

РАЗДЕЛ 4

МОДЫ ФОТОННЫХ МОЛЕКУЛ ИЗ ОПТИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ КРУГОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

В последнее время в теоретической и экспериментальной фотонике большое внимание уделяется изготовлению и изучению упорядоченных структур, составленных из нескольких диэлектрических резонаторов микронных размеров. Несколько ранее возник и получил широкое распространение термин «фотонный кристалл» как бесконечно-периодическая структура из микрочастиц, свойства которой имеют много общего с кристаллической решеткой из атомов. Поэтому, продолжая аналогию с атомами и молекулами, единичный микрорезонатор иногда называют фотонным атомом, а структуры из нескольких подобных резонаторов получили название фотонных молекул [42 – 44], [161 – 162].

Фотонные молекулы привлекательны во многих отношениях. Например, особенностью микродисковых лазеров, работающих на модах шепчущей галереи, являются сверхнизкие пороги излучения, однако, такие лазеры имеют и малую выходную мощность. Объединение нескольких дисков микронного размера в фотонную молекулу позволяет повысить выходную мощность, однако точный учет интерференции электромагнитных полей, излучаемых каждым из дисков, становится критическим фактором при их проектировании.

Как и в случае диска, заключенного в кольцевой рефлектор (см. раздел 3), фотонная молекула состоит из нескольких частичных областей, обладающих различными коэффициентами преломления. Поскольку границы областей частично прозрачны, то собственные моды этих областей оказываются оптически связанными, что принято характеризовать термином «супермода».

Исследование супермод фотонных молекул методами теории граничных задач для уравнений Максвелла и вычислительной электродинамики является

сложной и актуальной задачей. Известны несколько работ, в которых изучались супермоды пассивных фотонных молекул и вычислялись соответствующие им комплексные собственные частоты, добротности, а также собственные поля, как функции геометрических и материальных параметров [163].

Данный раздел диссертации посвящен исследованию спектров и порогов излучения супермод циклических фотонных молекул, составленных из активных круговых резонаторов с центрами в углах правильного многоугольника. Это исследование опирается на новую модель лазера как открытого резонатора с активной зоной, введенную в предыдущих разделах. Рассматриваются также вопросы повышения направленности излучения супермод фотонной молекулы из двух резонаторов по сравнению с излучением мод уединенного микродискового лазера.

4.1. Супермоды двух идентичных активных резонаторов

В этом п. представлены результаты исследования спектров и порогов излучения, а также направленности излучения супермод фотонных молекул, составленных из двух идентичных активных тонких микродисков. На рис. 4.1 представлена трехмерная геометрия такой фотонной молекулы: два одинаковых микродиска радиуса a , состоящих из немагнитного материала с показателем преломления $\alpha = \alpha_{eff}$ в отсутствие накачки и $\nu = \alpha_{eff} - i\gamma$ в ее присутствии.

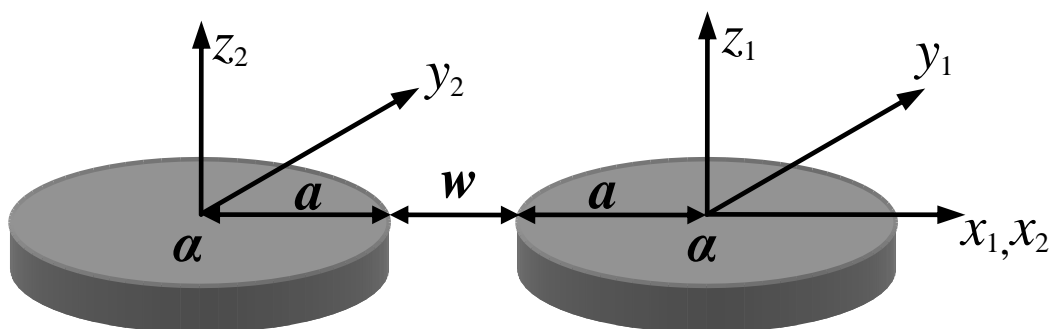


Рис. 4.1 Фотонная молекула, составленная из двух идентичных микродисков

Расстояние между дисками (от края до края) обозначим через w .

Как и ранее, будем считать, что трехмерная задача о поле в присутствии пары тонких дисков уже сведена, с помощью метода эффективного индекса, как описано в п. 2.1, к двумерной задаче с условиями (2.8), (2.12) – (2.13), (2.15). На рис. 4.2 представлена двумерная геометрия фотонной молекулы из двух круговых резонаторов. Здесь мы будем рассматривать только случай Н-поляризации, так что искомая функция поля $U(\rho, \varphi) = H_z$. Поскольку фотонная молекула составлена из круговых резонаторов, то метод разделения переменных в локальных координатах позволяет свести лазерную задачу (2.8), (2.12) – (2.13), (2.15) к матричному уравнению.

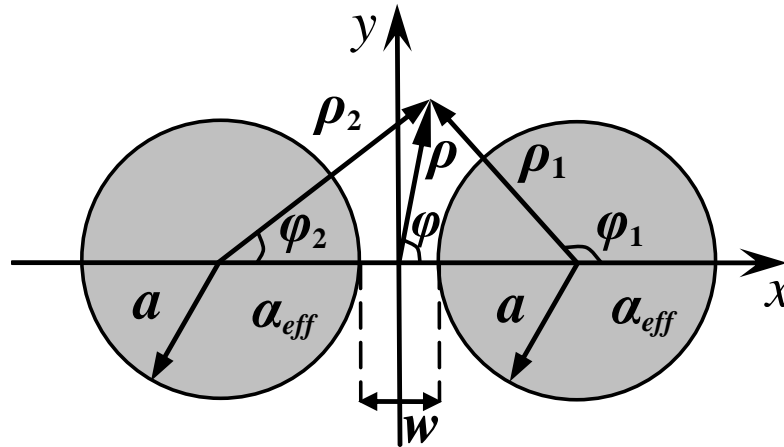


Рис. 4.2 Двумерная модель фотонной молекулы из двух идентичных оптически связанных круговых резонаторов

Введем две системы полярных координат (ρ_1, φ_1) и (ρ_2, φ_2) таким образом, что каждая система имеет начало в центре одного из резонаторов, а также глобальные системы (x, y) и (ρ, φ) с началом в точке пересечения линий симметрии (см. рис. 4.2). В соответствии с методом разделения переменных, представим поле в каждой из областей в виде бесконечного ряда, удовлетворяющего уравнению Гельмгольца, условию локальной ограниченности энергии и условию излучения:

$$\rho_1 < a_1 :$$

$$U(\rho_1, \varphi_1) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p J_p(k\nu\rho_1) e^{ip\varphi_1},$$

$$\rho_2 < a_2 :$$

$$U(\rho_2, \varphi_2) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} B_p J_p(k\nu\rho_2) e^{ip\varphi_2}, \quad (4.1)$$

$$(\rho_1 > a_1) \wedge (\rho_2 > a_2):$$

$$U(\rho, \varphi) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p H_p^{(1)}(k\rho_1) e^{ip\varphi_1} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} D_p H_p^{(1)}(k\rho_2) e^{ip\varphi_2},$$

где J_p и $H_p^{(1)}$ - функции Бесселя и Ханкеля,

$\nu = \alpha_{eff} - i\gamma$ - комплексный показатель преломления круговых резонаторов,

$k = \omega/c$ - волновое число свободного пространства,

c - скорость света в вакууме,

$\{A_p, B_p, C_p, D_p\}_{p=-\infty}^{\infty}$ - неизвестные константы.

Далее, подставляя (4.1) в граничные условия (2.12) и используя теорему сложения для цилиндрических функций (см., [160] или [164]), получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p J_p(k\nu) e^{ip\varphi_1} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p H_p^{(1)}(\kappa) e^{ip\varphi_1} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} D_p \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\kappa) H_{n-p}^{(1)}(\kappa l) e^{in\varphi_1} &= 0, \\ \sum_{p=-\infty}^{\infty} B_p J_p(k\nu) e^{ip\varphi_2} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} D_p H_p^{(1)}(\kappa) e^{ip\varphi_2} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\kappa) H_{p-n}^{(1)}(\kappa l) e^{in\varphi_2} &= 0, \\ \nu^{-1} \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p J'_p(k\nu) e^{ip\varphi_1} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p H'_p{}^{(1)}(\kappa) e^{ip\varphi_1} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} D_p \sum_{n=-\infty}^{\infty} J'_n(\kappa) H_{n-p}^{(1)}(\kappa l) e^{in\varphi_1} &= 0, \\ \nu^{-1} \sum_{p=-\infty}^{\infty} B_p J'_p(k\nu) e^{ip\varphi_2} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} D_p H'_p{}^{(1)}(\kappa) e^{ip\varphi_2} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p \sum_{n=-\infty}^{\infty} J'_n(\kappa) H_{p-n}^{(1)}(\kappa l) e^{in\varphi_2} &= 0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

где $\kappa = ka$ и $l = 2 + w/a$ - нормированное расстояние между центрами двух круговых резонаторов (как будет показано ниже, резонаторы не должны соприкасаться: $w > 0$), а штрих означает дифференцирование по аргументу.

