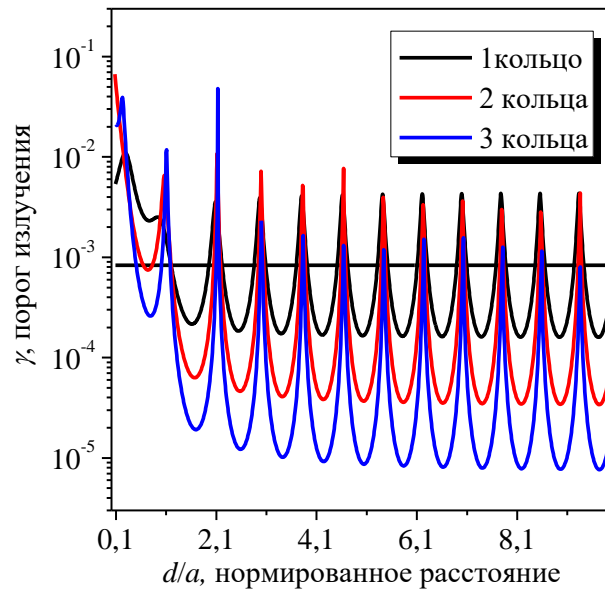


Рис. 3.11 То же, что и на рис. 3.10, для порогов излучения супермод $H_{7,1,p,(q)}$

Можно видеть, что при изменении промежутка между диском и кольцом частота моды изменяется лишь на доли процента (рис. 3.10). Каждый монотонный участок на кривых отвечает своему подтипу супермоды, поскольку при изменении расстояния либо добавляются новые вариации поля вдоль радиуса в воздушном зазоре (изменяется индекс p), либо происходит перераспределение поля в КРБ (изменяется индекс (q)). Изменение

распределения поля в КРБ связано с тем, что при отодвигании рефлектора от диска происходит увеличение радиуса структуры в целом.

Изменение порогов при тех же изменениях параметра d/a (рис. 3.11) является гораздо более значительным. Положение минимумов на кривых определяется главным образом периодом КРБ (суммой толщин колец w_h и зазоров между ними w_l). Глубина минимумов определяется числом колец в КРБ, причем добавление нового кольца снижает порог излучения моды на пол порядка для оптимального расстояния d/a . Если же расстояние d/a выбрано неверно, то снижения порогов излучения мод не наблюдается. Подобное снижение порогов наблюдается и для супермод с другим индексом m .

Далее было исследовано влияние толщин колец w_h на спектр и пороги излучения супермод – кривые зависимостей представлены на рис. 3.12 и 3.13.

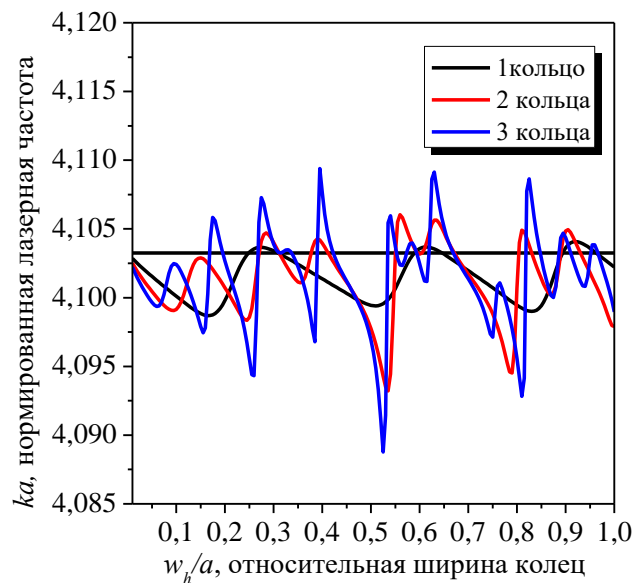


Рис. 3.12 Кривые зависимости частот супермод $H_{7,1,p,(q)}$ активного диска с пассивным КРБ из одного, двух и трех колец ($w_h/w_l=1$), от толщины колец при фиксированном расстоянии между диском и КРБ, $d=0.5a$, $\alpha_a=\alpha_h=2.63$, $\alpha_l=1$

Кольца в КРБ имеют такой же показатель преломления, как и диск, а промежутки между кольцами заполнены воздухом. Прямые черные линии показывают значения частоты и порога излучения моды $H_{7,1}$ уединенного резонатора с такими же материальными параметрами. Расстояние между диском и КРБ фиксировано и составляет $d = 0.5a$. Для других значений d получаются подобные зависимости.

Изменение частот незначительно при увеличении толщин колец. Кривые зависимости спектров кусочно-монотонны, и каждая монотонная часть соответствует определенной супермоду $H_{7,1,p,(q)}$.

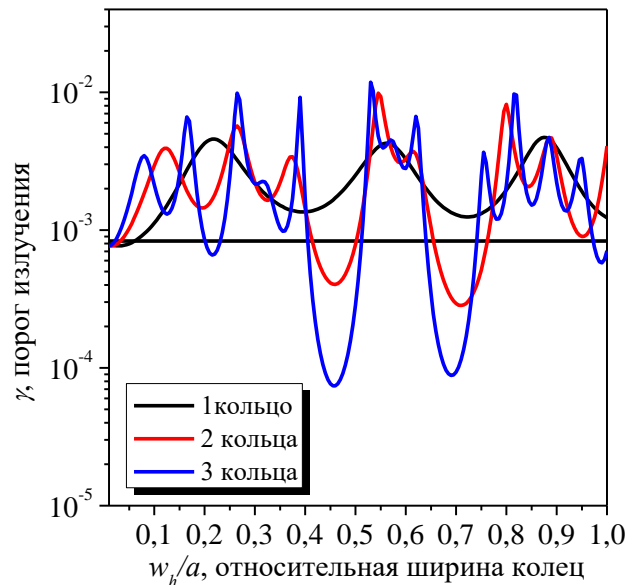


Рис. 3.13. То же, что и на рис. 3.12, для порогов излучения мод $H_{7,1,p,(q)}$

Изменения порогов более значительны (рис. 3.13), и можно увидеть формирование зон изменения толщины колец, в которых порог излучения становится меньше, чем в уединенном активном круговом резонаторе. Внутри этих зон пороги излучения падают примерно на полпорядка при увеличении числа периодов КРБ на единицу.

3.3. Теорема Пойнтинга для мод активных открытых резонаторов

Рассмотрим произвольный диэлектрический открытый резонатор с активной зоной, условно представленный на рис. 3.14. Здесь через V_a и V_p обозначены активная и пассивная части резонатора с границами S_a и S_p , соответственно, R_{\min} - радиус минимальной сферы V_{\min} , которая вмещает в себя V_p и V_a . Отметим, что в эту сферу может входить и часть свободного пространства V_f . Мы будем также подразумевать наличие сферической системы координат с радиус-вектором $\vec{R} = (R, \varphi, \theta)$ и началом в центре минимальной сферы. Внешняя по отношению к минимальной сфере V_{\min} область однородна и заполнена воздухом.

