

V 51

Schaltungen mit Operationsverstärkern

Timo Gräßer

timo.graesser@udo.edu

Jasper Karl Lammering

jasper.lammering@udo.edu

Durchführung: 28.01.19

Abgabe: 18.02.19

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Theorie	3
1.1. Einleitung	3
1.2. Funktionsweise und Kenngrößen eines Operationsverstärkers	3
1.3. Linearverstärker	5
1.4. Umkehr-Integrator	7
1.5. Umkehr-Differentiator	7
1.6. Schmitt-Trigger	8
1.7. Signalgenerator	8
1.8. Erzeugung von Sinusschwingungen mit exponentiell variierender Amplitude	10
2. Durchführung	11
2.1. Operationsverstärker	11
2.2. Messprogramm	12
3. Auswertung	13
3.1. Gegengekoppelter Verstärker	13
3.2. Umkehr-Integrator	15
3.3. Umkehr-Differentiator	18
3.4. Schmitt-Trigger	21
3.5. Signalgenerator	22
3.6. Entdämpfte Schwingung	22
3.7. Gedämpfte Schwingung	23
4. Diskussion	25
Literatur	25
A. Kopie der Originaldaten	30

1. Theorie

1.1. Einleitung

Im folgenden Experiment werden diverse Schaltungen mit Operationsverstärkern aufgebaut und ausgemessen um ein besseres Verständnis von diesen zu erhalten. Dazu werden zunächst einige theoretische Grundlagen in den folgenden Abschnitten bereitgestellt.

1.2. Funktionsweise und Kenngrößen eines Operationsverstärkers

Ein Operationsverstärker ist im Wesentlichen ein Differenzverstärker, der in der Lage ist, eine Eingangsspannungsdifferenz mit Hilfe zweier Betriebsspannungen unterschiedlichen Vorzeichens zu verstärken. Die dafür notwendige Beschaltung ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt.

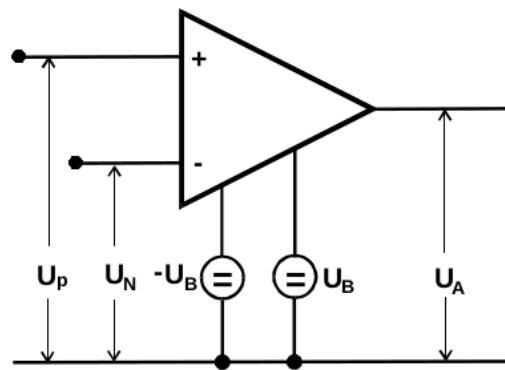


Abbildung 1: Schematische Darstellung der grundlegenden Beschaltung eines Operationsverstärkers [1].

Die Spannung U_p , die am sogenannten nicht-invertierenden Eingang (+) anliegt, geht positiv in die Ausgangsspannung U_A ein und ist entsprechend mit ihr in Phase, während die Spannung U_N , welche am invertierenden Eingang (-) anliegt, abgezogen wird und entsprechend gegenphasig zur Ausgangsspannung ist. Innerhalb des sogenannten Aussteuerungsbereichs, welcher durch die Betriebsspannungen U_B gegeben ist, gemäß

$$-U_B < U_A < U_B, \quad (1)$$

gilt für die Ausgangsspannung U_A ein linearer Zusammenhang

$$U_A = V(U_p - U_N), \quad (2)$$

wobei V der Verstärkungsfaktor ist. Außerhalb dieses Bereichs geht U_A in eine Sättigung und nähert sich den Werten $\pm U_B$ an. Die soeben beschriebene Kennlinie eines Operationsverstärkers ist in Abbildung 2 noch einmal skizziert.

Es ist für das Verständnis diverser Kenngrößen praktisch diese zunächst an einem idealen Operationsverstärker einzuführen und sie anschließend auf entsprechende endliche Werte

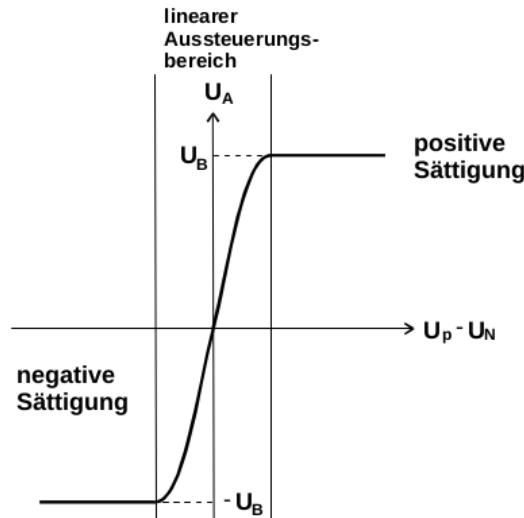


Abbildung 2: Schematische Kennlinie eines Operationsverstärkers im und außerhalb des Aussteuerungsbereichs [1].

an einem realen Operationsverstärker zu übertragen. Die Eingangswiderstände $R_{e,p}$ und $R_{e,N}$ und die Leerlaufverstärkung V beim idealen Operationsverstärker gehen gegen unendlich während der Ausgangswiderstand R_a gegen Null geht. Entsprechend sind beim realen Operationsverstärker $R_{e,p}$ und $R_{e,N}$ groß und R_a klein, während die Leerlaufverstärkung V groß und außerdem frequenzabhängig ist. Die Tatsache, dass die Größen alle endlich sind hat das Auftreten mehrerer Störeffekte am realen Operationsverstärker zur Folge. So wird aufgrund von Unsymmetrien der Verstärkerkanäle beispielsweise auch bei zwei gleichen Eingangsspannungen noch eine endliche Ausgangsspannung beobachtet. Die sogenannte Gleichtaktverstärkung bemisst dieses Störsignal und ist gegeben durch den Quotienten zwischen Ausgangsspannung und Gleichtakteingangsspannung

$$V_{GI} = \frac{U_A}{U_{GI}}. \quad (3)$$

Da die Eingangswiderstände endlich sind entstehen Störströme an den Verstärkereingängen. Entsprechend wird der mittlere Eingangsruhestrom

$$I_B = \frac{1}{2} (I_p + I_N) \quad (4)$$

und zudem auch, aufgrund von Unsymmetrien der Verstärkerkanäle, der sogenannte Eingangsoffsetstrom

$$I_0 = I_p - I_N \quad (5)$$

definiert. Letzterer wird bei verschwindenden Eingangsspannungen $U_p = U_N = 0$ gemessen.

Obwohl die Gleichtaktverstärkung bei der Gleichtakteingangsspannung $U_{\text{G1}} = 0$ verschwindet kann am realen Operationsverstärker noch eine Ausgangsspannung detektiert werden. Entsprechend wird die sogenannte Offsetspannung U_0 definiert. Sie ist abhängig von Temperatur, Frequenz und den Betriebsspannungen und gegeben durch die Eingangsspannungsdifferenz, welche gerade die Ausgangsspannung $U_A = 0$ liefert, gemäß

$$U_0 = U_p - U_n. \quad (6)$$

Die aufgezählten Kenngrößen geben an, wie gut ein realer Operationsverstärker arbeitet. Beim idealen Operationsverstärker sind sie selbstverständlich alle Null. In den nächsten Abschnitten werden verschiedene Beschaltungen von Operationsverstärkern mit unterschiedlichen Wirkungen präsentiert.

1.3. Linearverstärker

Um den Operationsverstärker als Linearverstärker verwenden zu können muss zunächst eine Möglichkeit gefunden werden, den Verstärkungsfaktor zu reduzieren. Das ist nötig, da der Leerlaufverstärkungsfaktor bei realen Operationsverstärkern sehr hoch ist, etwa in der Größenordnung 10^5 , und der Aussteuerungsbereich, dessen Breite sich ja antiproportional zum Verstärkungsfaktor verhält, entsprechend klein. Damit wird der Sättigungsbereich, welcher ja beim Linearverstärker gemieden werden sollte, bereits bei kleinen Eingangsspannungsdifferenzen erreicht. Eine Gegenkopplungsschaltung, wie sie in Abbildung 3 zu sehen ist, löst dieses Problem.

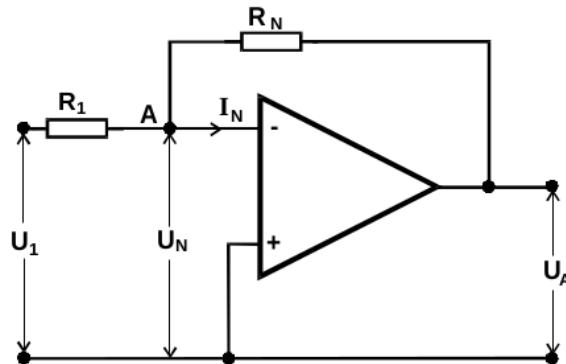


Abbildung 3: Schematischer Schaltplan für den gegengekoppelten invertierenden Linearverstärker[1].

