

**Список вопросов для подготовки к экзамену  
по дисциплине "Дискретная математика"**

**Раздел 1. Множества и отношения**

1. Основные задачи комбинаторики. Правило суммы. Правило произведения. Размещения и их свойства. Теоремы о числе размещений с повторениями и без повторений (доказательство). Примеры.
2. Перестановки и их свойства. Теоремы о числе перестановок с повторениями и без повторений (доказательство). Сочетания и их свойства. Теоремы о числе сочетаний с повторениями и без повторений (доказательство). Примеры.
3. Разбиение множества. Теорема о числе разбиений (доказательство). Полиномиальная формула. Теорема о коэффициентах полинома. Пример.
4. Понятие множества. Операции над множествами и их свойства. Методы доказательства теоретико-множественных тождеств (доказательство одного из тождеств).
5. Булеан множества. Пример. Мощность булеана. Булева алгебра множеств.
6. Соответствие на множествах. Всюду определенное, сюръективное, функциональное, инъективное соответствие. Примеры.
7. Отображения множеств. Взаимно-однозначное соответствие. Биекция. Примеры.
8. Прямое произведение множеств. Понятие отношения. Бинарное отношение. Пример. Способы задания отношений.
9. Композиция бинарных отношений. Свойства композиции (доказательство). Обратное отношение и его свойства.
10. Свойства отношений. Необходимые и достаточные признаки рефлексивности, антирефлексивности. Примеры.
11. Свойства отношений. Необходимые и достаточные признаки симметричности, антисимметричности. Примеры.
12. Свойства отношений. Необходимый и достаточный признак транзитивности. Интранзитивность. Примеры.
13. Отношение эквивалентности. Пример. Классы эквивалентности. Фактор-множество. Трансверсал.
14. Отношение равенства по модулю  $n \in \mathbb{N}$  на множестве  $\mathbb{Z}$  и его свойства (доказательство). Множество классов вычетов по модулю  $n$ . Вычет класса. Полные системы вычетов по модулю  $n$ . Пример.
15. Отношение равенства по модулю  $n \in \mathbb{N}$  на множестве  $\mathbb{Z}$  и его свойства (доказательство). Классы, взаимно простые с модулем. Приведенная система вычетов по модулю  $n$ . Пример.
16. Отношения порядка: частичный, строгий, линейный порядок. Упорядоченное, частично упорядоченное, линейно упорядоченное множество. Примеры.
17. Отношение доминирования. Диаграмма Хассе ч.у.м. Пример. Изоморфные ч.у.м. Пример.
18. Элементы множества по отношению порядка. Теорема о наибольшем (наименьшем) элементе (доказательство). Примеры.
19. Упорядоченное подмножество частично упорядоченного множества. Верхняя, нижняя грань упорядоченного подмножества. Верхний, нижний конус. Примеры.

20. Порядок, индуцированный порядком ч.у.м. на своем подмножестве. Супремум и инфимум упорядоченного подмножества ч.у.м. Теорема о точной верхней (нижней) грани. Пример.
21. Супремум и инфимум двух элементов частично упорядоченного множества. Решетка. Попарно неизоморфные 4 и 5-элементные решетки.

## Раздел 2. Алгебраические структуры

22. Алгебраические операции и их свойства. Понятие алгебры. Примеры. Базис алгебры. Аддитивная и мультипликативная форма записи ассоциативной алгебраической операции.
23. Нейтральный элемент, обратный элемент в алгебре. Теорема о нейтральном элементе (доказательство). Теорема об обратном элементе (доказательство). Примеры.
24. Полугруппа, моноид. Примеры. Аксиомы группы. Пример. Подгруппа.
25. Теоремы о свойствах группы  $A = \langle X, \cdot \rangle$  (доказательство). Теоремы о существовании и единственности решений линейных уравнений в группе.
26. Степень элемента группы. Теоремы о свойствах степеней (доказательство).
27. Циклическая группа. Образующий элемент циклической группы. Теорема о порядке образующего элемента (доказательство) и ее следствие. Пример.
28. Группа подстановок множества  $X$ . Симметрическая группа степени  $n$ . Пример. Теорема Кэли.
29. Аксиомы кольца. Пример кольца, не кольца.
30. Теорема о тождествах кольца (доказательство) и ее следствие (доказательство). Кольцо целых чисел.
31. Верхняя и нижняя полурешётки. Примеры. Нуль полурешётки. Единица полурешётки.
32. Аксиомы решётки. Сигнатура решётки. Свойства операций решётки. Пример решётки, не решётки. Подрешетка.
33. Теорема о естественном порядке верхней полурешётки (доказательство). Теорема о решётчатых операциях.
34. Дистрибутивная решётка. Дيامант. Пентагон. Теорема о необходимом и достаточном условии дистрибутивности решётки. Пример.
35. Модулярная арифметика. Кольцо вычетов по модулю  $n$ . Теорема о необходимом и достаточном условии обратимости вычетов в кольце (доказательство). Пример.
36. Функция Эйлера и ее свойства (доказательство).
37. Теорема Эйлера (доказательство). Классы вычетов, взаимно простые с модулем. Нахождение обратного элемента по операции  $\otimes$  во множестве вычетов по модулю  $n$ .
38. Малая теорема Ферма (доказательство). Следствие из малой теоремы Ферма (доказательство). Пример.
39. Мультипликативная группа кольца вычетов по модулю простого числа  $p$ .
40. Аксиомы поля. Конечные поля. Пример.
41. Теорема о необходимом и достаточном условии существования обратного элемента по  $\otimes$  в кольце  $\langle \mathbb{Z}_n; \oplus, \otimes \rangle$ . Теорема о необходимом и достаточном условии того, что алгебра  $\langle \mathbb{Z}_n; \oplus, \otimes \rangle$  образует поле. Пример.

### Раздел 3. Нечеткие множества

42. Нечеткое подмножество. Пример. Функция принадлежности. Носитель, высота, множество идеальных элементов, ядро, граница нечеткого подмножества.
43. Множество  $\alpha$ -уровня нечеткого подмножества, его графическая интерпретация. Разложение нечеткого подмножества по его множествам уровня. Пример.
44. Логические операции над нечеткими подмножествами и их свойства. Диаграмма Заде.
45. Алгебраические операции над нечеткими подмножествами и их свойства. Диаграмма Заде.
46. Аксиомы расстояния. Расстояние между нечеткими подмножествами, если  $E$  – конечное.
47. Методы оценки степени нечеткости нечеткого подмножества. Метрический подход. Четкое множество, ближайшее к нечеткому. Пример. Линейный, квадратичный индексы нечеткости.
48. Методы оценки степени нечеткости нечеткого подмножества. Метрический подход. Максимально нечеткое множество. Индекс нечеткости гамма, его свойства.