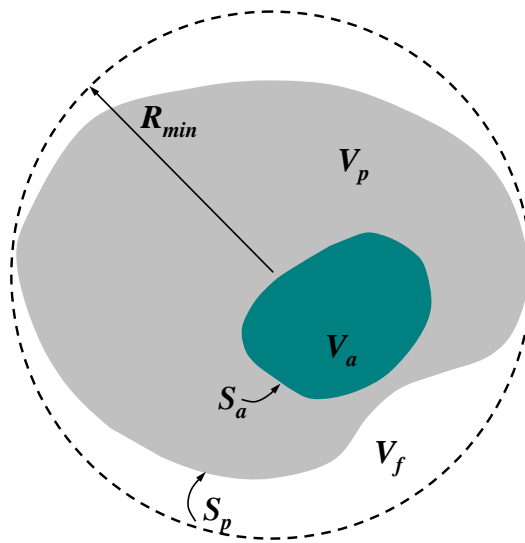


Рис. 3.14 Резонатор произвольной формы с частичной активной зоной

Значение минимальной сферы заключается в том, что вне ее электромагнитное поле всякой собственной моды складывается только из волн, которые уходят на бесконечность по R , в то время как внутри нее поле имеет структуру стоячей волны благодаря наличию приходящих волн.

Очень полезную информацию о механизме излучения света из полностью или частично активного открытого резонатора, можно получить из теоремы

Пойнтинга [54, с. 123], если ее применить к полям собственных мод, полученных из решения лазерной задачи (2.8), (2.12) – (2.14). Как известно, эта теорема связывает между собой поперечник экстинкции рассеивателя с амплитудой поля, рассеянного в прямом направлении при падении плоской волны на локальное препятствие. С точки зрения математики это соотношение вытекает из векторной формулы Грина, примененной к гармоническому во времени полю. Наиболее общая форма этого тождества известна как комплексная форма теоремы Пойнтинга. Для комплексной частоты k теорема Пойнтинга имеет вид:

$$\Pi = -\frac{1}{2} \int_V (\dot{j}^{e*} \dot{E} + \dot{j}^m \dot{H}^*) dv + \frac{i}{2} \int_V (k^* \varepsilon^* Z_0^{-1} |\dot{E}|^2 - k \mu Z_0 |\dot{H}|^2) dv, \quad (3.4)$$

где

$$\Pi = \frac{1}{2} \oint_S \dot{E} \times \dot{H}^* ds \quad (3.5)$$

- полный поток вектора Пойнтинга через произвольную границу S , области V , содержащей все источники и материальные тела,

$\varepsilon = \nu^2$ и μ - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости,

\dot{j}^e и \dot{j}^m - заданные сторонние электрический и магнитный токи,

Z_0 - импеданс свободного пространства, а звездочка «*» означает комплексное сопряжение.

Соотношение (3.4) можно записать и для поля собственной моды, т.е для решения уравнений Максвелла в отсутствии источников или падающего поля ($\dot{j}^e = \dot{j}^m = 0$). Для комплексной собственной частоты k_j (3.4) принимает вид:

$$(1/2) \oint_S \dot{E}_j \times \dot{H}_j^* ds = (i/2) \int_V (k_j^* \varepsilon^* Z_0^{-1} |\dot{E}_j|^2 - k_j \mu Z_0 |\dot{H}_j|^2) dv, \quad (3.6)$$

где левая часть – это полный поток вектора Пойнтинга в среднем за период через поверхность S минимальной сферы V_{\min} , содержащей все активные и пассивные области открытого резонатора. Здесь для нумерации собственных значений используется обобщенный индекс j , напоминая о том, что спектр комплексных частот дискретный; вектор-функция $\{\dot{E}_j, \dot{H}_j\}$ – поле данной моды.

Предположим вначале, что активной зоны нет, то есть $\text{Im}\varepsilon \geq 0$ и $\text{Im}\mu \geq 0$ во всем резонаторе. Выделяя из равенства (3.6) его вещественную часть, получаем знакомые выражения:

$$-\text{Re}k_j / \text{Im}k_j = P_{\text{stored}} / (P_{\text{abs}} + P_{\text{rad}}), \quad (3.7)$$

$$P_{\text{stored}} = (1/2) \int_{V_{\min}} (\text{Re}\varepsilon Z_0^{-1} |\dot{E}_j|^2 + \text{Re}\mu Z_0 |\dot{H}_j|^2) dv, \quad (3.8)$$

$$P_{\text{abs}} = (1/2) \int_{V_{\min}} (\text{Im}\varepsilon Z_0^{-1} |\dot{E}_j|^2 + \text{Im}\mu Z_0 |\dot{H}_j|^2) dv, \quad (3.9)$$

$$P_j^{\text{rad}} = \text{Re}\Pi_j / \text{Re}k_j, \quad (3.10)$$

где $P_{\text{stored}}, P_{\text{abs}}, P_{\text{rad}}$ – запасенная, поглощенная и рассеянная энергии.

Формула (3.7) есть, по сути, определение добротности колебания в пассивном резонаторе, поскольку $Q_j = -\text{Re}k_j / 2\text{Im}k_j$. Таким образом, добротность моды в пассивном резонаторе можно вычислять либо как отношение действительной и мнимой частей собственной частоты, либо как отношение запасенной в резонаторе и теряемой в виде потерь мощности, при данной частоте. Оба определения полностью эквивалентны друг другу, однако первое проще, если k_j уже найдена из характеристического уравнения.

Далее, соотношение типа (3.6) можно записать для решения лазерной задачи, когда $\text{Im}k_j = 0$, а $\text{Im}\varepsilon < 0$ за счет того, что в активной зоне $\gamma > 0$.

Принимая во внимание, что диэлектрическая проницаемость в активной зоне $\varepsilon_a = \nu_j^2 = \alpha^2 - \gamma_j^2 - 2i\alpha\gamma_j$, а $\mu = 1$ для всех немагнитных областей, получаем

$$\operatorname{Re} \oint_{S_a} \vec{E}_j \times \vec{H}_j^* ds = (2/Z_0) \gamma_j k_j \alpha \int_{V_a} |\vec{E}_j(R, k_j, \gamma_j)|^2 dv \quad (3.11)$$

Таким образом, теорема Пойнтинга показывает, что, для всякой лазерной моды с номером j и вещественной частотой k_j , потери на излучение (левая часть (3.11)) компенсируются энергией, генерируемой в активной зоне V_a (правая часть (3.11)) при условии, что материальное усиление равно γ_j .

