

Портфолио №1

Мочеков Семён Сергеевич

1. Задача о брахистохроне заключается в нахождении формы пути, по которому материальная точка, движущаяся под действием силы тяжести, за минимальное время спустится из одной точки в другую, не находящуюся непосредственно под первой. Решение задачи заключается в использовании принципов вариационного исчисления. Наилучшим образом эту задачу решает циклоида.

Пусть материальная точка спускается из точки А в В с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) соответственно. Тогда требуется найти такую кривую $y = f(x)$, что время прохождения из А в В минимально. Пусть точка А находится в начале координат, тогда далее в уравнениях смещение по y будет записано компактнее.

Из закона Галилея на высоте y можно выразить скорость:

$$v = \sqrt{2gy}$$

Тогда, если в дифференциальное выражение скорости, подставить данное выражение и преобразовать:

$$dt = \frac{ds}{v} = \frac{\sqrt{dx^2 + dy^2}}{\sqrt{2gy}}$$

Далее интегрируя выразим время спуска, которые хотим сделать минимальным:

$$T = \int_0^{x_2} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{\sqrt{2gy}} dx$$

Далее применяя вариационное исчисление, обозначим подынтегральную функцию за Лагранжиан, минимизируем наш функционал T :

$$L(y, y') = \frac{\sqrt{1+y'^2}}{\sqrt{2gy}} \quad J[y] = \int_0^{x_2} \frac{\sqrt{1+y'^2}}{\sqrt{2gy}} dx$$

Из уравнения Эйлера-Лагранжа для интеграла энергии:

$$y(1 + \dot{y}^2) = \text{const}$$

Откуда интегрируя, разделяя переменные получаем параметрические координаты:

$$x = \frac{C}{2}(2t - \sin 2t); \quad y = \frac{C}{2}(1 - \cos 2t)$$

Что и является параметрическим уравнением циклоиды:

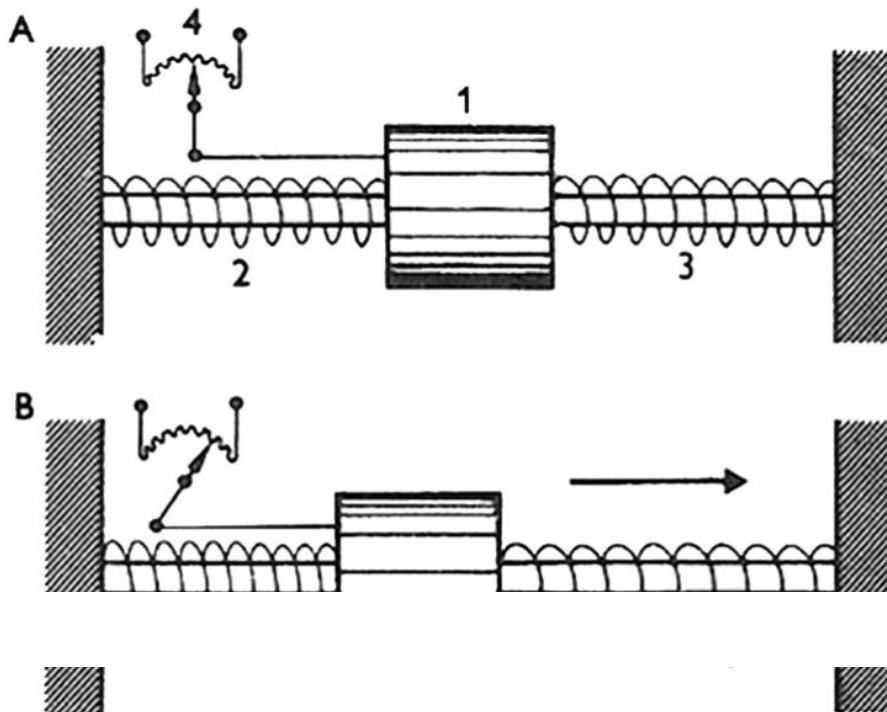
$$x(t) = at + a \sin t, \quad y(t) = a + a \cos t$$

2. Акселерометр — это прибор, который измеряет ускорение объекта относительно его начального положения или изменение его скорости. Он находит применение в различных областях, таких как авиация, автомобильная промышленность и производство электронных устройств, включая смартфоны и планшеты.

