

---

## РАБОЧИЙ ПРОТОКОЛ И ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1.04

### Исследование равноускоренного вращательного движения (Маятник Обербека)

---

Группа: N3151  
Студент: Мочеков С.С.  
Преподаватель: Эйхвальд Т.А.

К работе допущен:  
Работа выполнена:  
Отчет принят:

---

#### I. Цели работы

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

#### II. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.
3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера

#### III. Объект исследования

Маятник Обербека - крестовина с перемещаемыми по спицам грузами-утяжелителями и груз, создающий натяжение нити и раскручивающий крестовину.

## IV. Метод экспериментального исследования

Измерение времени прохождения грузом, раскурчивающим крестовину, высоты в 700 мм

## V. Рабочие формулы и исходные данные

- Второй закон Ньютона для груза:  $ma = mg - T$ , где  $T$  — сила натяжения нити
- Путь для равноускоренного перемещения груза:  $h = \frac{at^2}{2} \rightarrow a = \frac{2h}{t^2}$
- Угловое ускорение крестовины:  $\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{4h}{t^2 d}$ ,  $d$  — диаметр ступицы
- Основной закон динамики вращения:  $I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$ ,  
 $I$  — момент инерции крестовины,  $\varepsilon$  — угловое ускорение крестовины,  $M$  — момент силы натяжения нити,  $M_{\text{тр}}$  — момент силы трения
- Момент силы натяжения нити:  $M = \frac{md}{2}(g - a)$
- Момент инерции по т. Штейнера:  $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$ ,  $I_0$  — момент инерции крестовины без учёта момента инерции утяжелителей,  $m_{\text{ут}}$  — масса одного утяжелителя,  $R$  — расстояние от утяжелителей до оси вращения
- Расстояние от оси крестовины до грузов утяжелителей:  $R = l_1 + (n-1)l_0 + \frac{1}{2}b$ ,  
 $l_1$  — расстояние от оси вращения до первой риски;  $n$  — номер риски, на которой установлены утяжелители;  $l_0$  — расстояние между соседними рисками;  $b$  — размер утяжелителя вдоль спицы
- Абсолютная погрешность:  $\Delta y = \sqrt{(\Delta \bar{x}_1)^2 + (\frac{2}{3}\Delta x_2)^2}$

## VI. Измерительные приборы

№ п/п	Наименование	Цена деления	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Линейка	1 мм	0 - 1000 мм	0.5 мм
2	Секундомер	0.01 с	0 - 60 с	0.005 с

## VII. Схема установки

Устройство или прибор, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей герца (часы с секундной стрелкой) и цифровой секундомер, с ценой деления не более 0,01 с. Первый прибор задает интервал времени, который многократно измеряется цифровым секундомером.