Следует отметить, что кроме выражения для вещественной части (3.6), можно записать выражение и для его мнимой части,

$$2 \operatorname{Im} \Pi_j = k_j \int_V [(\alpha^2 - \gamma_j^2) Z_0^{-1} |\vec{E}_j|^2 - Z_0 |\vec{H}_j|^2] dv, \quad (3.12)$$

где область V (3.12) может быть произвольной. В пределе, если V – круг большого радиуса $R \rightarrow \infty$, то левая часть (3.12) обращается в ноль благодаря условию излучения на бесконечности (2.5)

$$\Pi = 1/(2Z_0 k_j^2) \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [|\Phi^{(1)}(\theta, \varphi)|^2 + |\Phi^{(2)}(\theta, \varphi)|^2] \cos \theta d\theta d\varphi \quad (3.13)$$

Однако то же самое имеет место и если сжать область V до минимальной сферы, т.е. при $V = V_{\min}$, в силу непрерывности потока вектора Пойнтинга. Таким образом, мы получаем, что

$$\int_{V_{\min}} [(\alpha^2 - \gamma_j^2) Z_0^{-1} |\vec{E}_j|^2 - Z_0 |\vec{H}_j|^2] dv = 0, \quad (3.14)$$

Это означает, что части энергии каждой моды, связанные с электрическим и магнитным полем и сосредоточенные внутри объема открытого резонатора - его минимальной сферы V_{\min} - всегда равны друг другу. То же самое верно и для всего пространства. Подчеркнем также, что это свойство имеет место и для пассивных, и для активных открытых резонаторов.

Теперь приведем конкретный пример использования теоремы Пойнтинга для лазерной задачи. Рассмотрим двумерный круговой полностью активный резонатор радиуса a , расположенный в свободном пространстве. Спектр и пороги излучения мод такого резонатора удовлетворяют одному из характеристических уравнений (2.19) и детально описаны в разделе 2, п. 2.3. Собственные поля такого резонатора описываются с помощью (2.18). Левая часть (3.11) для каждой из двух поляризаций принимает вид:

$$\text{E-pol:} \quad \text{Re}\Pi_{mn}^E = \frac{A^2 2a^2}{Z_0 \pi \kappa_{mn}} \left| \frac{J_m(\kappa_{mn} \nu_{mn})}{H_m(\kappa_{mn})} \right|^2, \quad (3.15)$$

$$\text{H-pol:} \quad \text{Re}\Pi_{mn}^H = \frac{2Z_0 A^2 a^2}{\pi \kappa_{mn}} \left| \frac{J_m(\kappa_{mn} \nu_{mn})}{H_m(\kappa_{mn})} \right|^2, \quad (3.16)$$

где A - произвольная константа, а $(\kappa_{mn}, \gamma_{mn})$ - корни характеристического уравнения (2.19). Правая часть (3.11) соответственно имеет вид

$$\text{E-pol:} \quad W_{mn}^E = \frac{A^2 a^2}{2Z_0 \gamma_{mn} \kappa_{mn}} \text{Im}[\nu_{mn} \Omega_m^E(\nu_{mn} \kappa_{mn})], \quad (3.17)$$

$$\text{H-pol:} \quad W_{mn}^H = \frac{Z_0 A^2 a^2}{2\gamma_{mn} \kappa_{mn}} \text{Im}[\nu_{mn} \Omega_m^H(\nu_{mn} \kappa_{mn})], \quad (3.18)$$

где

$$\Omega_m^E(x) = J_{m-1}(x)J_m(x^*), \quad \Omega_m^H(x) = J_{m-2}(x)J_{m-1}(x^*) + J_m(x)J_{m+1}(x^*) \quad (3.19)$$

Наконец, теорема Пойнтинга (3.11) для активного круглого резонатора в свободном пространстве принимает вид:

$$\alpha \operatorname{Im} \Omega_m^{E,H}(\kappa_{mn} v_{mn}) - \gamma \operatorname{Re} \Omega_m^{E,H}(\kappa_{mn} v_{mn}) = \frac{2\alpha}{\pi \kappa_{mn}} \left| \frac{J_m(\kappa_{mn} v_{mn})}{H_m(\kappa_{mn})} \right|^2, \quad (3.20)$$

Вычисления показывают, что равенство (3.20) выполняется с более высокой точностью, чем точность нахождения собственных значений κ_{mn} и γ_{mn} из соответствующего характеристического уравнения.

С другой стороны, учитывая, что для равномерно активного кругового резонатора $V_a = V_{\min}$ и используя обозначение (3.10), можно переписать равенство (3.11) в следующем виде:

$$\gamma_j = \frac{\alpha \operatorname{Re} \Pi_j(k_j, \gamma_j)}{k_j W_j(k_j, \gamma_j)} = \frac{\alpha P_j^{\text{rad}}}{W_j(k_j, \gamma_j)} \quad (3.21)$$

где

$$W_j(k_j, \gamma_j) = (A^2 / Z_0) \int_{V_{\min}} \alpha^2 |\dot{E}_j(\dot{R}, k_j, \gamma_j)|^2 dv, \quad (3.22)$$

При условии, что электрическое поле нормировано на свое максимальное значение, т.е. $A = A_j = \max^{-1} |\dot{E}(\dot{R}, k_j, \gamma_j)|$, (3.22) совпадает с величиной, которая играет важную роль в резонаторной квантовой электродинамике и носит название *эффективного модового объема*. Однако в резонаторной квантовой электродинамике эта величина появляется из эвристических соображений, по-разному в разных публикациях (обычно интегрирование ведется только по

области, занятой диэлектриком, но не по V_{\min}), и считается одной и той же для пассивных и активных резонаторов [159]. В отличие от этого, выше мы ввели модовый объем строгим образом, используя лишь математические преобразования уравнений Максвелла.

Величина, стоящая в правой части (3.21), есть, с точностью до константы α , отношение излученной и запасенной в среднем за период в резонаторе мощности, P_j^{rad}/W_j , т.е. она обратно пропорционально тому, что называется добротностью моды. Чтобы подчеркнуть, что здесь мы имеем дело с активным резонатором, то мы будем обозначать эту величину как $\mathcal{Q}_j^{\%}$. Таким образом, порог излучения всякой моды в полностью активном резонаторе обратно пропорционален ее добротности,

$$\gamma_j = \frac{\alpha}{\mathcal{Q}_j^{\%}} \quad (3.23)$$

При вычислении добротности активного резонатора $\mathcal{Q}_j^{\%}$, можно пренебречь наличием $\gamma_j \neq 0$ и заменить $\mathcal{Q}_j^{\%}$ на подобную величину для пассивного резонатора, Q_j (см. комментарии после формулы (3.7)). Погрешность такой замены имеет порядок $O(\gamma_j^2)$, поэтому она мала для мод, имеющих низкие пороги.

