Versuch Nr. 51

Schaltungen mit Operationsverstärkern

1. Eigenschaften eines Operationsverstärkers, Unterscheidung zwischen idealem und realem Operationsverstärker

Der Operationsverstärker ist ein gleichstromgekoppelter Differenzverstärker (siehe Abb.1). Seine Ausgangsspannung U_A ist proportional zur Spannungsdifferenz an den beiden Eingängen

(1) $$U_A = V\left(U_p - U_N\right) \quad .$$

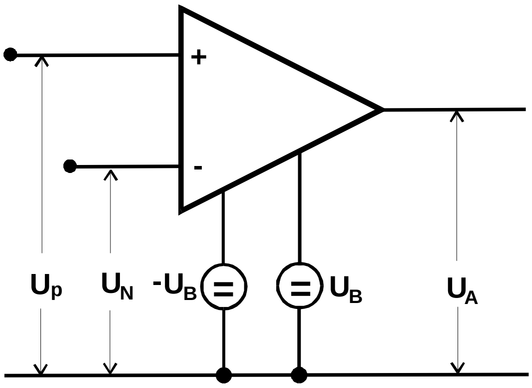

Abb.1: Schaltsymbol des Operationsverstärkers (Die Betriebsspannungen $+U_B$ und $-U_B$ werden häufig nicht eingezeichnet.)

Diese Beziehung ist nur gültig innerhalb des Aussteuerungsbereiches des Operationsverstärkers, der durch die Höhe der Betriebsspannungen U_B festgelegt ist

$$-U_B < U_A < U_B \quad .$$

Überschreitet $V\left(U_p - U_N\right)$ diesen Wertebereich, dann bleibt U_B konstant auf den Werten $\pm U_B$ stehen. Die Verstärkungskennlinie eines Operationsverstärkers hat somit die in Abb.2 wiedergegebene Gestalt.

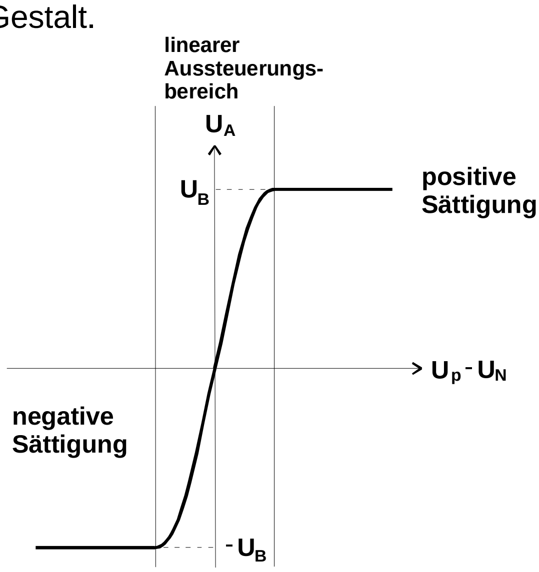

Abb.2: Kennlinie eines Operationsverstärkers (Die Steigung der Geraden im Aussteuerungsbereich ist übertrieben niedrig dargestellt)

Man erkennt an (1), dass U_A in Phase mit der Eingangsspannung U_p ist. Den Eingang p bezeichnet man daher als den **nicht-invertierenden** Eingang und kennzeichnet ihn durch ein + im Schaltsymbol des Operationsverstärkers, das durch ein Dreieck dargestellt wird, dessen Spitze in Richtung des Signalflusses zeigt.
Dagegen ist U_N gegenphasig zu U_A; dieser Eingang heißt **invertierender** Eingang (Kennzeichnung durch ein Minuszeichen).
Um die Berechnung von Schaltungen mit Operationsverstärkern zu vereinfachen, führt man den Begriff des **idealen Operationsverstärkers** ein. Er ergibt sich als Abstraktion aus den Eigenschaften eines realen Operationsverstärkers, der als Bauelement in Schaltungen verwendet wird. Wichtige Kenngrößen eines realen Operationsverstärkers sind:

a) die **Leerlaufverstärkung** V,
b) die Eingangswiderstände r_{e_p} und r_{e_N},
c) der Ausgangwiderstand r_a.

V ist im allgemeinen eine Zahl, die groß gegen 1 und frequenzabhängig ist; die r_e erreichen beim realen Operationsverstärker ziemlich große Werte, während r_a sehr klein ist. Für den idealen Operationsverstärker macht man daher den naheliegenden Ansatz

$$V_{id} = \infty \quad , \quad r_{e_{id}} = \infty \qquad \text{und} \qquad r_{a_{id}} = 0 \quad .$$

Um das Verhalten eines realen Operationsverstärkers in einer Schaltung auch in Feinheiten korrekt beschreiben zu können, muss man noch weitere Begriffe einführen, die beim idealen Operationsverstärker jedoch ohne Bedeutung sind. Hier ist zunächst die sogenannte **Gleichtaktverstärkung** zu nennen. Sie spielt eine Rolle, wenn man an die beiden Eingänge die gleiche Spannung U_{Gl} legt. Beim idealen Operationsverstärker müsste dann am Ausgang die Spannung $U_A = 0$ anliegen. Beim realen Operationsverstärker beobachtet man jedoch infolge geringer Unsymmetrien der beiden Verstärkerkanäle ein endliche Ausgangsspannung. Man definiert daher als Gleichtaktverstärkung den Ausdruck

$$V_{Gl} := \frac{\Delta U_A}{\Delta U_{Gl}} \;{}^{*)} ,$$

eine Größe, die sowohl positive als auch negative Werte annehmen kann und von U_{Gl} abhängig ist. Da reale Operationsverstärker endliche Eingangswiderstände haben, fließen bei ihnen auch Eingangsströme. Sie sollen mit I_p und I_N bezeichnet werden. Man bezeichnet dann als **Eingangsruhestrom** den Ausdruck

$$I_B := \frac{1}{2}\left(I_p + I_N\right)$$

und als **Offsetstrom** (oder Eingangsruhestromdifferenz) die Größe

$$I_0 := I_p - I_N \quad (\text{bei } U_p = U_N = 0).$$

---

*) *Häufig findet man in Datenblättern auch den Begriff der **Gleichtaktunterdrückung**. Sie ist definiert als $G := V/V_{Gl}$.*

Mit Hilfe der Ströme I_p und I_N lässt sich dann der **Differenzeingangswiderstand** r_D definieren als

$$r_D := \begin{cases} \dfrac{\Delta U_p}{\Delta \mathbf{I}_p} & \text{für } U_n = 0 \\ \\ \dfrac{\Delta U_N}{\Delta \mathbf{I}_N} & \text{für } U_p = 0 \end{cases}$$

und der **Gleichtakteingangswiderstand** als

$$r_{Gl} := \frac{\Delta U_{Gl}}{\Delta \mathbf{I}_{Gl}} \qquad \text{wo } U_{GL} = U_p = U_N \text{ und } \mathbf{I}_{Gl} = \mathbf{I}_p + \mathbf{I}_N \quad .$$