Умножая каждое уравнение в (4.2) на функцию $e^{im\varphi}$, интегрируя на отрезке $[0, 2\pi]$ и учитывая ортогональность тригонометрических функций в пространстве интегрируемых функций $L_2[0, 2\pi]$, получим

$$\begin{aligned}
 A_{-m}J_m(\kappa\nu) - C_{-m}H_m^{(1)}(\kappa) - \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^{m+p} D_p J_m(\kappa) H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) &= 0, \\
 B_{-m}J_m(\kappa\nu) - D_{-m}H_m^{(1)}(\kappa) - \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p J_m(\kappa) H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) &= 0, \\
 \nu^{-1}A_{-m}J'_m(\kappa\nu) - C_{-m}H'_m{}^{(1)}(\kappa) - \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^{m+p} D_p J'_m(\kappa) H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) &= 0, \\
 \nu^{-1}B_{-m}J'_m(\kappa\nu) - D_{-m}H'_m{}^{(1)}(\kappa) - \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_p J'_m(\kappa) H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) &= 0,
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Однако, в такой форме система (4.3) неудобна для вычислений. Путем алгебраических преобразований, исключая два набора неизвестных $\{C_p, D_p\}_{p=-\infty}^{\infty}$, ее можно свести к системе следующего вида:

$$\begin{cases}
 A_{-m}F_m(\kappa, \gamma)J_m(\kappa) + \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-1)^{m+p} B_p J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma) H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) = 0 \\
 B_{-m}F_m(\kappa, \gamma)J_m(\kappa) + \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma) H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) = 0
 \end{cases} \tag{4.4}$$

где

$$\begin{aligned}
 F_m(\kappa, \gamma) &= J_m(\kappa\nu)H'_m{}^{(1)}(\kappa) - \nu^{-1}J'_m(\kappa\nu)H_m^{(1)}(\kappa), \\
 V_m(\kappa, \gamma) &= J_m(\kappa\nu)J'_m(\kappa) - \nu^{-1}J'_m(\kappa\nu)J_m(\kappa)
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Коэффициенты разложения внешнего поля выражаются через коэффициенты разложения поля внутри резонаторов следующим образом:

$$C_{-m} = -\frac{\pi\kappa}{2i} A_{-m} V_m(\kappa, \gamma), \quad D_{-m} = -\frac{\pi\kappa}{2i} B_{-m} V_m(\kappa, \gamma) \quad (4.6)$$

Делая замену $m \rightarrow -m$ и подстановку

$$x_m = A_m F_m(\kappa, \gamma) J_m(\kappa); \quad y_m = B_m F_m(\kappa, \gamma) J_m(\kappa), \quad (4.7)$$

получаем систему уравнений

$$\begin{cases} x_m + \sum_{p=-\infty}^{\infty} y_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} H_{m-p}^{(1)}(\kappa l) = 0, \\ y_m + \sum_{p=-\infty}^{\infty} x_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} H_{p-m}^{(1)}(\kappa l) = 0, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases} \quad (4.8)$$

Система (4.8) в операторной форме имеет вид $(I + U)Z = 0$, где матричный оператор U обладает блочной (2x2) структурой

$$U = \begin{pmatrix} 0 & U^{(1)} \\ U^{(2)} & 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} x_1 \\ \mathbf{M} \\ y_1 \\ \mathbf{M} \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

причем матричные элементы недиагональных блоков имеют вид

$$\begin{cases} U_{mp}^{(1)} = \frac{V_p(\kappa, \gamma) J_m(\kappa)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} H_{m-p}^{(1)}(\kappa l) \\ U_{mp}^{(2)} = \frac{V_p(\kappa, \gamma) J_m(\kappa)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} H_{p-m}^{(1)}(\kappa l) \end{cases}, \quad (4.10)$$

где $I = \{\delta_{mp}\}_{m,p=-\infty}^{\infty}$ - единичный матричный оператор.

Выясним поведение матричных элементов (4.10) при $m, p \rightarrow \infty$. Для этого воспользуемся асимптотиками цилиндрических функций при больших значениях порядка [156], [160]:

$$\begin{aligned} J_n(z) &\sim \frac{(z/n)^n}{n!}, \quad n \rightarrow \infty, \\ H_n^{(1)}(z) &\sim -\frac{i}{\pi} (n-1)! (z/2)^{-n}, \quad n \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (4.11)$$

Подставляя (4.11) в (4.10), получим,

$$U_{mp}^{(1,2)} \sim \text{const} \frac{1}{l^{|p|+|m|}} \frac{(|p|+|m|)!}{|p|!|m|!}. \quad (4.12)$$

Из (4.12) вытекает, что если $l > 2$, то $\sum_{m,p} |U| < \infty$ (см. также [164], стр. 236) и,

следовательно, система (4.8) является системой уравнений Фредгольма второго рода. Этого также достаточно, чтобы определитель бесконечной системы (4.8) существовал как функция параметров задачи.

Таким образом, лазерная задача сводится к отысканию корней бесконечного детерминантного уравнения

$$\det[I + U(\kappa, \gamma)] = 0 \quad (4.13)$$

Можно показать, что между собственными значениями исходной лазерной задачи (κ, γ) и корнями (4.13) имеется однозначное соответствие. Поскольку система (4.8) является системой Фредгольма второго рода, то корни усеченного детерминантного уравнения с матрицей порядка $2N \times 2N$ сходятся к нулям определителя бесконечной системы при увеличении порядка редукции $N \rightarrow \infty$. Указанные корни можно искать различными численными методами. Мы находили их методом секущих. При этом существенную роль играет близость начального приближения к значению отыскиваемого корня.

Для численного решения (4.13) удобно уменьшить матрицу в два раза. Это можно сделать благодаря наличию линий симметрии в двумерной фотонной молекуле (см. рис. 4.3).

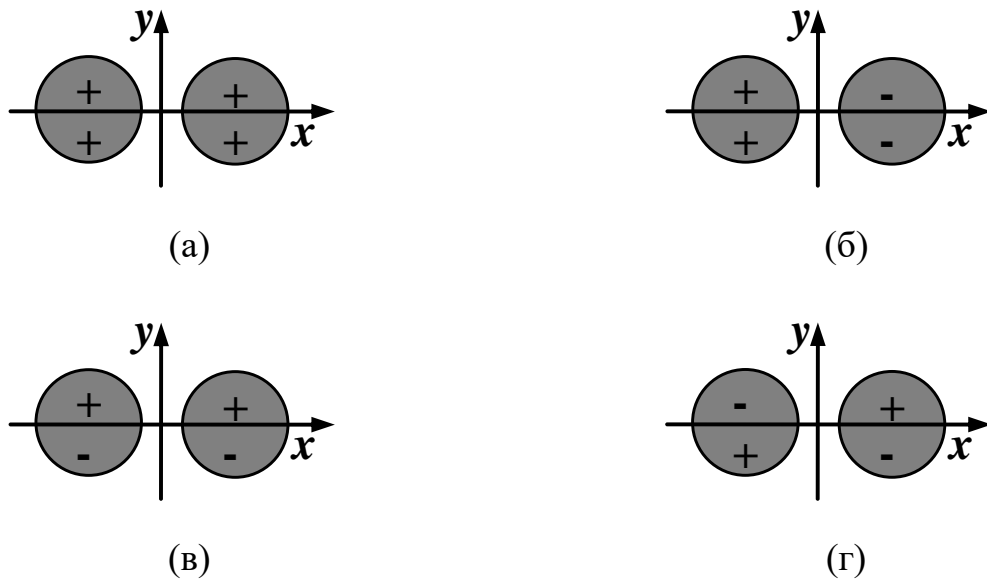


Рис. 4.3 Классы симметрии мод в фотонной молекуле, составленной из двух идентичных резонаторов: (а) – поле четно относительно осей x и y ; (б) – поле четно относительно оси x и нечетно относительно оси y (в) – поле нечетно относительно оси x и четно относительно оси y ; (г) – поле нечетно относительно осей x и y .

Все моды в исследуемой фотонной молекуле распадаются на четыре ортогональных класса симметрии, и для каждого класса из общего уравнения

(4.8) можно получить свое матричное уравнение. Используя свойство симметрии (анти-симметрии) функции поля U (4.1) относительно координатных осей x и y , получаем следующие соотношения для коэффициентов разложения полей.

Если функция U нечетна относительно оси y , то $C_p = -D_{-p}$, $A_p = -B_{-p}$, и, согласно (4.7), имеем

$$y_{-p} = (-1)^{p+1} x_p. \quad (4.14)$$

Если функция U четна относительно оси y , то $C_p = D_{-p}$ и $A_p = B_{-p}$, и, согласно (4.7), имеем:

$$y_{-p} = (-1)^p x_p. \quad (4.15)$$

Если функция U четна относительно оси x , то $A_p = (-1)^p A_{-p}$ и $B_p = (-1)^p B_{-p}$, и тогда из (4.7) вытекает, что

$$x_p = x_{-p}, \quad y_p = y_{-p} \quad (4.16)$$

Если функция U нечетна относительно оси x , то $A_p = (-1)^{p+1} A_{-p}$ и $B_p = (-1)^{p+1} B_{-p}$, а из (4.7) получаем, что

$$x_p = -x_{-p}, \quad y_p = -y_{-p} \quad (4.17)$$

Используя соотношения (4.14) – (4.17), получим из (4.8) системы уравнений для каждого класса симметрии. Если функция поля четна относительно осей x и y (или кратко *x -чет/ y -чет*), то

$$x_m + \sum_{p=0}^{\infty} \mu_p x_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} \left[H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) + (-1)^p H_{m-p}^{(1)}(\kappa l) \right] = 0 \quad (4.18)$$

Если функция поля четна относительно оси x и нечетна относительно оси y (x -чет/ y -нечет), то

$$x_m - \sum_{p=0}^{\infty} \mu_p x_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} \left[H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) + (-1)^p H_{m-p}^{(1)}(\kappa l) \right] = 0 \quad (4.19)$$

Если функция поля нечетна относительно оси x и четна относительно оси y (x -нечет/ y -чет), то

$$x_m + \sum_{p=1}^{\infty} x_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} \left[H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) - (-1)^p H_{m-p}^{(1)}(\kappa l) \right] = 0 \quad (4.20)$$

И если функция поля четна относительно осей x и y (x -нечет/ y -нечет), то

$$x_m - \sum_{p=1}^{\infty} x_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} \left[H_{m+p}^{(1)}(\kappa l) - (-1)^p H_{m-p}^{(1)}(\kappa l) \right] = 0 \quad (4.21)$$

В уравнениях (4.18) и (4.19) $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, и, если $p = 0$, то $\mu_0 = 1/2$, а иначе $\mu_{p>0} = 1$.

Классификацию супермод в циклической фотонной молекуле из круговых резонаторов удобно, для краткости, построить на основе классификации мод в уединенном круговом резонаторе, добавляя указание на класс симметрии относительно линий симметрии (в данном случае, осей x и y). На рис. 4.4 и 4.5 представлены зависимости собственных частот и порогов излучения от нормированного расстояния между дисками в молекуле w/a для

супермод $H_{m,n}^{(M)e,e}, H_{m,n}^{(M)e,o}, H_{m,n}^{(M)o,e}, H_{m,n}^{(M)o,o}$ ($m=7, n=1$), где индексы m и n отвечают числу вариаций поля по азимуту и вдоль радиуса в каждом круговом резонаторе, а верхние индексы $(e/o), (e/o)$ – свойствам симметрии/антисимметрии поля относительно осей x и y , соответственно; M показывает число резонаторов, из которых составлена фотонная молекула (в данном случае $M=2$). Отметим еще раз, что здесь речь идет о супермоде, поскольку фотонная молекула составлена из нескольких (в данном случае двух) круговых резонаторов. В данном случае «минимальная сфера» или полный объем соответствующего открытого резонатора (см. п. 3.4), это круг радиуса $w/2 + 2a$. Если же молекула составлена из разных по размеру или материалу резонаторов, то описание супермоды с помощью всего лишь двух индексов становится недостаточным, и нужно привлекать четыре индекса.