3.4. Коэффициенты перекрытия активной зоны и поля моды

Наиболее интересен для рассмотрения случай, когда активная зона – это только часть всего объема открытого резонатора, т.е. соответствующей ему минимальной сферы. Например, это может быть диск, концентрически связанный с пассивным кольцом, как показано на рис. 3.1, где V_{\min} содержит

еще и воздушный промежуток и пассивное кольцо. В таком случае удобно ввести для каждой j -ой моды,

$$W_j(k_j, \gamma_j) = \frac{1}{Z_0} \int_{V_{\min}} \alpha^2 |\vec{E}_j(\vec{R}, k_j, \gamma_j)|^2 dv = W_j^{(a)} + W_j^{(p)} + W_j^{(f)}, \quad (3.24)$$

где частичные объемы и соответствующие им коэффициенты перекрытия есть

$$W_j^{(s)}(k_j, \gamma_j) = \frac{1}{Z_0} \int_{V_f} \alpha_f^2 |\vec{E}_j(\vec{R}, k_j, \gamma_j)|^2 dv, \quad \Gamma_j^{(s)} = W_j^{(s)} / W_j, \quad s = a, p, f \quad (3.25)$$

Смысл каждого из коэффициентов перекрытия состоит в том, что он показывает, какова доля энергии электрического поля j -ой моды, содержащаяся в данной частичной активной или пассивной области резонатора. Отметим еще, что, в силу (3.24), $\Gamma_j^{(a)} + \Gamma_j^{(p)} + \Gamma_j^{(f)} = 1$. Важно также помнить, что все эти величины имеют смысл только при дискретных значениях частоты и порога, связанных с собственными модами. Для этого случая теорема Пойнтинга (3.11) может быть переписана в следующем виде:

$$\gamma_j = \frac{Z_0 \operatorname{Re} \oint_{S_a} \vec{E}_j \times \vec{H}_j^* ds}{2k_j \alpha_a \int_{V_a} |\vec{E}_j(\vec{R}, k_j, \gamma_j)|^2 dv} = \frac{\alpha_a P_j^{rad}}{\Gamma_j^{(a)} W_j} \quad (3.26)$$

где P_j^{rad} - поток мощности, излучаемой данной модой в окружающее пространство. Все величины в правой части (3.26) непрямым образом зависят от материального усиления γ_j через уравнения Максвелла. Величина P_j^{rad} / W_j в правой части (3.26) – это отношение излученной из открытого резонатора мощности к запасенной в нем. Она обратна добротности резонатора с активной зоной \mathcal{Q}_j^0 , и, следовательно,

$$\gamma_j = \frac{\alpha_a}{\Gamma_j^{(a)} Q_j^0}. \quad (3.27)$$

Формула (3.27) очень проста, однако содержит важную информацию. Как указывалось выше, если порог излучения моды мал, $\gamma \ll 1$, то $Q_j^0 \approx Q_j$. Таким образом, (3.27) показывает, что высокая добротность резонатора при отсутствии накачки не является достаточным условием, чтобы достичь низкого порога излучения при включении накачки. Не менее важно то, каким будет перекрытие активной зоны с электрическим полем данной моды.

Заметим еще, что в случае полностью активного резонатора $\Gamma_j^{(a)} \equiv 1$, и (3.27) переходит в (3.23). Рассмотрим примеры частично активных резонаторов. Первый пример - круговой резонатор с радиально-неоднородной активной зоной. Напомним, что активная зона – это либо круг радиуса b ($b < a$), либо прилегающее к краю резонатора кольцо с внутренним радиусом b . В активной зоне $\nu = \alpha - i\gamma$. Соответствующие спектры и пороги мод были изучены в п. 2.4.

Эффективный модовый объем вводится аналогично (3.24) с учетом того, что в данном случае есть лишь две частичные области V_a и V_p (активная и пассивная части резонатора), и коэффициенты перекрытия $\Gamma_j^{(a)}$ и $\Gamma_j^{(p)}$ для j -ой моды. Отметим еще раз, что $\Gamma_j^{(a)} + \Gamma_j^{(p)} = 1$, поскольку $V_{\min} = V_a + V_p$. Добротность моды резонатора с частичной активной зоной и порог излучения этой же моды связаны соотношением (3.27).

Вычисление коэффициентов перекрытия приводит к необходимости интегрировать произведение цилиндрических функций и их производных одного и того же азимутального индекса m (см. п. 3.1). В каждой частичной области, учитывая представление поля в виде (3.1) и определение $W_j^{(s)}$ из (3.25), нужно вычислить следующие интегралы:

$$\begin{aligned}
W_j^s &= \frac{1}{Z_0} \int_{V_s} \alpha^2 |E|^2 \rho d\rho d\varphi = \\
&\frac{\pi \alpha^2 Z_0^2}{2 V_s V_s^*} \int_{a_s}^{a_{s+1}} [|A_m^s|^2 (J_{m-1} J_{m-1}^* + J_{m+1} J_{m+1}^*) + A_m^s B_m^{s*} (J_{m-1} H_{m-1}^{(1)*} + J_{m+1} H_{m+1}^{(1)*}) + \\
&A_m^{s*} B_m^s (J_{m-1}^* H_{m-1}^{(1)} + J_{m+1}^* H_{m+1}^{(1)}) + |B_m^s|^2 (H_{m-1}^{(1)} H_{m-1}^{(1)*} + H_{m+1}^{(1)} H_{m+1}^{(1)*})] \rho d\rho,
\end{aligned} \quad (3.28)$$

где s - индекс, соответствующий области интегрирования. Аргументом цилиндрических функций служит $\kappa \nu_s \rho$. В зависимости от того, активной или пассивной является область интегрирования, необходимо вычислять интегралы от произведений либо функций с комплексно сопряженными аргументами, либо с одинаковыми вещественными аргументами. В соответствии с этим применяются следующие формулы [160]:

$$\int Z_m(\kappa \nu \rho) T_m(\kappa \nu^* \rho) \rho d\rho = \frac{\rho}{\kappa} \left[\frac{\nu^* Z_m(\kappa \nu \rho) T_{m-1}^*(\kappa \nu \rho) - \nu Z_{m-1}^*(\kappa \nu \rho) T_m(\kappa \nu \rho)}{\nu^2 - \nu^{*2}} \right], \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
&\int Z_m(\kappa \alpha \rho) T_m(\kappa \alpha \rho) \rho d\rho = \\
&\frac{\rho^2}{4} [2Z_m(\kappa \alpha \rho) T_m(\kappa \alpha \rho) - Z_{m-1}(\kappa \alpha \rho) T_{m+1}(\kappa \alpha \rho) - Z_{m+1}(\kappa \alpha \rho) T_{m-1}(\kappa \alpha \rho)], \quad (3.30)
\end{aligned}$$

где $Z_m(\cdot)$ и $T_m(\cdot)$ - произвольные цилиндрические функции.

Используя (3.29), получаем, что $W_{mn}^{(a)}$ вычисляется по формуле (3.18). Энергия электрического поля, заключенная в пассивных областях, вычисляется из (3.28) с использованием (3.30) и содержит 16 слагаемых (с учетом подстановки соответствующих пределов интегрирования).

На рис. 3.15 – 3.17 приведены численные результаты, полученные для мод шепчущей галереи $H_{7,n}$ ($n=1,2,3$ - число вариаций поля вдоль радиуса) без учета дисперсии эффективного показателя преломления, $\alpha_{eff} = 2.63$ (в отличие от п. 2.4, где дисперсия была учтена).