Bei einem realen Operationsverstärker ist die Ausgangsspannung U_a häufig nicht null, wenn $U_p = U_N = 0$ ist, (obwohl das aus (1) folgen würde). Man definiert daher eine **Offsetspannung** U_0 als diejenige Spannungsdifferenz, die zwischen den Eingängen N und P liegen muss, damit $U_A = 0$ wird, also

$$U_0 := U_p - U_N \qquad \text{für } U_a = 0 \quad .$$

U_0 ist zumeist eine Funktion der Temperatur, der Zeit und der Betriebsspannungen. Die daraus resultierende totale Ableitung von U_0 nennt man die **Offsetspannungsdrift**. Es ist klar, dass beim idealen Operationsverstärker alle soeben eingeführten Ströme und Spannungen verschwinden, während die Widerstände r_d und r_{Gl} den Wert unendlich haben.

Es ist zu erwarten, dass die Berechnung einer Schaltung, die einen idealen Operationsverstärker enthält, besonders einfach möglich ist, da er keine endlichen Kenndaten besitzt, die in die Rechnung eingehen. Es zeigt sich, dass das Verhalten einer Schaltung hier ausschließlich von dem äußeren Netzwerk abhängt, mit dem der Operationsverstärker beschaltet ist. Das soll im folgenden an einigen Beispielen gezeigt werden (siehe Kap.3). Für einen realen Operationsverstärker, der dem idealen schon relativ nahekommt, trifft die soeben gemachte Behauptung noch weitgehend zu. Seine endlichen Kenndaten erzeugen dann nur kleine Korrekturen an den Rechnungen für den idealen Operationsverstärker.

3. Schaltbeispiele mit Operationsverstärkern

a) Linearverstärker

Obwohl ein Operationsverstärker eine lineare Kennlinie besitzt (siehe Abb.1), wird man ihn in der Praxis nicht unmittelbar als Linearverstärker einsetzen können, da er wegen seiner hohen Leerlaufverstärkung nur einen schmalen Aussteuerungsbereich besitzt und dementsprechend bereits bei geringen Eingangsspannungen in die Sättigung geht. Um den Aussteuerungsbereich auf einen brauchbaren Wert zu vergrößern, wird man den Operationsverstärker mit einem Gegenkopplungszweig beschalten müssen so, wie es in Abb.3 dargestellt ist. Es wird also ein Bruchteil der Ausgangsspannung, welcher durch das Spannungsteilerverhältnis der beiden Widerstände festgelegt ist, auf den **in-**

vertierenden Eingang zurückgegeben. Eine Zunahme der Ausgangsspannung bewirkt somit eine Abnahme der Eingangsspannung. Daher spricht man von **Gegenkopplung**. Sie führt zwar zu einer Abnahme der Gesamtverstärkung der Schaltung nach Abb.3 gegenüber der Leerlaufverstärkung aber auch zu der gewünschten Zunahme des Aussteuerungsbereiches. Der Verstärkungsfaktor V ' des (gegengekoppelten) Linearverstärkers soll nun im folgenden berechnet werden:

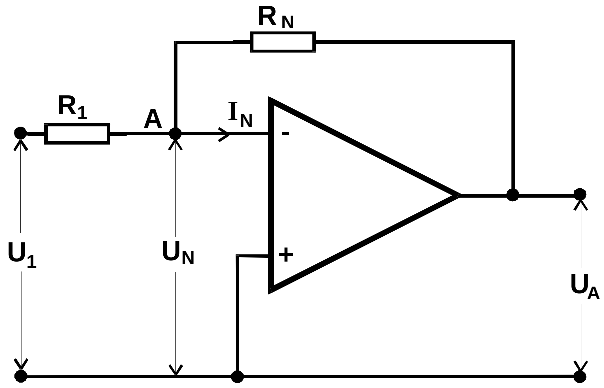

Abb.3: Gegengekoppelter invertierender Linearverstärker

Wegen der hohen Leerlaufverstärkung V ist die Spannung U_N in Abb.3 praktisch null. Beim idealen Operationsverstärker ist sie wegen $V \to \infty$ sogar exakt null. Da dort auch der Eingangsstrom $\mathbf{I}_N$ verschwindet, kann man aus der Kirchhoffschen Knotenregel für den Verzweigungspunkt A folgern

(2) $$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_A}{R_N} = 0 \quad .$$

Da die Verstärkung V ' als das Verhältnis von Ausgangsspannung U_A zur Eingangsspannung U_1 definiert ist, folgt aus (2) das Ergebnis

(3) $$V' = -\frac{R_N}{R_1} \quad .$$

Man erkennt, dass der Verstärkungsgrad eines Linearverstärkers (beim idealen Operationsverstärker) nur vom Widerstandsverhältnis des Gegenkopplungszweiges abhängt. Irgendwelche Parameter des Operationsverstärkers und somit eventuell Störeinflüsse gehen in das Verhalten der Schaltung nicht ein. Beim realen Operationsverstärker trifft die obige Behauptung nicht mehr zu. Seine Parameter wie Leerlaufverstärkung V, Eingangswiderstand, Ausgangswiderstand usw. bewirken (geringfügige) Korrekturen an der Gleichung (3). Die Einflüsse sämtlicher Kenndaten auf das Verhalten der Schaltung sollen hier nicht im einzelnen diskutiert werden. Entsprechende Berechnungen findet man in der Literaturstelle [1]. Es soll lediglich der Einfluss einer endlichen Leerlaufverstärkung V auf den Verstärkungsfaktor V ' der Schaltung untersucht werden. Gemäß (1) und Abb.3 gilt jetzt:

(4) $$U_N = -\frac{U_A}{V}$$

Da weiterhin $\mathbf{I}_N = 0$ sein soll, stellt die Widerstandskette R_1, R_N einen unbelasteten Spannungsteiler dar. Für diesen gilt

(5) $$\frac{U_N - U_1}{U_A - U_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_N} \quad .$$

Nach Elimination von U_N folgt aus (4) und (5) für das gesuchte Verhältnis V ' von Ausgangs- und Eingangsspannung