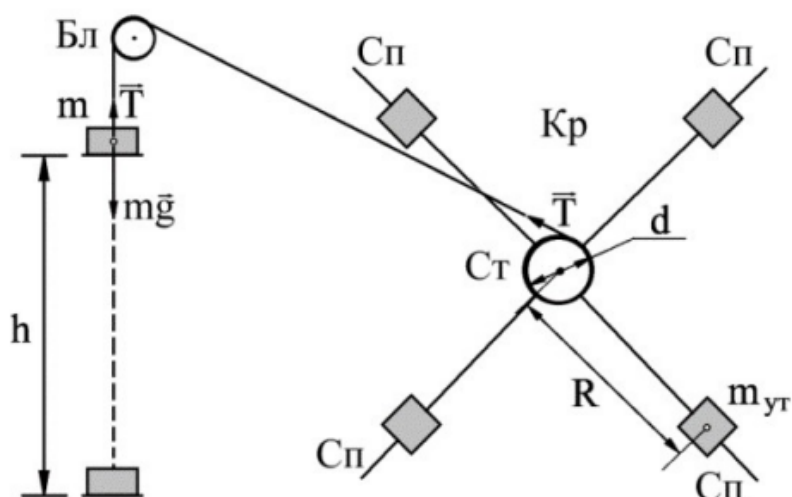


Рис. 1. Схема измерительного стенда

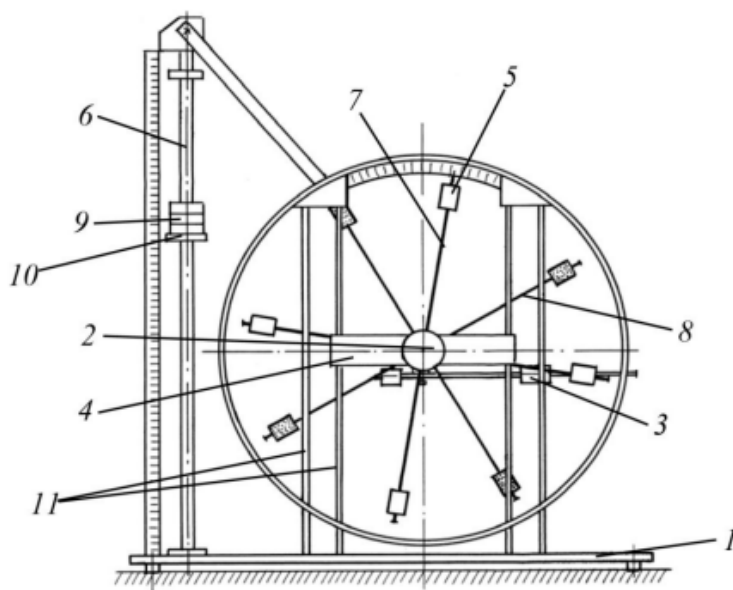


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовин; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.

Масса каретки, г	Масса шайбы, г	Масса грузов на крестовине, г	Расстояние от оси до первой риски, мм	Расстояние между рисками, мм	Высота груза на крестовине, мм	Диаметр ступицы, мм	h1, мм	h2, мм
47,0 ± 0,5	220,0 ± 0,5	408,0 ± 0,5	57,0 ±0,5	25,0 ±0,2	40,0 ±0,5	46,0 ±0,5	700	0

## VIII. Результаты прямых измерений

Масса груза, г	Время падения, с	Положение утяжелителей					
		1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
267±1	$t_1, c$	4,46	5,4	6,12	7,07	8,05	8,65
	$t_2, c$	4,36	5,1	6,04	7,23	7,95	8,61
	$t_3, c$	4,25	5,29	6,06	7,07	8,2	8,9
	$t_{cp}, c$	4,36	5,26	6,07	7,12	8,07	8,72
487±1	$t_1, c$	3,17	3,9	4,33	5,13	5,51	6,48
	$t_2, c$	3,17	3,76	4,29	5,25	5,77	6,76
	$t_3, c$	3,21	3,9	4,38	5,2	5,73	6,3
	$t_{cp}, c$	3,18	3,85	4,33	5,19	5,67	6,51
707±1	$t_1, c$	2,75	3,1	3,37	4,44	4,58	5,49
	$t_2, c$	2,66	3,01	3,51	4,2	4,7	5,37
	$t_3, c$	2,63	2,99	3,58	4,11	4,9	5,43
	$t_{cp}, c$	2,68	3,03	3,49	4,25	4,73	5,43
927±1	$t_1, c$	2,15	2,65	3,97	3,77	4,15	4,76
	$t_2, c$	2,3	2,76	3,12	3,68	4,25	4,58
	$t_3, c$	2,35	2,86	3,14	3,67	4,14	4,67
	$t_{cp}, c$	2,27	2,76	3,08	3,71	4,18	4,67

## IX. Результаты косвенных измерений

Масса груза, г		Положение утяжелителей					
		1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
267 ±1	$a, \text{ м/с}^2$	0,074	0,051	0,038	0,028	0,022	0,018
	$\varepsilon, \text{ рад} \cdot \text{с}^{-2}$	3,207	2,197	1,650	1,200	0,935	0,801
	$M, \text{ Н} \cdot \text{м}$	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060
487 ±1	$a, \text{ м/с}^2$	0,138	0,094	0,075	0,052	0,044	0,033
	$\varepsilon, \text{ рад} \cdot \text{с}^{-2}$	6,007	4,099	3,242	2,257	1,893	1,435
	$M, \text{ Н} \cdot \text{м}$	0,108	0,109	0,109	0,109	0,109	0,109
707 ±1	$a, \text{ м/с}^2$	0,195	0,115	0,090	0,078	0,063	0,047
	$\varepsilon, \text{ рад} \cdot \text{с}^{-2}$	8,475	6,615	5,007	3,370	2,725	2,064
	$M, \text{ Н} \cdot \text{м}$	0,156	0,157	0,157	0,158	0,158	0,159
927 ±1	$a, \text{ м/с}^2$	0,272	0,184	0,148	0,102	0,080	0,064
	$\varepsilon, \text{ рад} \cdot \text{с}^{-2}$	11,847	8,010	6,430	4,430	3,484	2,791
	$M, \text{ Н} \cdot \text{м}$	0,203	0,205	0,206	0,207	0,207	0,208

