Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ingeniería

(71.15) Modelos y Optimización II

Teoría de Colas

16 de abril de 2015

Buffevant, Cesar *(buffevant@gmail.com)* - P. ??.???

Pecora, Juan *(jlopezpecora@gmail.com)* - P. ??.???

Olivieri, Flavio *(flavio.olivieri@gmail.com)* - P. ??.???

Piano, Sergio *(smpiano@gmail.com)* - P. 85.191

Tristant, Florencia *(flotristant@gmail.com)* - P. ??.???

Índice

Parte I
Resolución de ejercicios

1. Ejercicio 1

En una sastrería hay una sección de arreglo y reforma de la ropa vendida a sus clientes, que es atendida por un sastre. El número de clientes que requieren arreglos arriban a dicha sección con una distribución de Poisson con una media de 24 clientes por hora. Debido a que el servicio es gratuito, todos los clientes están dispuestos a esperar el tiempo que sea necesario para poder utilizarlo. El tiempo de atención es en promedio de 2 minutos por cliente, siendo exponencial la distribución de los tiempos de servicio. Calcular:

a) ¿Cual es en promedio, el número de clientes en la sección?

b) ¿Cuánto tiempo permanece, en promedio, un cliente en la sección?

c) ¿Cual es la probabilidad de que el sastre esté desocupado?

d) ¿Cual es en promedio, el número de clientes que están esperando recibir el servicio?

1.1. Resolución

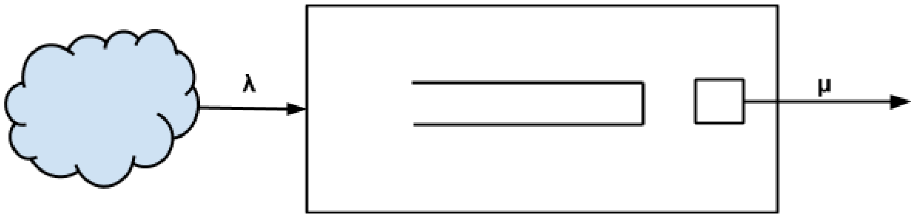
Como sistema se entiende toda la sección de arreglo y reforma.

Hipótesis:

Se verifican las hipótesis de un P/P/1. El enunciado dice explícitamente que todos los clientes están dispuestos a esperar el tiempo que sea necesario, lo cual se puede interpretar como una cola con capacidad infinita.

1. Tipo de proceso de arribo de clientes responde a distribución Poisson.
2. Tipo de proceso de servicio a los clientes en el sistema responde a distribución Poisson.
3. Hay un único canal de atención.
4. El sistema tiene capacidad infinita.

5. La disciplina de atención es FIFO.
6. La población es infinita.
7. Se forma una única cola frente al canal.
8. El sistema se encuentra en régimen estacionario.
9. La población no presenta fenómeno de impaciencia.



Parámetros del modelo:
$\lambda = 24[clientes/hora]$
$T_s = 2[minutos/cliente] \times \frac{1[hora]}{60[minutos]} = 0{,}033[horas/cliente] \rightarrow \mu = 30[clientes/hora]$

a) El número de clientes en la sección, es decir el número de clientes en el sistema, es L.
   $L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{24}{30-24} = 4[clientes/hora]$

b) El tiempo que permanece un cliente en la sección, es decir, en el sistema es W:
   $W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{30-24} = 0,1667[horas] \times \frac{60[minutos]}{1[hora]} = 10[minutos]$

c) La probabilidad de que el sastre esté desocupado es la probabilidad de que en la sección no haya nadie, es decir P(0)
   $P(0) = 1 - \rho = 1 - \frac{24}{30} = 0,2$

d) El número de clientes esperando recibir el servicio son los clientes que están en la cola, es decir L_c.
   $L_c = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{0{,}64}{1-0{,}8} = 3,2$

2. Ejercicio 2

Un establecimiento de reparaciones, atendido por un solo operario, recibe un promedio de cuatro clientes por hora, los cuales traen pequeños aparatos para reparar. El mecanico los inspecciona para encontrar defectos y muy a menudo puede arreglarlos de inmediato, o de otro modo emitir un diagnostico. En promedio, todo le toma 6 minutos por aparato. Los arribos tienen una distribución de de Poisson y el tiempo de servicio tiene una distribución exponencial. Calcular:

a) La probabilidad de que el taller esté vacío.

b) La probabilidad de que tres clientes estén en el taller.

c) La probabilidad de encontrar por lo menos un cliente en el taller.

d) El número promedio de clientes en el taller.

e) El tiempo promedio que un cliente debe permanecer en el taller.

f) El número promedio de clientes que esperan ser atendidos.

g) El tiempo promedio que un cliente debe esperar para ser atendido.

2.1. Resolución

Consideramos el sistema como el taller, con el operario incluido. El enunciado no dice nada con respecto a la capacidad de la cola, por lo que entendemos que hay suficiente lugar como para albergar a toda la gente que arribe. Responde al modelo P/P/1

Hipótesis:

1. Tipo de proceso de arribo de clientes responde a distribución Poisson.
2. Tipo de proceso de servicio a los clientes en el sistema responde a distribución Poisson.
3. Hay un único canal de atención.
4. El sistema tiene capacidad infinita.
5. La disciplina de atención es FIFO.
6. La población es infinita.

7. Se forma una única cola frente al canal.
8. El sistema se encuentra en régimen estacionario.
9. La población no presenta fenómeno de impaciencia.

Parámetros del modelo:
$\lambda = 4[clientes/hora]$
$T_s = 6[minutos/cliente] \times \frac{1[hora]}{60[minutos]} = 0,1[horas/cliente] \rightarrow \mu = 10[clientes/hora]$.

a) La probabilidad de que el taller esté vacío es la probabilidad de que no haya ningún cliente en el sistema, es decir $P(0)$.
$P(0) = 1 - \rho = 1 - \frac{4}{10} = 0,6$

b) La probabilidad de que tres cliente estén en el sistema es
$P(3) = \rho^3(1-\rho) = 0,4^3 \times 0,6 = 0,0384$

c) La probabilidad de encontrar por lo menos a un cliente es
$P(n > 0) = 1 - P(0) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$.

d) El número promedio de clientes en el taller es el número promedio de clientes en el sistema, es decir L.
$L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0{,}4}{1-0{,}4} = 0,667$

e) El tiempo promedio que un cliente debe permanecer en el taller es el tiempo que un cliente debe permanecer en el sistema, es decir W.
$W = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{10-4} = 0,1667[horas/cliente] \times \frac{60[minutos]}{1[hora]} = 10[minutos/cliente]$

f) El número de clientes que esperan ser atendidos son los clientes esperando en la cola, es decir L_c.
$L_c = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{0{,}16}{1-0{,}4} = 0,2667$

g) El tiempo promedio que un cliente tiene que esperar para ser atendido es el tiempo que pasa en la cola, es decir W_c.
$W_c = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{4}{10\times(10-4)} = 0,0667[horas/cliente] \times \frac{60[minutos]}{1[hora]} = 4[minutos/cliente]$

3. Ejercicio 3

Un banco está desarrollando la prestación de un nuevo servicio, para lo cual ha habilitado una ventanilla. Como el desarrollo del mismo está basado en una campaña publicitaria que hace mención al mínimo tiempo de espera que se requiere, el gerente de la sucursal ha decidido encarar el estudio científico del problema a fin de no exponerse a un fracaso. Hasta ahora se cuenta con los siguientes datos:

- Lapso medio entre arribo de usuarios: 8 minutos (distribución exponencial)
- Tiempo medio de atención en ventanilla: 2 minutos (distribución exponencial).