Ein Teil der Ausgangsspannung wird zurück auf den invertierenden Eingang gegeben, sodass die Eingangsspannungsdifferenz und schließlich auch die Ausgangsspannung reduziert wird. Dadurch wird insgesamt ein geringerer Verstärkungsfaktor abhängig von den eingebauten Widerständen R_1 und R_N erreicht. Mit den Kirchhoff'schen Regeln lässt sich für den idealen Operationsverstärker, für welchen U_N und I_N gegen Null gehen, der

Verstärkungsfaktor

$$V_{\text{id}} = \frac{U_A}{U_1} = \frac{R_N}{R_1} \quad (7)$$

herleiten. Dieser hängt nur von der äußeren Beschaltung des Operationsverstärkers und nicht von ihm selbst ab. Beim realen Operationsverstärker kann mit der Korrektur, dass die Leerlaufverstärkung endlich ist, der Verstärkungsfaktor

$$V' \approx \left(\frac{1}{V} + \frac{R_N}{R_1} \right)^{-1} \quad (8)$$

hergeleitet werden, wobei V wieder die Leerlaufverstärkung ist. Für den Fall eines großen Widerstandsquotienten

$$\frac{R_N}{R_1} \gg V \quad (9)$$

geht der reale in den idealen Wert über und der Verstärkungsfaktor ist wieder unabhängig von dem Operationsverstärker selbst. Werden also die Widerstände entsprechend gewählt, so arbeitet der Operationsverstärker stabiler gegen Temperaturschwankungen und Exemplarstreuungen, sofern die äußere Beschaltung gegenüber diesen stabil ist. Des Weiteren wird, wie in Abbildung 4 dargestellt, durch die Gegenkopplungsschaltung ein größeres Frequenzband unverzerrt verstärkt. Der Vergrößerungsfaktor beträgt dabei

$$g = \frac{V'}{V}. \quad (10)$$

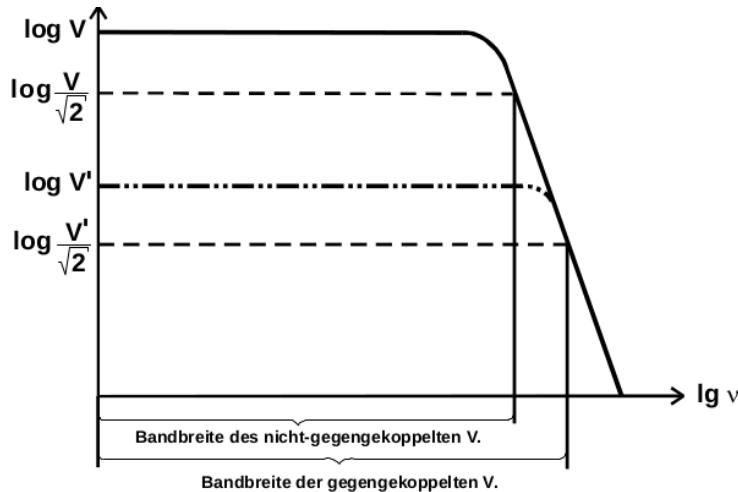


Abbildung 4: Schematischer Frequenzverlauf beim gegengekoppelten Linearverstärker [1].

1.4. Umkehr-Integrator

In Abbildung 5 ist eine Beschaltung für die Verwendung des Operationsverstärkers als Umkehr-Integrator abgebildet. Dieser integriert nun eine zeitabhängige Eingangsspannung auf und skaliert diese mit einem negativen Vorfaktor. Über die Kirchhoffsschen Gesetze kann für den Idealfall einer verschwindenden Differenzeingangsspannung $U_N \approx 0$ die Relation

$$U_A(t) = -\frac{1}{RC} \int U_1(t') dt' \quad (11)$$

zwischen Ausgangsspannung U_A und Eingangsspannung U_1 hergeleitet werden.

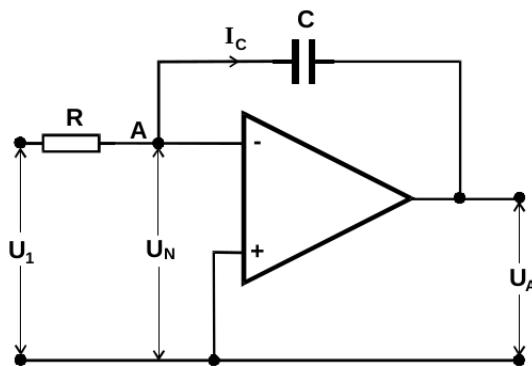


Abbildung 5: Beschaltung für den Operationsverstärker um ihn als Umkehr-Integrator zu verwenden [1].

Für eine sinusförmige Eingangsspannung

$$U_1(t) = U_0 \sin(\omega t) \quad (12)$$

ergibt sich eine Ausgangsspannung mit antiproportionaler Frequenzabhängigkeit

$$U_A(t) = \frac{U_0}{\omega RC} \cos(\omega t). \quad (13)$$

1.5. Umkehr-Differentiator

Durch Tauschen von Kondensator und Widerstand in der Umkehr-Integrator-Schaltung aus Abbildung 5 wird der Operationsverstärker zum Umkehr-Differentiator umfunktio-niert. Für diese Beschaltung gilt entsprechend

$$U_A(t) = -RC \frac{dU_1(t)}{dt}. \quad (14)$$

Außerdem ergibt sich für eine sinusförmige Eingangsspannung wie in Gleichung (12) eine Ausgangsspannung mit linearer Frequenzabhängigkeit

$$U_A(t) = -\omega RCU_0 \cos(\omega t). \quad (15)$$

1.6. Schmitt-Trigger

Anstatt den Operationsverstärker wie beim Linearverstärker mit Hilfe eines Widerstands **gegenzukoppeln kann**, er auch mitgekoppelt werden, wie es beim sogenannten Schmitt-Trigger der Fall ist. Dazu wird der Rückkopplungszweig auf den nicht-invertierenden anstatt auf den invertierenden Eingang gegeben. Die Funktionsweise ändert sich dabei drastisch, da anstatt einer Abschwächung des Verstärkungsfaktors eine Verstärkung auftritt. Beim Erreichen bestimmter Schwellenspannungen kippt die Ausgangsspannung dann sofort auf die **Maximalwerte $\pm U_B$** und der beschaltete Operationsverstärker kann als Komparator verwendet werden. Die Beschaltung ist in Abbildung 6 skizziert.

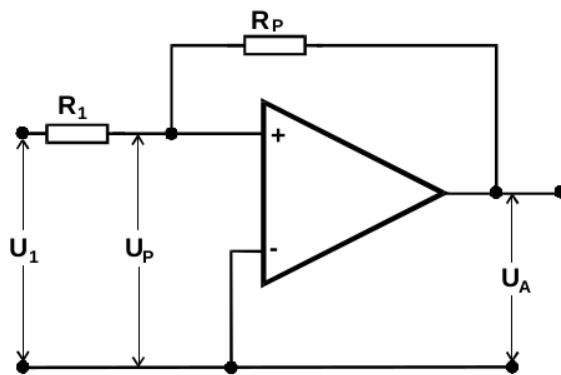


Abbildung 6: Beschaltung des Operationsverstärkers, damit dieser als Schmitt-Trigger arbeitet [1].

Die Kippvorgänge finden an den Schwelleneingangsspannungen

$$U_{1,\text{krit}} = \pm \frac{R_1}{R_p} U_B \quad (16)$$

statt, da genau an diesen Punkten die Eingangsspannung U_p ihr Vorzeichen wechselt. Wird also beispielsweise bei einer Ausgangsspannung $-U_B$ die Eingangsspannung auf den positiven Wert $U_{1,\text{krit}}$ erhöht, so wird U_p gerade positiv und verstärkt sich schließlich über den Operationsverstärker mit Rückkopplung selbst, sodass schlagartig die Ausgangsspannung auf $+U_B$ kippt. Dieser von der Vergangenheit der Eingangsspannung abhängende Prozess wird entsprechend auch als Schalthysterese bezeichnet. Mit Hilfe des Schmitt-Triggers ist es beispielsweise möglich, eine sinusförmige Eingangsspannung in eine Rechteckspannung mit einer Amplitude von $2U_B$ umzuwandeln. **Dies wird bei dem im folgendem Abschnitt präsentierten Signalgenerator ausgenutzt.**

1.7. Signalgenerator

Mit Hilfe der in Abbildung 7 aufgezeigten Schaltung können Rechteck- und Dreieckspannungen erzeugt werden. Der Schmitt-Trigger überführt ein periodisches Eingangssignal, welches die Schwellenwerte $U_{1,\text{krit}}$ überschreitet, in eine Rechteckspannung. Die produzierte Rechteckspannung wird auf den Eingang eines Umkehr-Integrators gegeben, welcher

durch integrieren eine Dreieckspannung erzeugt. Da die Dreieckspannung direkt mit dem Eingang des Schmitt-Triggers gekoppelt ist, bleibt der gesamte Generator auch ohne externes periodisches Eingangssignal, also nur mit Hilfe der Betriebsspannungen U_B in Betrieb. Es muss also nur ein kurzes periodisches Eingangssignal in das System gebracht werden um den Generator einzuschalten. Wird das periodische Eingangssignal schließlich abgeschaltet, so ist die Schwingung im System nicht mehr extern erzwungen und es stellt sich eine neue Frequenz und eine neue Amplitude bei der Dreieckspannung ein, abhängig von den Bauteilen in der Beschaltung. Dies wird im Folgenden hergeleitet.

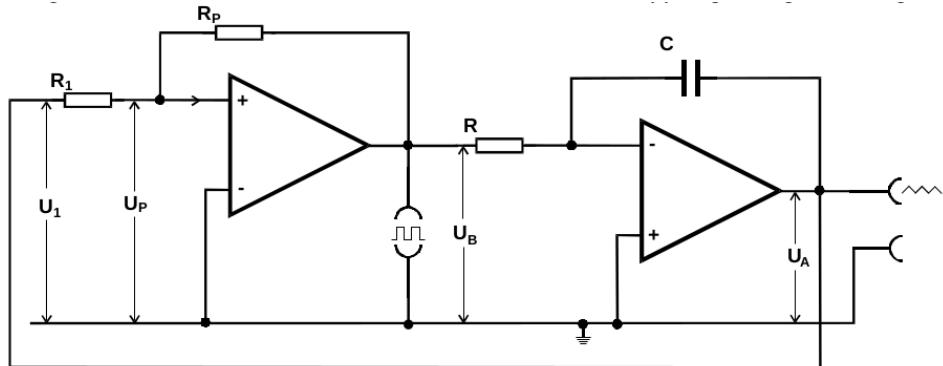


Abbildung 7: Beschaltung zweier Operationsverstärker als Signalgenerator für eine Rechtecks- und Dreieckspannung [1].

