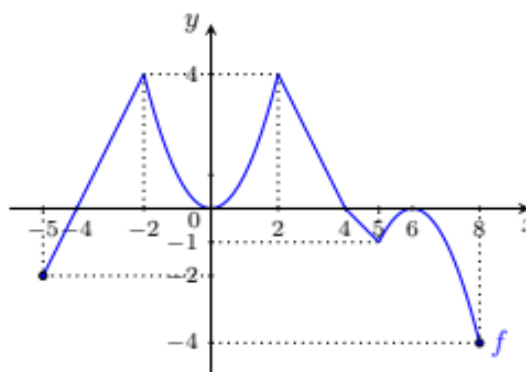


Ficha Extra n.º1 – Funções Reais de Variável Real

1. Considere a função f , real de variável real, definida por $f(x) = \frac{1}{2x+2x^2} - \frac{x}{\sqrt{4x+4}}$.

Determine o domínio da função f .

2. Na figura abaixo está, num plano munido de um referencial ortonormado xOy , a representação gráfica da função f



Sabe-se que:

- a função anula-se para $x = -4$, para $x = 0$, para $x = 4$ e para $x = 6$

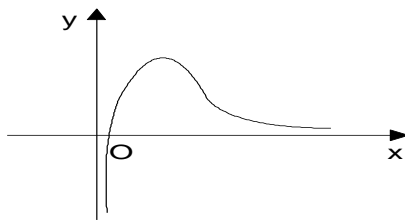
- 2.1. Indique o domínio e o contradomínio da função f .
- 2.2. Construa um quadro de sinal para a função f , e indique os intervalos em que a função é positiva e os intervalos em que a função é negativa.
- 2.3. Determine o(s) valor(es) de k , para o qual(ais) a equação $f(x) = k$ tem quatro soluções.
- 2.4. Construa um quadro de variação para a função f , e indique os intervalos de monotonia e os extremos.

3. De uma função sabe-se que:

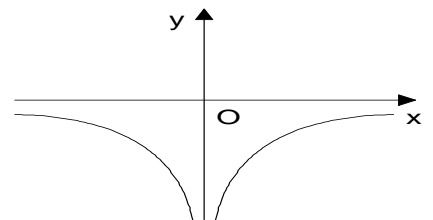
O domínio de h é \mathbb{R}^+ , $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty$

Indique qual dos gráficos seguintes pode ser o gráfico de h .

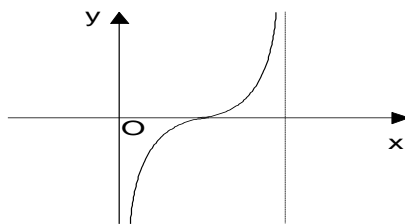
(A)



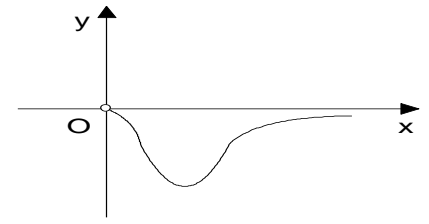
(B)



(C)



(D)



4. Para cada valor de $k \in \mathbb{R}_0^+$ a expressão $f(x) = \begin{cases} \frac{x-k}{\sqrt{x}-\sqrt{k}} & \text{se } x > k \\ k & \text{se } k \leq x \leq k \end{cases}$ define uma função real

de variável real.

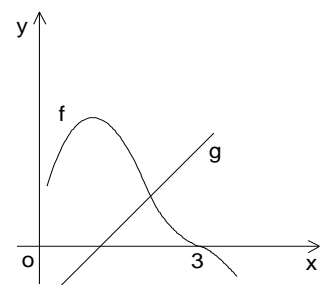
Determine k de forma que exista $\lim_{x \rightarrow k} f(x)$.

5. Na figura está representada parte dos gráficos de duas funções f e g , contínuas em

\mathbb{R} . O gráfico de f intersesta o eixo Ox no ponto de abscissa 3.