	Положение утяжелителей					
	1	2	3	4	5	6
$I, \text{ кг} \cdot \text{м}^2$	0,017	0,024	0,030	0,045	0,058	0,074
$M_{тр}, \text{ Н} \cdot \text{м}^2$	0,008	0,007	0,010	0,006	0,003	0,002
$R, \text{ м}$	0,077	0,102	0,127	0,152	0,177	0,202
$R^2, \text{ м}^2$	0,006	0,010	0,016	0,023	0,031	0,041

С помощью МНК по формуле  $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$  также были получены следующие значения:

$$I_0 = 0,015 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad m_{\text{ут}} = 0,462 \text{ кг}$$

## Х. Расчет погрешностей измерений (прямые и косвенные измерения)

Для  $t_{cp}$  при массе груза и утяжелителях на первой риске погрешность среднего значения для  $\alpha = 0,95, N = 3$ :

$$t_{\alpha,N} = 4,3; \sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - t_{cp})^2} = 0,061$$

$$\Delta t_1^1 = \sqrt{(t_{\alpha,N} \cdot \sigma_t)^2 + \left(\frac{N-1}{N} \Delta t\right)^2} = 0,26 \text{ с}$$

$$\Delta a_1^1 = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{4h}{t^3} \Delta t\right)^2} \approx 0,009 \text{ м/с}^2$$

$$\Delta \varepsilon_1^1 = \sqrt{\left(\frac{2}{d} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{2a}{d^2} \Delta d\right)^2} \approx 0,329 \text{ с}^{-2}$$

$$\Delta M_1^1 = \sqrt{\left(\frac{d(g-a)}{2} \Delta m\right)^2 + \left(\frac{m(g-a)}{2} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{md}{2} \Delta a\right)^2} \approx 0,003 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\Delta m \approx 0,004 \text{ кг} \quad \Delta I_0 \approx 0,0014 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

## XI. Графики

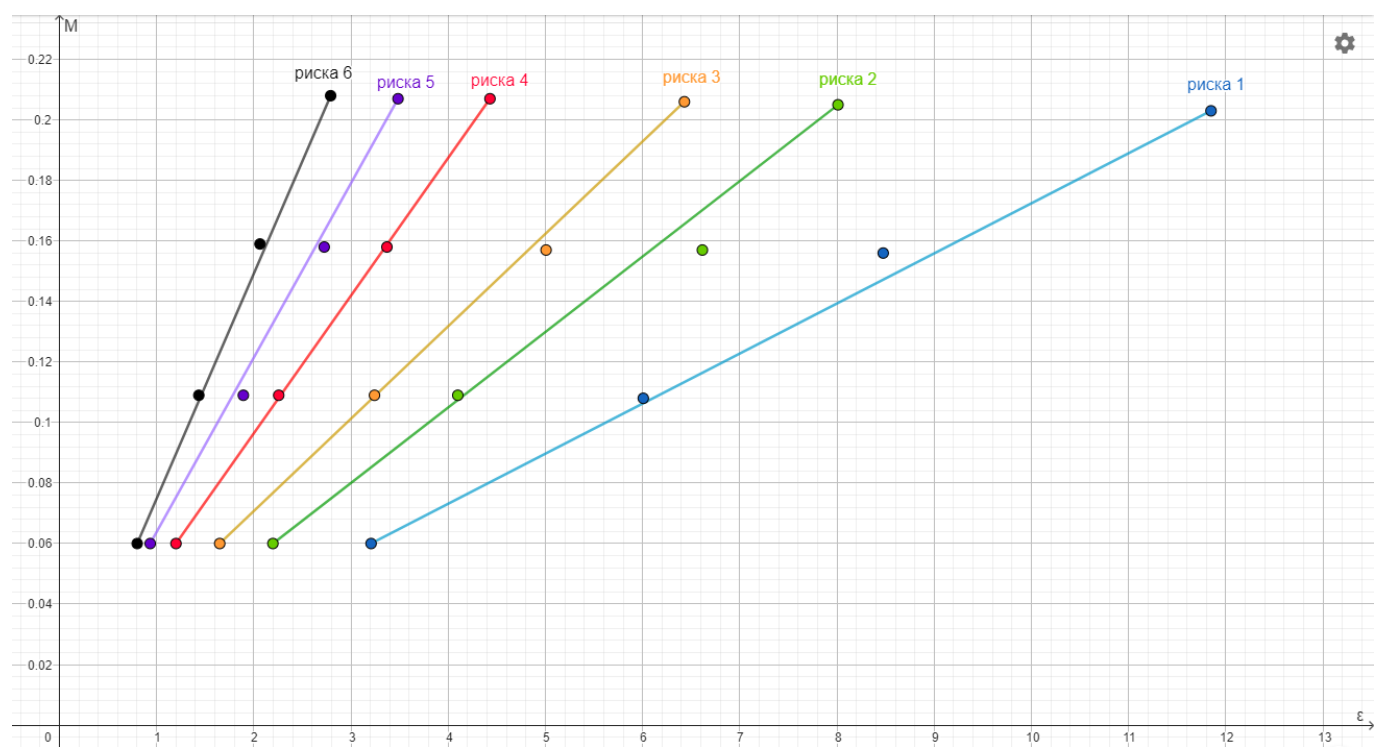


Рис. 1: График 1.