(6) $$\frac{1}{V'} = -\frac{U_1}{U_A} = \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N}\left(1 + \frac{1}{V}\right) \approx \frac{1}{V} + \frac{R_1}{R_N} \quad ,$$

da V >> 1 ist. Stellt man das Teilerverhältnis von R_1 und R_N so ein, dass $R_N / R_1 \ll V$ ist, erhält man aus (6) die bekannte Beziehung (3); das heißt, wählt man eine starke Gegenkopplung, entwirft man also einen Verstärker mit geringem Verstärkungsgrad, dann hängt seine Verstärkung selbst bei einem Operationsverstärker mit endlicher Leerlaufverstärkung praktisch nur vom Teilerverhältnis der beiden Widerstände ab. Das bedeutet die Verstärkung V ' der Schaltung ändert sich (fast) nicht, wenn V infolge von Temperaturänderungen oder Exemplarstreuungen schwankt. Man erkennt hieran, dass der Einbau einer Gegenkopplung die Stabilität der Verstärkerschaltung erhöht. Man kann zeigen, dass eine Gegenkopplung weitere Parameter einer Verstärkerschaltung, die aus realen Operationsverstärkern aufgebaut ist, im positiven Sinne beeinflusst. So wird beispielsweise der endliche Ausgangswiderstand um den Faktor g, wo

$$g := \frac{V}{V'}$$

ist, verkleinert; dasselbe gilt für den Klirrfaktor*) eines Wechselspannungsverstärkers. Ebenso wirken sich Schwankungen der Leerlaufverstärkung um den Faktor g vermindert auf die Verstärkung V ' der Schaltung aus:

$$\frac{\Delta V'}{V'} = \frac{1}{g}\frac{\Delta V}{V} \quad .$$

Schließlich wird die Bandbreite des Verstärkerfrequenzgangs um den Faktor g erhöht, sodass man ein um g vergrößertes Frequenzband unverzerrt mit dem Verstärker übertragen kann (siehe Abb.4). Lassen sich die Frequenzgänge eines gegengekoppelten

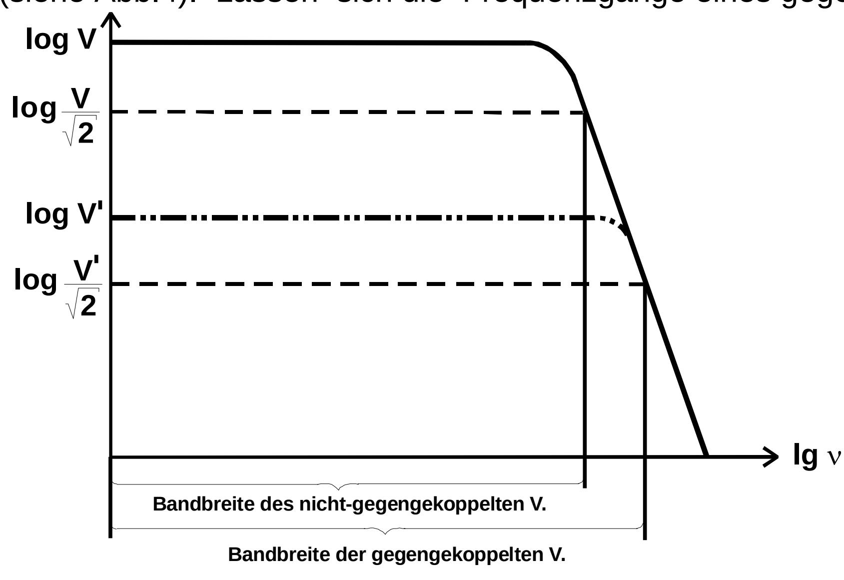

Abb.4: Frequenzgang des Linearverstärkers

---

*) *Näheres zu diesem Begriff siehe z.B. A-Praktikum, V302, Kap. 4e*

Verstärkers durch Kurven gemäß Abb.4 beschreiben, so ist das Produkt aus Bandbreite und Verstärkung V' eine Konstante. Sie ist gleich der sogenannten Transitfrequenz. Das ist diejenige Frequenz, bei der die Verstärkung (unabhängig von der Gegenkopplung) auf den Wert 1 abgesunken ist.

Ein Nachteil des gegengekoppelten Verstärkers nach Abb.3 ist bei manchen Anwendungen sein geringer Eingangswiderstand, der zu Verfälschungen der Spannungsmessung an hochohmigen Spannungsquellen führen kann. Aus Abb.3 entnimmt man, dass $r_e \approx R_1$ ist, da U_N praktisch null ist.

Eine Linearverstärkerschaltung, die diesen Nachteil nicht besitzt, ist der sogenannte **Elektrometerverstärker** nach Abb.5. Auch hier handelt es sich um eine gegengekoppelte Schaltung, da ein Teil der Ausgangsspannung über die Widerstandsteilerkette R_N, R_1 auf den invertierenden Eingang zurückgeführt wird. Hier liegt die Eingangsspannung U_1 im Gegensatz zur Schaltung nach Abb.3 unmittelbar am nicht-invertierenden Eingang, sodass diese Schaltung bei Verwendung eines idealen Operationsverstärkers den Eingangswiderstand $r_e = \infty$ besitzen müsste. Man kann mit einigem Rechenaufwand zeigen, dass bei einer Schaltung mit einem realen Operationsverstärker $r_e \approx 2\, r_{Gl}$ ist. Der Gleichtakteingangswiderstand r_{Gl} liegt jedoch bei herkömmlichen Operationsverstärkern in der Größenordnung 10 GΩ.

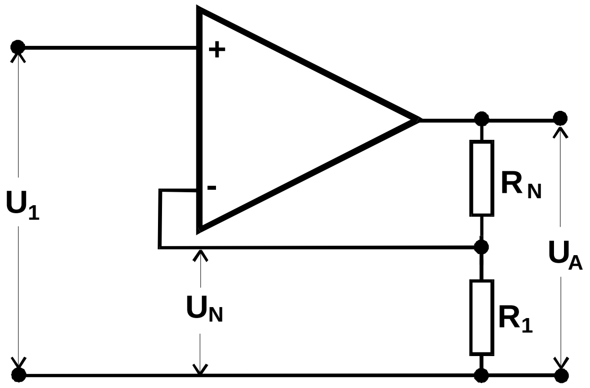

Abb.5: nicht-invertierender Elektrometerverstärker

Störend kann sich dagegen ein Eingangsruhestrom $\mathbf{I}_B$ auswirken, der am Innenwiderstand einer hochohmigen Spannungsquelle einen Spannungsabfall hervorrufen kann.

Die Verstärkung V' des Elektrometerverstärkers ergibt sich aus Abb.5 zu

$$V' = \frac{U_A}{U_1} = \frac{U_A}{U_N} = \frac{R_N + R_1}{R_1} \quad .$$

Das zweite Gleichheitszeichen gilt nur dann exakt, wenn ein idealer Operationsverstärker vorausgesetzt wird.