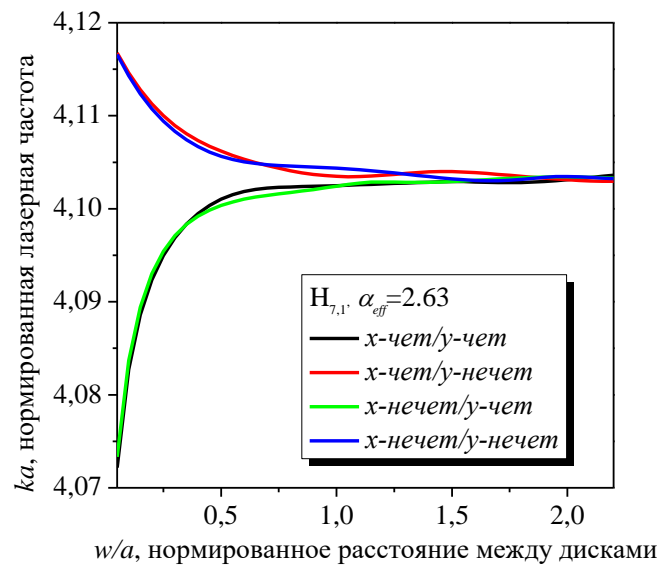


Рис. 4.4 Зависимости нормированных частот излучения четырех супермод $H_{7,1}^{(2)e,e}, H_{7,1}^{(2)e,o}, H_{7,1}^{(2)o,e}, H_{7,1}^{(2)o,o}$ в фотонной молекуле из двух активных круговых резонаторов от нормированного расстояния между ними, $\alpha_{eff} = 2.63$

При численном нахождении корней детерминантных уравнений систем (4.18) – (4.21) в качестве начальных приближений брались собственные значения для мод $H_{m,n}$ уединенного кругового резонатора.

При $w < a$ квартет супермод распадается на две пары мод с близкими частотами. Наиболее интересно то, что пороги излучения супермод любого класса могут быть меньше, чем для соответствующей моды уединенного резонатора. Понижение порогов особенно заметно для у-нечетных мод.

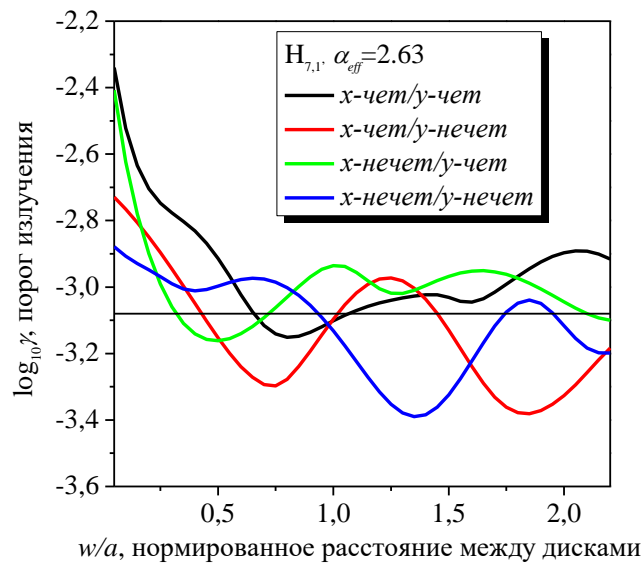


Рис. 4.5 То же, что на рис. 4.4, для порогов излучения. Прямая линия показывает величину порога излучения моды $H_{7,1}$ в уединенном круговом резонаторе, $\alpha_{eff} = 2.63$

На рис. 4.6 приведены ближние поля для четырех родственных супермод $H_{7,1}^{(2)e,e}$, $H_{7,1}^{(2)e,o}$, $H_{7,1}^{(2)o,e}$, $H_{7,1}^{(2)o,o}$ в фотонной молекуле из двух активных круговых резонаторов. Заметим, что поля супермод, четных относительно оси y , сильнее просачиваются в воздушный зазор между дисками и, следовательно, хуже перекрываются с активной зоной. Поэтому, как и видно из графиков на рис. 4.5, при $w \rightarrow 0$ их пороги излучения выше.

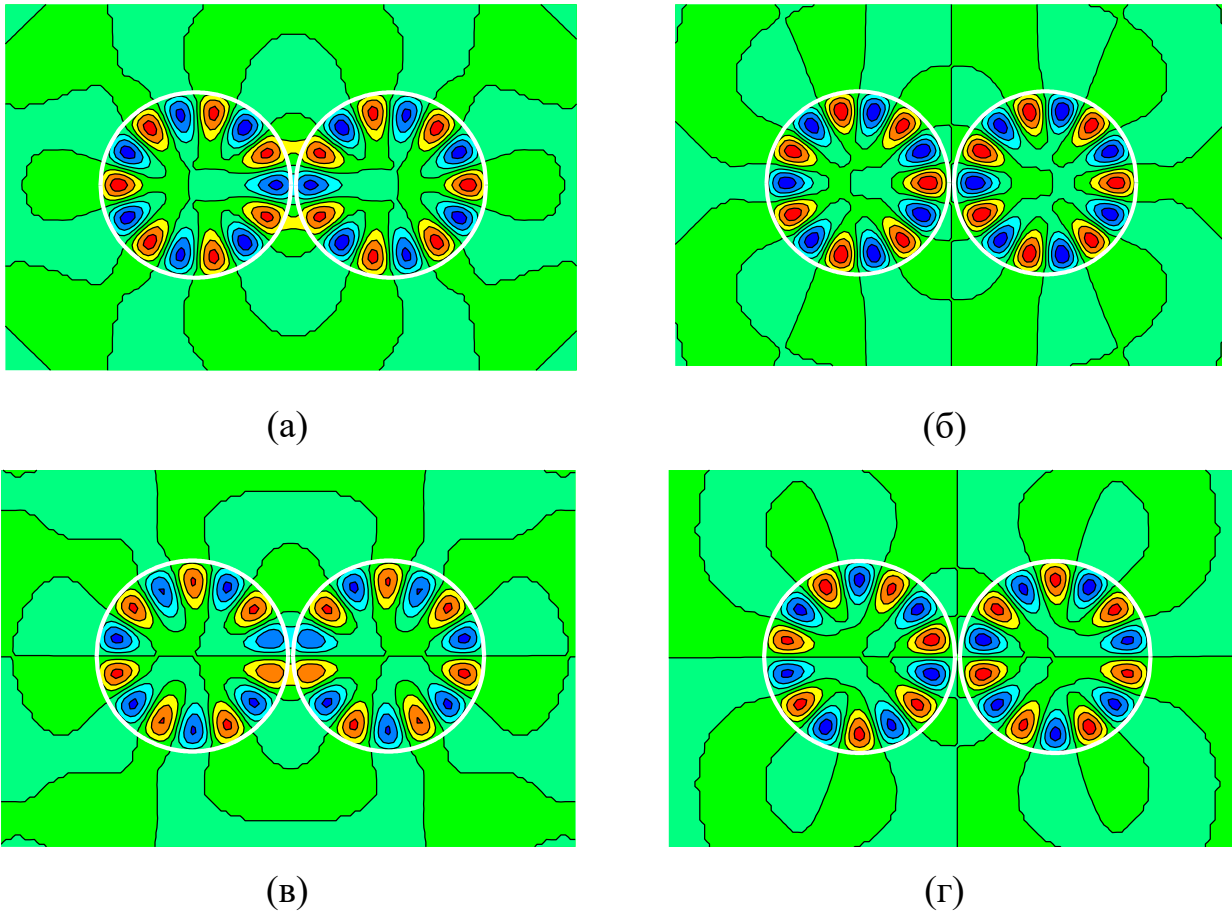


Рис. 4.6 Ближние поля $|H_z|$ (линии $|H_z| = \text{const}$) четырех родственных супермод в фотонной молекуле из двух активных круговых резонаторов: а) $H_{7,1}^{(2)e,e}$ x -чет/ y -чет, (б) $H_{7,1}^{(2)e,o}$ x -чет/ y -нечет, (в) $H_{7,1}^{(2)o,e}$ x -нечет/ y -чет, (г) $H_{7,1}^{(2)o,o}$ x -нечет/ y -нечет. Максимальные и минимальные значения показаны красным и синим цветом соответственно, $w/a = 0.01$

Выражение для поля фотонной молекулы в дальней зоне можно получить с помощью асимптотик функций Ханкеля при больших значениях аргумента (см., например, [156]),

$$U(\rho, \varphi) \sim \sqrt{\frac{2}{i\pi k \rho}} e^{ik\rho} \Phi(\varphi) + \bar{o}(1/\rho), \quad \rho \rightarrow \infty, \quad (4.22)$$

где функция $\Phi(\varphi)$ характеризует зависимость интенсивности излучения от угла в плоскости резонаторов

$$\Phi(\varphi) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} (-i)^p \left[C_p e^{-ik \frac{\rho_{12}}{2} \cos \varphi} + D_p e^{ik \frac{\rho_{12}}{2} \cos \varphi} \right] e^{ip\varphi}. \quad (4.23)$$

Обычно ее называют ДИ. В случае двух одинаковых резонаторов, $\Phi(\varphi)$ можно выписать для каждого семейства в зависимости от четности-нечетности относительно координатных осей x, y .

$$\Phi(\varphi) = \sum_{p=0}^{\infty} \mu_p (-i)^p \left[C_p \pm (-1)^p D_p \right] \left[e^{-ik \frac{\rho_{12}}{2} \cos \varphi} \pm (-1)^p e^{ik \frac{\rho_{12}}{2} \cos \varphi} \right] S_p(\varphi) \quad (4.24)$$

где $\mu_p = 1/2$, если $p=0$, или $\mu_p = 1$, $p \neq 0$; $S_p(\varphi) = \cos p\varphi$ или $\sin p\varphi$ выбирается в зависимости от четности-нечетности относительно оси x . Знак «+» соответствует семействам *x-чет/у-чет* и *x-нечет/у-нечет*; знак «-» соответствует семействам *x-чет/у-нечет* и *x-нечет/у-чет*.