Зависимости момента силы натяжения нити и углового ускорения крестовины для всех положений утяжелителей



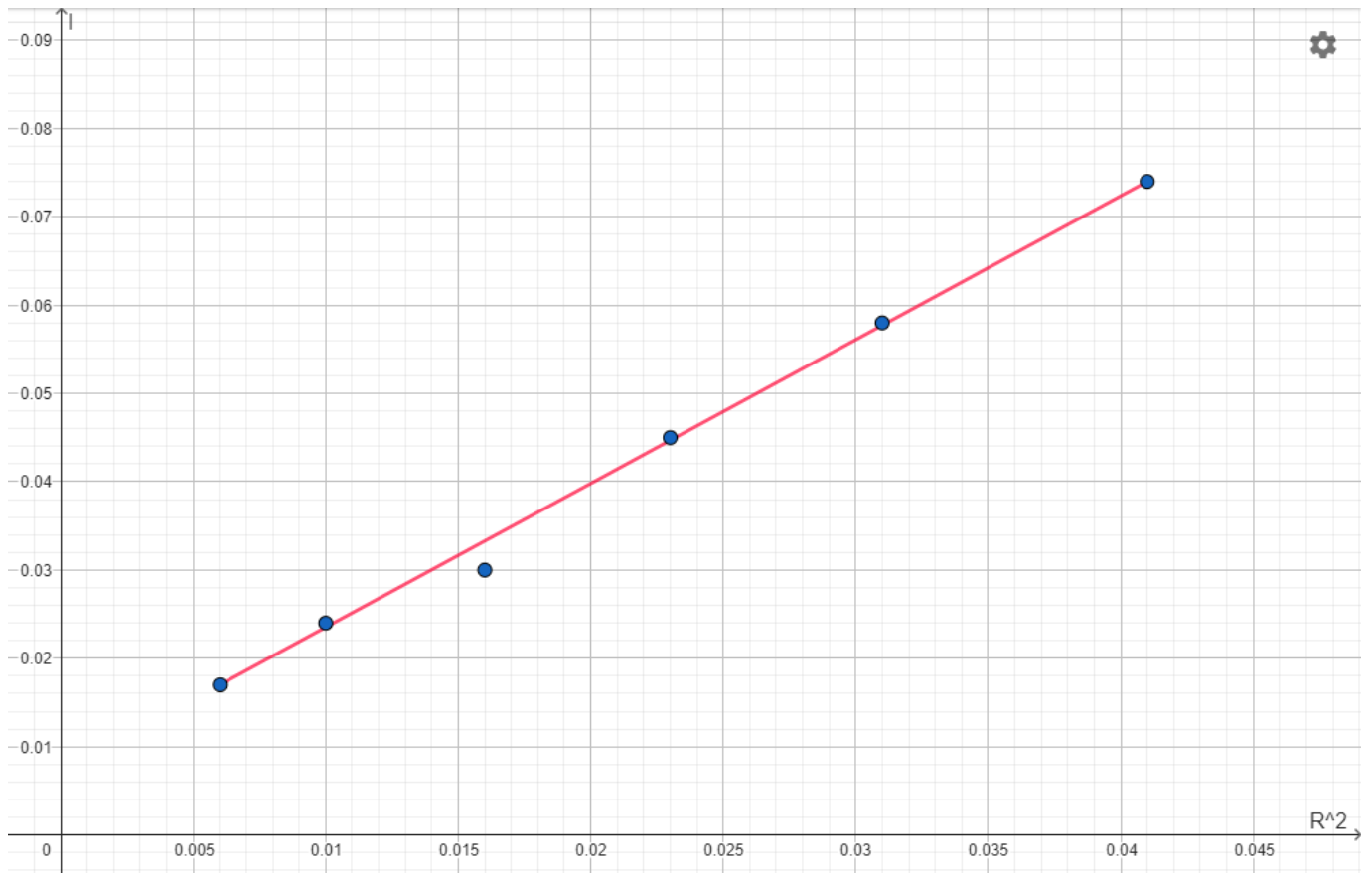


Рис. 2: График 2.