Determinar:

a) La probabilidad de esperar.

b) La longitud promedio de la cola.

c) La velocidad promedio de arribos que haría que el tiempo de espera en la cola supere los 4 minutos.

3.1. Resolución

Consideramos el sistema como la ventanilla más la cola. El enunciado no dice nada con respecto a la capacidad de la cola, por lo que entendemos que hay suficiente lugar como para albergar a toda la gente que arribe.

Hipótesis:

Se verifican las hipótesis de un P/P/1.

1. Tipo de proceso de arribo de clientes responde a distribución Poisson.
2. Tipo de proceso de servicio a los clientes en el sistema responde a distribución Poisson.
3. Hay un único canal de atención.
4. El sistema tiene capacidad infinita.
5. La disciplina de atención es FIFO.

6. La población es infinita.
7. Se forma una única cola frente al canal.
8. El sistema se encuentra en régimen estacionario.
9. La población no presenta fenómeno de impaciencia.

Parámetros del modelo:
$T = 8[minutos/cliente] \rightarrow \lambda = 0,125[clientes/minuto]$.
$Ts = 2[minutos/cliente] \rightarrow \mu = 0,5[clientes/minuto]$.

a) La probabilidad de esperar es la probabilidad de que en el sistema haya algún cliente, es decir $P(n > 0) = 1 - P(0)$.
$P(n > 0) = 1 - P(0) = 1 - 1 + \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0{,}125}{0{,}5} = 0,25$

b) La longitud promedio de la cola es la cantidad de clientes en promedio esperando para ser atendidos, es decir L_c.
$L_c = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{0{,}125^2}{0{,}5\times(0{,}5-0{,}125)} = 0,0833$

c) El tiempo de espera en la cola es W_c, es decir:
$W_c = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} < 4 \implies \lambda < 4\mu(\mu - \lambda) \implies \lambda < 4\mu^2 - 4\mu\lambda \implies \lambda + 4\mu\lambda < 4\mu^2 \implies \lambda(1 + 4\mu) < 4\mu^2 \implies \lambda < \frac{4\mu^2}{1+4\mu}$
$\lambda < \frac{4\mu^2}{1+4\mu} = \frac{4\times0{,}5^2}{1+4\times0{,}5} = 0,333[clientes/minuto]$

4. Ejercicio 4

Teniendo en cuenta el ejercicio 2, considerar todas las suposiciones anteriores, excepto que si hay tres clientes en el taller, cualquier otro cliente que llegue se retirará.
Determinar entonces:

a) La probabilidad de que el taller esté vacío.

b) La probabilidad de que tres clientes estén en el taller.

c) La probabilidad de encontrar por lo menos un cliente en el taller.

d) El número promedio de clientes en el taller.

e) El tiempo promedio que un cliente debe permanecer en el taller.

f) El número promedio de clientes que esperan ser atendidos.

g) El tiempo promedio que un cliente debe esperar para ser atendido.

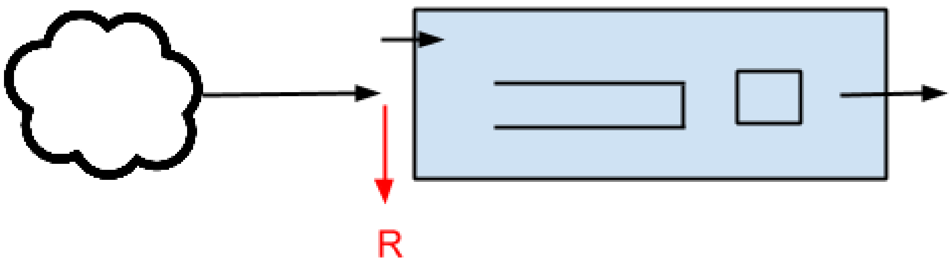
h) La cantidad promedio de clientes que se retiran sin ser atendidos.

4.1. Resolución

Hipótesis:

- El proceso de llegada de los clientes responde a un proceso Poisson.
- El proceso de atención de los clientes responde a un proceso Poisson.
- La población es infinita
- Se forma una única cola frente al canal de atención.
- Existe un único canal de atención.
- La capacidad del sistema es infinita
- La atención de los clientes de la cola es FIFO
- El sistema se encuentra en condiciones estables.
- *La población presenta el fenómeno de impaciencia.*

Sistema
El sistema se modela como un sistema $P/P/1$ con impaciencia:



$\lambda = 7,5[clientes/hora]$

$\mu = 30[clientes/hora]$

n	$P(n)$	λ	μ	L	Lc	H	R
0	$P(0)$	λ	0	0	0	0	0
1	$P(1)$	λ	μ	1	0	1	0
2	$P(2)$	λ	μ	2	1	1	0
3	$P(3)$	0	μ	3	2	1	λ
4	$P(4)$	0	μ	3	2	1	λ
5	0	0	μ	3	2	1	λ
..	..	...	...	...	...	...	...

a) $P(1) = \frac{\lambda P(0)}{\mu} = \rho P(0)$

$P(2) = \frac{\lambda P(1)}{\mu} = \rho^2 P(0)$

$P(3) = \frac{\lambda P(2)}{\mu} = \rho^3 P(0)$

$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{7{,}5[clientes/hora]}{30[clientes/hora]} = 0,25$

$P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = 1 \implies P(0) = \frac{1}{1+\rho+\rho^2+\rho^3} = 0,75$

b) $P(3) = \rho^3 P(0) = 0,012$

c) $1 - P(0) = 1 - 0,75 = 0,25$

d) $L = 1 \times P(1) + 2 \times P(2) + 3 \times P(3) = 0,75 \times (\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3) = 0,32$

e) $H = P(1) + P(2) + P(3) = 1 - P(0) = 0,25$

$L_c = L - H = 0,52 - 0,25 = 0,27$

$\lambda = \lambda(P(0)+P(1)+P(2)) = \lambda(1-P(3)) = \lambda(1-0,012) = 7,41[clientes/hora]$

$W = W_c + T_s = \frac{L_c}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{0{,}27}{7{,}41[clientes/hora]} + \frac{1}{30[clientes/hora]} = 0,069[horas/cliente] \times \frac{60[minutos]}{1[hora]} = 4,18[minutos/cliente]$

f) $L_c = 0,27$

g) $\overline{\lambda} = \lambda(P(0)+P(1)+P(2)) = \lambda(1-P(3)) = \lambda(1-0,012) = 7,41[clientes/hora]$
$W_c = \frac{L_c}{\lambda} = \frac{0,27}{7,41[clientes/hora]} = 0,036[horas/cliente] \times \frac{60[minutos]}{1[hora]} = 2,18[minutos/cliente]$

h) $R = \lambda P(3) = 0,09[clientes/hora]$

5. Ejercicio 5

Una empresa tiene cuatro máquinas cortadoras de césped. Las mismas se rompen o necesitan mantenimiento cada 15 días (distribución exponencial). Para su atención y mantenimiento tiene un empleado que en promedio tarda 7 días con cada máquina. En promedio, por cada día de trabajo, las máquinas reportan un ingreso de $50. Se desea saber:

a) El número promedio de máquinas funcionando.

b) El porcentaje de tiempo que el empleado se encuentra inactivo.

c) Cuánto tiempo, en promedio, estará en funcionamiento una máquina.

d) Existe la posibilidad de contratar una persona más, que cobra 700$ por mes y que tarda lo mismo que el empleado. Considerando 1 mes = 24 días, ¿conviene contratar al nuevo empleado?