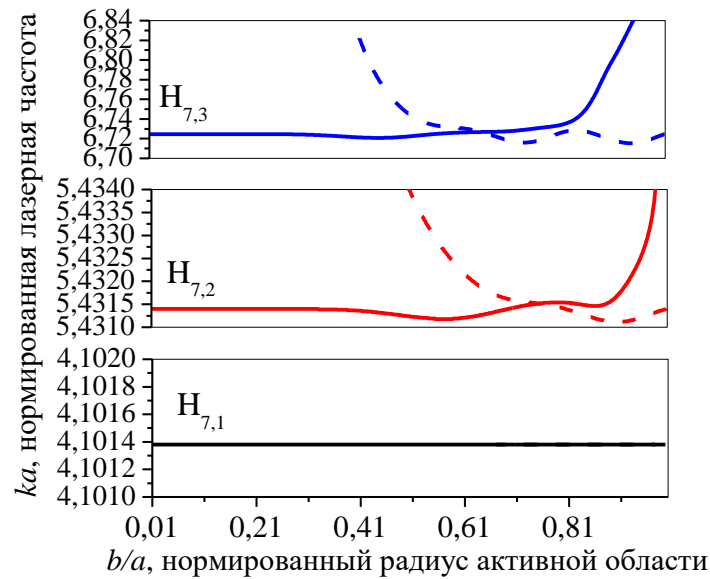


Рис. 3.15 Зависимость частот и порогов излучения мод $H_{7,n}$, $n=1,2,3$, от радиуса активной зоны в дисковом лазере с частичной активной зоной. Сплошные линии соответствуют резонатору с активной зоной в виде кольца, пунктирные – в форме круга меньшего радиуса, $\alpha_{eff} = 2.63$

В данном случае был использован лишь один индекс n для описания вариаций поля вдоль радиуса, несмотря на наличие двух частичных областей. Это объясняется тем, что показатели преломления областей отличаются на малую величину γ , с помощью которой описывается активная зона ($\nu_a = \alpha_{eff} - i\gamma$). Два типа кривых на рис. 3.15 и 3.16 отображают динамику поведения частот и порогов излучения мод в одном и том же круговом резонаторе с двумя разными активными зонами: в виде круга меньшего радиуса b и в виде кольца с внутренним радиусом b . Как можно видеть, при изменении радиуса b кривые порогов излучения, соответствующие активной зоне в центре диска и вдоль кромки диска, пересекаются при некотором значении параметра b/a (см. рис. 3.16). Поведение соответствующих коэффициентов перекрытия показано на рис. 3.17.

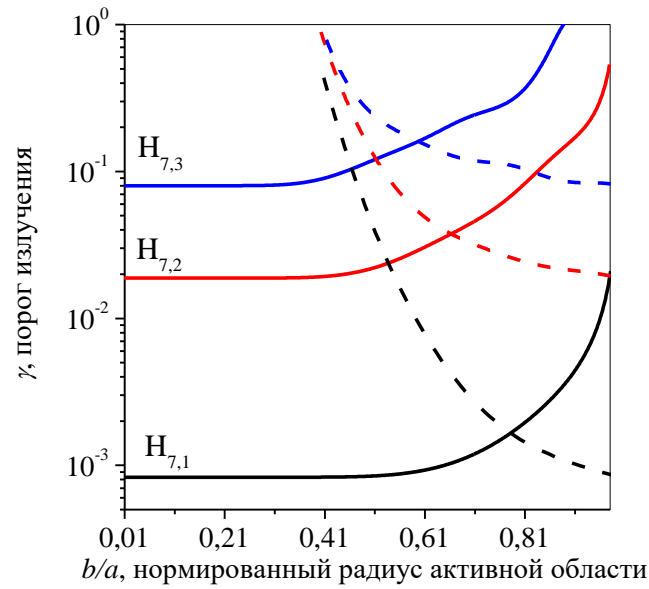


Рис. 3.16 То же, что и на рис. 3.15, для порогов излучения

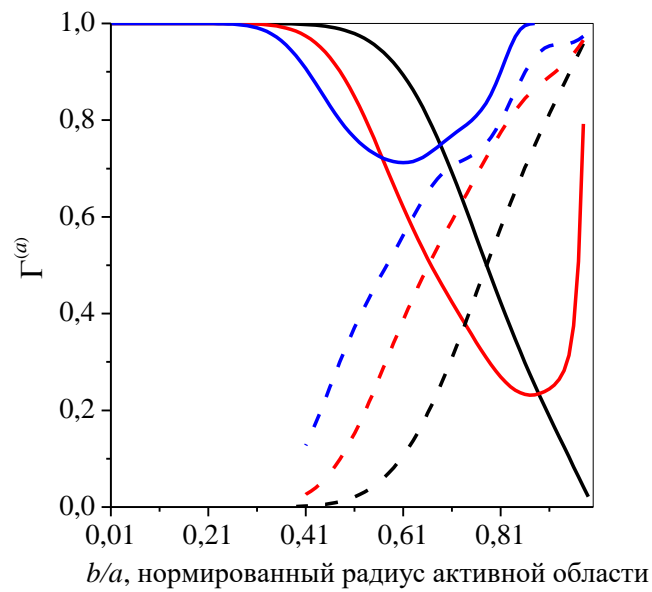


Рис. 3.17 То же, что на рис. 3.15, для коэффициентов перекрытия активной зоны

В точке пересечения кривых порог моды шепчущей галереи вдвое выше, с точностью до нескольких десятичных цифр, чем для этой же моды в полностью активном круговом резонаторе. Это можно объяснить с помощью

теоремы Пойнтинга для лазеров. Действительно, в этом случае контраст между показателями преломления в активной и пассивной зоне очень маленький, такого же порядка, что и $O(\gamma)$. И собственная частота моды шепчущей галереи, и ее структура поля также отличаются на эту же маленькую поправку. Теорема Пойнтинга говорит, что повышение порога в два раза объясняется падением коэффициента перекрытия поля моды и активной зоны до значения $\Gamma_{7,n}^{(a)} = 1/2$ ($n = 1, 2, 3$). Такое объяснение целиком подтверждается графиками зависимостей коэффициентов перекрытия этих же мод от параметра b/a (см. рис. 3.17). Коэффициенты перекрытия пассивной части рассмотренных резонаторов не приведены, поскольку $\Gamma_{7,n}^{(p)} = 1 - \Gamma_{7,n}^{(a)}$ ($n = 1, 2, 3$).

Далее рассмотрим круговой активный резонатор, концентрически связанный с пассивным кольцом (рис. 3.1). Частоты и пороги излучения его мод были рассмотрены в п. 3.1. Здесь «минимальная сфера» - это круг радиуса $a + d + w$, активная зона V_a - круг радиуса a , а две пассивные области V_g и V_r - воздушное и диэлектрическое кольца соответствующих радиусов. Модовый объем и коэффициенты перекрытия вводятся так же, как и в (3.24) - (3.25).