Gelegentlich ist es von Interesse, einen Linearverstärker zu bauen, dessen **Eingangswiderstand r_e sehr klein** ist. Ein solches Gerät wird beispielsweise gebraucht, um ein Ampèremeter zu konstruieren, mit dem man kleine Ströme $\mathbf{I}$ ohne merklichen Spannungsabfall ΔU in einem Stromkreis messen kann. Wenn man das Messproblem mit Hilfe eines einfachen Galvanometers lösen will, muss man ein Gerät wählen, dessen Drehspule eine große Windungszahl besitzt. Ein solches hat zwangsläufig einen hohen Innenwiderstand. Die Forderung nach einem kleinen Innenwiderstand des Messsystems (bei hoher Empfindlichkeit) lässt sich daher nur mit einem geeigneten Verstärker realisieren.

Bei der Behandlung des gegengekoppelten Verstärkers nach Abb.3 wurde erwähnt, dass sein Eingangswiderstand etwa den Wert R_1 hat. Es liegt also nahe, für die Lösung des hier gestellten Problems, einen gegengekoppelten Verstärker zu nehmen, bei dem $R_1 = 0$ ist. Eine entsprechende Schaltung ist in Abb.6 wiedergegeben.

Da $U_N \approx 0$ und $\mathbf{I}_N \approx 0$ sein sollen, folgt aus Abb.6

(7) $$U_A = \mathbf{I} R_N \quad .$$

Gleichung (7) besagt, dass die Ausgangsspannung U_A proportional zum Messstrom $\mathbf{I}$ ist, der über die Eingangsklemmen fließt. Das Gerät kann daher als Strommesser fungieren. Zur Berechnung des Eingangswiderstandes r_e dieser Schaltung benutzt man die Beziehungen

$$U_1 = r_e \mathbf{I} \quad \text{und} \quad |U_A| = V|U_N| \quad ;$$

daraus folgt

$$r_e = \frac{U_A}{V\mathbf{I}} \quad .$$

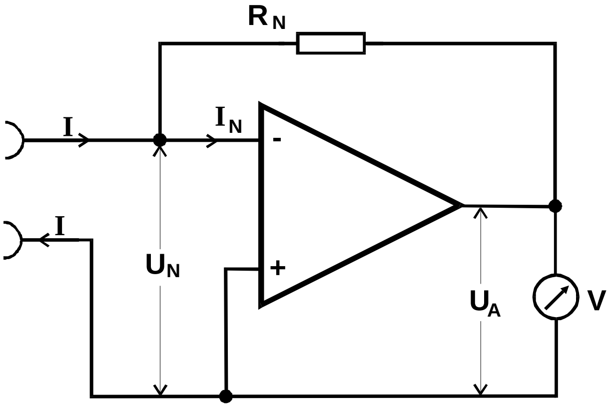

Abb.6: Ampèremeter mit niedrigem Eingangswiderstand

Unter Verwendung von (7) bekommt man schließlich das Ergebnis

(8) $$r_e = \frac{R_N}{V} \quad .$$

Man erkennt an (8), dass der Eingangswiderstand r_e dieser Schaltung um den Leerlaufverstärkungsfaktor V kleiner ist als der Gegenkopplungswiderstand R_N, den man auch schon recht klein wählen kann.

b) Umkehr-Integrator

Durch den Einbau eines Kondensators in den Rückkopplungszweig (siehe Abb.7) kann man erreichen, dass die Eingangsspannung U_1 integriert wird:

Wendet man wie in (2) die Knotenregel auf den Verzweigungspunkt A an, so bekommt man unter Berücksichtigung von

$$\int \mathbf{I}_C \, dt = C U_A$$

die Beziehung (da $U_N \approx 0$)

(9) $$U_A = -\frac{1}{RC}\int U_1(t)\,dt \quad .$$

Ist U_1 eine Sinusspannung, also

$$U_1 = U_0 \sin\omega t \quad ,$$

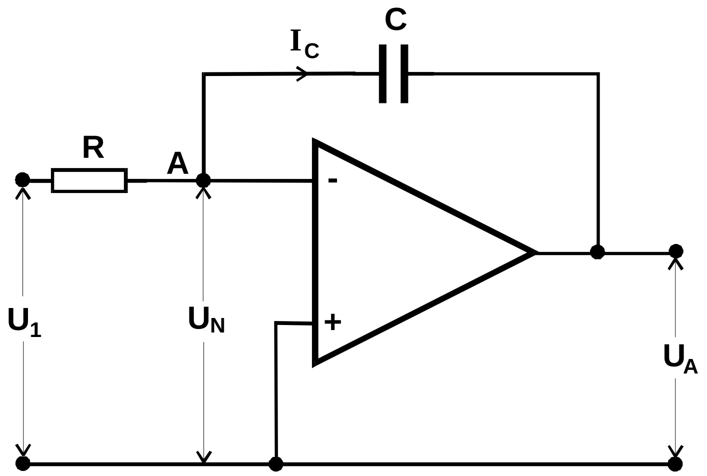

Abb.7: Umkehr-Integrator

folgt aus (9)

$$U_A = \frac{U_0}{\omega RC}\cos\omega t \quad .$$

Bei einer Sinusspannung sind demnach in einem Integrator Ausgangsspannung und Frequenz umgekehrt proportional zueinander.

c) Umkehr-Differentiator

Aus den gleichen Überlegungen, wie sie in a) und b) angestellt wurden, erhält man das Ergebnis, dass bei einer Schaltung gemäß Abb.8 die Ausgangsspannung U_A

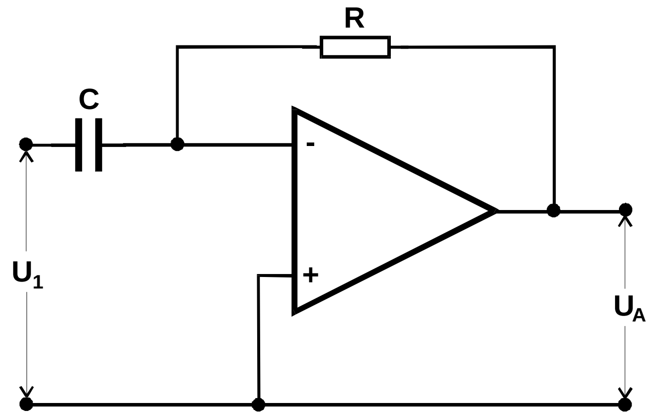

Abb.8: Umkehr-Differentiator

proportional zum Differentialquotienten der Eingangsspannung U_1 ist:

$$U_A = -RC\frac{dU_1}{dt} \quad .$$

Ist U_1 eine Sinusspannung

$$U_1 = U_0 \, \mathbf{sin}\omega t \quad ,$$

so folgt

$$U_A = - \omega RCU_0 \, \mathbf{cos}\omega t \quad .$$

Legt man also an einen Differentiator eine Sinusspannung an, so ist die Amplitude der Ausgangsspannung proportional zur Frequenz.