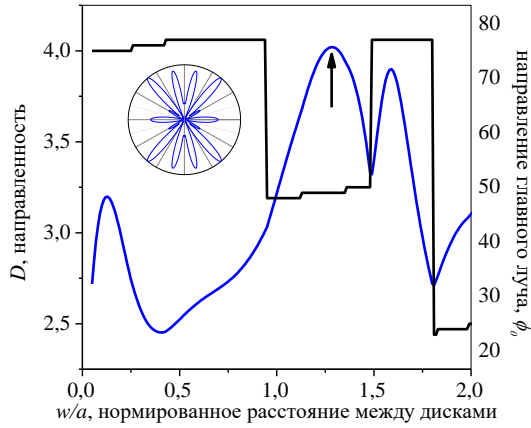
Степень направленности излучения каждой из супермод удобно охарактеризовать, воспользовавшись величиной, известной в теории антенн как коэффициент направленности или просто направленность:

$$D = \frac{2\pi}{P} |\Phi(\varphi_0)|^2, \quad P = \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi, \quad (4.25)$$

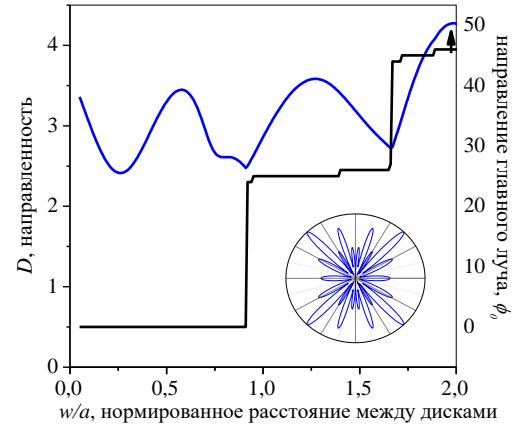
где φ_0 - это угол излучения наиболее интенсивного из лепестков ДИ, а P – это, с точностью до константы, полная мощность, излучаемая данной модой.

На рис. 4.7 показаны зависимости направленности и угла ориентации главного луча ДИ в первом квадранте плоскости (x, y) от нормированного междискового расстояния w/a , для супермод $H_{7,1}^{e,e}, H_{7,1}^{e,o}, H_{7,1}^{o,e}, H_{7,1}^{o,o}$ четырех указанных выше классов симметрии. Здесь надо напомнить, что всенаправленное излучение имеет направленность $D=1$, а для любой из мод

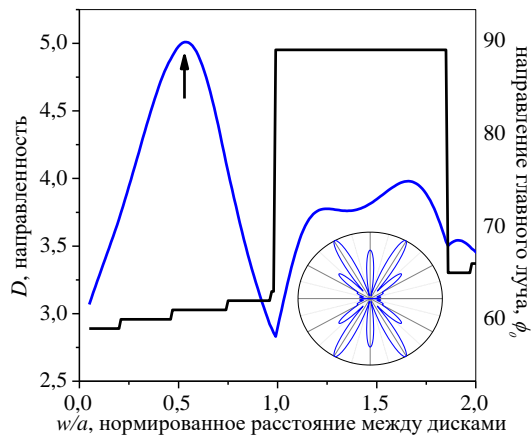
одинокного кругового резонатора (с диаграммой излучения $\Phi(\varphi) = \cos m\varphi$ или $\sin m\varphi$) получаем, что $D=2$.



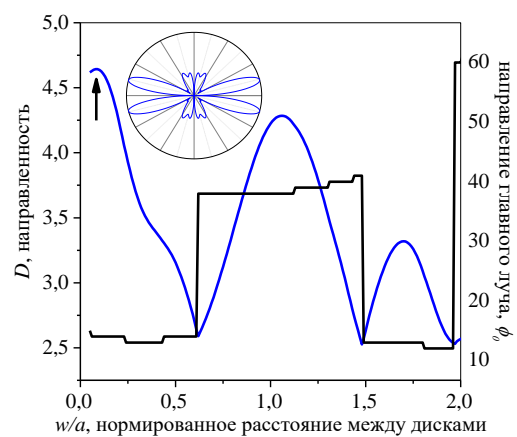
(а)



(б)



(в)



(г)

Рис. 4.7 Направленности излучения и углы максимального излучения как функции междискового расстояния для четырех супермод (а) $H_{7,1}^{(2)e,e}$ *x-чет/у-чет*, (б) $H_{7,1}^{(2)e,o}$ *x-чет/у-нечет*, (в) $H_{7,1}^{(2)o,e}$ *x-нечет/у-чет*, (г) $H_{7,1}^{(2)o,o}$ *x-нечет/у-нечет*

Таким образом, оптическая связь двух активных резонаторов позволяет улучшить направленность излучения. Как видно из графиков на рис. 4.7, угол ориентации наиболее интенсивного луча ДИ претерпевает скачки при

определенных значениях расстояния между дисками. Это связано с тем, что при изменении расстояния между дисками каждый из лепестков ДИ непрерывно меняется по величине и направлению, так что роль «главного» лепестка может переходить от одного лепестка к другому.

Вставки на рис. 4.7 показывают нормированные ДИ для родственных супермод шепчущей галереи четырех классов симметрии в паре активных резонаторов при таких значениях расстояния между дисками, которые обеспечивают максимальную направленность (указаны стрелками). Они показывают, что, благодаря наличию двух линий симметрии, обычно имеется четыре одинаковых главных лепестка ДИ, по одному в каждом квадранте. Однако иногда они попарно сливаются вместе и образуют два главных лепестка, направленных вдоль одной из линий симметрии.

Поэтому в точках «скачков» на зависимостях угла ориентации главного лепестка от расстояния число одинаковых главных лепестков всегда равно восемь или четыре. Заметим, что супермоды класса «*x-нечет/у-нечет*» не могут иметь меньше четырех главных лепестков и в силу этого в целом имеют меньшие значения направленности, чем супермоды остальных классов симметрии.

4.2. Супермоды шепчущей галереи в циклических фотонных молекулах

Фотонные молекулы могут иметь самые разнообразные конфигурации, но наиболее интересными свойствами, на наш взгляд, обладают те из них, структура которых определенным образом упорядочена. К подобным структурам относятся циклические молекулы, имеющие, как соответствует названию, циклическую симметрию – их элементы повторяют друг друга при повороте на угол π/M относительно некоторой точки (центра), где M – число элементов. Двумерная модель циклической фотонной молекулы, составленной из восьми идентичных круговых резонаторов радиуса a , показана на рис. 4.8.

Будем полагать, что показатель преломления материала резонаторов в отсутствии накачки равен α . После перехода к двумерной модели показатель преломления дисков заменяется своим эффективным значением (п. 2.1). При накачке он становится комплексным $\nu = \alpha_{eff} - i\gamma$.

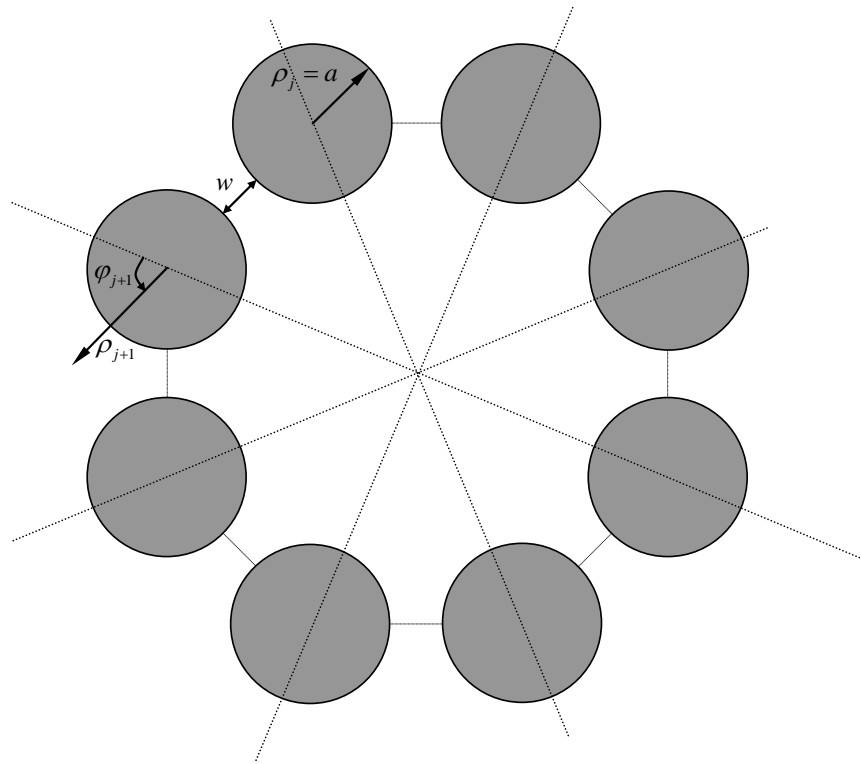


Рис. 4.8 Двумерная модель циклической фотонной молекулы из $M=8$ оптически связанных активных круговых резонаторов

Поскольку центры резонаторов расположены в вершинах правильного M -угольника, расстояние между границами соседних резонаторов $w > 0$ одинаково для всех резонаторов. Таким образом, кроме циклической (поворотной) симметрии, циклическая фотонная молекула имеет ровно M линий зеркальной симметрии. Каждая линия симметрии проходит через центр правильного M -угольника и соединяет или его противоположные вершины и середины противоположных сторон (если M четно), или вершину с серединой противоположной стороны (если M нечетно). В силу указанных свойств геометрической конфигурации, все супермоды фотонной молекулы

распадаются на классы по свойствам симметрии их полей. Эти классы симметрии подробно описаны в работах [165]. Число классов симметрии и степень вырожденности супермод зависит от того, из четного или нечетного числа резонаторов составлена фотонная молекула.

