ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR PROFISSIONAL IPCA

Cap.1 – Funções reais de variável real em IR

Apontamentos da Aula 2

NORTE2020 POCH PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

1. Generalidades de funções

- ✓ Definição e propriedades
- ✓ Domínio de uma função definida por uma expressão analítica

Definição e propriedades

Definição e propriedades

Função

O conceito de *função* é um dos conceitos mais importantes em Matemática.

Todos os dias ouvimos frases do tipo:

- "o custo da chamada telefónica é função do tempo de conversação";
- "o custo do estacionamento é função do tempo que a viatura permanece no parque";
- "o preço da viagem é função do número de passageiros".

Definição e propriedades

Definição de função:

Função é uma correspondência entre um conjunto A (conjunto de partida) e um conjunto B (conjunto de chegada) que a cada elemento x **(objeto)** do primeiro conjunto faz corresponder um e um só elemento $y = f(x)$ **(imagem)** do segundo conjunto.

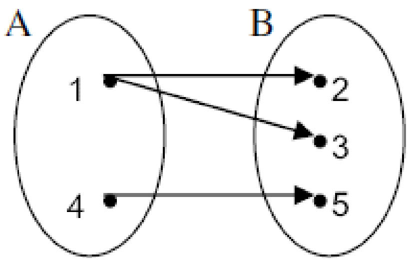
❖ **Nota:** O gráfico de uma função só pode ser intersetado, no máximo, uma vez por uma qualquer reta vertical.

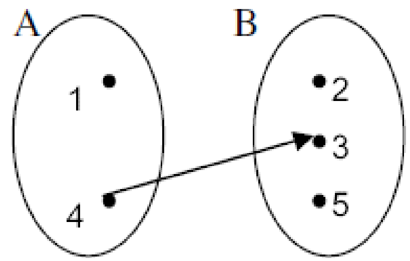
NORTE2020 POCH PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Definição e propriedades

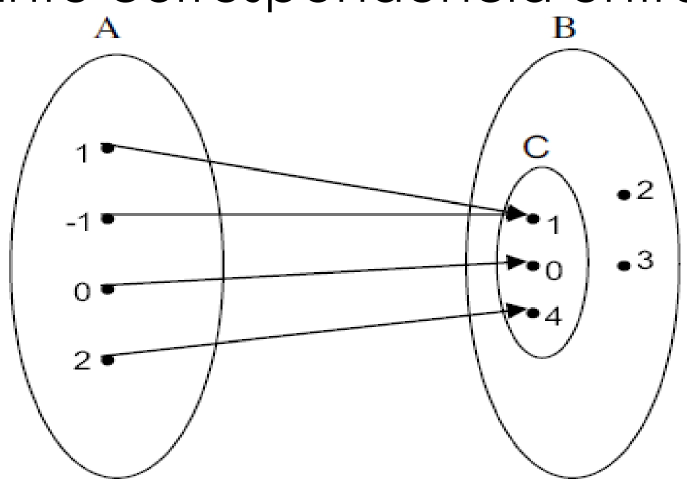
Exemplos:

1) Não são funções as seguintes correspondências entre A e B:



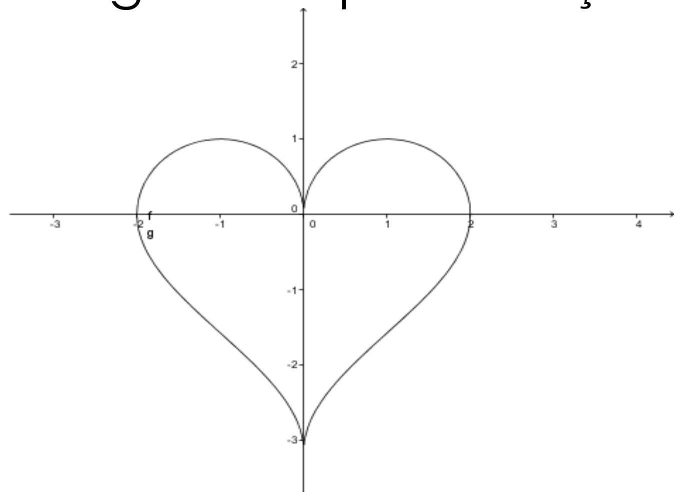


2) É função a seguinte correspondência entre A e B:

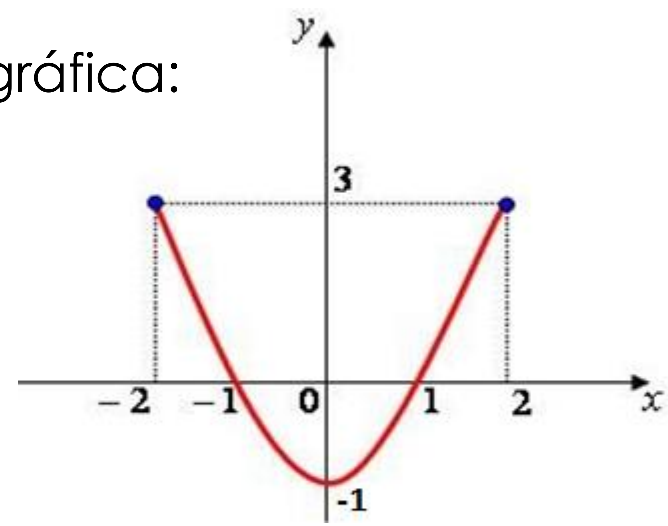


Definição e propriedades

3) Não é uma função a seguinte representação gráfica:



4) É função a seguinte representação gráfica:



Definição e propriedades

De um modo geral, tem-se:

$$f : A \to B$$
$$x \to y = f(x)$$

- x é o **objeto** e $y = f(x)$ é a **imagem**;
- x é a **variável independente** e *y* é a **variável dependente**;
- A é o **domínio** (D_f ou D) ou conjunto dos objetos;
- *B* é o **conjunto de chegada** da função;
- D'_f ou Im_f é o **contradomínio** ou conjunto das imagens.