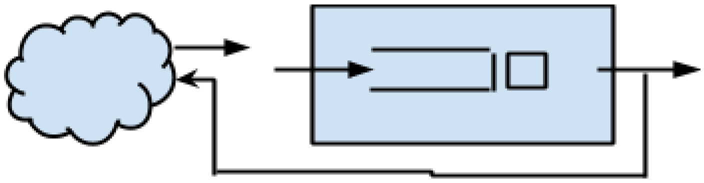
5.1. Resolución

Hipótesis

1. El proceso de llegada de los clientes responde a un proceso Poisson.
2. El proceso de atención de los clientes responde a un proceso Poisson.
3. La población es infinita
4. Se forma una única cola frente al canal de atención.
5. Existe un único canal de atención.
6. La capacidad del sistema es *finita*

7. La atención de los clientes de la cola es FIFO
8. El sistema se encuentra en condiciones estables.
9. La población no presenta el fenómeno de impaciencia.

Sistema
El problema es un modelo de población finita: $P/P/1/(N')$ con $N' = 4$



$T_r = 15[dias]$

n	$P(n)$	λ	μ	L	Lc	J	N'	H
0	$P(0)$	$4\lambda_R$	0	0	0	4	4	0
1	$P(1)$	$3\lambda_R$	μ	1	0	3	4	1
2	$P(2)$	$2\lambda_R$	μ	2	1	2	4	1
3	$P(3)$	λ_R	μ	3	2	1	4	1
4	$P(4)$	0		4	3	0	4	1
..	0	..	..	..	..	..	..	..

a) $J = 4P(0) + 3P(1) + 2P(2) + 1P(3)$
$P(1) = \frac{4\lambda_R P(0)}{\mu} = 4\rho_R P(0)$
$P(2) = \frac{3\lambda_R P(1)}{\mu} = 12\rho_R^2 P(0)$
$P(3) = \frac{2\lambda_R P(2)}{\mu} = 24\rho_R^3 P(0)$
$P(4) = \frac{\lambda_R P(3)}{\mu} = 24\rho_R^4 P(0)$
$\rho_R = \frac{\lambda_R}{\mu} = \frac{\frac{1}{15}[clientes/dia]}{\frac{1}{7}[clientes/dia]} = \frac{7}{15}$
$P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = 1 \implies P(0) = \frac{1}{1+4\rho_R+12\rho_R^2+24\rho_R^3+24\rho_R^4} = 0,1241$
$J = 2,1427$

b) $P(0) = 0,1241$

c) *Estará en funcionamiento una sóla máquina cuando en el sistema haya 3 máquinas.*

$P(3) = 24\rho_R^3 P(0) = 0,3027$

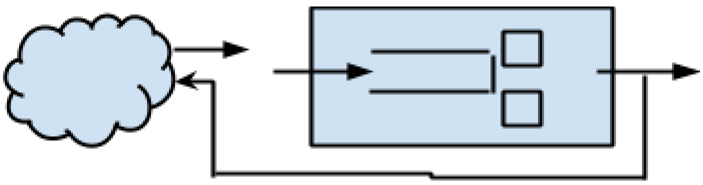
d) Para saber si conviene contratar un nuevo empleado a \$700 por mes, se plantea un nuevo sistema con 2 canales: $P/P/M/N$:

Hipótesis

1. El proceso de llegada de los clientes responde a un proceso Poisson.
2. El proceso de atención de los clientes responde a un proceso Poisson.
3. La población es infinita
4. Se forma una única cola frente al canal de atención.
5. *Hay dos canales de atención*
6. La capacidad del sistema es *finita*
7. La atención de los clientes de la cola es FIFO
8. El sistema se encuentra en condiciones estables.
9. La población no presenta el fenómeno de impaciencia.

Modelo

Este problema es un modelo de población finita: $P/P/1/(N')$ con $N' = 4$



n	$P(n)$	λ	μ	L	Lc	J	N'	H
0	$P(0)$	$4\lambda_R$	0	0	0	4	4	0
1	$P(1)$	$3\lambda_R$	μ	1	0	3	4	1
2	$P(2)$	$2\lambda_R$	2μ	2	1	2	4	1
3	$P(3)$	λ_R	2μ	3	2	1	4	1
4	$P(4)$	0	2μ	4	3	0	4	1
..	0	..	..	..	..	..	..	..

$J = 4P(0) + 3P(1) + 2P(2) + 1P(3)$

$P(1) = \frac{4\lambda_R P(0)}{\mu} = 4\rho_R P(0)$

$P(2) = \frac{3\lambda_R P(1)}{2\mu} = 6\rho_R^2 P(0)$

$P(3) = \frac{2\lambda_R P(2)}{2\mu} = 6\rho_R^3 P(0)$

$P(4) = \frac{\lambda_R P(3)}{2\mu} = 3\rho_R^4 P(0)$

$\rho_R = \frac{\lambda_R}{\mu} = \frac{\frac{1}{15}[clientes/dia]}{\frac{1}{7}[clientes/dia]} = \frac{7}{15}$

$P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = 1 \implies P(0) = \frac{1}{1+4\rho_R+12\rho_R^2+24\rho_R^3+24\rho_R^4} = 0,2548$

$J = 3,2673$

$I = \$50 \times 24[dias] \times J$

Antes:

$I = \$50 \times 24[dias] \times J = \$50[maquinas/dia] \times 24[dias] \times 2,1427 = \$2571,24[maquina]$

Ahora:

$I = \$50 \times 24[dias] \times J = \$50[maquinas/dia] \times 24[dias] \times 3,2673 = \$3920,76[maquina]$

$Ganancia = \$3920,76[maquina] - \$2571,24[maquina] = \$1349,52[maquina] \implies Conviene$

6. Ejercicio 6

Una peluquería tiene un peluquero que realiza un corte de pelo especial a los clientes. Recientemente se ha contratado un aprendiz para que lo ayude, decidiendo que solo realice el corte cuando llega el segundo cliente a la cola de espera. Tanto el peluquero como el aprendiz demoran en promedio media hora cada uno para atender a cada cliente. Al local llegan en promedio 5 clientes por hora (distribución Poisson). Los clientes son impacientes. Si hay un cliente esperando, solamente el 50 % de los clientes que llegan deciden entrar a la peluquería. Si hay más de un cliente esperando, no entra ningún cliente más ya que no están dispuestos a esperar. Se pide calcular:

a) La probabilidad de que no haya clientes en la peluquería.

b) La probabilidad de que haya clientes esperando para recibir el servicio.

c) El porcentaje de ocupación del peluquero y del aprendiz.

d) La cantidad promedio de clientes esperando para recibir el servicio.