Sobald am Schmitt-Trigger-Ausgang die Spannung U_B vorliegt, wird diese durch den Integrator so lange integriert, gemäß

$$U_A(t) = -\frac{1}{RC} U_B t, \quad (17)$$

bis am Integrator-Ausgang bzw. am Schmitt-Trigger-Eingang die Spannung

$$U_{1,\text{krit}} = -\frac{R_1}{R_p} U_B \quad (18)$$

vorliegt. An diesem Punkt kippt die Ausgangsspannung des Schmitt-Triggers, bzw. die Eingangsspannung des Integrators auf $-U_B$, sodass der Integrator in Folge eine negative Spannung aufintegriert. Dies tut er gemäß

$$U_A(t) = +\frac{1}{RC} U_B t \quad (19)$$

so lange, bis der Schwellenwert

$$U_{1,\text{krit}} = +\frac{R_1}{R_p} U_B \quad (20)$$

erreicht ist und der gesamte Prozess beginnt von Neuem. Die Periodendauer entspricht genau der Zeit, in der das Integral positiv ist, addiert mit der gleichlangen Zeit, in der

das Integral negativ ist. Bei der halben Periodendauer hat die Ausgangsspannung am Integrator den Schwellenwert erreicht, also

$$U_A \left(\frac{\tau}{2} \right) = -\frac{\tau}{2RC} U_B \stackrel{!}{=} -\frac{R_p}{R_p} U_B. \quad (21)$$

Daraus folgt die Kreisfrequenz der Rechteck- sowie der Dreiecksspannung ~~sofern diese nicht durch ein äußeres Signal erzwungen werden~~

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{\pi R_p}{RCR_1}. \quad (22)$$

Da die Dreiecksspannung genau bei den Umschaltpunkten extrem wird ist ihre Amplitude gleich dem doppelten Schwellenwert

$$A = \frac{2R_1}{R_p} U_B. \quad (23)$$

1.8. Erzeugung von Sinusschwingungen mit exponentiell variierender Amplitude

In Abbildung 8 ist eine Beschaltung von Operationsverstärkern dargestellt, mit welcher eine exponentiell zu- bzw. abnehmende Sinusschwingung erzeugt werden kann. Die ersten beiden Operationsverstärker sind als Umkehr-Integratoren beschaltet, während die Beschaltung des letzten Operationsverstärkers ein Eingangssignal einfach invertiert. Mit Hilfe eines Potentiometers kann außerdem ein Teil der Ausgangsspannung des Invertierer auf den zweiten Umkehr-Integrator gegeben werden, was genau über die exponentielle Variation der Sinusamplitude entscheidet. Wird die zurückgegebene Spannung entsprechend auf Null gesetzt, so ist es plausibel, dass die Eigenschwingung des Systems ein Sinus ist, da diese Funktion gerade sich selbst ergibt, wenn zweifach integriert und anschließend ein Vorzeichenwechsel durchgeführt wird.

Für die Eingangs- und Ausgangsspannungen der Integriertoren gelten die Beziehungen

$$U_1 = -\frac{1}{RC} \int U_A dt \quad (24)$$

und

$$U_2 = -\frac{1}{RC} \int \left(U_A + \frac{\eta}{10} U_A \right) dt, \quad (25)$$

wobei η mit

$$-1 \leq \eta \leq 1 \quad (26)$$

gerade den Bruchteil der Spannung angibt, welcher mittels Potentiometer auf den Eingang des zweiten Umkehr-Integrators gegeben wird. Aus diesen Gleichungen und der Relation für den Invertierer

$$U_A = -U_2, \quad (27)$$

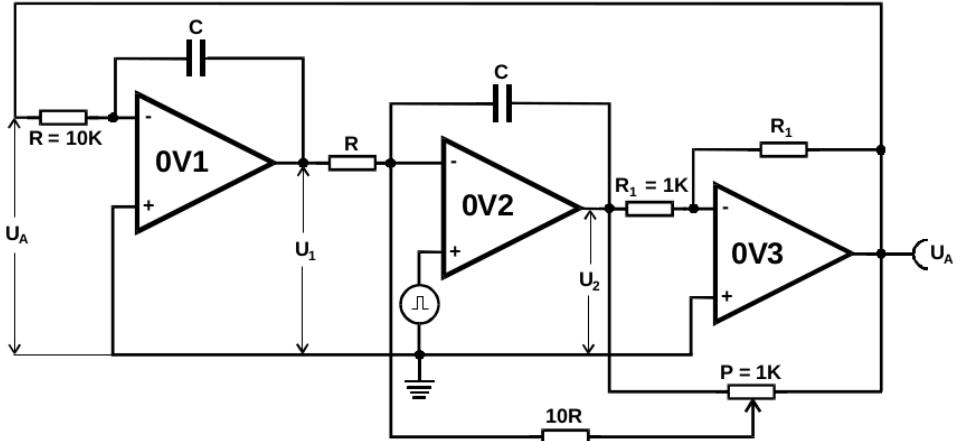


Abbildung 8: Beschaltung dreier Operationsverstärker als Generator von Sinusschwingungen mit exponentiell variierenden Amplituden [1].

folgt schließlich die Differentialgleichung

$$\ddot{U}_A - \frac{\eta}{10RC}\dot{U}_A + \frac{1}{R^2C^2}U_A = 0, \quad (28)$$

welche durch einen Sinus mit exponentiell variierender Amplitude

$$U_A(t) = U_0 \exp\left(\frac{\eta t}{20RC}\right) \sin\left(\frac{t}{RC}\right) \quad (29)$$

gelöst wird. Die Frequenz dieser Schwingung beträgt

$$\nu = \frac{1}{2\pi RC}. \quad (30)$$

Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt plausibel gemacht ergibt sich eine einfache Sinusschwingung für $\eta = 0$, wenn also keine Spannung über das Potentiometer auf den zweiten Operationsstärkereingang zurückgegeben wird. Für $\eta < 0$ ergibt sich eine gedämpfte, während sich für $\eta > 0$ eine entdämpfte Sinusschwingung mit der Abkling- bzw. Zunahmedauer

$$\tau = \frac{20RC}{|\eta|} \quad (31)$$

ergibt.

2. Durchführung

2.1. Operationsverstärker

Die im Versuch verwendeten Operationsverstärker mit dem Gehäuse DIL 8 haben den im Folgenden beschriebenen Schaltungsplan. Wenn der Operationsverstärker so gedreht

wird, dass die Einkerbung nach oben zeigt, so werden die acht Anschlüsse oben links beginnend bis unten links und anschließend von unten rechts bis oben rechts durchnummieriert. Dabei ist Anschluss 2 der invertierende und Anschluss 3 der nicht-invertierende Eingang. Die Betriebsspannungen werden an den Anschlüssen 4 (V-) und 7 (V+) angelegt. Die Ausgangsspannung des Operationsverstärkers kann an Anschluss 6 abgegriffen werden. Die Anschlüsse 1 und 5 können an Erden angeschlossen werden, während 8 unbelegt ist.

2.2. Messprogramm

1. Im ersten Versuchsteil wird der Frequenzgang des in Abschnitt 1.3 behandelten gegengekoppelten Linearverstärkers bei vier verschiedenen Widerstandspaaren, deren Quotient sich über diverse Zehnerpotenzen erstrecken soll, ausgemessen. Dazu wird die Schaltung aus Abbildung 3 aufgebaut und an ihren Eingang ein Wechselspannungsgerät angeschlossen. Ferner wird die Ausgangsspannung des Linearverstärkers an ein Oszilloskop angeschlossen um zu kontrollieren, dass die oszillierende Eingangsspannung unverzerrt verstärkt wird. Ist dies nicht der Fall, so kann die Verzerrung korrigiert werden, indem die Offseteingangsspannung (DC-Offset) am Wechselspannungsgerät variiert wird. Es werden sowohl Verstärkungsfaktoren, als auch Phasenverschiebungen zwischen Eingangs- und Ausgangsspannungen aufgenommen.
2. Als nächstes wird ein Umkehr-Integrator nach Abbildung 5 aufgebaut und jeweils ein Oszilloskopbild der Ausgangsspannung bei einer sinus-, rechteck- und dreieckförmigen Eingangsspannung aufgenommen. Anschließend wird der Verstärkungsfaktor in Abhängigkeit von der Frequenz bei der sinusförmigen Eingangsspannung ausgemessen um die Frequenzabhängigkeit nach Gleichung (13) zu überprüfen. Hier ist es wichtig, die Offseteingangsspannung am Wechselspannungsgerät sorgfältig zu variieren, da auch kleine Gleichströme vom Integrator aufintegriert werden und entsprechend die Ausgangsspannung drastisch verändern.
3. In diesem Versuchsteil werden dieselben Schritte wie im letzten durchgeführt, wobei der Umkehr-Integrator durch ein Umkehr-Differentiator ausgetauscht wird. Gleichströme am Differentiatoreingang sind hier weniger problematisch, da diese beim Differenzieren prinzipiell verschwinden.
4. Im vierten Versuchsteil wird das Kippverhalten eines Schmitt-Triggers untersucht. Dazu wird zunächst die Schaltung nach Abbildung 6 aufgebaut, an den Eingang eine Sinusspannung angelegt und an den Ausgang ein Oszilloskop angeschlossen. Die Eingangsamplitude wird beginnend bei einer verschwindenden Spannung so lange erhöht, bis am Ausgang eine Rechteckspannung beobachtet wird. Anschließend wird für diesen kritischen Punkt die Eingangs- und Ausgangsspannungsamplitude aufgenommen.
5. Der nächste Versuchsteil befasst sich mit der Generatorschaltung aus Abbildung 7. Zunächst wird der Schmitt-Trigger bzw. Rechteckgenerator aufgebaut, an den

Eingang eine beliebige Wechselspannung mit ausreichend großer Amplitude angelegt und mit einem Oszilloskop die Funktion überprüft. Ist diese Überprüfung erfolgreich, so wird der Umkehrintegrator dazugeschaltet und überprüft, ob am Ausgang eine Dreieckspannung anliegt. Anschließend wird das anliegende Wechselspannungsgerät ausgeschaltet und ein Bild der ~~nicht mehr erzwungenen~~ Rechteck- bzw. Dreieckspannung aufgenommen.

6. Im letzten Versuchsteil wird der Signalgenerator nach Abbildung 8 untersucht. Für die Schaltung werden Kondensatoren mit $C \approx 20 \text{ nF}$ verwendet. Es wird ein Bild der entdämpften Schwingung und eine CSV-Datei der gedämpften Schwingung aufgenommen um diese anschließend auszuwerten. Bei der gedämpften Schwingung ist zu beachten, dass diese nicht von selbst anschwingt. Daher wird sie mit einer externen Rechteckspannung am invertierenden Eingang des zweiten Operationsverstärkers, wie auch in Abbildung 8 erkennbar, erzwungen.