Акселерометры играют важную роль в определении ориентации объекта, контроле стабилизации и анализе ударов и вибраций. Благодаря им мы можем получать данные о движении и положении объектов в реальном времени, что делает их незаменимыми компонентами во многих технических системах.

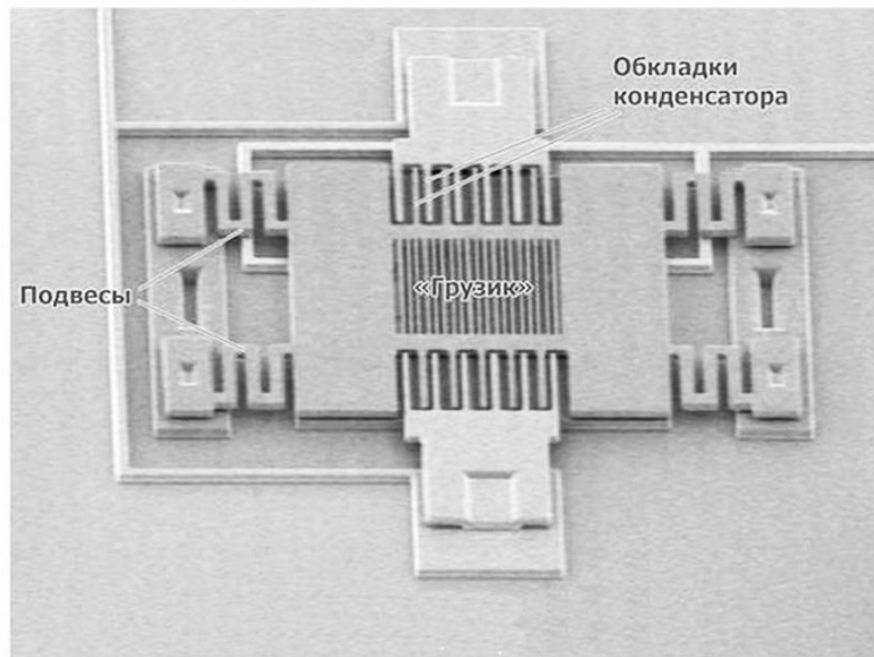
Принцип работы акселерометра прост. В центре устройства находится масса, которая обладает инерцией. Это означает, что она сопротивляется изменению своего состояния покоя или движения. Масса закреплена на пружине, которая выполняет роль датчика силы.

Когда акселерометр подвергается ускорению, масса смещается относительно своего начального положения, растягивая или сжимая пружину. Это смещение массы приводит к изменению длины пружины. Измеренное изменение длины пружины преобразуется в числовое значение, которое показывает величину ускорения, которому подвергается акселерометр.

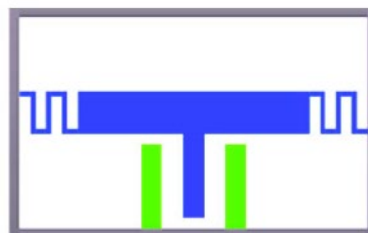


Что касается акселерометров в смартфонах, то они основаны на технологии микро электромеханических систем (МЭМС), которая значительно улучшает их точность, надёжность и компактность.

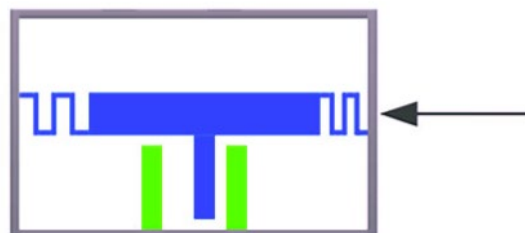
Технология МЭМС позволяет создавать микроскопические механические устройства. Для этого на кремниевой подложке выращиваются необходимые компоненты. Этот метод аналогичен тому, который используется для производства обычных микросхем.



Для измерения смещения массивного объекта вдоль оси прибора используют дифференциальный конденсатор. Когда объект находится в состоянии покоя, расстояния между центральным электродом и обкладками конденсатора одинаковы. Когда же на объект начинает действовать сила, эти расстояния изменяются. Изменения регистрируются специальной измерительной системой. Современные акселерометры имеют три измерительные оси, которые направлены перпендикулярно друг другу. Благодаря этому можно измерять ускорение объекта в любом направлении.



$$C1=C2$$



Гироскоп в телефоне работает на принципах, схожих с кардановым подвесом. Но вместо устройства с двумя рамами и ротором используется микро электромеханическая система размером в несколько миллиметров.