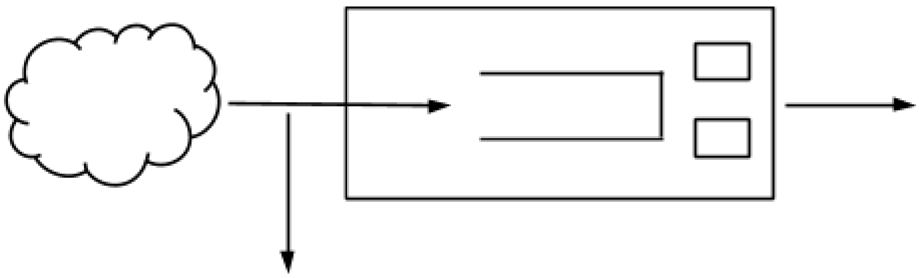
e) La cantidad promedio de clientes que no ingresan a la peluquería.

f) Si cada corte de pelo cuesta 30$, calcular el ingreso económico promedio de la peluquería, por hora.

6.1. Resolución

Modelo

Este problema es un modelo $P/P/2$ con *impaciencia*.



Hipótesis

1. El proceso de llegada de los clientes responde a un proceso Poisson.
2. El proceso de atención de los clientes responde a un proceso Poisson.
3. La población es infinita
4. Existen 2 canales de atención.
5. Se forma una única cola frente a los canales de atención.
6. La capacidad del sistema es in*finita*
7. La atención de los clientes de la cola es FIFO
8. El sistema se encuentra en condiciones estables.
9. La población presenta el fenómeno de impaciencia.

Datos

a) $\lambda = \frac{5[clientes]}{60[minuto]}$

b) $\mu = \frac{1[cliente]}{60[minutos]}$

c) Probabilidad de ingreso

1) $n = 0- > PI = 1$
2) $n = 1- > PI = 1$
3) $n = 2- > PI = 0{,}5$
4) $n = 3- > PI = 0{,}5$
5) $n = 4- > PI = 1$

n	$P(n)$	λ	μ	L	L_c	H	R	$H1$	$H2$
0	$P(0)$	λ	0	0	0	0	0	0	0
1	$P(1)$	λ	μ	1	0	1	0	1	0
2	$P(2)$	0.5λ	μ	2	1	1	0.5λ	1	0
3	$P(3)$	0.5λ	2μ	3	1	2	0.5λ	1	1
4	$P(4)$	0	2μ	4	2	2	λ	1	1

$P(1) = \frac{\lambda P(0)}{\mu} \implies P(1) = \rho P(0) = 0,1553$

$P(2) = \frac{\lambda P(1)}{\mu} \implies P(2) = \rho^2 P(0) = 0,3882$

$P(3) = \frac{0{,}5\lambda P(2)}{2\mu} \implies P(3) = \frac{1}{4}\rho^3 P(0) = 0,2427$

$P(4) = \frac{0{,}5\lambda P(3)}{2\mu} \implies P(4) = \frac{1}{16}\rho^4 P(0) = 01517$

$P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1 \implies P(0) + \rho P(0) + \rho^2 P(0) + \frac{1}{4}\rho^3 P(0) + \frac{1}{16}\rho^4 P(0) = 1$

$P(0) = \frac{1}{1+\rho+\rho^2+\frac{1}{4}\rho^3+\frac{1}{16}\rho^4} = 0,0621$

a) Probabilidad de que no haya clientes en la peluquería.
$P(0) = 0{,}0621$

b) Probabilidad de que haya clientes esperando para recibir el servicio.
$P(2 < n < 4) = 0,7826$

c) Porcentaje de ocupación del peluquero y del aprendiz.

$$\overline{H_1} = \sum_{i=0}^{4} P(i) \times H_{1n} = 0,9379 \implies 93,97\,\%$$

$$\overline{H_2} = \sum_{i=0}^{4} P(i) \times H_{2n} = 0,3944 \implies 39,44\,\%$$

d) Cantidad promedio de clientes esperando para recibir el servicio.

$$\overline{L_c} = \sum_{i=0}^{4} P(i) \times L_{c_n} = 0,9343$$

e) Cantidad promedio de clientes que no ingresan a la peluquería.

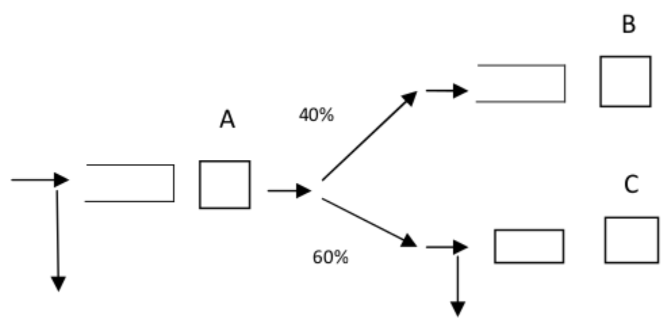
$$\overline{R} = \sum_{i=0}^{4} P(i) \times R_n = 2,3357[clientes/minuto]$$

f) Si cada corte de pelo cuesta 30$, calcular el ingreso económico promedio de la peluquería

$$\overline{I} = \left[\sum_{i=0}^{4} P(i) \times \mu_n\right] \times 60[minutos] \times \$30 = \$79,93[minutos]$$

7. Ejercicio 7

Dado el siguiente sistema:



Datos:

- Arribos de clientes al sistema: 10 clientes/minuto
- Atención en cada canal:

  A: 0,2 minutos/clientes
  B: 1/3 minutos/clientes
  C: 1/2 minutos/clientes

- Valor de cada servicio:

  A: 0 $/cliente
  B: 5000 $/cliente
  C: 600 $/cliente

- La población en el sector A es impaciente, según la siguiente ley:

n	0	1	2	3
$PI(n)$	1	0.5	0.2	0

Se pide calcular:

a) La cantidad promedio de clientes esperando en cada sector.

b) El ingreso económico promedio del sistema ($/minuto).

c) La cantidad promedio de clientes que no ingresan al sistema por minuto.

d) La probabilidad de que el sistema esté vacío.