d) Der Operationsverstärker als Schalter (Schmitt-Trigger)

Die bisher diskutierten Schaltungen mit Operationsverstärkern besaßen sämtlich eine Gegenkopplung. Es wurde also ein Teil der Ausgangsspannung auf den **invertierenden** Eingang zurückgeführt. Im folgenden sollen nun Schaltungen betrachtet werden, die eine **Mitkopplung** enthalten. Hier fließt ein Teil der Ausgangsspannung auf den **nicht-invertierenden** Eingang zurück. Ein Beispiel dafür ist in Abb.9 wiedergegeben. Eine Vergrößerung von U_A führt hier zu einer Vergrößerung der Eingangsspannung, was wiederum die Ausgangsspannung vergrößert u. s. f.. Man erkennt hieran, dass die Schaltung durch die Mitkopplung bedingt ein instabiles Verhalten zeigt. Beim Erreichen bestimmter Bedingungen kippt sie schlagartig von einem Zustand in einen anderen. So springt in dem hier erwähnten Beispiel die Ausgangsspannung U_A auf den Wert $+U_B$, sobald die Eingangsspannung die Schwelle

$$\frac{R_1}{R_P} U_B$$

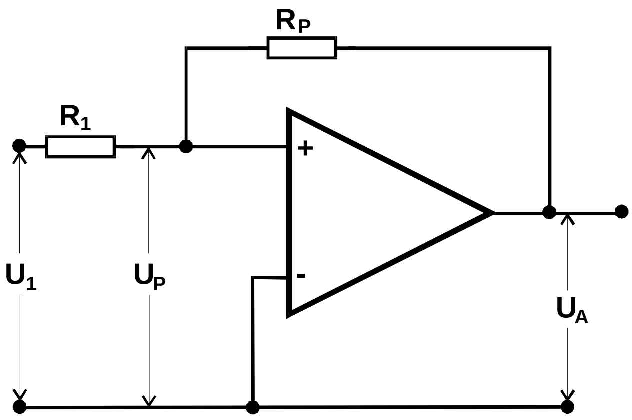

Abb.9: Schmitt-Trigger

überschreitet. Sie geht auf den Wert $-U_B$, sobald U_1 unter

$$- \frac{R_1}{R_P} U_B$$

sinkt; denn bei diesen beiden Werten von U_1 wechselt die Spannung U_P gerade ihr Vorzeichen. Eine Schaltung mit diesen Eigenschaften bezeichnet man als **Schmitt-Trigger** und die Differenz $2\,U_B\,R_1/R_P$ der Eingangsspannung zwischen den beiden Umschaltpunkten als Schalthysterese.

e) Der Operationsverstärker als Signalgenerator

Schaltet man einen Schmitt-Trigger mit einem Integrator gemäß Abb.10 zusammen, so kann man auf einfache Weise Rechteck- und Dreiecksspannungen erzeugen.
Der Schmitt-Trigger liefert ein konstante Ausgangsspannung $+U_B$, die vom Integrator integriert wird. Seine Ausgangsspannung U_I fällt damit linear mit der Zeit, bis sie den Trigger-Pegel $-U_B\ R_1/R_P$ erreicht. Dann kippt die Ausgangsspannung des Schmitt-Triggers auf den Wert $-U_B$. Diese (zeitlich konstante) Spannung wird wiederum solange integriert, bis U_I auf den Pegel $+U_B\ R_1/R_P$ angestiegen ist. Zu diesem Zeitpunkt schaltet der Schmitt-Trigger wieder auf den Wert $+U_B$ zurück, und das Spiel beginnt von neuem.
Man bekommt auf diese Weise eine periodische Schwingung, deren Frequenz von der Integratorzeitkonstanten und vom Teilerverhältnis des Mittkopplungszweiges abhängt.

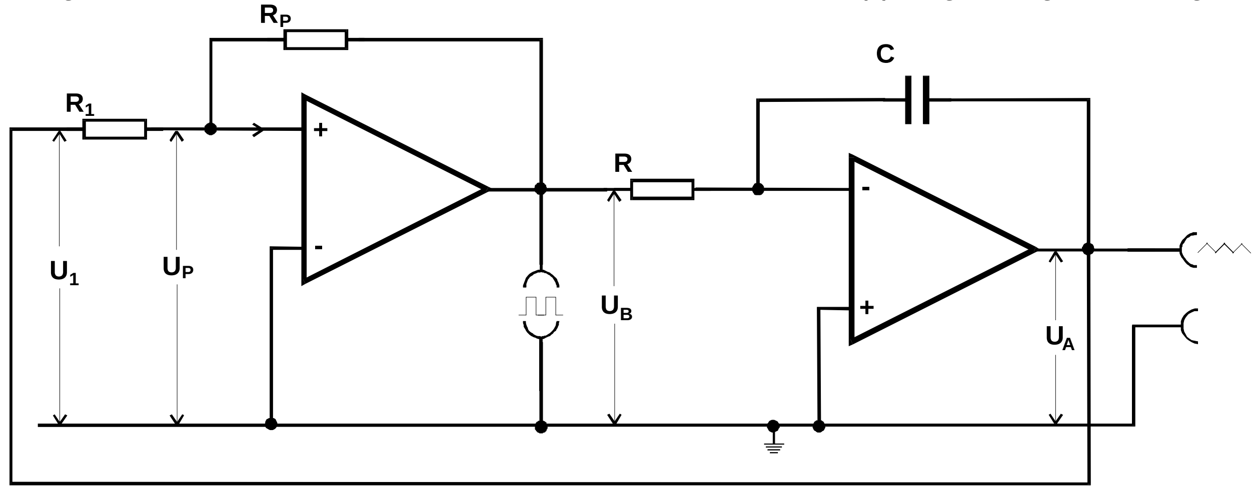

Abb.10: Dreiecks- und Rechteckgenerator

f) Erzeugung von Sinusschwingungen mit zeitlich veränderlicher Amplitude

Exponentiell mit der Zeit zu- oder abnehmende Sinusschwingungen lassen sich mit Hilfe zweier Integratoren und einem Umkehrverstärker erzeugen z.B. mit der Schaltung nach Abb.11.