3. Auswertung

3.1. Gegengekoppelter Verstärker

Die Werte der vier verschiedenen Widerstandskombinationen sind in den Tabellen 2, 3, 4 und 5 eingetragen. Die Fehler werden wie folgt angenommen: $\sigma_\nu = 0,1\nu$, $\sigma_U = 10 \text{ mV}$. Graphisch dargestellt sind die Messwerte sowie ein Fit an die Messwerte, die händisch der Flanke zugeordnet werden, in Abbildung 9 zu sehen. Dieser Fit folgt der Gleichung:

$$\ln(V') = m \ln(\nu/\text{kHz}) + b. \quad (32)$$

Dabei ergeben sich die Werte aus Tabelle 1. Dort ist auch die Grenzfrequenz eingetragen, die aus dem Schnittpunkt der gefitteten Graden mit der Linie auf Höhe von $V'_{\text{Theorie}}/\sqrt{2}$ beziehungsweise $V'_{\text{Theorie}} \cdot \sqrt{2}$ gewonnen wird. Außerdem ist in Tabelle 1 der Mittelwert der Messwerte der Plateaus angegeben, sowie die prozentuale Abweichung von V'_{Theorie} .

i	m	b	ν'_g / kHz	$\bar{V}'_{\text{Plateau}}$	$\Delta_{V'} / \%$
1	$-0,832 \pm 0,007$	$4,49 \pm 0,05$	335	$1,01 \pm 0,02$	1 ± 3
2	$0,16 \pm 0,07$	$-2,9 \pm 0,5$	368	$0,1038 \pm 0,0004$	3 ± 5
3	$-0,5 \pm 0,1$	$3,1 \pm 0,7$	154	$2,00 \pm 0,02$	6 ± 5
4	$-0,87 \pm 0,04$	$4,7 \pm 0,2$	25	$9,6 \pm 0,2$	3 ± 5

Tabelle 1: Ergebnisse aus der Messung mit gegengeschaltetem Operationsverstärker. Dabei ist i die Nummer der Widerstandskombination; definiert in den Tabellen der Messwerte im Anhang.

Nun wird die Beziehung $\nu'_g V' = \text{const}$ überprüft. Es ergeben sich die Werte:

$$\begin{aligned} \nu'_{g,1} V'_1 &= (335 \pm 2) \text{ kHz} & \nu'_{g,2} V'_2 &= (37 \pm 2) \text{ kHz} \\ \nu'_{g,3} V'_3 &= (328 \pm 17) \text{ kHz} & \nu'_{g,4} V'_4 &= (245 \pm 12) \text{ kHz}, \end{aligned}$$

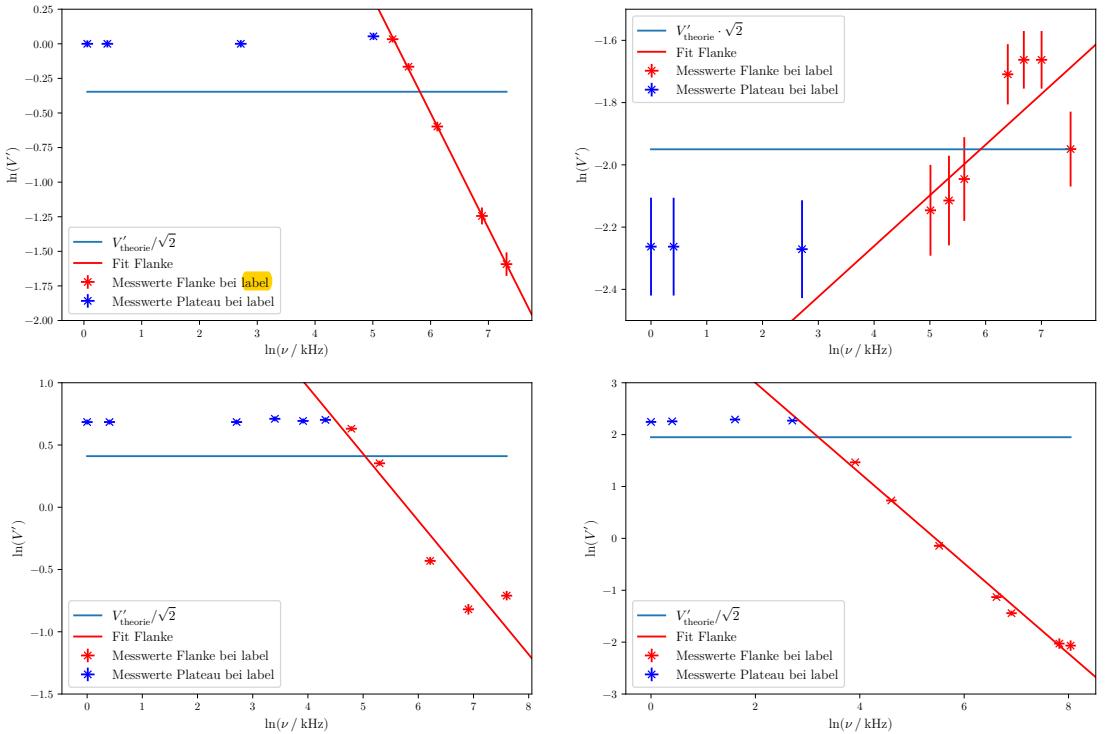


Abbildung 9: Messwerte und Flankenfit aller vier Widerstandskombinationen mit $V'_{\text{Theorie}} = R_N/R_1$.

wobei der Index die jeweilige Widerstandskombination angibt. Da die zweite Kombination sich stark von den anderen unterscheidet, dadurch dass sie abschwächt und nicht verstärkt, wird sie zur Überprüfung der Konstanz nicht herangezogen. Der Mittelwert aus den anderen Kombinationen beträgt:

$$\frac{1}{3} \sum_{i=1, i \neq 2}^4 \nu'_{g,i} V'_i = (303 \pm 40) \text{ kHz.}$$

Außerdem wird für den gegengekoppelten Verstärker die endliche Leerlaufverstärkung V mit Formel (8) abgeschätzt. Die vier einzelnen Werte sind:

$$V_1 = -70 \pm 10 \quad V_2 = -3 \pm 5 \quad V_3 = 32 \pm 26 \quad V_4 = 300 \pm 500.$$

Zuletzt wird in Abbildung 10 die Abhängigkeit der Phasendifferenz zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung von der Frequenz dargestellt.

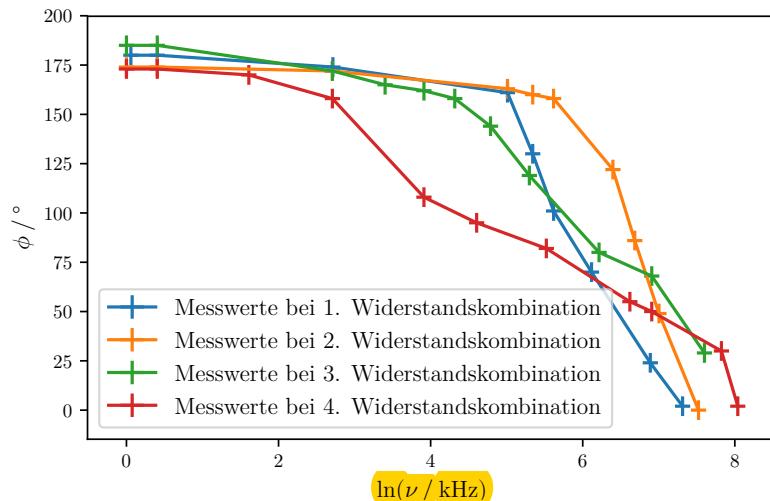


Abbildung 10: Messwerte der Phasendifferenz zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung aller vier Widerstandskombinationen.

3.2. Umkehr-Integrator

Zunächst werden auf die Schaltung des Umkehr-Integrators drei verschiedene Eingangsspannung gegeben. In der Schaltung werden für Widerstand und Kondensator Bauteile mit folgenden Werten verwendet:

$$R = (99,7 \pm 0,5) \text{ k}\Omega \quad C = (970 \pm 10) \text{ nF.}$$

Der Verlauf der Ausgangsspannung sowie der Eingangsspannung sind in den Abbildungen 11, 12 und 13 zu sehen. Dabei ist die Eingangsspannung in orange und die Ausgangsspannung in grün abgebildet.

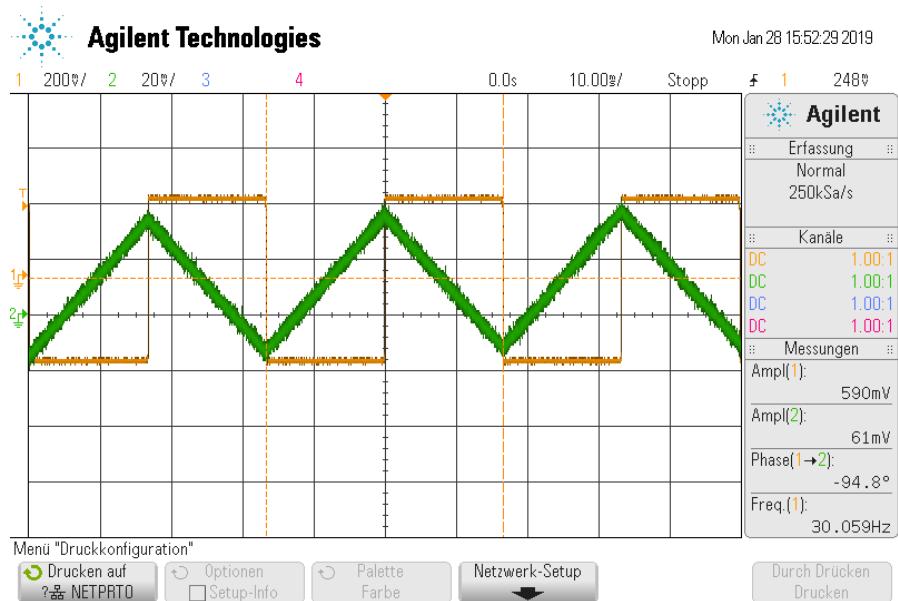


Abbildung 11: Das Oszilloskopbild des Umkehr-Integrators bei angelegter Rechteckspannung.