Главная часть такой системы — подвижные и неподвижные элементы, на которых размещаются электроды. Они могут двигаться только в противоположных направлениях друг относительно друга. Когда мы поворачиваем устройство, на эти элементы начинает действовать сила Кориолиса, направленная перпендикулярно движению, и расстояние между ними увеличивается или уменьшается.

Это меняет ёмкость конденсатора и уровень напряжения, создавая электрический сигнал. Микро электромеханическая система распознаёт и интерпретирует его, определяя положение смартфона в пространстве, а точнее степень его наклона.



Работа в невесомости

Оба прибора будут работать в невесомости, т.к у них нет зависимости работы от силы тяжести. Различие лишь возможно в том, что в невесомости точность прибора увеличится, т.к количество действующих на тело сил будет меньше, что влечёт меньшую погрешность в измерении того, для чего были эти приборы созданы.

3. Теорема Нётер, предложенная немецким математиком Эмми Нётер в 1918 году, является одной из основополагающих в теоретической физике. Основной тезис теоремы заключается в следующем:

Симметрия и сохранение: для любой гладкой симметрии действия физической системы существует соответствующий закон сохранения. Например:

- Инвариантность физической системы относительно времени приводит к закону сохранения энергии.
- Инвариантность относительно пространственных перемещений приводит к закону сохранения импульса.
- Инвариантность относительно вращений приводит к закону сохранения момента импульса.

Эти законы сохранения играют ключевую роль в понимании поведения физических систем и имеют прямое отношение к концепции информации в физике.

Закон сохранения информации является более абстрактным и в значительной степени связан с принципами квантовой механики и термодинамики. Основные идеи:

- Квантовая механика и унитарность: в квантовой механике эволюция замкнутой системы описывается унитарными операторами. Это означает, что информация о начальном состоянии системы не теряется, а лишь преобразуется. Волновая функция, описывающая систему, эволюционирует таким образом, что общая информация сохраняется.
- Энтропия и черные дыры: одной из важных тем является проблема информационного парадокса черных дыр, предложенная Стивеном Хокингом. Согласно классическим представлениям, информация, поглощенная черной дырой, теряется, что противоречит законам квантовой механики. Современные исследования предполагают, что информация может сохраняться в голографическом принципе или через квантовые корреляции на горизонте событий.

Ограничения физических систем для информационных систем

Термодинамические ограничения:

- Второе начало термодинамики: увеличение энтропии в замкнутых системах ставит ограничения на эффективность преобразования и обработки информации. Реальные вычислительные процессы сопровождаются выделением тепла и необратимыми потерями энергии.
- Энтропийные пределы: существуют фундаментальные пределы, такие как предел Ландауэра, определяющие минимальное количество энергии, необходимое для стирания одного бита информации.

Квантовые ограничения:

- Принцип неопределенности Гейзенберга: этот принцип ограничивает точность одновременного измерения пары сопряженных переменных (например, координаты и импульса), что накладывает ограничения на обработку и хранение квантовой информации.
- Квантовая декогеренция: взаимодействие квантовой системы с окружением приводит к потере когерентности, что ограничивает время, в течение которого квантовая информация может быть сохранена без ошибок.

Черные дыры и информационный парадокс:

- Голографический принцип: предполагает, что вся информация, содержащаяся в объемной области пространства, может быть описана на границе этой области, что ставит интересные ограничения на информационную плотность и хранение информации в экстремальных условиях.

Проблемы и смысл

Сохранение информации в квантовой механике: В квантовой механике информация сохраняется в унитарных процессах, что подразумевает, что начальная информация может быть восстановлена из финального состояния системы.