Численные результаты для дипольных мод диска, оптически связанного с пассивным кольцом, приведены на рис. 3.18 – 3.20. Коэффициенты перекрытия электрического поля для дипольных супермод $H_{1,n,p,0}$ ($n = 1, 2, 3, 4$) с каждой из областей (активный диск, воздушный кольцевой зазор, пассивное диэлектрическое кольцо) представлены как функции нормированного параметра d/a и соответствуют графикам на рис. 3.3.

Как можно видеть из сравнения с рис. 3.3, п. 3.1, коэффициенты перекрытия круговой активной зоны $\Gamma_{1,n,p,0}^{(a)}$ (рис. 3.18) действительно ведут себя как величины, обратно пропорциональные порогам излучения мод (с учетом того, что пороги на рис. 3.3 показаны в логарифмическом масштабе).

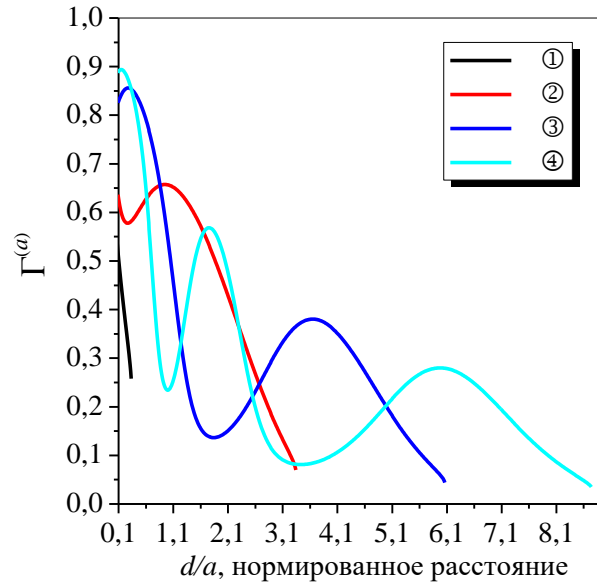


Рис. 3.18 Коэффициенты перекрытия активной зоны с полем супермод $H_{1,n,p,0}$ ($n=1,2,3,4$) для активного диска в пассивном кольце, в зависимости от расстояния между активным диском и пассивным кольцом. Параметры структуры соответствуют рис. 3.3

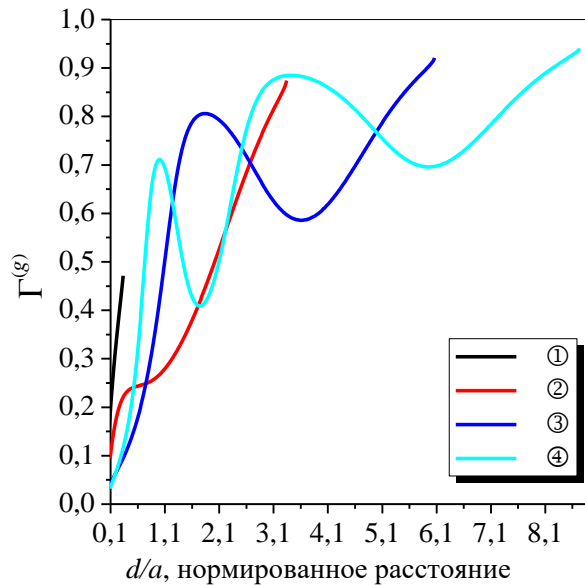


Рис. 3.19 То же, что на рис. 3.18, для коэффициентов перекрытия воздушного промежутка

В отличие от этого, коэффициенты перекрытия для воздушного промежутка $\Gamma_{1,n,p,0}^{(g)}$ (рис. 3.19) почти повторяют поведение порогов указанных супермод дипольного типа. Что касается третьей частичной области, то коэффициенты перекрытия для пассивного диэлектрического кольца $\Gamma_{1,n,p,0}^{(r)}$ имеют малые значения порядка 0.03 почти всюду (рис. 3.20).

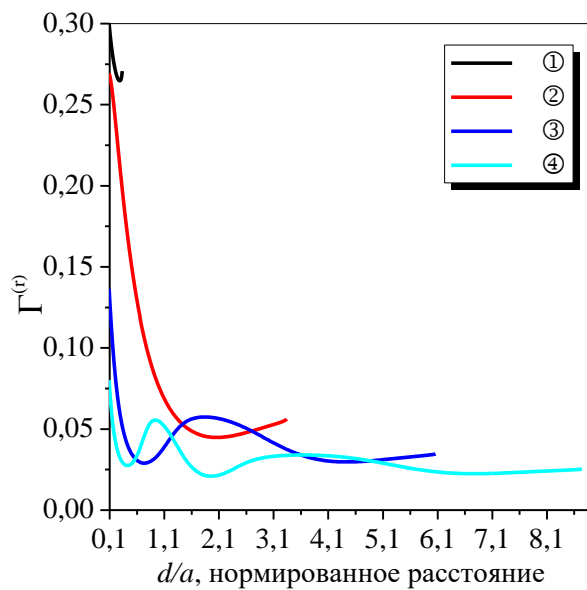


Рис. 3.20 То же, что и на рис. 3.18, для коэффициентов перекрытия пассивного кольца

Исключение составляет конфигурация, в которой пассивное кольцо близко примыкает к активному диску. Такое поведение объясняется тем, что пассивное кольцо в данном случае имеет маленькую толщину ($w = 0.2a$, т.е. $w < \lambda/\alpha$, где λ - длина волны в воздухе).

Таким образом, если толщина пассивного диэлектрического кольца мала, то низкие пороги излучения мод соответствуют случаю, когда электрическое поле моды втянуто в активную область, а высокие пороги связаны с ситуацией, когда поле моды вытолкнуто из активной зоны и сконцентрировано в воздушном промежутке между диском и тонким пассивным кольцом.

При увеличении толщины кольца поле моды может быть также частично сконцентрировано и в кольце. Поэтому изменения порогов на рис. 3.3 объясняются перераспределением электрического поля между тремя частичными областями (активным круговой зоной, воздушным зазором между ним и пассивным кольцом). Скачки же на кривых зависимостей порогов от толщины кольца (рис. 3.7) всегда обусловлены формированием новой вариации электрического поля, когда «кольцевой» индекс q увеличивается на единицу. Все эти изменения согласуются между собой в соответствии (3.27).

Еще один пример – активный круговой резонатор с КРБ (см. п. 3.2). Модовый объем и коэффициенты перекрытия для резонатора с КРБ вводятся аналогично (3.24) – (3.25). В отличие от предыдущих примеров, здесь удобно ввести не $M - 1$, а лишь два частичных модовых объема по пассивным областям. Частичный модовый объем по пассивным диэлектрическим областям $W_j^{(r)}$ (воздушным промежуткам $W_j^{(g)}$) есть сумма интегралов от квадрата поля по диэлектрическим кольцам (воздушным кольцам). А полный модовый объем есть $W_j = W_j^{(a)} + W_j^{(r)} + W_j^{(g)}$, где $W_j^{(a)}$ – это модовый объем активной зоны. Коэффициенты перекрытия частичных областей с полем супермоды вводятся согласно (3.25). Для круговых и кольцевых областей модовые объемы вычисляются по (3.28) – (3.30).