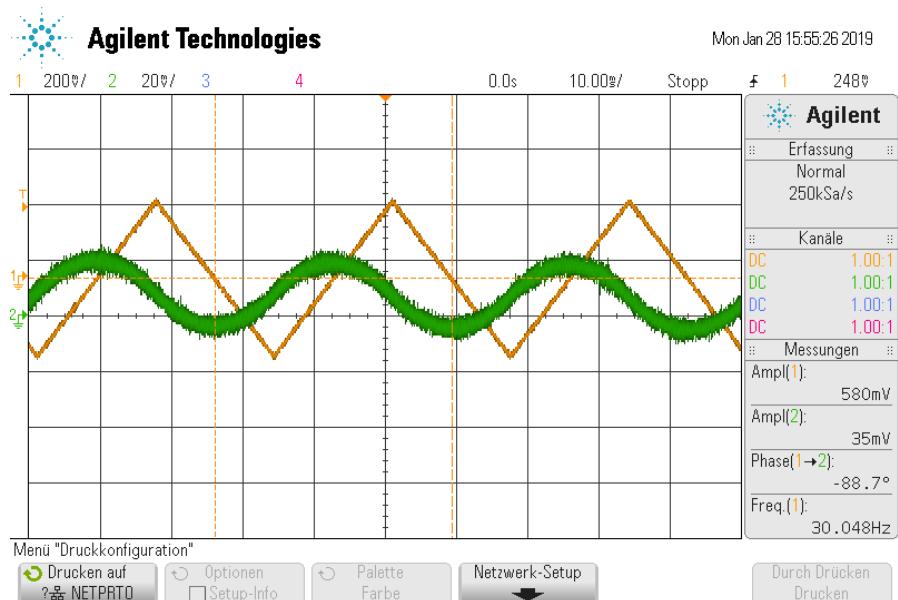


Abbildung 12: Das Oszilloskopbild des Umkehr-Integrators bei angelegter Dreieckspannung.

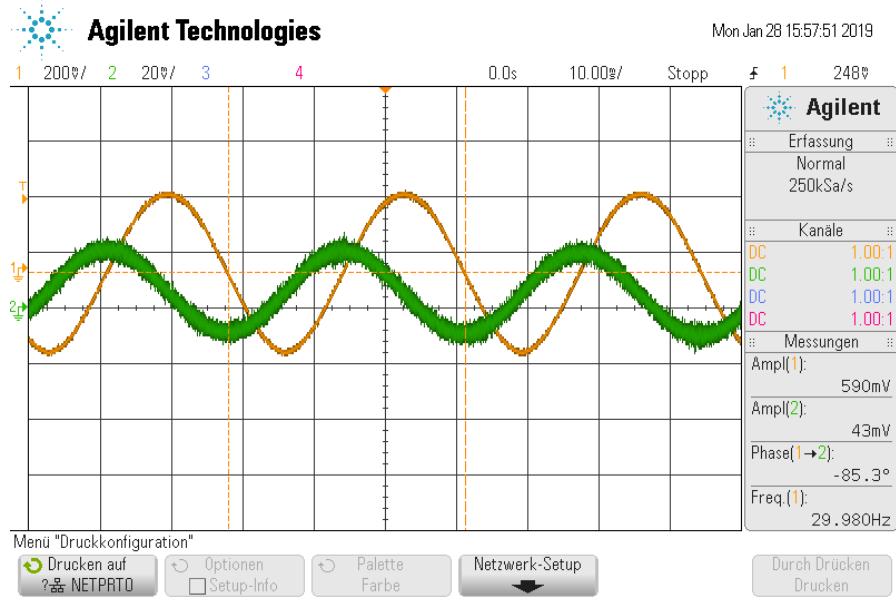


Abbildung 13: Das Oszilloskopbild des Umkehr-Integrators bei angelegter Sinusspannung.

Außerdem wird die Verstärkung $V' = U_A/U_0$ gegen die Kreisfrequenz ω aufgetragen. Dabei ist die Eingangsspannung sinusförmig. Die Messwerte sind in Tabelle 6 zu finden. Die Fitfunktion nach Formel (13) lautet:

$$V' = \frac{1}{k\omega}. \quad (33)$$

Aus dem Fit, der zusammen mit den Messwerten in Abbildung 14 zu sehen ist, folgt:

$$k = (0,062 \pm 0,003) \Omega \text{ F.}$$

Die prozentuale Abweichung von dem nach Formel (13) erwarteten Wert beträgt:

$$\Delta_{k,RC} = (36 \pm 3) \text{ %.}$$

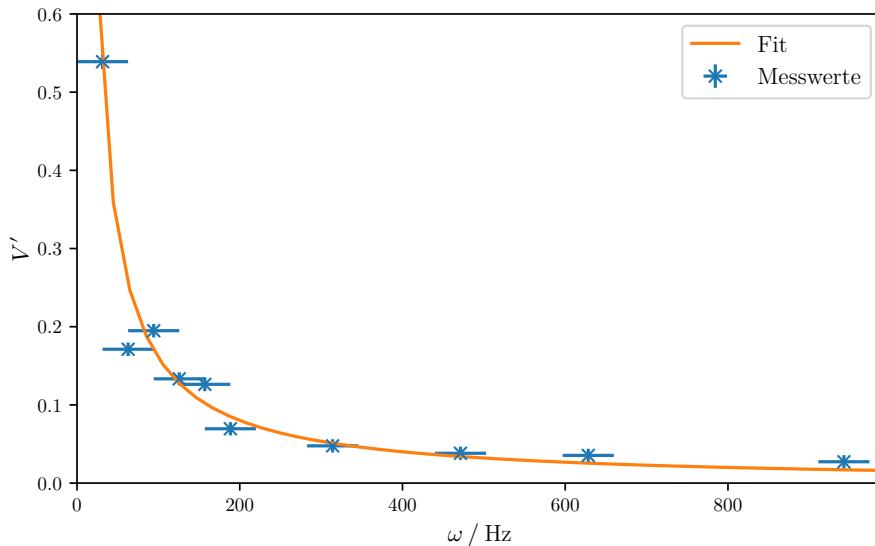


Abbildung 14: Die frequenzabhängige Verstärkung des Umkehr-Integrators bei angelegter Sinusspannung.

3.3. Umkehr-Differentiator

Zunächst werden auf die Schaltung des Umkehr-Differentiators drei verschiedene Eingangsspannung gegeben. In der Schaltung werden für Widerstand und Kondensator Bauteile mit folgenden Werten verwendet:

$$R = (1,002 \pm 0,050) \text{ k}\Omega \quad C = (970 \pm 10) \text{ nF}.$$

Der Verlauf der Ausgangsspannung sowie der Eingangsspannung sind in den Abbildungen 15, 16 und 17 zu sehen. Dabei ist die Eingangsspannung in orange und die Ausgangsspannung in grün abgebildet.

Außerdem wird die Verstärkung $V' = U_A/U_0$ gegen die Kreisfrequenz ω aufgetragen. Dabei ist die Eingangsspannung sinusförmig. Die Messwerte sind in Tabelle 7 zu finden. Die Fitfunktion nach Formel (15) lautet:

$$V' = k\omega. \quad (34)$$

Aus dem Fit, der zusammen mit den Messwerten in Abbildung 18 zu sehen ist, folgt:

$$k = (9,64 \pm 0,05) \cdot 10^{-4} \Omega \text{ F}.$$

Die prozentuale Abweichung von dem nach Formel (15) erwarteten Wert beträgt:

$$\Delta_{k,RC} = (1 \pm 5)\%.$$

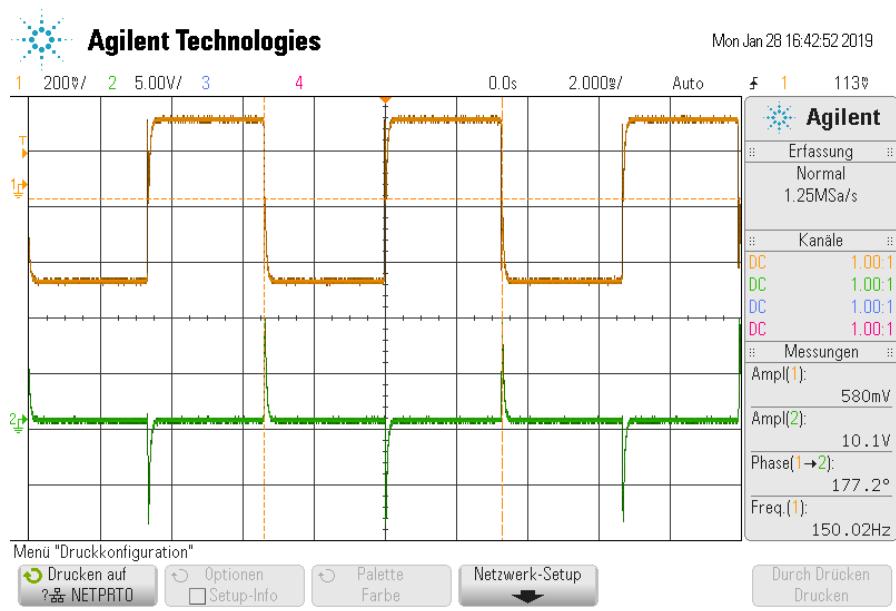


Abbildung 15: Das Oszilloskopbild des Umkehr-Differentiators bei angelegter Rechteckspannung.

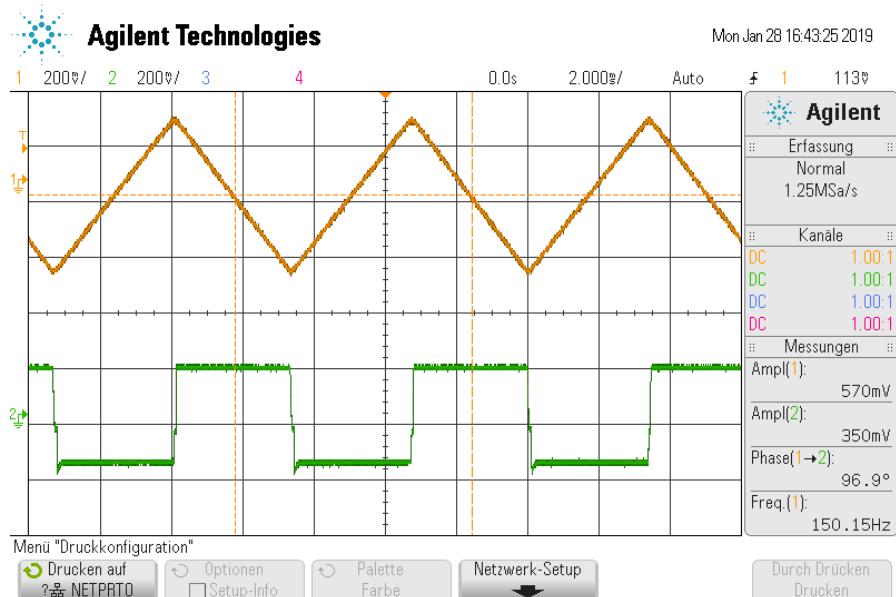


Abbildung 16: Das Oszilloskopbild des Umkehr-Differentiators bei angelegter Dreiecksspannung.