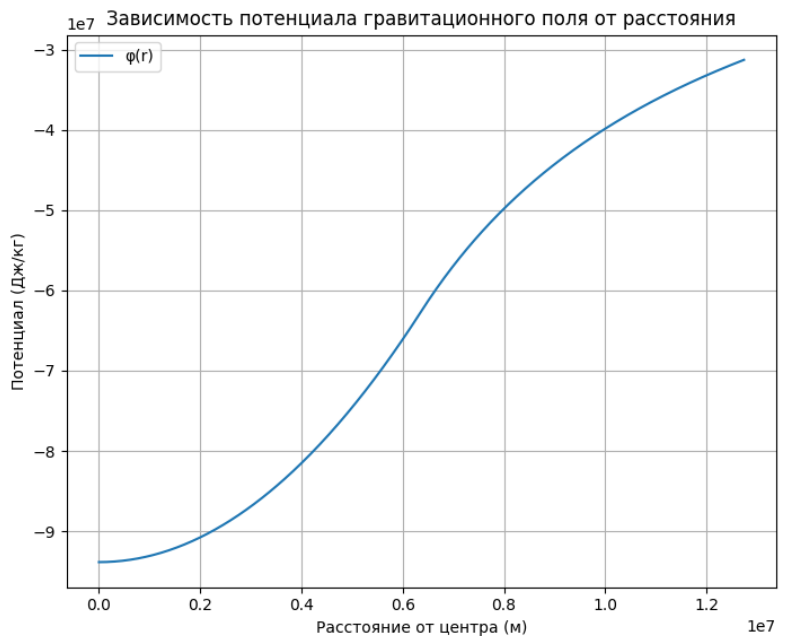
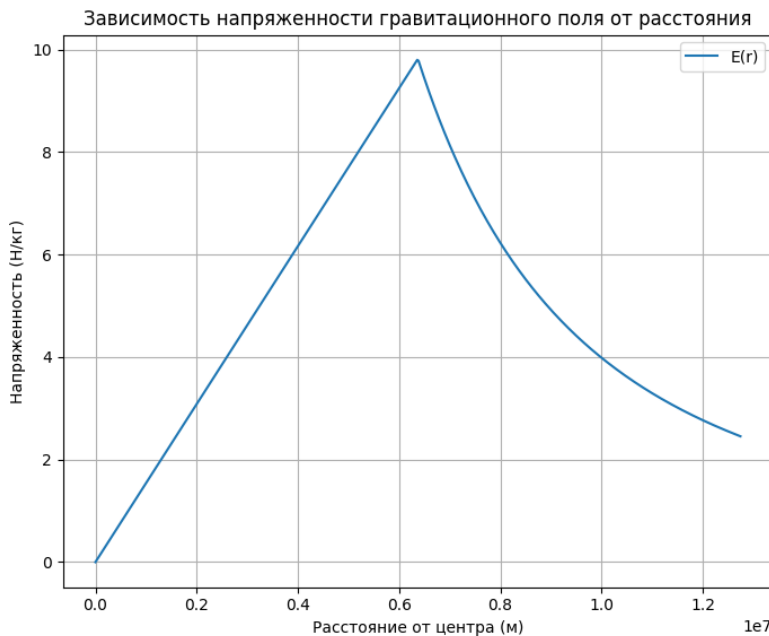
Проблема черных дыр: Информационный парадокс черных дыр ставит под сомнение классические представления о потере информации, стимулируя исследования в области квантовой гравитации и голографических принципов.

Термодинамические и квантовые ограничения: Термодинамические принципы и квантовые эффекты устанавливают фундаментальные ограничения на вычислительные процессы и обработку информации в физических системах.

Взаимосвязь с теоремой Нётер: Теорема Нётер помогает понять, как симметрии физических законов связаны с сохранением различных физических величин, включая информацию.

Эти идеи подчеркивают важность симметрии и сохранения в физических системах и указывают на фундаментальные ограничения, которые необходимо учитывать при разработке информационных систем.

4.



$$E\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{Gm \cdot \frac{R}{2}}{R^3} = \frac{Gm}{2R^2} = 4.91 \text{ Н/кг}$$

$$\varphi\left(\frac{R}{2}\right) = -\frac{Gm}{2R} \left(3 - \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^2}{R^2}\right) = -\frac{Gm}{2R} \left(3 - \frac{1}{4}\right) = -\frac{Gm}{2R} \cdot \frac{11}{4} = -\frac{11Gm}{8R} = -86024194.71 \text{ Дж/кг}$$

Источники:

[Акселерометр: принцип работы и технология МЭМС](#)

[Что такое гироскоп и как он работает в смартфоне - Skillbox](#)

[Noether's Theorem: A Complete Guide With Examples](#)

[How Mathematician Emmy Noether's Theorem Changed Physics](#)

[Noether's Theorem in a Nutshell](#)

[ТПУ – Задача о брахистохроне](#)

[ВШЭ – Задача о брахистохроне](#)