7.1. Resolución

Como el sistema admite rechazo al ingreso del sistema y también para el caso de la terminal C, se puede plantear el problema como 3 subsistemas independientes y plantear que:

$\lambda_{sistema} = \lambda_A = 10[clientes/minuto]$
$\overline{\mu_{sistema}} = \overline{\mu_B} + \overline{\mu_C}$
$\overline{R_{sistema}} = \overline{R_A} + \overline{R_C}$
$\lambda_B = 0,4\overline{\mu_A}$
$\lambda_C = 0,6\overline{\mu_B}$
$T_{s_A} = 0,2[minutos/cliente] \implies \mu_A = 5[clientes/minuto]$
$T_{s_B} = \frac{1}{3}[minutos/cliente] \implies \mu_B = 3[clientes/minuto]$

$T_{s_C} = \frac{1}{2}[minutos/cliente] \implies \mu_C = 2[clientes/minuto]$

7.1.1. Sistema A:

El sistema presenta las características de un modelo $P/P/1$ con impaciencia.

Hipótesis

- El proceso de llegada de los clientes responde a un proceso Poisson.
- El proceso de atención de los clientes responde a un proceso Poisson.
- La población es infinita
- Se forma una única cola frente al canal de atención.
- Existe un único canal de atención.
- La capacidad del sistema es infinita
- La atención de los clientes de la cola es FIFO
- El sistema se encuentra en condiciones estables.
- *La población presenta el fenómeno de impaciencia.*

n	$P(n)$	λ	μ	L	L_c	H	R
0	$P(0)$	λ_A	0	0	0	0	0
1	$P(1)$	$0,5\lambda_A$	μ_A	1	0	1	$0,5\lambda_A$
2	$P(2)$	$0,2\lambda_A$	μ_A	2	1	1	$0,8\lambda_A$
3	$P(3)$	0	μ_A	3	2	1	μ_A

$P(1) = \frac{\lambda_A P(0)}{\mu_A} \implies P(1) = \rho_A P(0) = 0,3448$

$P(2) = \frac{0,5\lambda_A P(1)}{\mu_A} \implies P(2) = 0,5\rho_A^2 P(0) = 0,3448$

$P(3) = \frac{0,2\lambda_A P(2)}{\mu_A} \implies P(3) = 0,1\rho_A^3 P(0) = 0,13792$

$\rho_A = \frac{\lambda_A}{\mu_A} = \frac{10[clientes/minuto]}{5[clientes/minuto]} = 2$

$P(0) + P(1) + P(2) + P(3) = 1 \implies$

$P(0) + \rho_A P(0) + 0,5\rho_A^2 P(0) + 0,1\rho_A^3 P(0) = 1$
$P(0) = \frac{1}{1+\rho_A+0,5\rho_A^2+0,1\rho_A^3} = 0,1724$
$L_c = P(2) + 2P(3) = 0,3448 + 2 \times 0,13792 = 1,708$
$\overline{R_A} = 0,5\lambda_A P(1) + 0,8\lambda_A P(2) + \lambda_A P(3) = 2,9308$
$\overline{\mu_A} = \mu_A(P(1) + P(2) + P(3)) = \mu_A(1 - P(0)) =$
$= 5[clientes/minuto] \times (1 - 0,1724) = 4,138[clientes/minuto]$

7.1.2. Sistema B:

El sistema presenta las características de un modelo $P/P/1$.

Hipótesis

- El proceso de llegada de los clientes responde a un proceso Poisson.
- El proceso de atención de los clientes responde a un proceso Poisson.
- La población es infinita
- Se forma una única cola frente al canal de atención.
- Existe un único canal de atención.
- La capacidad del sistema es infinita
- La atención de los clientes de la cola es FIFO
- El sistema se encuentra en condiciones estables.
- La población no presenta el fenómeno de impaciencia.

n	$P(n)$	λ	μ	L	L_c	H
0	$P(0)$	λ_B	0	0	0	0
1	$P(1)$	λ_B	μ_B	1	0	1
2	$P(2)$	λ_B	μ_B	2	1	1
3	$P(3)$	λ_B	μ_B	3	2	1
....	..	..	..	..	..	..
n	$P(n)$	λ_B	μ_B	n	$n-1$	1

$\lambda_B = 0,4\overline{\mu_B} = 0,4{\times}4,138[clientes/minuto] = 1,6552[clientes/minuto]$

$P(0) = 1 - \rho_B = 1 - \frac{\lambda_B}{\mu_B} = 1 - 0,5517 = 0,4483$

$\overline{\mu_B} = \overline{\lambda_B} = 1,6552[clientes/minuto]$

$L_c = \frac{\lambda_B}{\mu_B - \lambda_B} = \frac{1,6552[clientes/minuto]}{3[clientes/minuto] - 1,6552[clientes/minuto]} = 1,2308$

$I = 5000[\$/cliente] \times \overline{\mu_B} = 5000[\$/cliente] \times 1,6552[clientes/minuto] =$
$= 8276[\$/minuto]$

7.1.3. Sistema C:

Se trata de un sistema de capacidad limitada $P/P/1/N$ con $N = 2$.

Hipótesis

- El proceso de llegada de los clientes responde a un proceso Poisson.
- El proceso de atención de los clientes responde a un proceso Poisson.
- La población es infinita
- Se forma una única cola frente al canal de atención.
- Existe un único canal de atención.
- *La capacidad del sistema es finita*
- La atención de los clientes de la cola es FIFO
- El sistema se encuentra en condiciones estables.
- La población no presenta el fenómeno de impaciencia.

n	$P(n)$	λ	μ	L	L_c	H	R
0	$P(0)$	λ_C	0	0	0	0	0
1	$P(1)$	λ_C	μ_C	1	0	1	0
2	$P(2)$	0	μ_C	2	1	1	λ_C

$\lambda_C = 0,6\overline{\mu_C} = 0,6 \times 4,138[clientes/minuto] = 2,4828[clientes/minuto]$

$P(1) = \frac{\lambda_C P(0)}{\mu_C} \implies P(1) = \rho_C P(0) = 0,3281$

$P(2) = \frac{\lambda_C P(1)}{\mu_C} \implies P(2) = \rho_C^2 P(0) = 0,4075$

$\rho_C = \frac{\lambda_C}{\mu_C} = \frac{2,4828[clientes/minuto]}{2[clientes/minuto]} = 1,2414$

$P(0) + P(1) + P(2) = 1 \implies$
$P(0) + \rho_A P(0) + \rho_C^2 P(0) = 1$
$P(0) = \frac{1}{1+\rho_C+\rho_C^2} = 0,2644$
$\overline{\mu_C} = \mu_C \times P(1) + \mu_C \times P(2) = 2[clientes/minuto] \times (0,3281 + 0,4075) =$
$= 1,4712[clientes/minuto]$
$L_c = P(2) = 0,4075$
$R_C = \lambda_C \times P(2) = 2,4828[clientes/minuto] \times 0,4075 = 1,012[clientes/minuto]$
$I = 600[\$/cliente] \times \overline{\mu_C} = 600[\$/cliente] \times 1,4712[clientes/minuto] =$
$= 882,72[\$/minuto]$

7.1.4. Conclusion:

a) La cantidad promedio de clientes esperando en cada sector.
$L_{c_A} = 1,708$
$L_{c_B} = 1,2308$
$L_{c_C} = 1,4075$