Indique o valor de $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{g(x)}{f(x)}$

(A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 1



6. Calcule:

6.1. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{9x^2}{4 - x^2}$ $(+\infty)$

6.2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{9x^2}{4 - x^2}$ $(-\infty)$

6.3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 1}{(2 - x)^2}$ $(+\infty)$

6.4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 + |x|}{x}$ $(+\infty)$

6.4. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 + |x|}{x}$ $(-\infty)$

6.5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x|}{\sqrt{x} - 3}$ $(+\infty)$

7. Calcule:

7.1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 + 2x^2 + 1)$ $(-\infty)$

7.2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 + 2x^3 + 5)$ $(-\infty)$

7.3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ (0)

7.4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2} + x)$ (0)

7.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^5 - 3x + 1}{2x^5 + 2x^2 + 3}$ $(-3/2)$

7.6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 2x + 1}{3x^4 + x^2}$ (0)

7.7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^5 - 2x + 1}{2x^3 + x^2}$ $(-\infty)$

7.8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$ (-1)

7.9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{(x - 2)^2}$ (ne)

7.10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{(x - 2)^3}$ $(-\infty)$

7.11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^4 + x^3 - 2x^2 - 16}$ $(1/3)$

7.12. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^2 - 9}$ $(-9/2)$

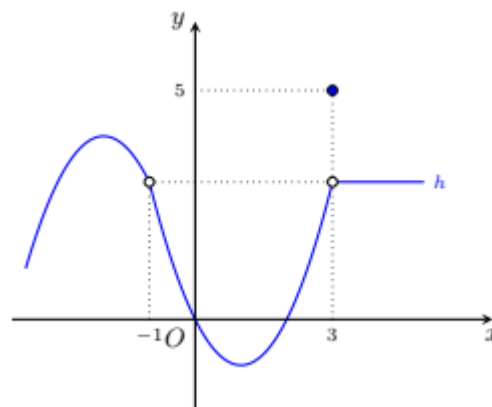
8. Seja h , a função, real de variável real, definida em $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, por:

$$h(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 + 4 & \text{se } x < -1 \\ (x-1)^2 - 1 & \text{se } -1 < x < 3 \\ 5 & \text{se } x = 3 \\ 3 & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Determine, caso exista:

8.1. $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$

8.2. $\lim_{x \rightarrow 3} h(x)$



9. Seja f , a função, real de variável real, definida em \mathbb{R} , por: $f(x) =$

$$\begin{cases} -2 + \frac{5}{x-3} & \text{se } x < -2 \\ 2k + 1 & \text{se } x = -2 \\ 1 - x^2 & \text{se } x > -2 \end{cases}, \text{ com } k \in \mathbb{R}.$$

Averigue se existe algum valor de k , para o qual exista $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.

10. Seja g , a função, real de variável real, definida em $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, por:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x^2+1} & \text{se } x < 1 \\ 3x + k & \text{se } x > 1 \end{cases}, \text{ com } k \in \mathbb{R}.$$

Averigue se existe algum valor de k , para o qual exista $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.

11. Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$?

(A) 0

(B) $+\infty$

(C) 1

(D) $-\infty$

Soluções:

1. $D_f =]-1, 0[\cup]0, +\infty[$

2.

2.1. $D_f = [-5, 8]; D'_f = [-4, 4]$

2.2.

x	-5		-4		0		4		6		8
$f(x)$	-2	-	0	+	0	+	0	-	0	-	-4

A função f é positiva em $]-4, 4[\setminus\{0\}$.

A função f é negativa em $[-5, 4[\cup]4, 8]\setminus\{6\}$

2.3. A equação $f(x) = k$ tem quatro soluções para $x \in]-1, 4[$.

2.4.

x	-5		-2		0		2		5		6		8
$f(x)$	-2	↗	4	↘	0	↗	4	↘	-1	↗	0	↘	-4

A função f é estritamente crescente em $]-5, -2[$, em $]0, 2[$ e em $]5, 6[$.

A função f é estritamente decrescente em $]-2, 0[$, em $]2, 5[$ e em $]6, 8[$.

Máximo absoluto: 4

Mínimo absoluto: -4

Máximos relativos: 0 e 4

Mínimos relativos: -4, -2, -1 e 0

3.(A)

4. $k = 0 \vee K = 4$

5. (B)

8.

8.1. $\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = 3$

8.2. Não existe $\lim_{x \rightarrow 3} h(x)$

9. $k = -2$

10. $k = -\frac{1}{2}$

11. (A)