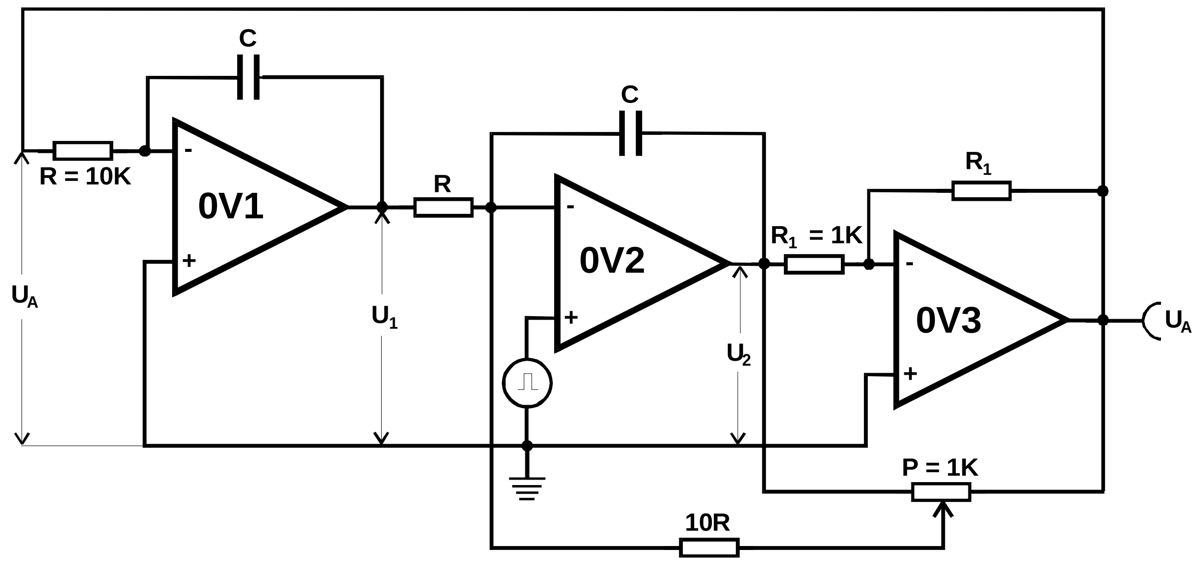

Abb.11 Nachbildung einer linearen Schwingungsdifferentialgleichung mit Operationsverstärkern

Der Integrator OV 1 bildet den Ausdruck

(10) $$U_1 = -\frac{1}{RC}\int U_A \, dt$$

und entsprechend der Integrator OV 2

(11) $$U_2 = -\frac{1}{RC}\int \left(U_1 + \frac{1}{10}\eta U_A\right) dt \quad ,^{*)}$$

während der Umkehrverstärker OV 3 U_2 invertiert

(12) $$U_A = - U_2 \quad .$$

Aus den Gleichungen (10), (11) und (12) eliminiert man U_1 und U_2, differenziert zweimal nach der Zeit und erhält

$$\frac{d^2 U_A}{dt^2} - \frac{\eta}{10RC}\frac{dU_A}{dt} + \frac{1}{(RC)^2}U_A = 0 \quad .$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist bekanntlich

$$U_A(t) = U_0 \, \mathbf{exp}\left(\eta t / 20RC\right) \, \mathbf{sin}\left(t/RC\right) \quad .^{**)}$$

Das ist die Gleichung einer gedämpften ($\eta < 0$) oder entdämpften ($\eta > 0$) Sinusschwingung mit der Schwingungsdauer

(13) $$T = 2\pi RC$$

und der Abklingdauer (oder Zunahmedauer)

(14) $$\tau = \frac{20RC}{|\eta|} \quad ;$$

τ ist die Zeit für die Abnahme (bzw. Zunahme) der Amplitude bis auf den e-ten Teil (oder auf das e-fache) ihres Anfangwertes.
Für $\eta = 1$ wächst die Amplitude nach der Zeit 20RC auf das e-fache an, während sie für $\eta = -1$ nach derselben Zeit auf den e-ten Teil abgesunken ist. Für $\eta = 0$ müßte die Amplitude konstant bleiben.

g) Logarithmierer und Exponentialgenerator

Mit Hilfe eines Operationsverstärkers kann man auch (zumindest im Prinzip) sehr einfach ein Signal erzeugen, dass entweder proportional zum Logarithmus oder zur Exponentialfunktion aus der Eingangsspannung ist. Man benötigt hierzu ein Bauelement in der Gegenkopplungsleitung, das eine exponentielle Kennlinie besitzt. Das ist in guter Näherung für eine Halbleiterdiode der Fall. Hier besteht zwischen der angelegten Spannung U und dem Strom **I** im Durchlassfall die Beziehung

---

*) *Die Zahl η gibt den Bruchteil der Ausgangsspannung U_A an, der auf den Eingang des OV2 gegeben wird. Er lässt sich dem Potentiometer P einstellen und kann zwischen $-1 \le \eta \le 1$ variiert werden.*

**) *falls $(\eta/10RC)^2 << (1/RC)^2$ oder $\eta^2 << 100$ ist. Diese Bedingung ist hier durch die Schaltung erfüllt.*

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_0 \left(\mathbf{e}^{\frac{e_0}{kT}U} - 1 \right) \approx \mathbf{I}_0\, \mathbf{e}^{\frac{e_0}{kT}U} , \qquad \text{falls U hinreichend groß ist.}$$

(e_0 = Elementarladung, k = Boltzmannsche Konstante, T = absolute Temperatur)

Für die Schaltung nach Abb.12 gilt dann ($\mathbf{I}_N$ = 0 und V = ∞ vorausgesetzt)

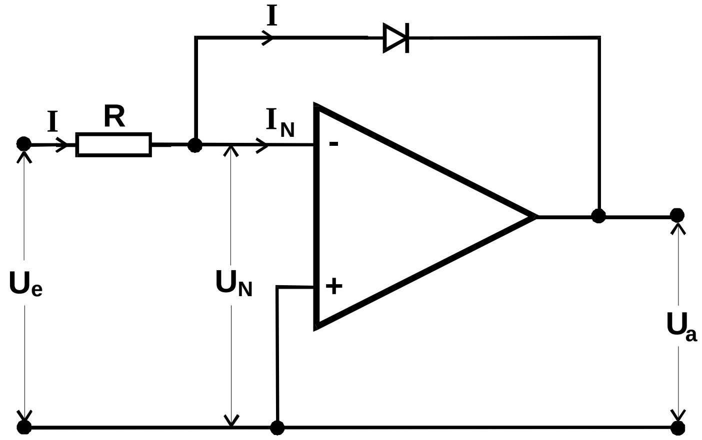

Abb.12: Logarithmierer

$$U_e = \mathbf{I}R \quad \text{und} \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}_0 e^{\frac{e_0}{kT}U_a} ,$$

woraus folgt

(15) $$U_a = \frac{kT}{e_0} \mathbf{ln} \frac{U_e}{\mathbf{I}_0 R} = \frac{kT}{e_0} \mathbf{ln}10\, \mathbf{log} \frac{U_e}{\mathbf{I}_0 R} .$$