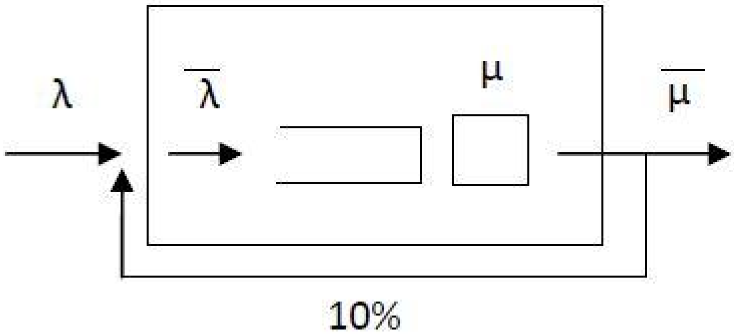
b) El ingreso económico promedio del sistema ($/minuto).
$I = I_A + I_B + I_C = 0[\$/minuto] + 8276[\$/minuto] + 882,72[\$/minuto] = 9158,72[\$/minuto]$

c) La cantidad promedio de clientes que no ingresan al sistema por minuto.
$R_{sistema} = R_A + R_C = 2,9308[clientes/minuto] + 1,012[clientes/minuto] = 3,9425[clientes/minuto]$

d) La probabilidad de que el sistema esté vacío.
$P(0) = P_A(0) \times P_B(0) \times P_C(0) = 0,1724 \times 0,4483 \times 0,2644 = 0,021$

8. Ejercicio 8

Dado el siguiente sistema con reciclaje:



Sabiendo que los clientes arriban a una velocidad promedio de 8 clientes por minuto y el canal atiende a una velocidad promedio de 10 clientes por minuto (distribución Poisson), se pide calcular:

a) La cantidad promedio de clientes en la cola.

b) El tiempo promedio de permanencia de un cliente en la cola.

c) La probabilidad de que el canal no esté ocioso.

d) La cantidad promedio de clientes en el sistema.

8.1. Resolución

Se usan fórmulas de P/P/1 pero con λ esperado en vez de λ, por ser con reciclaje.

Hipótesis

1. El proceso de arribo de los clientes al sistema es Poisson.
2. El proceso de servicio del canal es Poisson.
3. El sistema se encuentra en régimen permanente.
4. Los clientes que llegan al sistema forman una cola simple.
5. La disciplina de atención es FIFO.
6. Hay un solo canal de atención.

7. La capacidad del sistema es infinita.

8. Los clientes que llegan al sistema no presentan impaciencia.

9. La población de potenciales clientes del sistema es infinita.

a) Cantidad promedio de clientes en la cola.
$\overline{\lambda} = \lambda + 0,1\overline{\mu}$
Y siendo:
$\overline{\lambda} = \overline{\mu} \implies \overline{\lambda} = \lambda + 0,1\overline{\lambda}$
$0,9\overline{\lambda} = \lambda$
Por lo que
$\overline{\lambda} = \frac{\lambda \times 10}{9} = \frac{8[clientes/minuto] \times 10}{9} = 8,88[clientes/minuto]$
$\overline{\lambda} = \lambda_{esperado} = 8,88[clientes/minuto]$
Siendo
$L_c = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}\Big|_{\lambda=\lambda_{esperado}} = \frac{\frac{80}{9}^2}{10\times(10-\frac{80}{9}} = 7,11$

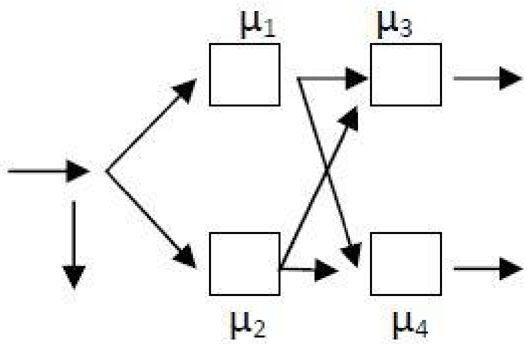
b) Tiempo promedio de permanencia de un cliente en la cola.
$W_c = \frac{L_c}{\lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_{esperado}} = \frac{\frac{64}{9}}{\frac{80}{9}} = 7,11$

c) Probabilidad de que el canal no esté ocioso.
$P(n \geq 1) = 1 - P(n = 0) = 1 - (1 - \rho) = \rho = 0,88$
Dado que:
$\rho = \frac{\lambda}{\mu}\Big|_{\lambda=\lambda_{esperado}} = \frac{\frac{80}{9}}{10} = 0,88$

d) Cantidad promedio de clientes en el sistema.
$L = L_c + H = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} + \rho = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_{esperado}} = \frac{\frac{80}{9}}{10\times\frac{80}{9}}$

9. Ejercicio 9

Dado el siguiente sistema, los clientes que ingresan al mismo deben pasar por dos sectores para realizar su trámite. En el primer sector se realiza la primera parte del trámite. Allí hay dos ventanillas, la 1 y la 2, que brindan el mismo servicio, a una velocidad μ_1 y μ_2 respectivamente. La segunda parte del trámite se lleva a cabo en el segundo sector, el cual cuenta con otras dos ventanillas (la 3 y la 4), que atienden a una velocidad μ_3 y μ_4 respectivamente. Ambas brindan el mismo servicio. Dado que no hay mucho espacio, no se admite formación de cola ni antes del primer sector ni antes del segundo. Los clientes que ingresan al sistema no pueden retirarse sin haber realizado el trámite completo.



Se pide:

a) Definir todos los estados posibles.

b) Expresar P(b,0,1,1)

c) Expresar P(0,0,1,1)

9.1. Resolución

Hipótesis

1. El proceso de arribo de los clientes al sistema es Poisson.

2. El proceso de servicio del canal es Poisson.

3. El sistema se encuentra en régimen permanente.
4. Los clientes que llegan al sistema forman una cola simple.
5. La disciplina de atención es FIFO.
6. La capacidad del sistema es infinita.
7. Los clientes que llegan al sistema no presentan impaciencia.
8. La población es infinita.
9. En ambas instancias los canales son indistintos para el cliente (no hay preferencia).
10. El cliente no conoce la velocidad de cada canal.

a) Definir todos los estados posibles

n	C_1	C_2	C_3	C_4
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0	0	1	0
	0	0	0	1
2	1	1	0	0
	1	0	1	0
	1	0	0	1
	0	1	1	0
	0	1	0	1
	0	0	1	1
3	1	1	1	0
	1	1	0	1
	1	0	1	1
	0	1	1	1
	b	0	1	1
	0	b	1	1
4	1	1	1	1
	b	b	1	1
	b	1	1	1
	1	b	1	1

b) Expresar P(b,0,1,1)