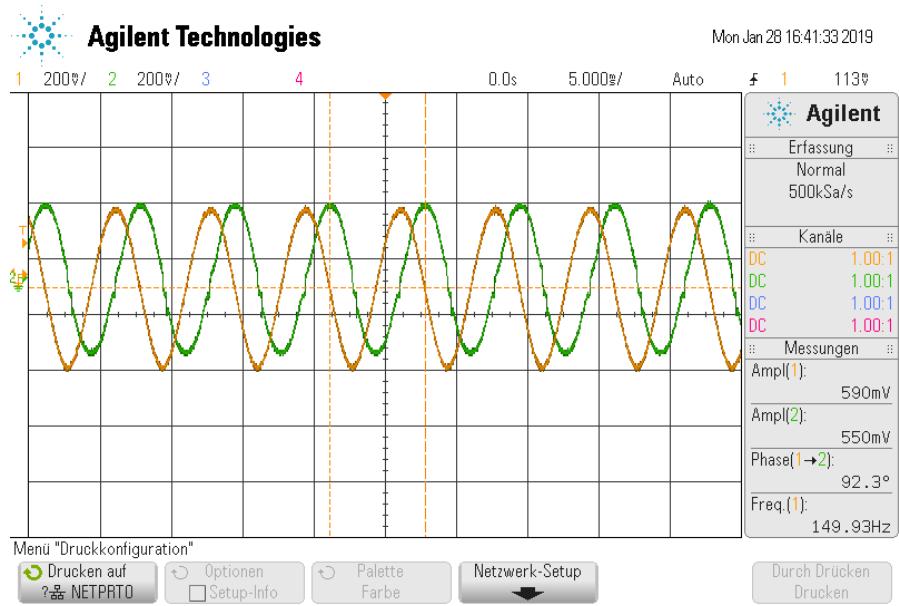


Abbildung 17: Das Oszilloskopbild des Umkehr-Differentiators bei angelegter Sinusspannung.

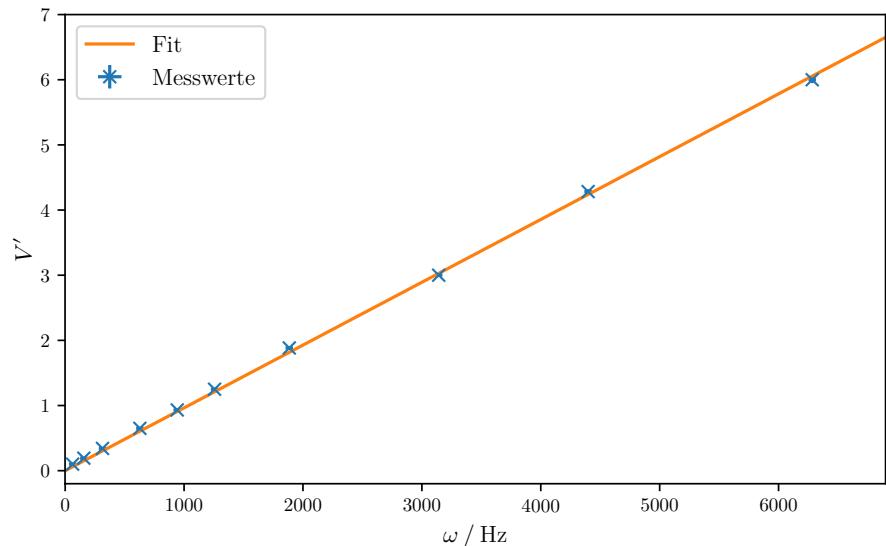


Abbildung 18: Die frequenzabhängige Verstärkung des Umkehr-Differentiators bei angelegter Sinusspannung.

3.4. Schmitt-Trigger

Die Schaltung nach Abbildung 6 liefert das Oszilloskopbild aus Abbildung 19. Der Wert

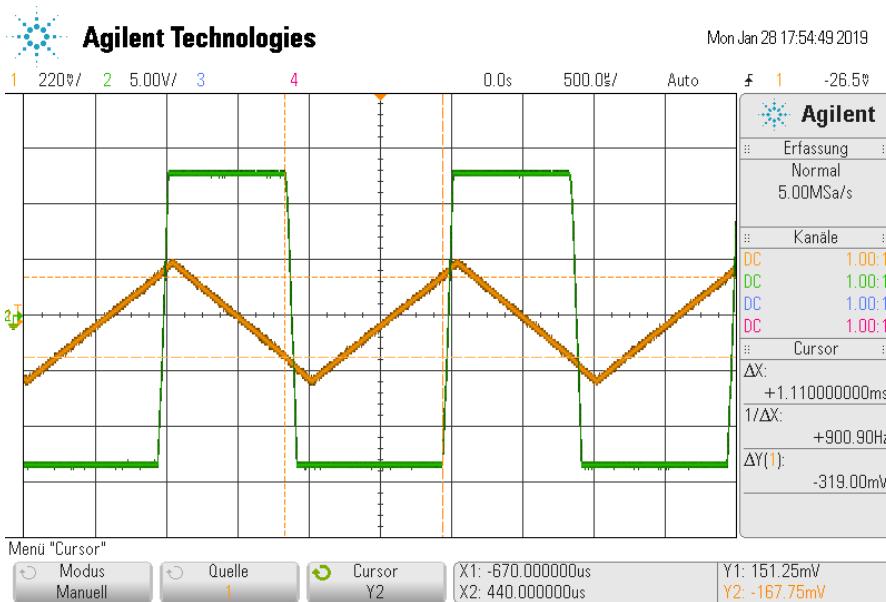


Abbildung 19: Das Oszilloskopbild des Schmitt-Triggers mit den Spannungsmesswerten an den Stellen, an denen die Ausgangsspannung umschlägt. Hier ist die Eingangsspannung in orange und die Ausgangsspannung in grün zu sehen.

der eingebauten Widerstände beträgt:

$$R_1 = (1,002 \pm 0,050) \text{ k}\Omega \quad R_p = (99,7 \pm 0,5) \text{ k}\Omega$$

Die Betriebsspannung beträgt:

$$U_B = (14,125 \pm 0,050) \text{ V}.$$

Die aus Abbildung 19 abgelesenen Werte für die Schwellenspannung sind:

$$U_{e, \text{Schwelle}, 1} = (151 \pm 5) \text{ mV} \quad U_{e, \text{Schwelle}, 2} = (-168 \pm 5) \text{ mV}.$$

Die Abweichung von dem erwarteten Wert $R_1/R_p U_B$ betragen:

$$\Delta_1 = (7 \pm 6)\% \quad \Delta_2 = (18 \pm 7)\%.$$

Außerdem kann in Abbildung 24 noch die Amplitude der Ausgangsspannung abgelesen werden. Ihr Wert und die Abweichung vom erwarteten Wert $2U_B$ betragen:

$$U_A = (26,3 \pm 0,5) \text{ V} \quad \Delta_{U_A} = (7 \pm 2)\%.$$

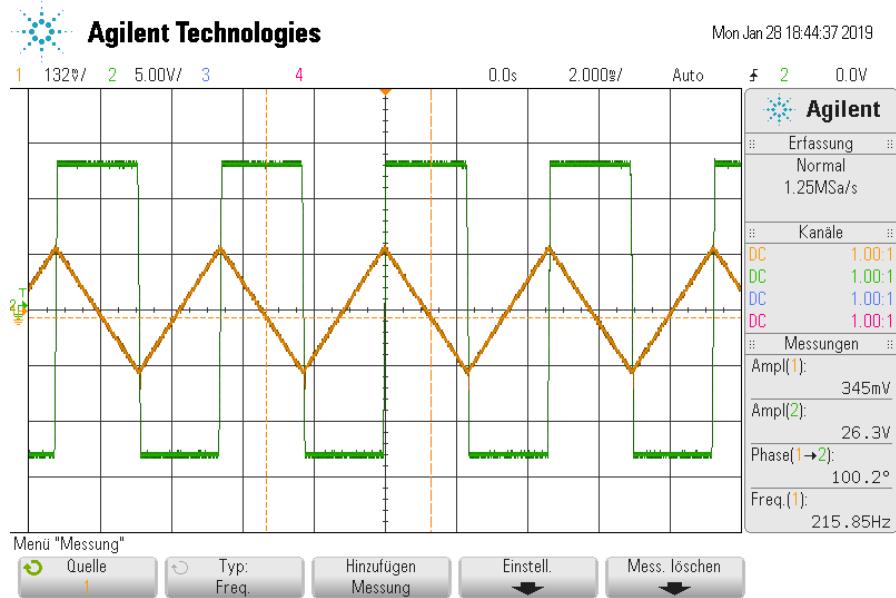


Abbildung 20: Das Oszilloskopbild des Signalgenerators mit der generierten Dreieck- und Rechteckspannung.