Entsprechend erhält man für die Schaltung nach Abb.13

$$U_a = R\mathbf{I} \quad \text{und} \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}_0 e^{\frac{e_0}{kT}U_e} ,$$

woraus nach Elimination von $\mathbf{I}$ folgt:

(16) $$U_a = R\mathbf{I}_0\, e^{\frac{e_0}{kT}U_e} .$$

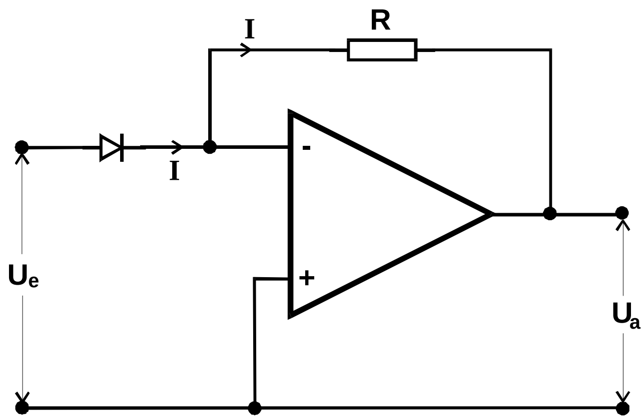

Abb.13: Exponentialgenerator

4. Messprogramm mit apparativen Hinweisen

Die Programmpunkte a) bis e) sollen mit dem Operationsverstärker 3501A durchgeführt werden.

a) Man messe den Frequenzgang eines gegengekoppelten Verstärkers bei mindestens 4 verschiedenen Verstärkungsgraden V', die man über den Gegenkopplungszweig einstelle, über mehrere Zehnerpotenzen, sodass der Abfall der Verstärkung mit wachsender Frequenz sichtbar wird. Man achte mit Hilfe eines Oszilloskopes darauf, dass der Operationsverstärker die Wechselspannung unverzerrt verstärkt. Man achte ferner darauf, dass U_1 den Wert von 10 mV_{eff} nicht überschreitet.

b) Man bestimme die Klemmenspannung eines speziellen NF-Generators einmal mit einem gegengekoppelten Verstärker nach Abb.3 und zum anderen mit einer Elektrometer-Verstärkerschaltung nach Abb.5, die beide etwa die gleiche Verstärkung V' haben sollten.

c) Man messe den Eingangswiderstand r_e der Schaltung nach Abb.6 (Ampèremeter mit niedrigem Innenwiderstand) und die Leerlaufverstärkung V des Operationsverstärkers in Abhängigkeit von der Frequenz ν im Bereich $2 \leq \nu \leq 1000$ Hz. Hierzu verwende man die Schaltung nach Abb.14. r_e ergibt sich hier als $U_e/\mathbf{I}$. Den Strom $\mathbf{I}$ legt man durch die Generatorspannung U_g und den Widerstand R_V fest. Damit $\mathbf{I}$ ausschließlich durch diese beiden Größen bestimmt ist, muss $R_V \gg r_e$ sein. Andererseits sollten U_g und R_V so gewählt werden, dass eine gut messbare und unverzerrte*) Ausgangsspannung U_A entsteht. Man überprüfe auch die Beziehung $U_A = R_N\,\mathbf{I}$.
Die Messung von U_e mit einem Breitband-Millivoltmeter ist insbesondere im Bereich $\nu < 100$ Hz ziemlich schwierig, da U_e dort sehr klein ist und daher immer vorhandene Störspannungen das Ergebnis erheblich verfälschen können. Man vergrößere daher U_e zunächst mit einem rauscharmen Linearverstärker um einen beträchtlichen Faktor und schalte dann einen sogenannten Selektivverstärker**) dazwischen, welcher die Störspannungen weitgehend unterdrückt insbesondere dann, wenn ein großer Q-Wert eingestellt wird. Etwas zeitraubend ist es, dass der Selektivverstärker immer sorgfältig auf die jeweilige Messfrequenz eingestellt werden muss.

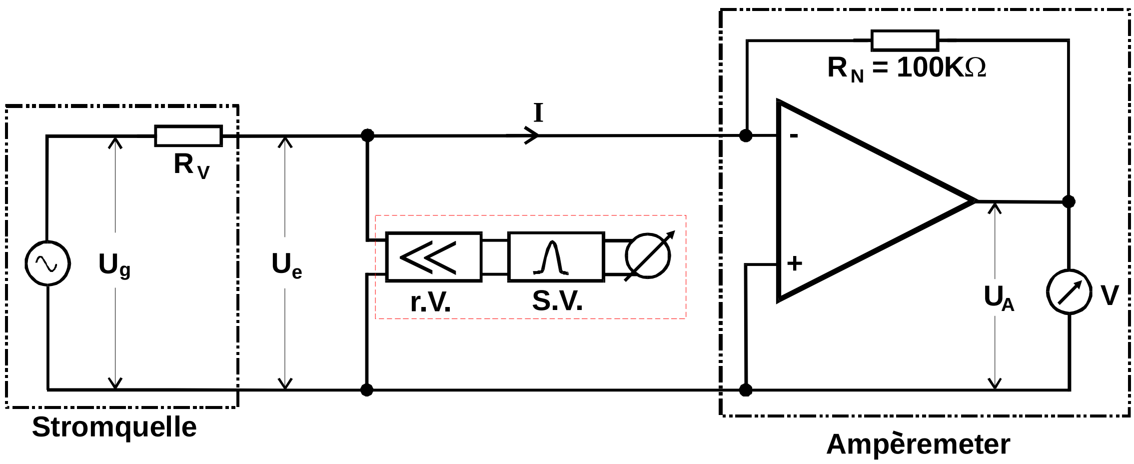

Abb.14: Schaltung zur Messung von r_e und V
(r.V. = rauscharmer Linearverstärker, S.V. Selektivverstärker, Ausgang: RESONANCE)
(• = Vorrichtung zur Messung kleiner U_e-Werte, wird bei $\nu < 100$ Hz benötigt)

---

*) *Eine ständige Kontrolle mit einem Oszilloskop ist unerlässlich.*

**) *Näheres zu diesem Gerät siehe z.B. V57, Kap.7. Noch wirksamer wäre ein Lock-in-Verstärker, siehe hierzu A-Praktikum V606.*

d) Man baue einen Umkehrintegrator mit geeigneter Zeitkonstanten nach Abb.7 auf und untersuche zunächst den Frequenzbereich, in dem er als solcher arbeitet, das heißt, man überprüfe die Beziehung $U_A \sim 1/\omega$ für eine Sinusspannung. Sodann gebe man für eine geeignete Frequenz der Reihe nach aus einem Funktionsgenerator eine Sinus-, Rechteck-, und Dreieckspannung auf den Integrator und beobachte die Spannung an seinem Ausgang mit einem digitalen, zweikanaligen Speicher-Oszillographen. Man fertige mit Hilfe dieses Gerätes Thermodrucke der Eingangs- und Ausgangsspannung des Integrators an.