Зависимость момента инерции крестовины от квадрата расстояния между центрами грузов и осью вращения

## XII. Окончательные результаты

Результаты измерений для требуемых значений с учётом доверительных интервалов и погрешностей

- $t_1^1 = 4,36 \pm 0,26$  с
- $a_1^1 = 0,074 \pm 0,009$  м/с<sup>2</sup>
- $\varepsilon_1^1 = 3,207 \pm 0,329$  Н · с<sup>-2</sup>
- $M_1^1 = 0,060 \pm 0,003$  Н · м
- $I_0 = 0,015 \pm 0,0014$  кг · м<sup>2</sup>
- $m_{\text{ут}} = 0,462 \pm 0,004$  кг

### XIII. Исходные измерения

	(1.04)	Моченов №3151 Муляков №3146
Риска I:		
Груз I:	4.46с; 4.36с; 4.25с	
Груз II:	3.17с; 3.17с; 3.21с	
Груз III:	2.75с; 2.66с; 2.63с	
Груз IV:	2.15с; 2.3с; 2.35с	
Риска II:		
Груз I:	5.4с; 5.1с; 5.29с	
Груз II:	3.67с; 3.76с; 3.9с	
Груз III:	3.1с; 3.01с; 2.99с	
Груз IV:	2.65с; 2.76с; 2.86с	
Риска III:		
Груз I:	6.12с; 6.04с; 6.06с	
Груз II:	4.33с; 4.29с; 4.38с	
Груз III:	3.37с; 3.51с; 3.58с	
Груз IV:	2.97с; 3.12с; 3.14с	
Риска IV:		
Груз I:	7.07с; 7.23с; 7.07с	
Груз II:	5.13с; 5.25с; 5.2с	
Груз III:	4.44с; 4.2с; 4.11с	
Груз IV:	3.77с; 3.68с; 3.67с	
Риска V:		
Груз I:	8.05с; 7.95с; 8.2с	
Груз II:	5.51с; 5.77с; 5.73с	
Груз III:	4.68с; 4.7с; 4.9с	
Груз IV:	4.15с; 4.25с; 4.14с	
Риска VI:		
Груз I:	8.85с; 8.61с; 8.9с	
Груз II:	6.48с; 6.76с; 6.8с	
Груз III:	5.49с; 5.87с; 5.48с	
Груз IV:	4.76с; 4.58с; 4.67с	

## **XIV. Выводы и анализ результатов работы**

После построения экспериментальной выборки были рассчитаны необходимые параметры и значения для проверки зависимости момента инерции от масс грузов-утяжелителей на спицах вращающейся крестовины. Также экспериментально подтверждена теория динамики вращения - был проверен основной закон, связывающий угловое ускорение с моментами сил трения и натяжения нити. Были получены доверительные интервалы для некоторых характеристик динамики вращения, построены соответствующие графики.

## **XV. Дополнительные задания**

1. Что такое инерция?
2. Как в данной лабораторной работе угловое ускорение зависит от линейного ускорения груза?
3. Как звучит основной закон динамики вращательного движения?
4. О чём говорит теорема Штейнера?
5. Моменты каких сил участвуют в основном законе динамики вращательного движения для данной работы?
6. Как изменятся параметры установки, если увеличить расстояние утяжелителей от оси?
7. Что такое момент инерции? Как его можно найти?
8. Что такое момент силы? Как его можно найти?
9. В каких единицах измеряется момент инерции? В каких единицах измеряется момент силы?
10. Как изменятся параметры установки, если увеличить массу утяжелителей?

## **XVI. Выполнение дополнительных заданий**

1. Инерция - способность тела оставаться в покое или двигаться равномерно в инерциальной системе отсчёта.

2.  $\varepsilon = \frac{2a}{d}$

3.  $M = \varepsilon * J$   
J - moment of inertia

4.  $J = J_0 + MR^2$   
R - расстояние от центра масс тела до новой оси вращения, параллельной той, относительно которой измерено  $J_0$

5. Моменты силы трения и силы тяжести (грузиков).
6.  $\varepsilon$  - уменьшится  
 $M$  - увеличится  
 $J$  - увеличится
7. Момент инерции - мера инертности во вращательном движении вокруг оси, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности в поступательном движении. Складывается из моментов инерции всех точек тела.  

$$J_a = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$
8. Момент силы - векторная физическая величина, характеризующая действие силы на механический объект, которое может вызвать его вращательное движение.  $M = Fl$
9.  $[J] = [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$   
 $[M] = [\text{Н} \cdot \text{м}]$
10.  $\varepsilon$  - уменьшится  
 $M$  - увеличится  
 $J$  - увеличится