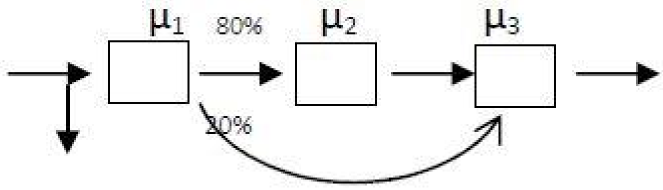
$P(b,0,1,1) = P(1,0,1,1) \times P(b,0,1,1) \times (1-\mu_3\Delta t) \times (1-\mu_4\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(b,0,1,1) \times \mu_1\Delta t \times (1-\mu_3\Delta t) \times (1-\mu_4\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(b,b,0,1) \times \mu_3\Delta t \times 0,5 \times (1-\mu_4\Delta t) + P(b,b,0,1) \times \mu_4\Delta t \times 0,5 \times (1-\mu_3\Delta t) +$

c) Expresar P(0,0,1,1)

$P(0,0,1,1) = P(1,0,1,1) \times (1-\mu_3\Delta t) \times (1-\mu_4\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(1,0,1,0) \times \mu_1\Delta t \times (1-\mu_3\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(1,0,0,1) \times \mu_1\Delta t \times (1-\mu_4\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(0,1,1,0) \times \mu_2\Delta t \times (1-\mu_3\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(0,1,0,1) \times \mu_2\Delta t \times (1-\mu_4\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(b,0,1,1) \times \mu_3\Delta t \times (1-\mu_4\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(b,0,1,1) \times \mu_4\Delta t \times (1-\mu_3\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(0,b,1,1) \times \mu_3\Delta t \times (1-\mu_4\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t) + P(0,b,1,1) \times \mu_4\Delta t \times (1-\mu_3\Delta t) \times (1-\lambda\Delta t)$

10. Ejercicio 10

Dado el siguiente sistema de atención al público:



Se sabe que, según el tipo de trámite, el 80 % de los clientes que salen del canal 1 pasan directamente al canal 2, mientras que el 20 % restante pasa directamente al canal 3. Las velocidades de atención de cada canal son μ_1, μ_2 y μ_3, respectivamente. No se admite abandono: el cliente que ingresa al sistema no sale del mismo sin haber recibido el servicio que allí se brinda. Debido a que el lugar es reducido, no se admite formación de cola frente a ninguno de los canales.

Se pide expresar:

a) Todos los posibles estados.

b) Calcular P(0,1,1).

c) Calcular P(1,0,1).

10.1. Resolución

Hipótesis

1. El proceso de arribo de los clientes al sistema es Poisson.
2. El proceso de servicio del canal es Poisson.
3. El sistema se encuentra en régimen permanente.
4. Los clientes que llegan al sistema forman una cola simple.
5. La disciplina de atención es FIFO.
6. La capacidad del sistema es infinita.
7. Los clientes que llegan al sistema no presentan impaciencia.
8. La población es infinita.
9. Luego del canal 1 existe obligación, es decir los clientes deberán ir al canal 2 o 3 respectivamente (dependiendo del trámite).

a) Estados posibles

n	C_1	C_2	C_3
0	0	0	0
1	1	0	0
	0	1	0
	0	0	1
2	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0
	b	1	0
	b	0	1
	0	b	1
3	1	1	1
	b	1	1
	1	b	1
	b	b	1

b) Cálculo de P(0,1,1).

$P(0,0,1) = P(1,1,0) \times \mu_1 \Delta t \times 0,2 \times (1-\mu_2 \Delta t) + P(1,0,1) \times \mu_1 \Delta t \times 0,8 \times (1-\mu_3 \Delta t) + P(0,1,1) \times \mu_2 \Delta t \times (1-\lambda \Delta t) \times (1-\mu_3 \Delta t) + P(b,1,0) \times \mu_2 \Delta t + P(b,1,1) \times \mu_3 \Delta t \times 0,2 \times (1-\mu_2 \Delta t) + P(b,b,1) \times \mu_3 \Delta t \times 0,8$

c) Cálculo de P(1,0,1).

$P(1,0,1) = P(0,0,1) \times \lambda \Delta t \times (1-\mu_3 \Delta t) + P(1,1,0) \times \mu_2 \Delta t \times (1-\mu_1 \Delta t) + P(1,0,1) \times (1-\mu_1 \Delta t) \times (1-\mu_3 \Delta t) + P(1,b,1) \times \mu_3 \Delta t \times (1-\mu_1 \Delta t)$

Parte II
Apéndice

A. Enunciado original

UBA - Facultad de Ingeniería

71.15 Modelos y Optimización II

Profesor: **Ing. Fernando Markdorf**

Jefe de TP: **Lic. Claudia Gioscio**

Ayudantes: **Lic. Lixin Ge**

Lic. Liliana Radice

Colaboradores: **Cristian Desplats**

Javier Persico

Trabajo Práctico N° 1: Teoría de Colas

Guía de Trabajos Prácticos vigente desde Primer Cuatrimestre del año 2010

Ejercicio N° 1

En una sastrería hay una sección de arreglo y reforma de la ropa vendida a sus clientes, que es atendida por un sastre. El número de clientes que requieren arreglos arriban a dicha sección con una distribución Poisson con una media de 24 clientes por hora. Debido a que el servicio es gratuito, todos los clientes están dispuestos a esperar el tiempo que sea necesario para poder utilizarlo. El tiempo de atención es en promedio de 2 minutos por cliente, siendo exponencial la distribución de los tiempos de servicio. Calcular:

a) ¿Cuál es en promedio, el número de clientes en la sección?
b) ¿Cuánto tiempo permanece, en promedio, un cliente en la sección?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el sastre esté desocupado?
d) ¿Cuál es en promedio, el número de clientes que están esperando recibir el servicio?

Ejercicio N° 2

Un establecimiento de reparaciones, atendido por un solo operario, recibe un promedio de cuatro clientes por hora, los cuales traen pequeños aparatos a reparar. El mecánico los inspecciona para encontrar los defectos y muy a menudo puede arreglarlos de inmediato, o de otro modo emitir un diagnóstico. En promedio, todo le toma 6 minutos por aparato. Los arribos tienen una distribución Poisson y el tiempo de servicio tiene una distribución exponencial. Calcular:

a) La probabilidad de que el taller esté vacío.
b) La probabilidad de que tres clientes estén en el taller.
c) La probabilidad de encontrar por lo menos un cliente en el taller.
d) El número promedio de clientes en el taller.
e) El tiempo promedio que un cliente debe permanecer en el taller.
f) El número promedio de clientes que esperan ser atendidos.
g) El tiempo promedio que un cliente debe esperar para ser atendido.

Ejercicio N° 3

Un banco está desarrollando la prestación de un nuevo servicio, para lo cual ha habilitado una ventanilla. Como el desarrollo del mismo está basado en una campaña publicitaria que hace mención al mínimo tiempo de espera que se requiere, el gerente de la sucursal ha decidido encarar el estudio científico del problema a fin de no exponerse a un fracaso. Hasta ahora se cuenta con los siguientes datos:

- Lapso medio entre arribo de usuarios: 8 minutos (distribución exponencial)
- Tiempo medio de atención en ventanilla: 2 minutos (distribución exponencial)

Determinar:

a) La probabilidad de esperar.
b) La longitud promedio de la cola.
c) La velocidad promedio de arribos que haría que el tiempo de espera en la cola supera los 4 minutos.