Лазерная задача на собственные значения (2.8), (2.12) – (2.13), (2.15) для фотонной молекулы сводится к детерминантному уравнению с помощью метода разделения переменных и использования теорем сложения для функций Бесселя, аналогично тому, как это было сделано в п. 4.1. Для этого нам необходимо ввести M локальных систем полярных координат по числу резонаторов в фотонной молекуле. Каждая система координат вводится следующим образом: начало j -ой системы координат (ρ_j, φ_j) совпадает с центром j -го резонатора, угол φ_j отсчитывается против хода часовой стрелки от линии симметрии, проходящей через центр резонатора (см. рис. 4.8).

Как и ранее в данном разделе, рассмотрим случай Н-поляризации. Представим функцию $U = H_z$ в виде ряда по тригонометрическим функциям угла φ_j внутри каждого кругового резонатора в связанной с ним локальной системе координат. При этом, в силу условия локальной ограниченности энергии, выберем функции Бесселя в коэффициентах рядов, зависящих от ρ_j . Вне резонаторов представим функцию поля в виде линейной комбинации (суммы) подобных рядов с функциями Ханкеля первого рода в коэффициентах, чтобы удовлетворить условию излучения на бесконечности:

$$\begin{aligned}
 \rho_j < a, \quad j = 1, \dots, M \\
 U(\rho_j, \varphi_j) &= \sum_{p=(0)1}^{\infty} A_p^j J_p(k\nu\rho_j) S_p(\varphi_j) \\
 \rho_j > a, \quad j = 1, \dots, M \\
 U(\rho, \varphi) &= \sum_{j=1}^M \sum_{p=(0)1}^{\infty} B_p^j H_p^{(1)}(k\rho_j) S_p(\varphi_j)
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

где $S_p(\varphi_j) = \cos p\varphi_j$ или $\sin p\varphi_j$, k - волновое число свободного пространства, $\{A_p^j, B_p^j\}_{p=(0)1}^\infty$ - M бесконечных наборов ($j=1, \dots, M$) неизвестных коэффициентов разложения в локальных системах полярных координат. Далее, подставляя (4.26) в граничные условия (2.12), применяя теорему сложения для цилиндрических функций и выполняя алгебраические преобразования, как описано в п. 4.1, получим следующую систему уравнений:

$$x_m^j + \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j}}^M \sum_{p=(0)1}^\infty (-1)^m \mu_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} K_{mp}^{js(\pm)} x_p^s = 0, \quad (4.27)$$

где $m=(0)1, 2, \dots$, $j=1, \dots, M$, $\kappa=ka$,

$$K_{mp}^{js(\pm)} = [(-1)^p H_{m-p}^{(1)}(k\rho_{js}) \cos(p\theta_{js}^+ - m\theta_{js}^-) \pm H_{m+p}^{(1)}(k\rho_{js}) \cos(p\theta_{js}^+ + m\theta_{js}^-)], \quad (4.28)$$

$$x_m^j = A_m^j F_m(\kappa, \gamma) J_m(\kappa), \quad (4.29)$$

а функции $F_p(\kappa, \gamma)$ и $V_p(\kappa, \gamma)$ определены в (4.5). Коэффициент $\mu_p = 1/2$, если $p=0$, или $\mu_p = 1$, $p \neq 0$. Для $K_{mp}^{js(\pm)}$ в формуле (4.28) берется знак «+», если в (4.26) $S_p(\varphi_j) = \cos p\varphi_j$, и знак «-», если $S_p(\varphi_j) = \sin p\varphi_j$. Расстояние между центрами j и s резонаторов ρ_{js} находится следующим образом:

$$\rho_{js} = \frac{2a + w}{\sin(\pi/M)} \sin(|j-s|\pi/M) \quad (4.30)$$

Углы θ_{js}^+ и θ_{js}^- определяются как

$$\theta_{js}^+ = \frac{M\pi + |j-s|2\pi}{2M}, \quad \theta_{js}^- = \frac{M\pi - |j-s|2\pi}{2M}. \quad (4.31)$$

Отметим, что (4.27) аналогично по своей структуре уравнению (4.8) предыдущего параграфа. Исследование его коэффициентов показывает, что оно порождает канонический Фредгольмов оператор в пространстве числовых последовательностей l_2 , если только $\rho_{js} > 2a$, $j \neq s$. Тогда его характеристические числа можно аппроксимировать характеристическими числами усеченного уравнения, т.е. нулями его определителя. Таким образом, резонаторы в фотонной молекуле не должны касаться друг друга.

Далее, возвращаясь к классам симметрии мод в фотонной молекуле, выпишем уравнения для двух наиболее интересных для нас классов. Первый из них составляют моды $H_{m,n}^{(M)all-even}$, поле которых четно относительно всех имеющихся линий симметрии в фотонной молекуле. Второй класс составляют моды $H_{m,n}^{(M)all-odd}$, поле которых нечетно относительно всех имеющихся линий симметрии. Для мод указанных двух классов коэффициенты разложения поля в соседних резонаторах (в локальных координатах этих резонаторов) связаны между собой соотношениями

$$A_p^s = A_p^{s+1}, \quad x_p^s = x_p^{s+1} \quad (4.32)$$

Подставляя (4.32) в (4.27), получим соответствующие системы уравнений (не теряя общности, номер резонатора j можно положить равным 1):

$$x_m^1 + \sum_{p=0(1)}^{\infty} (-1)^m \mu_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} \left[\sum_{s=2}^M K_{mp}^{1s(\pm)} \right] x_p^1 = 0, \quad (4.33)$$

где в $K_{mp}^{1s(\pm)}$ берется знак «+» для класса мод, поле которых четно относительно всех линий симметрии, а знак «-» - нечетно относительно всех этих линий. При $M=2$ уравнение (4.33) переходит в уравнения (4.18)-(4.21) п. 4.1.

Нахождение собственных значений (κ, γ) численно сводится к решению детерминантного уравнения, порождаемого матрицей (4.33). Если обозначить порядок усечения этой матрицы как N , то сходимость, при $N \rightarrow \infty$, численного решения к решению уравнения бесконечного порядка гарантирована. Это вытекает из того, что (4.33) является уравнением Фредгольма второго рода (см. (4.12), п. 4.1) для числовых последовательностей из пространства l_2 . Точность решения детерминантного уравнения методом секущих была установлена на уровне 10^{-7} . Предметом нашего исследования были частоты и пороги излучения супермод $H_{7,1}^{(M)all-even}$ и $H_{7,1}^{(M)all-odd}$, принадлежащих двум указанным выше классам симметрии. Внутри каждого из элементарных круговых резонаторов фотонной молекулы поля этих мод подобны модам шепчущей галереи.

При расчетах, порядок усечения N блоков матрицы определялся таким образом, чтобы собственные значения (κ^N, γ^N) , найденные из матрицы с блоками порядка N , отличались от собственных значений $(\kappa^{2N}, \gamma^{2N})$, найденных из матрицы с блоками порядка $2N$, на уровне 10^{-5} . Эмпирически было получено, что для супермод $H_{7,1}^{(M)all-even}$ и $H_{7,1}^{(M)all-odd}$ нужно взять $N \approx 45$.

На рис. 4.9 представлены зависимости частот излучения супермод $H_{7,1}^{(M)all-even}$ и $H_{7,1}^{(M)all-odd}$ ($M=2,3,4,5,6$) для двух указанных классов симметрии от нормированного расстояния между соседними дисками w/a . При этом все кривые, поднимающиеся вверх при $w/a \rightarrow 0$, относятся к супермодам шепчущей галереи типа $H_{7,1}^{(M)all-even}$ (которые, таким образом, демонстрируют голубое смещение по частоте), а опускающиеся вниз – к супермодам типа $H_{7,1}^{(M)all-odd}$ (красное смещение). Заметная разница в частотах излучения между супермодами двух указанных классов наблюдается, только если $w < a$, причем их частоты слабо зависят от числа резонаторов M . Если же $w > a$, то указанные супермоды почти вырождены по частоте. Пороги излучения супермод шепчущей галереи оказываются более чувствительными к изменению количества резонаторов и расстояния между ними.

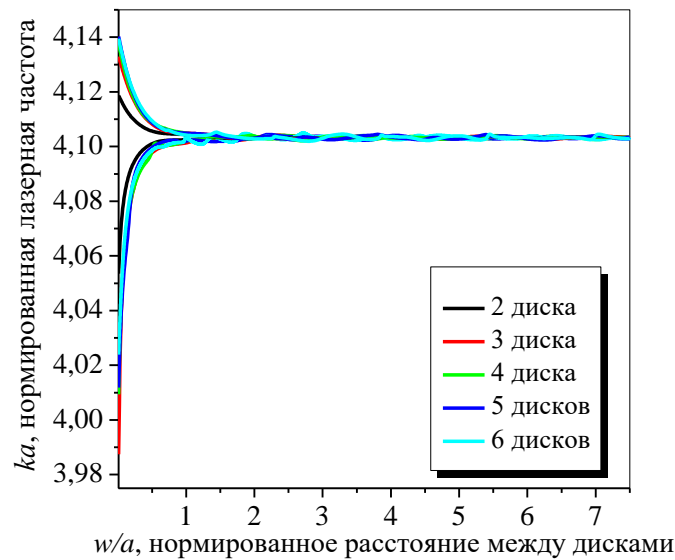


Рис. 4.9 Зависимости нормированных частот излучения супермод $H_{7,1}^{(M)all-even/odd}$ в циклической фотонной молекуле из активных дисков от нормированного расстояния между ними

На рис. 4.10 и 4.11 представлены зависимости от расстояния между соседними дисками порогов излучения супермод $H_{7,1}^{(M)all-even}$ и $H_{7,1}^{(M)all-odd}$ для двух указанных классов симметрии, соответственно, для различных числа дисков в фотонной молекуле. Видно, что пороги супермод первого типа растут при сближении резонаторов ($w \rightarrow 0$) значительно быстрее, чем для мод второго типа. Наиболее значительным и интересным результатом является тот факт, что супермоды, построенные на модах шепчущей галереи в элементарных круговых резонаторах, способны иметь значительно меньшие пороги излучения, чем подобная им мода в таком же уединенном резонаторе. Этот эффект наблюдается для супермод всех классов симметрии (см. рис. 4.10 и 4.11) и является узкополосным, то есть требует точной настройки междискового расстояния на требуемое значение. Вместе с тем, видно, что с ростом числа M элементарных резонаторов в структуре обнаруженное резонансное падение порога становится более глубоким.