3.5. Signalgenerator

Die Schaltung nach Abbildung 7 liefert das Oszilloskopbild aus Abbildung 20. Dabei haben die Bauteile folgende Werte:

$$R_1 = (1,002 \pm 0,050) \text{ k}\Omega \quad R_p = (99,7 \pm 0,5) \text{ k}\Omega \\ R = (100,0 \pm 0,5) \text{ k}\Omega \quad C = (970 \pm 10) \text{ nF}.$$

Die Amplituden der beiden Spannungen, sowie die Frequenz können nun mit den berechneten Werten verglichen werden. Die gemessenen Werte sind:

$$U_{\text{Dreieck}} = (345 \pm 5) \text{ mV} \quad U_{\text{Rechteck}} = (26,3 \pm 0,5) \text{ V} \quad \omega = (1,357 \pm 0,006) \text{ kHz}$$

Zur Berechnung der erwarteten Dreiecksspannung wird Formel (23) und für die Frequenz Formel (22) genutzt. Der erwartete Wert der Rechteckspannung beträgt erneut $2U_B$. Die erwarteten Werte sind also:

$$U_{\text{Dreieck, erw.}} = (284 \pm 14) \text{ mV} \quad U_{\text{Rechteck, erw.}} = (28,25 \pm 0,10) \text{ V} \quad \omega_{\text{erw.}} = (3,22 \pm 0,17) \text{ kHz}$$

Die Abweichung beträgt dann:

$$\Delta_{U_{\text{Dreieck}}} = (22 \pm 6) \% \quad \Delta_{U_{\text{Rechteck}}} = (7 \pm 2) \% \quad \Delta_{\omega} = (58 \pm 2) \%.$$

3.6. Entdämpfte Schwingung

In Abbildung 21 ist das Oszilloskopbild der entdämpften Schwingung zu sehen. Für den Widerstand R und den Kondensator C werden folgende Werte gemessen. Da zwei leicht

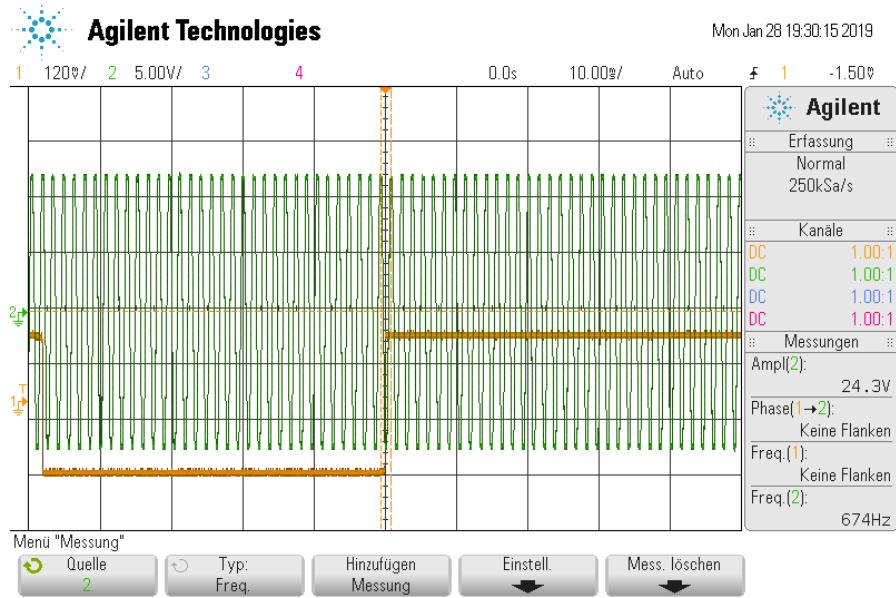


Abbildung 21: Das Oszilloskopbild der entdämpften Schwingung.

verschiedene Kondensatoren benutzt werden (siehe Messwerte im Anhang), wird für den Wert C der Mittelwert aus beiden angenommen:

$$R = (9,96 \pm 0,05) \text{ k}\Omega \quad C = (22 \pm 1) \text{ nF}.$$

Die gemessene Frequenz beträgt:

$$\nu_{\text{gem.}} = (674 \pm 5) \text{ Hz.}$$

Nach Formel (30) ist die erwartete Frequenz:

$$\nu_{\text{erw.}} = (740 \pm 40) \text{ Hz.}$$

Die Abweichung beträgt:

$$\Delta_\nu = (8 \pm 5) \text{ %.}$$

3.7. Gedämpfte Schwingung

In Abbildung 22 ist das Oszilloskopbild der gedämpften Schwingung zu sehen. Die Werte für den Widerstand R und den Kondensator C sind dieselben wie im Kapitel zuvor. **An die Werte einer abschwingenden Schwingung** wird nun folgende Formel gefüttet:

$$U_A = U_0 e^{kt}. \quad (35)$$

In Abbildung 23 sind die Messwerte sowie der Fit zu sehen. Die Werte aus dem Fit sind:

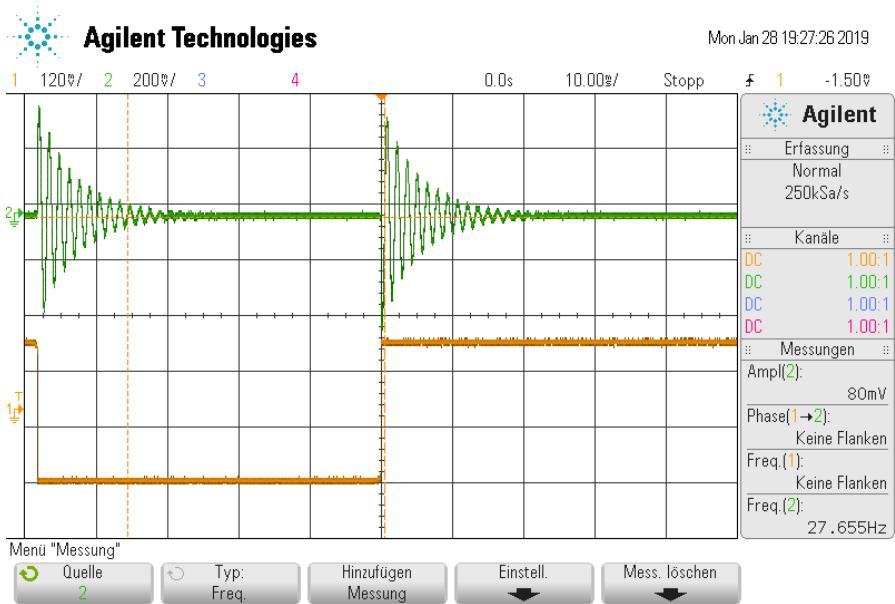


Abbildung 22: Das Oszilloskopbild der gedämpften Schwingung.

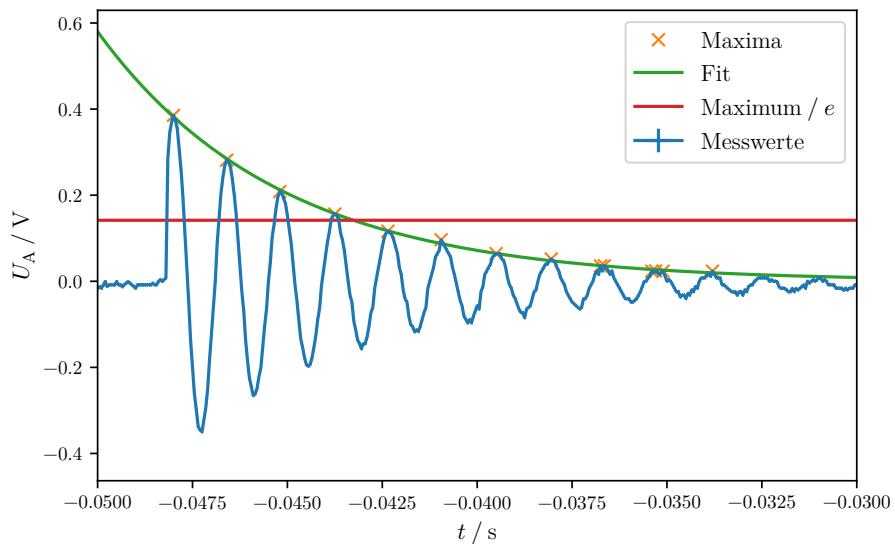


Abbildung 23: Die Messwerte der gedämpften Schwingung sowie der Fit an die Maxima der Schwingung.

$$k = (-209 \pm 3) \text{ s}^{-1} \quad U_0 = (1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

Außerdem wird die **Abklingzeit τ** bestimmt. Sie beträgt:

$$\tau = 4,7 \text{ ms}$$

Der für τ erwartete Wert nach Formel (31) sowie die Abweichung des gemessenen davon betragen:

$$20RC = (4,4 \pm 0,3) \text{ ms} \quad \Delta_\tau = (8 \pm 7) \text{ %}.$$

4. Diskussion

Beim gegengekoppelten Verstärker folgen die Werte der erwarteten Theoriekurve. Nur bei der zweiten Widerstandskombination treten größere Abweichungen auf. Die Verstärkung ist unter Berücksichtigung der Fehler verträglich mit der Erwartung nach den Widerstandswerten. Die Konstanz des Verstärkungs-Bandbreite-Produkt kann anhand dieser Werte nicht erkannt werden. Auch der Wert für die Leerlaufverstärkung kann nur grob abgeschätzt werden, da die einzelnen bestimmten Werte sich stark unterscheiden. Die Phasen folgen ebenfalls der theoretischen Erwartung mit einem Plateau und dann einem linearen Abfall.

In den Oszilloskopbildern des Umkehr-Integrators ist die integrierende Wirkung gut zu erkennen. Die antiproportionale Abhängigkeit der Verstärkung von der Frequenz ist gut zu erkennen. Der bestimmte Fitparameter weicht allerdings signifikant vom erwarteten Wert ab. Hier ist die geringe Statistik eine Fehlerquelle.

Der Umkehr-Differentiator zeigt in den Oszilloskopbildern das erwartete Verhalten. Der lineare Fit zeigt, dass die Messwerte dem theoretischen Zusammenhang folgen. Der bestimmte Parameter stimmt sehr genau mit dem erwarteten Wert überein.

Beim Schmitt-Trigger sind alle Abweichungen im verträglichen Bereich.

Die Abweichung der Frequenz beim Signalgenerator ist sehr hoch. Die generierten Signale haben die erwünschte Form.

Die Abweichungen bei ent- und gedämpfter Schwingung zeigen die gute Übereinstimmung zwischen errechneten und aus dem Fit bestimmten Werten. Im Oszilloskopbild kann gut die periodische Anregung und dann exponentielle Abnahme des Signals gesehen werden. Die exponentielle Zunahme beim entdämpften kann nicht gesehen werden, da die Spannung dort nach kurzer einen Sättigungswert erreicht.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Schaltungen mit Operationsverstärkern*. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/V51.pdf>.

ν / kHz	U_1 / mV	U_A / mV	V'	ϕ / °
1,1	570	570	1,0	180
1,5	540	540	1,0	180
15,1	540	540	1,0	-174
150,0	540	570	1,1	-161
209,0	590	610	1,0	-2
275,0	590	500	0,8	-130
453,0	600	330	0,6	-101
981,0	590	170	0,3	-70
1500,0	590	120	0,2	-24

Tabelle 2: Werte der Widerstandskombination $R_1 = (9,96 \pm 0,05)$ kΩ, $R_N = (9,96 \pm 0,05)$ kΩ; im Folgenden als 1. Widerstandskombination bezeichnet.