Численные результаты для коэффициентов перекрытия супермод шепчущей галереи $H_{7,1,p,(q)}$ представлены на рис. 3.21 – 3.26. Здесь показано их поведение при тех же изменениях параметров КРБ, что и в п. 3.2, где исследовались спектры и пороги излучения. Как можно видеть из сравнения с рис. 3.11, при изменении d/a коэффициенты перекрытия круговой активной зоны $\Gamma_{7,1,p,(q)}^{(a)}$ (рис. 3.21) изменяются обратно пропорциональные порогам излучения мод, а их максимальные значения не превосходят 0.82.

Коэффициенты перекрытия для воздушных промежутков $\Gamma_{7,1,p,(q)}^{(g)}$ (рис. 3.22) не опускаются ниже значения 0.18 и почти повторяют поведение порогов указанных супермод шепчущей галереи в резонаторе с КРБ.

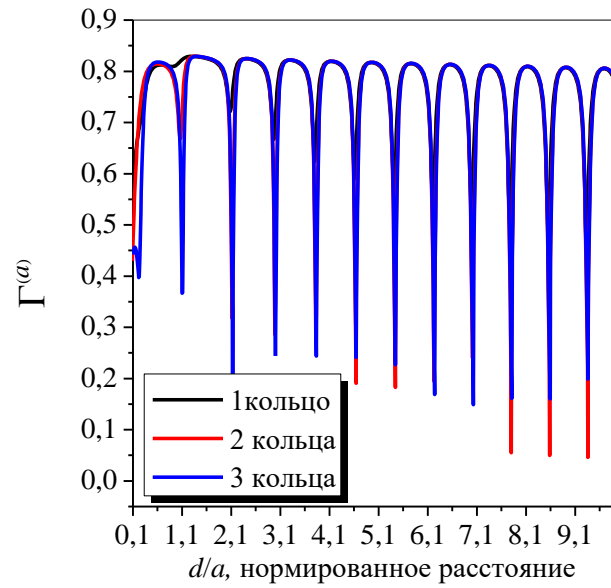


Рис. 3.21 Коэффициенты перекрытия активной зоны с полем супермоды $H_{7,1,p,(q)}$ в резонаторе с КРБ в зависимости от параметра расстояния d/a .
Остальные параметры такие же, как и на рис. 3.10

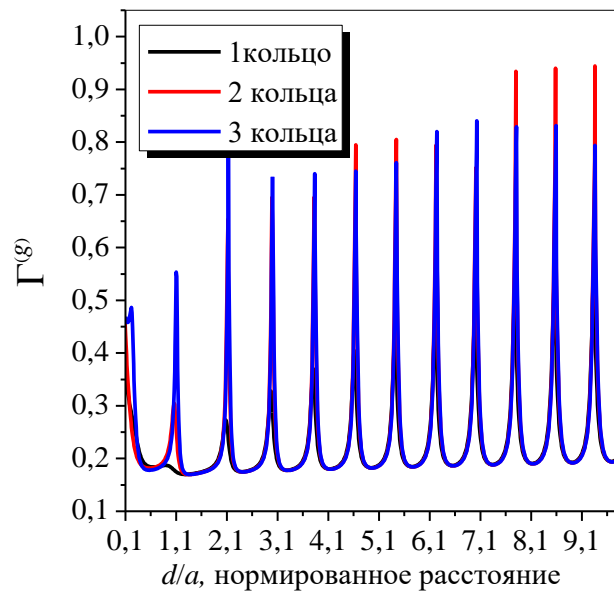


Рис. 3.22 То же, что на рис. 3.21, для суммарных коэффициентов перекрытия воздушных промежутков

При этом рост этих коэффициентов происходит в основном за счет периодической концентрации электрического поля моды в области с номером $s=2$, т.е. в воздушном промежутке между активной зоной и первым диэлектрическим кольцом.

Что касается области пассивных диэлектрических колец, то их суммарные коэффициенты перекрытия $\Gamma_{7,1,p,(q)}^{(r)}$ имеют малые значения порядка 0.01 почти всюду (рис. 3.23) кроме области значений $d/a < 0.2$, что объясняется малой толщиной колец. Таким образом, мы можем видеть, что если период пассивного диэлектрического КРБ мал, то низкие пороги излучения мод соответствуют случаю, когда электрическое поле моды втянуто в центральную круговую активную зону. Высокие пороги связаны с ситуацией, когда поле моды вытолкнуто из активной зоны и сконцентрировано в воздушном промежутке между диском и первым кольцом пассивного КРБ.

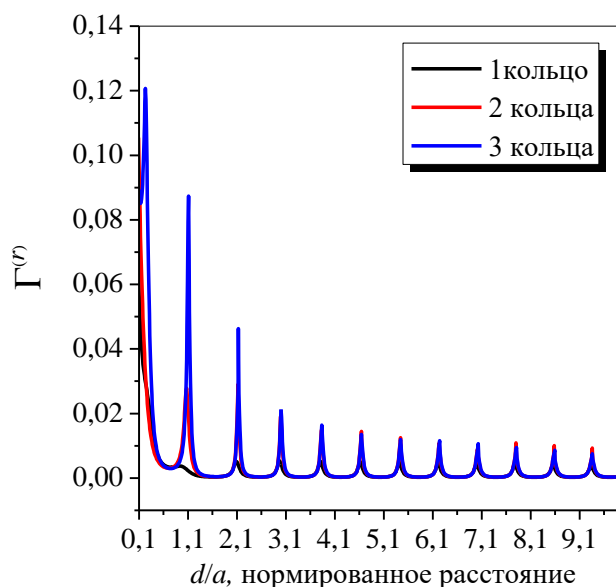


Рис. 3.23 То же, что на рис. 3.21, для суммарных коэффициентов перекрытия пассивных колец

На рис. 3.24 – 3.26 показаны зависимости коэффициента перекрытия активной зоны, суммарных коэффициентов перекрытия пассивных колец КРБ и

его воздушных промежутков от нормированной толщины колец для супермод шепчущей галереи $H_{7,1,p,(q)}$. Параметры исследуемых резонаторов при этом те же, что были рассмотрены в п. 3.2 при изучении частот и порогов излучения этих же мод, в частности, $w_h = w_l$.