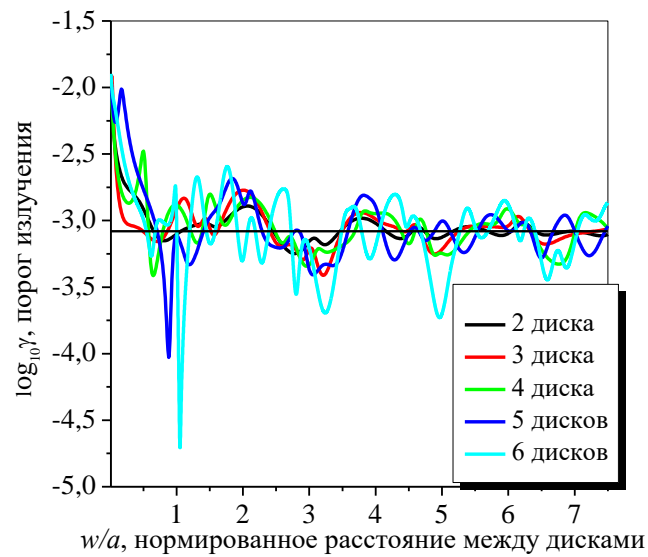


Рис. 4.10 Зависимости порогов излучения супермод $H_{7,1}^{(M)all-even}$ от нормированного расстояния между дисками в циклической фотонной молекуле. Прямая линия показывает величину порога излучения моды $H_{7,1}$ в уединенном круговом резонаторе, $\alpha_{eff} = 2.63$

Здесь уместно напомнить, что подобный эффект предсказал в 1996 году один из классиков физики полупроводниковых лазеров, Н. Холоняк, при изготовлении и исследовании лазера в виде циклической молекулы из шести кольцевых резонаторов, расположенных на подложке [89]. Вместе с тем, авторы этой работы признали, что вместо снижения порога они зарегистрировали его увеличение вдвое по сравнению с единичным кольцевым резонатором. Результаты нашего моделирования, приведенные на рис. 4.10 и 4.11, позволяют предположить, что выбранное наугад авторами [89] межрезонаторное расстояние оказалось неоптимальным. Это неудивительно, поскольку оно оказывается неожиданно большим, между a и $2a$, и должно быть выдержано с точностью до $0.1a$. По-видимому, более тщательное исследование лазеров на основе циклических фотонных молекул может привести к экспериментальному обнаружению эффекта снижения порога излучения.

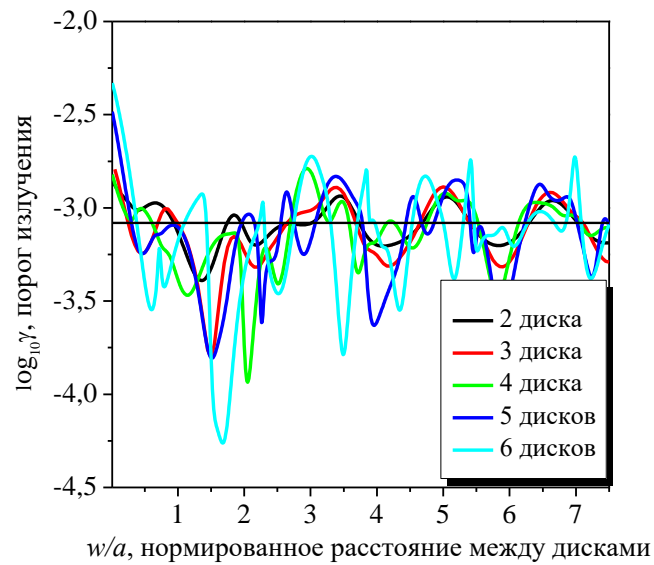
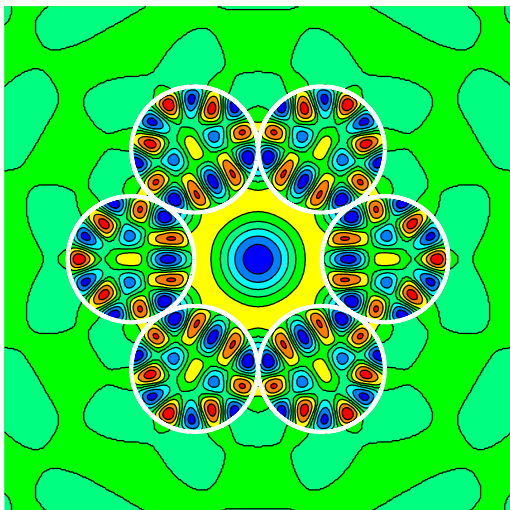
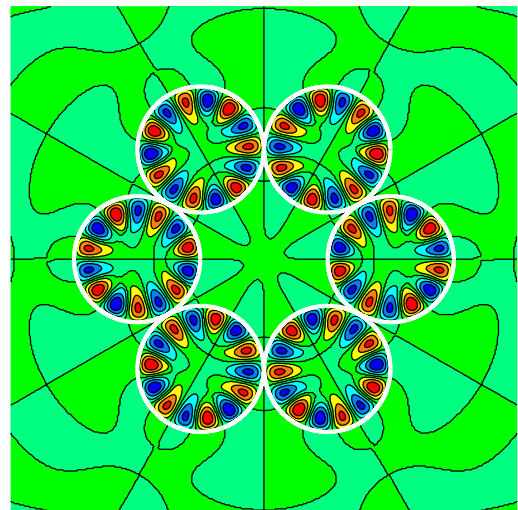


Рис. 4.11 То же, что на рис. 4.10, для супермод $H_{7,1}^{(M)all-odd}$

На рис. 4.12 приведены ближние поля супермод типа $H_{7,1}^{(M)all-even}$ и $H_{7,1}^{(M)all-odd}$ в фотонной молекуле из активных круговых резонаторов при $M=6$.



(a)



(б)

Рис. 4.12 Ближние поля (линии $|H_z| = const$) супермод типа $H_{7,1}^{(M)all-even}$ (a) и $H_{7,1}^{(M)all-odd}$ (б) в фотонной молекуле из шести дисков при $w/a = 0.01$, $\alpha_{eff} = 2.63$

Можно заметить, что супермода первого типа имеет поле, сильнее просачивающееся (при данном значении междискового расстояния w) во внутреннюю воздушную область фотонной молекулы, чем поле супермоды второго типа. Амплитуда поля на рис. 4.12 (а) в центре внутренней воздушной области оказывается такой же, как и в интенсивных пятнах поля шепчущей галереи внутри дисков.

В соответствии с результатами п. 3.4, такое выталкивание поля из дисков снижает коэффициент перекрытия активной зоны с полем первой супермоды и должно привести к более высокому порогу ее излучения. Действительно, сравнение соответствующих значений при $w/a = 0.01$ на рис. 4.10 и 4.11 показывает, что $\gamma_{7,1}^{(M)all-even}$ и $\gamma_{7,1}^{(M)all-odd}$ различаются на порядок.

Заметим еще для общности, что в принципе, кроме исследуемых здесь супермод областей с высоким показателем преломления, в фотонной молекуле могут существовать и супермоды воздушной части объема резонатора. Их поля сосредоточены в воздушном промежутке (в центре молекулы) и плохо перекрываются с активной зоной. Поэтому, на основе результатов п. 3.4, можно предвидеть, что их пороги излучения очень высоки.

4.3. Супермоды, построенные на монопольных и дипольных модах

В данном подразделе мы приведем результаты исследования таких супермод циклической фотонной молекулы, которые построены на низших модах в элементарных круговых резонаторах – монопольных (H_{01}) и дипольных (H_{11}). В соответствии с результатами п. 2.3, это означает, что размеры элементарных резонаторов меньше, чем длина волны электромагнитного поля в свободном пространстве. Например, если диск имеет эффективный показатель преломления $\alpha_{eff} = 2.63$, то низшие моды имеют собственные значения $\kappa_{01}^H = 0.8838$ и $\kappa_{11}^H = 1.405$. Поскольку $\kappa = ka$, то это

означает, что соответствующие диаметры равны $2a = 0.281 \lambda_0$ и $2a = 0.447 \lambda_0$. Заметим еще, что дипольная мода в круговом резонаторе дважды вырождена.

Пороги излучения монополярных и дипольных мод высоки, они гораздо выше порогов излучения мод шепчущей галереи (см. п. 2.3). Для указанного выше диска из GaAs/InAs они составляют $\gamma_{01}^H = 0.3595$ и $\gamma_{11}^H = 0.275$, соответственно. Понизить пороги излучения можно за счет оптической связи между резонаторами, то есть, построив из них фотонную молекулу, например, циклическую.

Как указывалось в предыдущем параграфе, все моды циклической фотонной молекулы распадаются на ортогональные классы по свойствам их полей относительно линий симметрии. Число таких классов зависит от величины и четности числа M элементарных резонаторов в молекуле. Рассмотрим класс симметрии *чет/нечет*, для которого поле внутри элементарного кругового резонатора симметрично относительно линии, проходящей через его центр и центр молекулы, но антисимметрично относительно линии, проходящей через центр воздушного зазора между соседними резонаторами и центром молекулы (тем самым после поворота на π/M поле супермоды повторяет себя, но меняет знак). Тогда, как и в предыдущем параграфе, коэффициенты разложения функции поля в ряды в двух соседних резонаторах связаны между собой соотношением

$$A_p^s = A_p^{s+1}, \quad x_p^s = x_p^{s+1}. \quad (4.34)$$

Подставим (4.34) в (4.27). Поскольку номер резонатора j в фотонной молекуле можно выбрать произвольно, то для удобства зафиксируем $j = 1$. Для мод класса *чет/нечет* получим следующее матричное уравнение:

$$x_m^1 + \sum_{p=0(1)}^{\infty} (-1)^m \mu_p \frac{J_m(\kappa) V_p(\kappa, \gamma)}{F_p(\kappa, \gamma) J_p(\kappa)} \left[\sum_{s=2}^M (-1)^{s-1} K_{mp}^{1s(+)} \right] x_p^1 = 0, \quad (4.35)$$

где коэффициенты $K_{mp}^{1s(+)}$ заданы выражениями (4.28), в которых выбирается знак «+» (поле четно относительно осей симметрии, проходящих через резонаторы). Отметим, что моды этого класса симметрии могут существовать лишь в фотонных молекулах, состоящих из четного числа микрорезонаторов, $M = 2M'$ [165].