Ejercicio N° 4

Teniendo en cuenta el ejercicio 2, considerar todas las suposiciones anteriores, excepto que si hay tres clientes en el taller, cualquier otro cliente que llegue se retirará.

Determinar entonces:

a) La probabilidad de que el taller esté vacío.
b) La probabilidad de que tres clientes estén en el taller.
c) La probabilidad de encontrar por lo menos un cliente en el taller.
d) El número promedio de clientes en el taller.
e) El tiempo promedio que un cliente debe permanecer en el taller.
f) El número promedio de clientes que esperan ser atendidos.
g) El tiempo promedio que un cliente debe esperar para ser atendido.
h) La cantidad promedio de clientes que se retiran sin ser atendidos.

Ejercicio N° 5

Una empresa tiene cuatro máquinas cortadoras de césped. Las mismas se rompen o necesitan mantenimiento cada 15 días (distribución exponencial). Para su atención y mantenimiento tiene un empleado que en promedio tarda 7 días con cada máquina. En promedio, por cada día de trabajo, las máquinas reportan un ingreso de $50. Se desea saber:

a) El número promedio de máquinas funcionando.
b) El porcentaje de tiempo que el empleado se encuentra inactivo.
c) Cuánto tiempo, en promedio, estará en funcionamiento una máquina.
d) Existe la posibilidad de contratar una persona más, que cobra 700$ por mes y que tarda lo mismo que el empleado. Considerando 1 mes = 24 días, ¿conviene contratar al nuevo empleado?

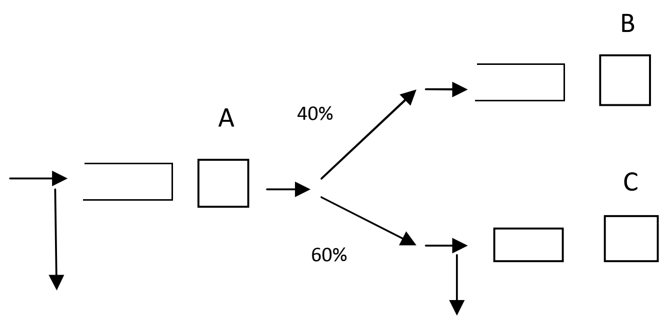
Ejercicio N° 6

Una peluquería tiene un peluquero que realiza un corte de pelo especial a los clientes. Recientemente se ha contratado un aprendiz para que lo ayude, decidiendo que solo realice el corte cuando llega el segundo cliente a la cola de espera. Tanto el peluquero como el aprendiz demoran en promedio media hora cada uno para atender a cada cliente. Al local llegan en promedio 5 clientes por hora (distribución Poisson). Los clientes son impacientes. Si hay un cliente esperando, solamente el 50% de los clientes que llegan deciden entrar a la peluquería. Si hay más de un cliente esperando, no entra ningún cliente más ya que no están dispuestos a esperar. Se pide calcular:

a) La probabilidad de que no haya clientes en la peluquería.
b) La probabilidad de que haya clientes esperando para recibir el servicio.
c) El porcentaje de ocupación del peluquero y del aprendiz.
d) La cantidad promedio de clientes esperando para recibir el servicio.
e) La cantidad promedio de clientes que no ingresan a la peluquería.
f) Si cada corte de pelo cuesta 30$, calcular el ingreso económico promedio de la peluquería, por hora.

Ejercicio N° 7

Dado el siguiente sistema:



Datos:

- Arribos de clientes al sistema: 10 clientes/minuto
- Atención en cada canal: A: 0,2 minutos/clientes
  B: 1/3 minutos/clientes
  C: 1/2 minutos/clientes

- Valor de cada servicio: A: 0 $/cliente
  B: 5000 $/cliente
  C: 600 $/cliente

- La población en el sector A es impaciente, según la siguiente ley:

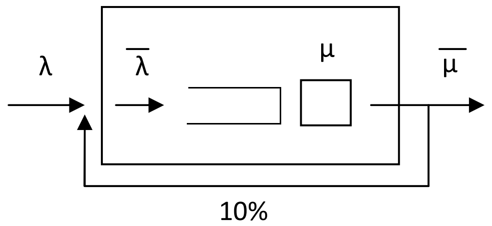
n	0	1	2	3
PI(n)	1	0,5	0,2	0

Se pide calcular:

a) La cantidad promedio de clientes esperando en cada sector.
b) El ingreso económico promedio del sistema ($/minuto).
c) La cantidad promedio de clientes que no ingresan al sistema por minuto.
d) La probabilidad de que el sistema esté vacío.

Ejercicio N° 8

Dado el siguiente sistema con reciclaje:

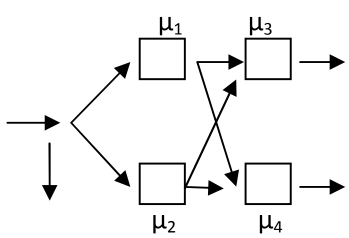


Sabiendo que los clientes arriban a una velocidad promedio de 8 clientes por minuto y el canal atiende a una velocidad promedio de 10 clientes por minuto (distribución Poisson), se pide calcular:

a) La cantidad promedio de clientes en la cola.
b) El tiempo promedio de permanencia de un cliente en la cola.
c) La probabilidad de que el canal no esté ocioso.
d) La cantidad promedio de clientes en el sistema.

Ejercicio N° 9

Dado el siguiente sistema, los clientes que ingresan al mismo deben pasar por dos sectores para realizar su trámite. En el primer sector se realiza la primera parte del trámite. Allí hay dos ventanillas, la 1 y la 2, que brindan el mismo servicio, a una velocidad μ_1 y μ_2 respectivamente. La segunda parte del trámite se lleva a cabo en el segundo sector, el cual cuenta con otras dos ventanillas (la 3 y la 4), que atienden a una velocidad μ_3 y μ_4 respectivamente. Ambas brindan el mismo servicio. Dado que no hay mucho espacio, no se admite formación de cola ni antes del primer sector ni antes del segundo. Los clientes que ingresan al sistema no pueden retirarse sin haber realizado el trámite completo.

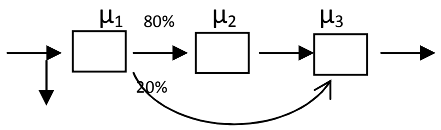


Se pide:

a) Definir todos los estados posibles.
b) Expresar P(b,0,1,1).
c) Expresar P(0,0,1,1).

Ejercicio N° 10

Dado el siguiente sistema de atención al público:



Se sabe que, según el tipo de trámite, el 80% de los clientes que salen del canal 1 pasan directamente al canal 2, mientras que el 20% restante pasa directamente al canal 3. Las velocidades de atención de cada canal son μ_1, μ_2 y μ_3, respectivamente. No se admite abandono: el cliente que ingresa al sistema no sale del mismo sin haber recibido el servicio que allí se brinda. Debido a que el lugar es reducido, no se admite formación de cola frente a ninguno de los canales.

Se pide expresar:

a) Todos los posibles estados.
b) P(0,1,1).
c) P(1,0,1).