

UBA - Facultad de Ingeniería

71.15 Modelos y Optimización II

Profesor: Ing. Fernando Markdorf

Jefe de TP: Lic. Claudia Gioscio

Ayudantes: Lic. Lixin Ge

Lic. Liliana Radice

Colaboradores: Cristian Desplats

Javier Persico

Trabajo Práctico N° 1: Teoría de Colas

Guía de Trabajos Prácticos vigente desde Primer Cuatrimestre del año 2010

Ejercicio N° 1

En una sastrería hay una sección de arreglo y reforma de la ropa vendida a sus clientes, que es atendida por un sastre. El número de clientes que requieren arreglos arriban a dicha sección con una distribución Poisson con una media de 24 clientes por hora. Debido a que el servicio es gratuito, todos los clientes están dispuestos a esperar el tiempo que sea necesario para poder utilizarlo. El tiempo de atención es en promedio de 2 minutos por cliente, siendo exponencial la distribución de los tiempos de servicio. Calcular:

- a) ¿Cuál es en promedio, el número de clientes en la sección?
- b) ¿Cuánto tiempo permanece, en promedio, un cliente en la sección?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el sastre esté desocupado?
- d) ¿Cuál es en promedio, el número de clientes que están esperando recibir el servicio?

Ejercicio N° 2

Un establecimiento de reparaciones, atendido por un solo operario, recibe un promedio de cuatro clientes por hora, los cuales traen pequeños aparatos a reparar. El mecánico los inspecciona para encontrar los defectos y muy a menudo puede arreglarlos de inmediato, o de otro modo emitir un diagnóstico. En promedio, todo le toma 6 minutos por aparato. Los arribos tienen una distribución Poisson y el tiempo de servicio tiene una distribución exponencial. Calcular:

- a) La probabilidad de que el taller esté vacío.
- b) La probabilidad de que tres clientes estén en el taller.
- c) La probabilidad de encontrar por lo menos un cliente en el taller.
- d) El número promedio de clientes en el taller.
- e) El tiempo promedio que un cliente debe permanecer en el taller.
- f) El número promedio de clientes que esperan ser atendidos.
- g) El tiempo promedio que un cliente debe esperar para ser atendido.

Ejercicio N° 3

Un banco está desarrollando la prestación de un nuevo servicio, para lo cual ha habilitado una ventanilla. Como el desarrollo del mismo está basado en una campaña publicitaria que hace mención al mínimo tiempo de espera que se requiere, el gerente de la sucursal ha decidido encarar el estudio científico del problema a fin de no exponerse a un fracaso. Hasta ahora se cuenta con los siguientes datos:

- Lapso medio entre arribo de usuarios: 8 minutos (distribución exponencial)
- Tiempo medio de atención en ventanilla: 2 minutos (distribución exponencial)

Determinar:

- a) La probabilidad de esperar.
- b) La longitud promedio de la cola.
- c) La velocidad promedio de arribos que haría que el tiempo de espera en la cola supera los 4 minutos.

Ejercicio N° 4

Teniendo en cuenta el ejercicio 2, considerar todas las suposiciones anteriores, excepto que si hay tres clientes en el taller, cualquier otro cliente que llegue se retirará.

Determinar entonces:

- a) La probabilidad de que el taller esté vacío.
- b) La probabilidad de que tres clientes estén en el taller.
- c) La probabilidad de encontrar por lo menos un cliente en el taller.
- d) El número promedio de clientes en el taller.
- e) El tiempo promedio que un cliente debe permanecer en el taller.
- f) El número promedio de clientes que esperan ser atendidos.
- g) El tiempo promedio que un cliente debe esperar para ser atendido.
- h) La cantidad promedio de clientes que se retiran sin ser atendidos.

Ejercicio N° 5

Una empresa tiene cuatro máquinas cortadoras de césped. Las mismas se rompen o necesitan mantenimiento cada 15 días (distribución exponencial). Para su atención y mantenimiento tiene un empleado que en promedio tarda 7 días con cada máquina. En promedio, por cada día de trabajo, las máquinas reportan un ingreso de \$50. Se desea saber:

- a) El número promedio de máquinas funcionando.
- b) El porcentaje de tiempo que el empleado se encuentra inactivo.
- c) Cuánto tiempo, en promedio, estará en funcionamiento una máquina.
- d) Existe la posibilidad de contratar una persona más, que cobra 700\$ por mes y que tarda lo mismo que el empleado. Considerando 1 mes = 24 días, ¿conviene contratar al nuevo empleado?