Мы отыскивали собственные значения (κ, γ) численно, путем решения детерминантного уравнения, порождаемого матрицей (4.35), усеченной до порядка N . Эмпирически было получено, что для супермод $H_{0,1}^{(M)even-odd}$ и $H_{1,1}^{(M)even-odd}$ для вычисления собственных значений с точностью 10^{-5} нужно взять $N \approx 25$. На рис. 4.13 и 4.14 представлены зависимости нормированных частот излучения супермод $H_{0,1}^{(M)even-odd}$ в циклических фотонных молекулах с $M=2,4,6,8,10$ и порогов излучения этих супермод от нормированного расстояния между соседними дисками w/a .

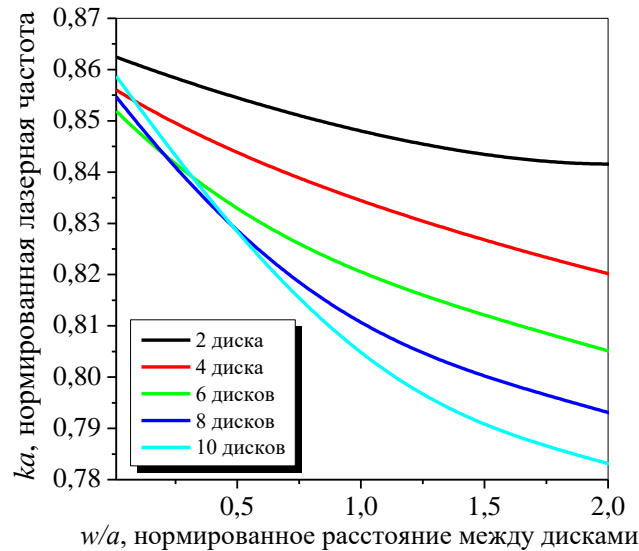


Рис. 4.13 Зависимости нормированных частот излучения монопольных супермод $H_{0,1}^{(M)even-odd}$ в циклической фотонной молекуле из активных дисков от нормированного расстояния между ними, $\alpha_{eff} = 2.63$

Видно, что при любом M частоты излучения растут с уменьшением расстояния между соседними дисками (при $w \rightarrow 0$) и приближаются к частоте монопольной моды $H_{0,1}$ одиночного резонатора, равной $\kappa_{0,1}^H = 0.8838$.

Пороги же излучения монопольных супермод $H_{0,1}^{(M)even-odd}$ монотонно уменьшаются как с уменьшением междискового расстояния w , так и с ростом числа элементов молекулы M . При $w = 0.01a$ порог излучения циклической молекулы из 6 дисков на этой супермоды почти на порядок ниже, чем для моды $H_{0,1}$ в одиночном резонаторе, который равен $\gamma_{0,1}^H = 0.3595$.

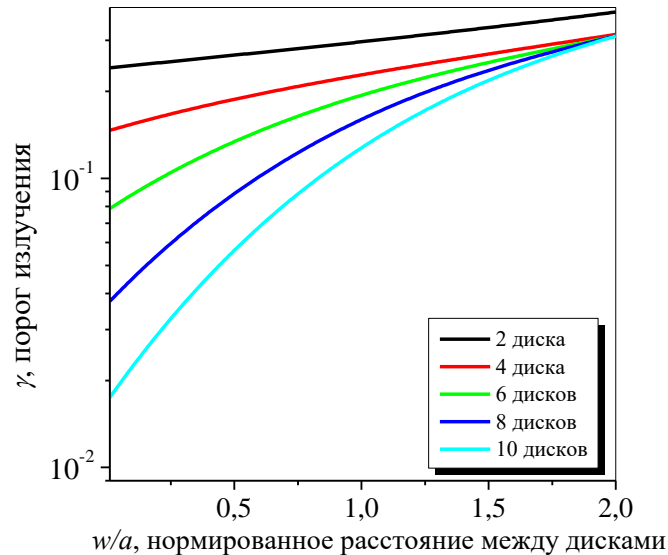


Рис. 4.14 Зависимости порогов излучения монопольных супермод $H_{0,1}^{(M)even-odd}$ от нормированного расстояния между дисками, $\alpha_{eff} = 2.63$

На рис. 4.15 и 4.16 представлены зависимости нормированных частот излучения дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)even-odd}$ класса *чет-нечет* в циклических фотонных молекулах с $M=2,4,6,8,10$ и порогов излучения этих супермод от нормированного расстояния между соседними дисками w/a .

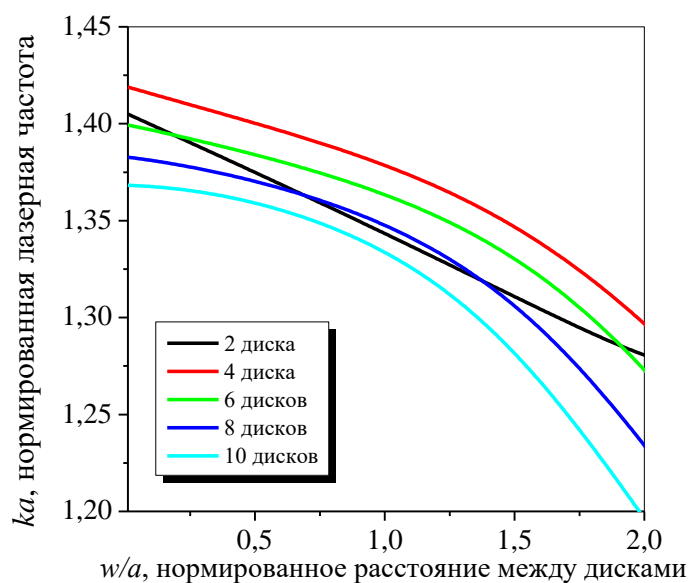


Рис. 4.15 Зависимости нормированных частот излучения дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)even-odd}$ в циклической фотонной молекуле из активных дисков от нормированного расстояния между ними, $\alpha_{eff} = 2.63$

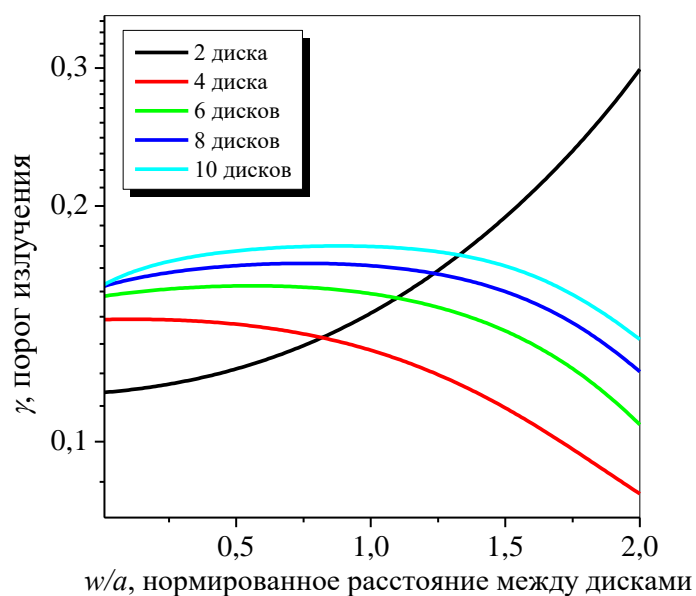


Рис. 4.16 Зависимости порогов излучения дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)even-odd}$ от нормированного расстояния между дисками в молекуле, $\alpha_{eff} = 2.63$

Видно, что при любом M частоты излучения растут с уменьшением междискового расстояния (при $w \rightarrow 0$) и приближаются к частоте дипольной моды $H_{1,1}$ одиночного резонатора, равной $\kappa_{1,1}^H = 1.405$ при $\alpha_{eff} = 2.63$.

Однако, в отличие от монопольной супермоды того же класса симметрии, пороги излучения дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)even-odd}$ остаются ограниченными при уменьшении междискового расстояния w , а с ростом числа элементов молекулы M они даже увеличиваются. При $w = 0.01a$ порог излучения циклической молекулы из 6 дисков на этой супермоды почти в два выше, чем для моды $H_{1,1}$ в одиночном резонаторе, который равен $\gamma_{1,1}^H = 0.275$. Исключение из этой закономерности представляет только супермода $H_{1,1}^{(2)even-odd}$ в молекуле из двух идентичных активных круговых резонаторов, порог излучения которой падает при уменьшении междискового расстояния w .

Дипольная мода в одиночном круговом диэлектрическом резонаторе, как известно, дважды вырождена. Вырожденные моды имеют взаимно ортогональную ориентацию их полей, то есть различаются их четностью относительно начала отсчета азимутальной координаты. Поэтому и в циклической фотонной молекуле составленной из M одинаковых круговых резонаторов, кроме супермоды типа $H_{1,1}^{(M)even-odd}$, есть и другая супермода, построенная на дипольных модах элементарных резонаторов. Она принадлежит другому классу симметрии – *нечет-нечет*, то есть ее поле антисимметрично относительно всех имеющихся линий симметрии в молекуле. Соответствующее этому классу супермод детерминантное уравнение порождается матрицей уравнения (4.33), в элементах которой надо выбрать коэффициенты $K_{mp}^{1s(-)}$.

На рис. 4.17 и 4.18 представлены зависимости нормированных частот излучения дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ класса *нечет-нечет* в циклических фотонных молекулах с $M=2,4,6,8,10$ и порогов излучения этих супермод от нормированного расстояния между соседними дисками w/a .