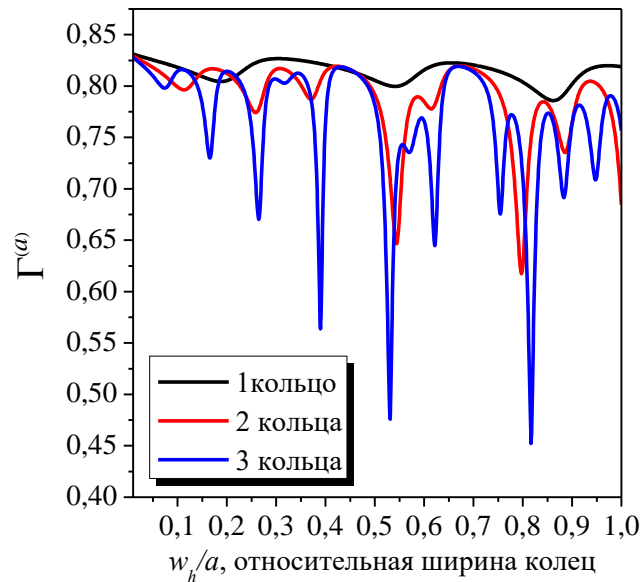


Рис. 3.24 Коэффициенты перекрытия активной зоны с полем супермоды $H_{7,1,p,(q)}$ в зависимости от толщины колец в КРБ. Остальные параметры такие же, как и на рис. 3.12

Как и ранее, коэффициенты перекрытия активной зоны $\Gamma_{7,1,p,(q)}^{(a)}$ изменяются примерно обратно пропорционально соответствующим порогам излучения – сравнить с рис. 3.13. Вместе с тем, они не превышают значения 0.83. Главным отличием от предыдущих примеров является то, что каждый из двух суммарных коэффициенты перекрытия, по пассивным диэлектрическим кольцам $\Gamma_{7,1,p,(q)}^{(r)}$ и по воздушным промежуткам $\Gamma_{7,1,p,(q)}^{(g)}$, теперь может принимать довольно высокие значения, до 0.35 и 0.20, соответственно, при одних и тех же значениях толщины w_h/a .

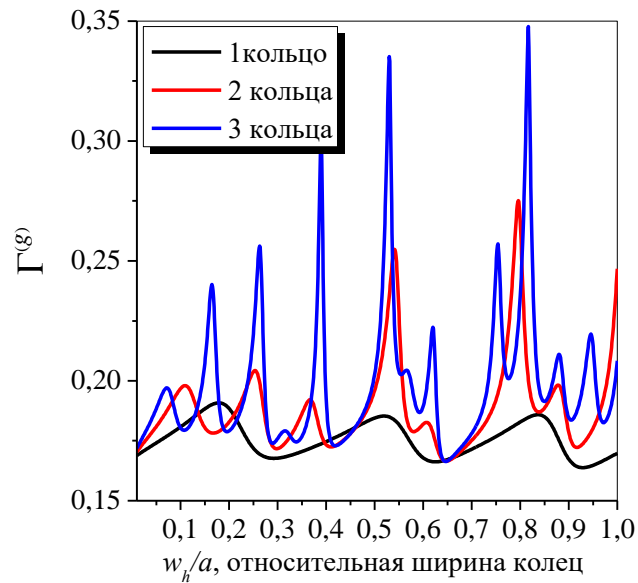


Рис. 3.25 То же, что и на рис. 3.24, для суммарных коэффициентов перекрытия воздушных промежутков

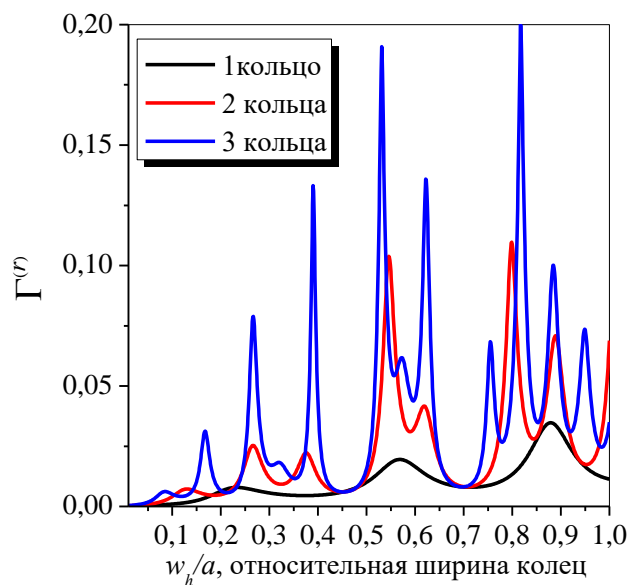


Рис. 3.26 То же, что и на рис. 3.24, для суммарных коэффициентов перекрытия пассивных диэлектрических колец

Таким образом, если толщина колец КРБ не мала, то поле супермоды может втягиваться в КРБ и быть сосредоточенным как в диэлектрических кольцах, так и в воздушных промежутках между ними.

ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 3

В данном разделе были рассмотрены двумерные модели открытых круговых диэлектрических активных резонаторов, помещенных в центре круговых рефлекторов, состоящих из конечного числа пассивных диэлектрических колец, разделенных воздушными промежутками. В частности, такие модели позволяют исследовать, с помощью лазерной задачи на собственные значения, спектры частот и величины порогов для собственных мод микродискового лазера внутри кольцевого рефлектора Брэгга. По результатам исследований, опубликованных в статье [6] и трудах конференций [31 – 33], [35-39], [41], можно сделать следующие выводы:

1. Собственные моды дискового резонатора внутри пассивного рефлектора всегда являются «супермодами», то есть составными модами оптически связанных частичных областей: центрального резонатора, колец и воздушных промежутков. Поэтому для их полного описания необходимо вводить в рассмотрение столько целочисленных индексов, характеризующих число вариаций поля, сколько частичных областей содержит вся структура.

2. Любые супермоды резонатора с рефлектором (как моды шепчущей галереи, так и моды с низкими значениями азимутального индекса), могут иметь пороги излучения и выше и ниже, чем пороги этих же мод в уединенном резонаторе. Значения порогов зависят от геометрии рефлектора и расстояния до него.

3. Падение порога излучения всегда связано с втягиванием поля супермоды в активный центральный резонатор, а возрастание порога – с его выталкиванием из активной области и втягиванием в кольца рефлектора.

4. Для активного резонатора в рефлекторе Брэгга из GaAs с воздушными промежутками между кольцами, добавление нового кольца снижает порог излучения любой из супермод примерно на порядок.

5. Оптическая теорема, примененная к полю моды в активном открытом резонаторе, приводит к тождеству, имеющему смысл уравнения баланса энергии для лазера. Его можно использовать для проверки правильности полученных численных результатов.

6. Указанное тождество позволяет сделать вывод, что, для того, чтобы иметь малый порог излучения, мода открытого резонатора не только должна иметь высокую добротность (в отсутствие накачки), но также ее электрическое поле должно иметь хорошее перекрытие с активной зоной резонатора (при наличии накачки). Для описания последнего свойства удобно ввести в рассмотрение эффективный модовый объем и коэффициенты перекрытия частичных областей (включая и активную область) с электрическим полем каждой моды.

7. Поведение порогов излучения супермод в зависимости от параметров рефлектора в целом повторяет поведение величин, обратных к коэффициентам перекрытия активной зоны с полем моды. Такое поведение полностью согласуется с оптической теоремой для мод активного резонатора.