❖ **Nota:** Quando o domínio e o conjunto de chegada de uma função são subconjuntos de $\mathbb{R}$, a função diz-se **função real de variável real**.

Definição e propriedades

Exemplos:

Em relação aos exemplos de funções vistos anteriormente:

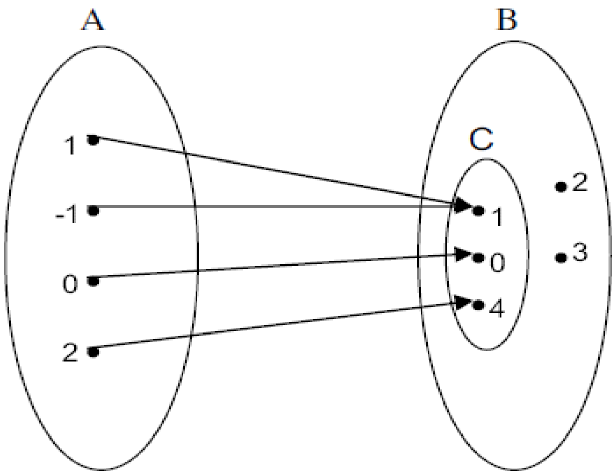
2) Domínio: $D=\{-1;0;1;2\}$;

Contradomínio: $D'=\{1;0;4\}$;

Conjunto de chegada = $\{0;1;2;3;4\}$

A imagem do -1 é o 1;

O objeto cuja imagem é 4 é o 2.

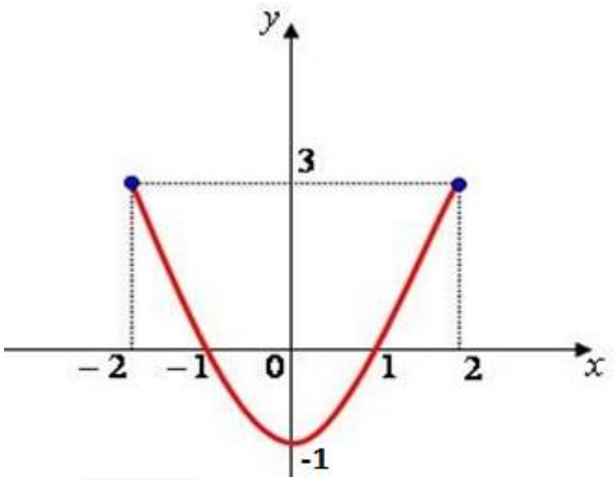


4) Domínio: $D=[-2,2]$;

Contradomínio: $D'=[-1,3]$;

A imagem do -2 e do 2 é o 3;

O objeto cuja imagem é -1 é o 0.



Definição e propriedades

Modos de representação de uma função

Uma função pode ser definida de vários modos. Os mais habituais são:

- ✓ diagrama de setas;
- ✓ expressão analítica;
- ✓ tabela;
- ✓ gráfico.

Destes os que vamos estudar são as funções representadas por uma expressão analítica e as funções definidas por um gráfico.

Domínio de uma função definida por uma expressão analítica

Domínio de uma função definida por uma expressão analítica

Em funções definidas por uma expressão analítica, como determinar o domínio?

Há condições a impor ao domínio de uma função representada por uma expressão analítica:

✓ **Uma função polinomial :** $D = IR$

✓**Uma função com uma variável no denominador ,** $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ **:**

$$D = \{x \in IR : g(x) \neq 0\}$$

(o denominador tem que ser diferente de zero)

Domínio de uma função definida por uma expressão analítica

✓ **Uma função com uma variável dentro de uma raíz índice par,**

$y = \sqrt[2n]{g(x)}$, $n \in IN$ **:**

$$D = \{x \in IR : g(x) \geq 0\}$$

(o que está dentro da raíz tem que ser maior ou igual a zero)

✓ **Uma função logarítmica do tipo** $y = \log_a g(x)$ **:**

$$D = \{x \in IR : g(x) > 0\}$$

(o argumento do logaritmo tem que ser positivo)

Domínio de uma função definida por uma expressão analítica

Exercício 1:

Determine o domínio das funções reais de variável real definidas por:

a) $f(x) = 2x - 3$

b) $g(x) = \dfrac{1}{x}$

c) $h(x) = \dfrac{2x+5}{x^2 - x}$

d) $i(x) = \sqrt{x}$

e) $j(x) = \sqrt[3]{x+1}$

f) $k(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$

Domínio de uma função definida por uma expressão analítica

Exercícios Propostos:

❖ **Ficha de Exercícios n.º1**

Exercícios 2 e 3

❖ **Ficha Extra n.º1**

Exercício 1