HINWEIS: Sobald die Eingangsspannung einen kleinen Gleichspannungsanteil erhält, wird dieser vom Integrator aufintegriert, sodass es nicht lange dauert, bis die Ausgangsspannung sich in der positiven oder negativen Sättigung befindet. Der Gleichspannungsanteil U_1 muss daher mit dem "DC-OFFSET"-Regler am Generator sorgfältig auf null gestellt werden.

e) Mit der Umkehr-Differentiator-Schaltung nach Abb.8 verfahre man entsprechend wie unter d) beschrieben.

f) Man baue einen Schmitt-Trigger nach Abb.9 auf und schließe an seinen Eingang einen Sinusgenerator sowie an seinen Ausgang ein Oszilloskop an. Man vergrößere die Amplitude der Sinusspannung vom Werte null ausgehend solange, bis die Schaltung gerade anfängt zu kippen. Man messe den Scheitelwert dieser Spannung sowie die Größe $2U_B$.

g) Man realisiere die Schaltung des Dreiecksgenerators nach Abb.10, kontrolliere die Zeitabhängigkeit der Ausgangsspannungen mit einem Oszilloskop und messe die Frequenz der erzeugten Schwingung mit einem Frequenzmesser sowie die Amplitude der Dreiecksspannung.

h) Man baue die Schaltung nach Abb.11 mit C = 20 oder 100 nF auf, schließe an den Ausgang einen Oszillographen an und beobachte die entstehenden Schwingungen bei verschiedenen η-Werten. Bei $\eta > 0$ wird eine ungedämpfte Schwingung mit einer charakteristischen Frequenz entstehen, deren Wert man mit einem Frequenzmesser bestimmen sollte.

Für $\eta < 0$ führt die Schaltung gedämpfte Schwingungen mit einstellbarer Abklingdauer aus. Sie schwingt jedoch nicht selbständig an, sondern sie muss von außen zum Schwingen angeregt werden. Zu diesem Zwecke legt man einen Rechteckgenerator an den nicht-invertierenden Eingang des OV2 so, wie es in Abb.11 angedeutet ist. Seine Periodendauer sollte groß gegen die Abklingdauer sein. Man stelle für $\eta = -1$ (Potentiometer am Anschlag) die gedämpfte Schwingung mit Hilfe eines Speicher-Oszillographen dar und fertige davon einen Thermodruck an.

i) Man baue gemäß den Abb.12 und 13 der Reihe nach einen Logarithmierer und einen Exponentialgenerator auf und messe bei beiden die Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Eingangsspannung. Hierzu ist ein Gleichspannungsgerät zu verwenden.

j) Für eine Verstärkung V’ untersuche man auch die Phasenbeziehung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung beim gegengekoppelten Verstärker (4a).

5. Auswertung der Messergebnisse

zu 4a: Man stelle die Frequenzgänge auf doppelt-logarithmischem Papier dar und ermittle die Grenzfrequenzen ν'_g*) für die verschiedenen Verstärkungsgrade V'. Man überprüfe die Beziehung $\nu'_g V'$ = const (Verstärkung-Bandbreite-Produkt). Man bestimme die Steigung der fallenden Geraden im Diagramm. Man erkläre den beobachteten Frequenzgang mit einem einfachen Ersatzschaltbild. Stimmt die (bei niedrigen Frequenzen) gemessene Verstärkung V' genau mit dem Verhältnis R_N/R_1 überein? Eventuelle Abweichungen können durch die endliche Leerlaufverstärkung V des Operationsverstärkers bedingt sein. Man versuche, V mittels Gleichung (6) abzuschätzen.

zu 4b: Wie kommt das unterschiedliche Ergebnis bei den beiden Messinstrumenten zustande? Man versuche, die Abweichungen quantitativ zu erklären.

zu 4c: Aus r_e lässt sich gemäß (8) auch die Leerlaufverstärkung V berechnen. Man trage beide Größen in einem doppelt-logarithmischen Diagramm gegen ν auf.

zu 4d und 4e: Man trage die Ausgangsspannungen des Integrators und Differentiators im doppelt-logarithmischen Diagramm gegen die Frequenz auf. Man gebe den Frequenzbereich an, in dem der nach der Theorie erwartete Zusammenhang zwischen U_A und ν zu beobachten ist, und berechne die Steigung der Geraden.

zu 4f: Man vergleiche die gemessene Scheitelspannung mit dem Wert $U_B\ R_1/R_P$.

zu 4g: Man leite eine Beziehung für die Schwingungsfrequenz der in Abb.10 wiedergegebenen Schaltung sowie für die Amplitude der erzeugten Rechteckspannung ab und vergleiche die gemessenen Ergebnisse mit den gerechneten.

zu 4h: Man vergleiche die gemessene Frequenz der entdämpften Schwingung mit der gerechneten. Man entnehme aus dem Thermodruck die Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Zeit, stelle die Ergebnisse in einem halblogarithmischen Diagramm dar, berechne daraus die Abklingdauer τ und vergleiche das Ergebnis mit dem gerechneten Wert.

zu 4i: Man stelle die Ergebnisse in geeigneten halb-logarithmischen Diagrammen dar und ermittle den Spannungsbereich, in dem die Geräte einwandfrei arbeiten. Man gebe weiterhin für den Logarithmierer die Änderung ΔU_a der Ausgangsspannung an, die auftritt, wenn sich U_e um eine Zehnerpotenz ändert. Daraus lässt sich nach (15) die Sperrschichttemperatur errechnen. Man bestimme T ebenfalls aus dem Zusammenhang von **ln** U_a und U_e beim Exponentialgenerator.

zu 4j: Man stelle in einem Diagramm die Phase in Abhängigkeit von der Frequenz dar. Was passiert, wenn die Phase bei auf 180° gedreht wird?

6. Literatur

[1] U. Tietze, Ch. Schenk, Halbleiter-Schaltungstechnik, Spinger-Verlag

[2] Tobey, Graeme, Huelsmann, Operational Amplifiers

---

*) *ν_g ist diejenige Frequenz, bei der die Verstärkung auf den Wert $V'/\sqrt{2}$ abgefallen ist.*