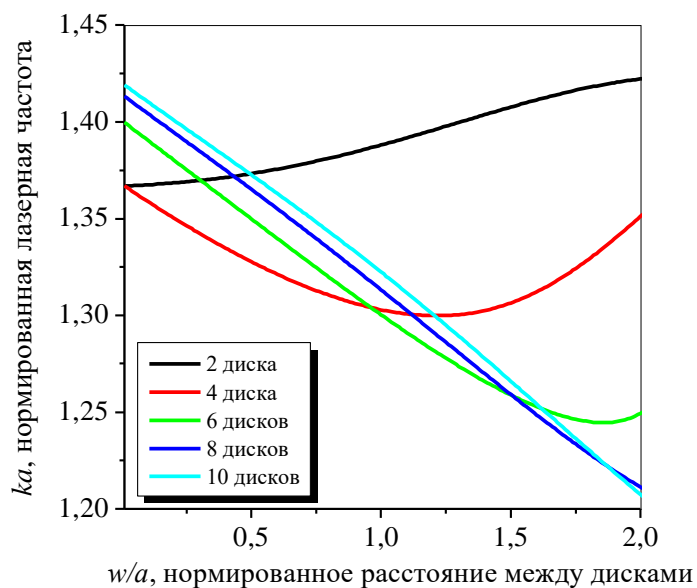


Рис. 4.17 Зависимости нормированных частот излучения дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ в циклической фотонной молекуле из активных дисков от нормированного расстояния между ними, $\alpha_{eff} = 2.63$

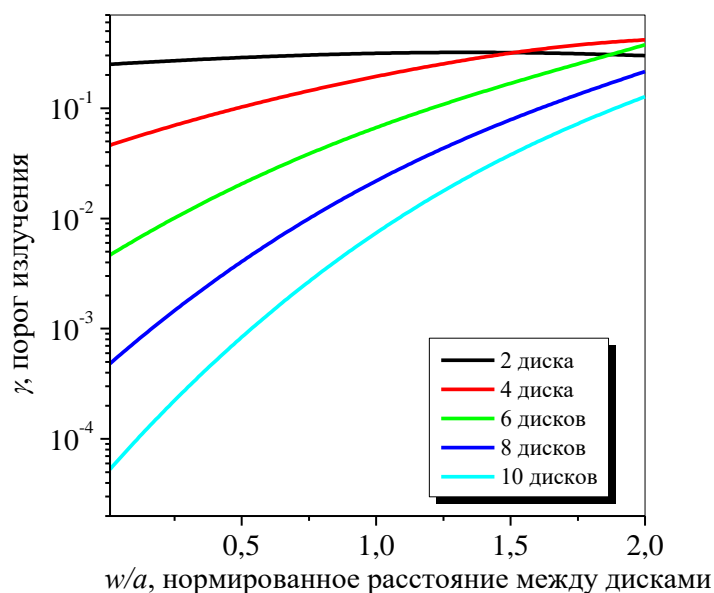


Рис. 4.18 Зависимости порогов излучения дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ от нормированного расстояния между дисками в молекуле, $\alpha_{eff} = 2.63$

Как и для других супермод, исследованных выше, частоты дипольных супермод $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ растут, для любого M , при уменьшении междискового расстояния ($w \rightarrow 0$) и приближаются к частоте дипольной моды $H_{1,1}$ одиночного резонатора, равной $\kappa_{1,1}^H = 1.405$ при $\alpha_{eff} = 2.63$.

Самым интересным является то, что пороги излучения дипольных супермод класса *нечет-нечет* падают как при сближении элементарных резонаторов, если $w \rightarrow 0$, так и при увеличении числа резонаторов M . Этот эффект уже был описан выше для монопольной супермоды $H_{0,1}^{(M)even-odd}$.

Однако, во-первых, для дипольной супермоды $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ он значительно ярче выражен. Сравнение кривых на рис. 4.18 и рис. 4.14 показывает, что при увеличении числа M на 2 порог излучения супермоды $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ из M резонаторов, разнесенных на $w = 0.01a$, падает примерно на порядок, или вдвое ниже, чем для монопольной супермоды $H_{0,1}^{(M)even-odd}$. Естественно, это объясняется более эффективным взаимным погашением полей, излучаемых отдельными резонаторами, в дальней зоне. Во-вторых, дипольная мода $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ класса *нечет-нечет* существует в циклических фотонных молекулах с произвольным числом элементов M - как четным, так и нечетным.

На рис. 4.19 представлены ближние поля монопольной и дипольной супермод класса симметрии *чет-нечет* (а), (б) и дипольной моды класса *нечет-нечет* (в) в циклической фотонной молекуле из десяти активных круговых резонаторов. Сравнение полей на рис. 4.19 (а) и (б) показывает, что поле дипольной супермоды этого класса симметрии сильнее просачивается наружу из фотонной молекулы, чем поле монопольной супермоды, что и находит свое выражение в более высоком пороге излучения (см. рис. 4.14 и 4.16 соответственно). Поле дипольной супермоды $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ (рис. 4.19 (в)) просачивается наружу из фотонной молекулы значительно слабее, чем поле дипольной супермоды ортогонального класса, $H_{1,1}^{(M)even-odd}$ (рис. 4.19 (б)). В этом смысле оно аналогично свойствам монопольной супермоды, что и находит свое

выражение в более низких порогах излучения этого типа супермод (см. рис. 4.16 и 4.18).

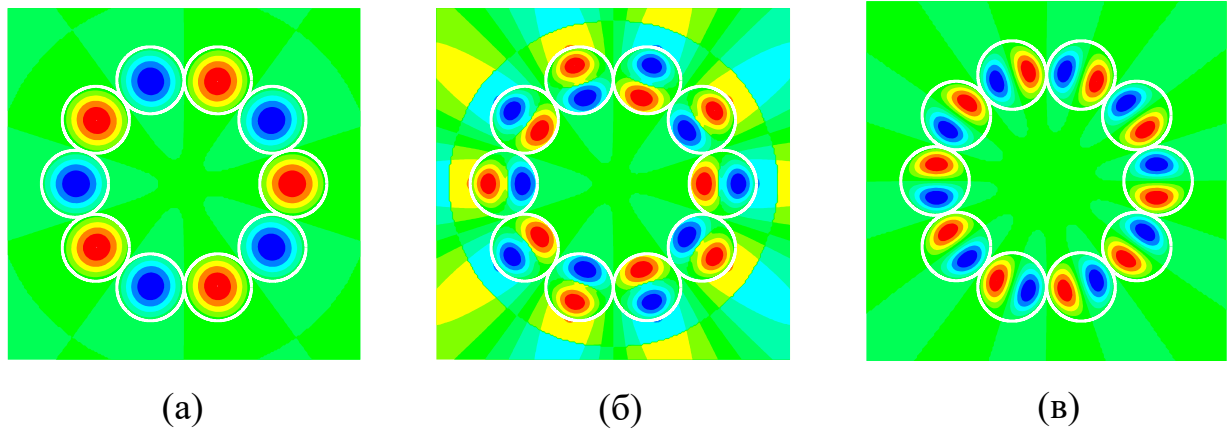


Рис. 4.19 Ближние поля $|H_z|$ супермод типа (а) $H_{0,1}^{(M)even-odd}$, (б) $H_{1,1}^{(M)even-odd}$ и (в) $H_{1,1}^{(M)all-odd}$ в фотонной молекуле из десяти активных круговых резонаторов при $w/a = 0.01$, $\alpha_{eff} = 2.63$

Заметим еще, что имеется очевидное сходство в структуре и симметрии поля монопольной моды $H_{0,1}^{(M)even-odd}$ в фотонной молекуле и так называемой π -моды в резонаторе электронно-вакуумного источника волн - магнетрона [166]. Действительно, магнетронный резонатор имеет циклическую симметрию и M линий зеркальной симметрии. Поэтому поле π -моды на самом деле тоже имеет структуру супермоды и повторяет себя при повороте по азимуту на π/M (то есть, при переходе в соседний боковой резонатор) с точностью до знака. По-видимому, π -мода магнетронного резонатора при $M=6$ или $M=8$ имеет наименьшие омические потери, за счет наиболее высокой степени асимметрии, а также наилучший коэффициент перекрытия с электронным облаком, которое играет роль активной зоны в магнетроне. Поэтому стартовый ток для π -моды оказывается наименьшим, подобно малому порогу излучения монопольной моды $H_{0,1}^{(M)even-odd}$ в фотонной молекуле.

ВЫВОДЫ К РАЗДЕЛУ 4

В данном разделе были рассмотрены двумерные модели активных циклических фотонных молекул, составленных из конечного числа открытых круговых диэлектрических резонаторов, помещенных в углы правильного многоугольника. Такие модели позволяют исследовать, с помощью лазерной задачи на собственные значения, спектры частот и величины порогов излучения для собственных мод фотонных молекул. По результатам исследований, опубликованных в статьях [3 – 5] и трудах конференций [15 – 17], [23 – 25], [28], можно сделать следующие выводы:

1. Собственные моды циклических фотонных молекул всегда являются «супермодами», т. е. составными модами оптически связанных частичных областей: элементарных круговых резонаторов и воздушных промежутков. Кроме того, они образуют конечное число ортогональных классов по свойствам симметрии полей супермод. Поэтому для их полного описания необходимо вводить в рассмотрение целочисленные индексы, характеризующих число вариаций поля внутри элементарных резонаторов, а также индексы, указывающие на класс симметрии поля.

2. Любые супермоды циклических фотонных молекул (построенные как на модах шепчущей галереи, так и на монопольных и дипольных модах в элементарных резонаторах), могут иметь пороги излучения и выше и ниже, чем пороги этих же мод в уединенном резонаторе. Значения порогов зависят от класса симметрии супермоды, междискового расстояния и числа элементарных резонаторов.

3. Для супермод всех классов симметрии, построенных на модах шепчущей галереи, можно значительно понизить порог излучения по сравнению с одиночным круговым резонатором. Это резонансный эффект, требующий подбора указанного расстояния с точностью порядка 0.1 радиуса

диска. С ростом числа резонаторов в молекуле падение порога становится более глубоким, однако положение минимума смещается.

4. Для супермод некоторых классов симметрии, построенных на монопольных и дипольных модах, также можно значительно понизить порог излучения по сравнению с одиночным круговым резонатором. Это нерезонансный эффект. Падение порога становится более глубоким с ростом числа резонаторов в молекуле и при сближении резонаторов вплоть до их касания. Добавление нового резонатора в циклическую молекулу снижает порог излучения таких супермод примерно на половину порядка.

5. Повышенные пороги излучения супермод циклических молекул всегда соответствуют большему просачиванию их полей в центральную воздушную область молекулы и большим проникновением поля во внешнее пространство. Такое поведение порогов и полей находит объяснение с помощью оптической теоремы для мод резонатора с частичной активной зоной.