

Основные свойства сравнений

1. Рефлексивность: $a \equiv a \pmod{n}$;
2. Симметричность: $a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow b \equiv a \pmod{n}$;
3. Транзитивность: $a \equiv b \pmod{n}, b \equiv c \pmod{n} \Rightarrow a \equiv c \pmod{n}$;
4. $a \equiv b \pmod{n}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow ka \equiv kb \pmod{n}$;
5. $ka \equiv kb \pmod{n}, \text{НОД}(k, n) = 1 \Rightarrow a \equiv b \pmod{n}$;
6. $a \equiv b \pmod{n}, k \in \mathbb{N} \Rightarrow ka \equiv kb \pmod{kn}$;
7. $ka \equiv kb \pmod{kn}, k, n \in \mathbb{N} \Rightarrow a \equiv b \pmod{n}$;
8. $a \equiv b \pmod{n}, c \equiv d \pmod{n} \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d \pmod{n}$;
9. $a \equiv b \pmod{n}, c \equiv d \pmod{n} \Rightarrow ac \equiv bd \pmod{n}$;
10. $a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow \forall k \in \mathbb{Z}, k \geq 0 \quad a^k \equiv b^k \pmod{n}$;
11. $a \equiv b \pmod{n}, f(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_nx^n$ – произвольный многочлен с целыми коэффициентами $\Rightarrow f(a) \equiv f(b) \pmod{n}$;
12. Любое слагаемое в левой или правой части сравнения можно переносить с противоположным знаком в другую часть:
$$a + c \equiv b \pmod{n} \Rightarrow a \equiv b - c \pmod{n};$$
13. В сравнении можно отбрасывать или добавлять слагаемые, делящиеся на модуль:
$$a \equiv b \pmod{n}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \pm kn \equiv b \pmod{n};$$
14. $a \equiv b \pmod{n}, n$ делится на $d > 0 \Rightarrow a \equiv b \pmod{d}$;
15. Если в сравнении одна часть сравнения и n делятся на $d \in \mathbb{Z}$, то и другая часть сравнения делится на d .