

# Лабораторная работа № 3

## Задание 1

Предъявите доверительный интервал уровня  $1 - \alpha$  для указанного параметра при данных предположениях (с математическими обоснованиями). Сгенерируйте 2 выборки объёма 25 и посчитайте доверительный интервал. Повторить 1000 раз. Посчитайте, сколько раз 95-процентный доверительный интервал покрывает реальное значение параметра. То же самое сделайте для объема выборки 10000. Как изменился результат? Как объяснить?

Задача представлена в 4 вариантах. Везде даны две независимые выборки  $X, Y$  из нормальных распределений  $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2), \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$  объема  $n, m$  соответственно. Сначала указывается оцениваемая функция, потом данные об остальных параметрах, затем параметры эксперимента и подсказки.

1.  $\tau = \mu_1 - \mu_2; \sigma_1^2, \sigma_2^2$  известны;  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1, \sigma_1^2 = 1, \sigma_2^2 = 0.5$ ; воспользуйтесь функцией

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y} - \tau}{\sigma}, \quad \sigma^2 = \frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}.$$

2.  $\tau = \mu_1 - \mu_2; \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  неизвестна;  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1, \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$ ; воспользуйтесь функцией

$$\sqrt{\frac{mn(m+n-2)}{m+n}} \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \tau}{\sqrt{n\text{Var}(X) + m\text{Var}(Y)}},$$

где  $\text{Var}(\cdot)$  – выборочная смещенная дисперсия. Смотрите в сторону распределения Стьюдента.

3.  $\tau = \sigma_1^2/\sigma_2^2; \mu_1, \mu_2$  неизвестны;  $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$ ; воспользуйтесь функцией

$$\frac{n(m-1)\text{Var}(X)}{m(n-1)\text{Var}(Y)},$$

где  $\text{Var}(\cdot)$  – выборочная смещенная дисперсия. Смотрите в сторону распределения Фишера.

4.  $\tau = \sigma_1^2/\sigma_2^2; \mu_1, \mu_2$  известны;  $\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, \sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 1$ ; воспользуйтесь функцией

$$\frac{m \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_1)^2}{n \sum_{i=1}^m (Y_i - \mu_2)^2},$$

Смотрите в сторону распределения Фишера.

## Задание 2

Постройте асимптотический доверительный интервал уровня  $1 - \alpha$  для указанного параметра. Проведите эксперимент по схеме, аналогичной первой задаче.

Задача представлена в 5 вариантах. Сначала указывается класс распределений (однопараметрический) и оцениваемый параметр, затем параметры эксперимента и подсказки.

1.  $\text{Exp}(\lambda)$ ; медиана;  $\lambda = 1$ ; воспользуйтесь предельной теоремой об асимптотическом поведении среднего члена вариационного ряда.
2. Распределение Лапласса с неизвестным параметром сдвига  $\mu$  и единичным масштабирующим параметром;  $\mu; \mu = 2$ ; можно воспользоваться подсказкой для предыдущего варианта, хотя другие способы решения приветствуются.
3.  $U[-\theta, \theta]; \theta; \theta = 5$ ; воспользуйтесь предельной теоремой об асимптотическом поведении крайних членов вариационного ряда.
4.  $\text{Geom}(p); p; p = 0.7$ ; тут рецепт стандартный).
5.  $\text{Pois}(\lambda)$ ; второй момент;  $\lambda = 1$ ; воспользоваться асимптотической нормальностью второго момента.