ν / kHz	U_1 / mV	U_A / mV	V'	ϕ / °
1,0	615	64	0,1	-174
1,5	615	64	0,1	-174
15,0	620	64	0,1	-172
150,0	590	69	0,12	-163
209,0	580	70	0,12	-160
275,0	580	75	0,13	-158
600,0	580	105	0,18	-122
800,0	580	110	0,19	-86
1100,0	580	110	0,19	-49
1850,0	590	84	0,14	0

Tabelle 3: Werte der Widerstandskombination $R_1 = (9,96 \pm 0,05)$ kΩ, $R_N = (1,002 \pm 0,050)$ kΩ; im Folgenden als 2. Widerstandskombination bezeichnet.

ν / kHz	U_1 / mV	U_A / mV	V'	ϕ / °
1,0	580	1150	2,0	185
1,5	580	1150	2,0	185
15,0	580	1150	2,0	-172
30,0	580	1180	2,0	-165
50,0	580	1160	2,0	-162
75,0	570	1150	2,0	-158
120,0	580	1090	1,9	-144
200,0	590	840	1,4	-119
500,0	600	390	0,6	-80
1000,0	590	260	0,4	-68
2000,0	600	295	0,5	-29

Tabelle 4: Werte der Widerstandskombination $R_1 = (1,002 \pm 0,050) \text{ k}\Omega$, $R_N = (470 \pm 5) \Omega$; im Folgenden als 3. Widerstandskombination bezeichnet.

ν / kHz	U_1 / mV	U_A / mV	V'	ϕ / °
1,0	890	8400	9,4	-173
1,5	880	8400	9,5	-173
5,0	890	8800	9,9	-170
15,0	930	9000	9,7	-158
50,0	900	3900	4,3	-108
100,0	900	1870	2,1	-95
250,0	900	780	0,9	-82
750,0	930	300	0,3	-55
1000,0	930	220	0,2	-50
2500,0	760	100	0,1	-30
3100,0	790	100	0,1	-2

Tabelle 5: Werte der Widerstandskombination $R_1 = (9,96 \pm 0,05) \text{ k}\Omega$, $R_N = (1,002 \pm 0,050) \text{ k}\Omega$; im Folgenden als 4. Widerstandskombination bezeichnet.

ω / Hz	U_A / mV	U_1 / mV	V'
31,42	318,0	590	0,54
62,83	101,0	590	0,17
94,25	115,0	590	0,19
125,66	80,0	600	0,13
157,08	72,0	570	0,13
188,5	41,0	590	0,07
314,16	28,1	590	0,05
471,24	22,5	590	0,04
628,32	20,9	590	0,04
942,48	16,1	590	0,03

Tabelle 6: Werte des Umkehr-Integrators mit den Fehlern $\sigma_\nu = 5$ Hz und $\sigma_U = 5$ mV.

ω / Hz	U_A / mV	U_1 / mV	V'
62,83	60,0	600	0,1
157,08	115,0	600	0,19
314,16	205,0	600	0,34
628,32	390,0	600	0,65
942,48	550,0	590	0,93
1256,64	750,0	600	1,25
1884,96	1130,0	600	1,88
3141,59	1770,0	590	3,0
4398,23	2570,0	600	4,28
6283,19	3540,0	590	6,0

Tabelle 7: Werte des Umkehr-Differentiators mit den Fehlern $\sigma_\nu = 5$ Hz und $\sigma_U = 5$ mV.

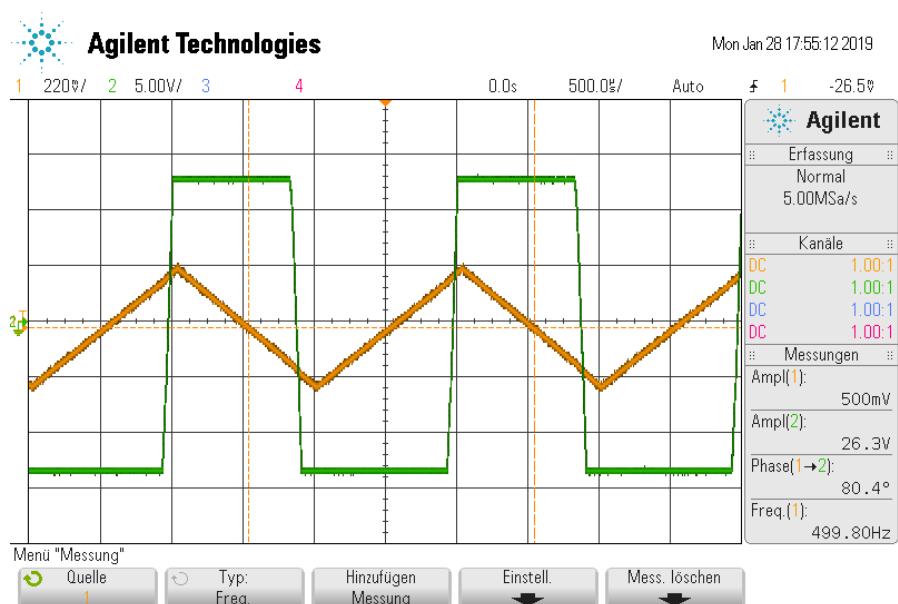


Abbildung 24: Das Oszilloskopbild des Schmitt-Triggers mit Werten für die Amplitude. Hier ist die Eingangsspannung in orange und die Ausgangsspannung in grün zu sehen.

A. Kopie der Originaldaten

Operationsverstärker

28. 1. 19

$$V_f = 14,125 \text{ V} = V_+$$

1. • $R_1 = 9,96 \text{ k}\Omega$
 $R_N = 9,96 \text{ k}\Omega$

~~$U_A = 590 \text{ mV}$~~
 ~~$U_1 = 590 \text{ mV}$~~
 φ_1

V_{Hz}	U_A/mV	U_1/mV	$\varphi/\text{°}$
1,06	570	570	180
1,5	540	540	180
15,1	540	540	-174
150	540	540	-161
1500	120	590	-2
203	610	580	-130
275	500	580	-101
453	330	600	-70
981	170	590	-24

• $R_1 = 9,96 \text{ k}\Omega$
 $R_N = 1,002 \text{ k}\Omega$

V_{Hz}	U_A/mV	U_1/mV	$\varphi/\text{°}$
1,00	64	615	-174
1,5	64	615	-174
15	64	620	-172
150	89	590	-163
203	70	580	-160
275	75	580	-158
600	105	580	-122
800	110	580	-86
1100	710	580	-49
1850	84	580	0

Abbildung 25: Messwerte Teil 1.

$V / \frac{m}{Hz}$	U_A / V	U_1 / mV	$\varphi / ^\circ$
1	1,15	580	185
1,5	1,15	580	-172
2,00	0,98	580	-135
3,00	0,81	580	-720
4,00	0,55	590	-103
5,0	0,4	580	-85
7,0	0,18	580	-765
5,0	0,16	580	-162
7,5	0,15	570	-158
12,0	0,08	580	-144
20,0	0,04	550	-129
50,0	0,03	600	-80
100,0	0,028	590	-68
200,0	0,025	600	-29
2400	0,020	600	0

$V / \frac{m}{Hz}$	U_A / V	U_1 / mV	$\varphi / ^\circ$
1	8,4	890	-173
1,5	8,4	880	-173
5	8,3	890	-170
15	9,0	930	-158
50	3,9	900	-108
100	1,87	900	-95
250	0,780	900	-82
750	0,300	530	-55
1000	0,220	930	-50
2500	0,100	760	-30
3700	0,700	730	-2

Abbildung 26: Messwerte Teil 2.

2. $R = \frac{99,72 \Omega}{7,002 \Omega}$
 $C = 970 \text{ nF}$
 Integrator:
 Bild: 16-18

V / Hz	$U_A / \mu\text{V}$	$U_1 / \mu\text{V}$	f / Hz
30	4,1	590	-8,8
20	8,0	600	-9,5
10	10,1	590	-84,2
5	31,8	590	-87,8
7,5	11,5	590	-85,3
2,5	7,2	570	-87,43
5,0	28,1	590	-99,9
7,5	22,5	590	-90,5
100	20,3	590	-86,3
150	16,1	590	-107,2

$R = 7,002 \Omega$
 $C = 970 \text{ nF}$
 Differentiator
 Bild: 19-21

V / Hz	$U_A / \mu\text{V}$	$U_1 / \mu\text{V}$	f / Hz
150	550	590	95,1
500	1770	590	102,3
300	1130	600	100
100	380	600	97
50	205	600	95
25	115	600	95
10	6,0	600	88
200	750	600	87
700	2570	600	105
1000	3540	590	93

3. $R_1 = \frac{0,1470}{4,002 \Omega}$
 $R_P = \frac{0,1470 \cdot 2 \Omega}{33,1}$
 22-23

$R_1 = 1,002 \Omega$
 $R_P = 99,72 \Omega$
 $C = 20 \text{ nF}$
 $R = 396,2 \Omega$
 $R = 100 \Omega$

Abbildung 27: Messwerte Teil 3.

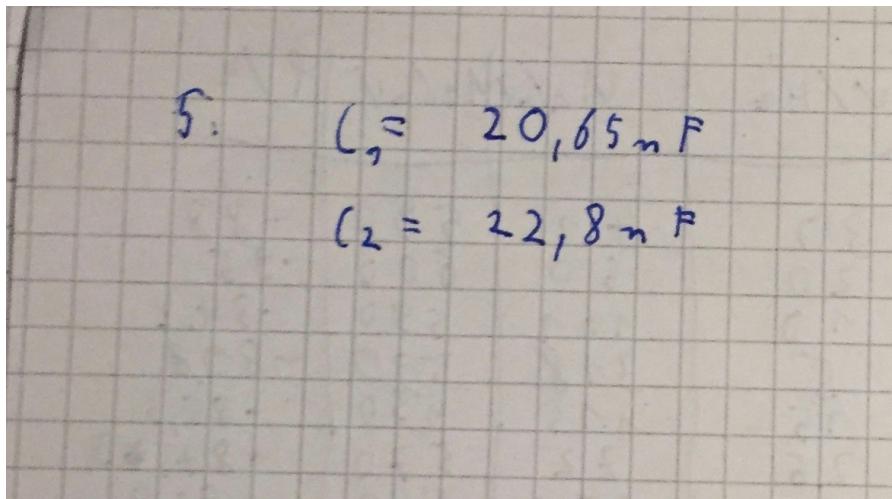


Abbildung 28: Messwerte Teil 4.