Ejercicio N° 6

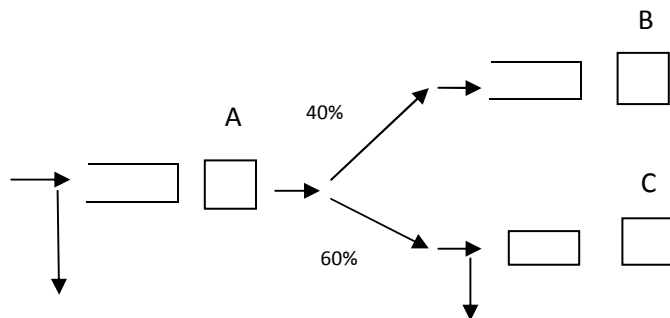
Una peluquería tiene un peluquero que realiza un corte de pelo especial a los clientes. Recientemente se ha contratado un aprendiz para que lo ayude, decidiendo que solo realice el corte cuando llega el segundo cliente a la cola de espera. Tanto el peluquero como el aprendiz

demoran en promedio media hora cada uno para atender a cada cliente. Al local llegan en promedio 5 clientes por hora (distribución Poisson). Los clientes son impacientes. Si hay un cliente esperando, solamente el 50% de los clientes que llegan deciden entrar a la peluquería. Si hay más de un cliente esperando, no entra ningún cliente más ya que no están dispuestos a esperar. Se pide calcular:

- La probabilidad de que no haya clientes en la peluquería.
- La probabilidad de que haya clientes esperando para recibir el servicio.
- El porcentaje de ocupación del peluquero y del aprendiz.
- La cantidad promedio de clientes esperando para recibir el servicio.
- La cantidad promedio de clientes que no ingresan a la peluquería.
- Si cada corte de pelo cuesta 30\$, calcular el ingreso económico promedio de la peluquería, por hora.

Ejercicio N° 7

Dado el siguiente sistema:



Datos:

- Arribos de clientes al sistema: 10 clientes/minuto
- Atención en cada canal: A: 0,2 minutos/clientes
B: 1/3 minutos/clientes
C: 1/2 minutos/clientes
- Valor de cada servicio: A: 0 \$/cliente
B: 5000 \$/cliente
C: 600 \$/cliente
- La población en el sector A es impaciente, según la siguiente ley:

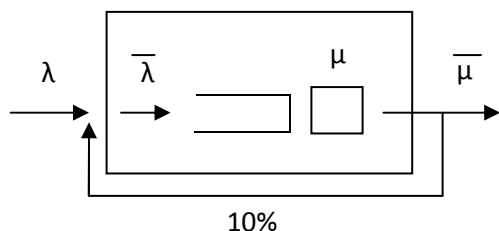
n	0	1	2	3
PI(n)	1	0,5	0,2	0

Se pide calcular:

- La cantidad promedio de clientes esperando en cada sector.
- El ingreso económico promedio del sistema (\$/minuto).
- La cantidad promedio de clientes que no ingresan al sistema por minuto.
- La probabilidad de que el sistema esté vacío.

Ejercicio N° 8

Dado el siguiente sistema con reciclaje:

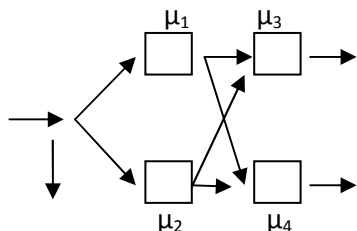


Sabiendo que los clientes arriban a una velocidad promedio de 8 clientes por minuto y el canal atiende a una velocidad promedio de 10 clientes por minuto (distribución Poisson), se pide calcular:

- La cantidad promedio de clientes en la cola.
- El tiempo promedio de permanencia de un cliente en la cola.
- La probabilidad de que el canal no esté ocioso.
- La cantidad promedio de clientes en el sistema.

Ejercicio N° 9

Dado el siguiente sistema, los clientes que ingresan al mismo deben pasar por dos sectores para realizar su trámite. En el primer sector se realiza la primera parte del trámite. Allí hay dos ventanillas, la 1 y la 2, que brindan el mismo servicio, a una velocidad μ_1 y μ_2 respectivamente. La segunda parte del trámite se lleva a cabo en el segundo sector, el cual cuenta con otras dos ventanillas (la 3 y la 4), que atienden a una velocidad μ_3 y μ_4 respectivamente. Ambas brindan el mismo servicio. Dado que no hay mucho espacio, no se admite formación de cola ni antes del primer sector ni antes del segundo. Los clientes que ingresan al sistema no pueden retirarse sin haber realizado el trámite completo.

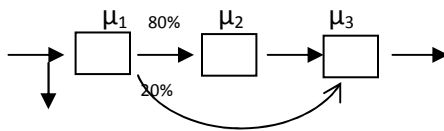


Se pide:

- a) Definir todos los estados posibles.
- b) Expresar $P(b,0,1,1)$.
- c) Expresar $P(0,0,1,1)$.

Ejercicio N° 10

Dado el siguiente sistema de atención al público:



Se sabe que, según el tipo de trámite, el 80% de los clientes que salen del canal 1 pasan directamente al canal 2, mientras que el 20% restante pasa directamente al canal 3. Las velocidades de atención de cada canal son μ_1 , μ_2 y μ_3 , respectivamente. No se admite abandono: el cliente que ingresa al sistema no sale del mismo sin haber recibido el servicio que allí se brinda. Debido a que el lugar es reducido, no se admite formación de cola frente a ninguno de los canales.

Se pide expresar:

- a) Todos los posibles estados.
- b) $P(0,1,1)$.
- c) $P(1,0,1)$.