

Curso-Taller de R para investigadores

UMSA, La Paz, Bolivia 23 - 25 Feb 2023

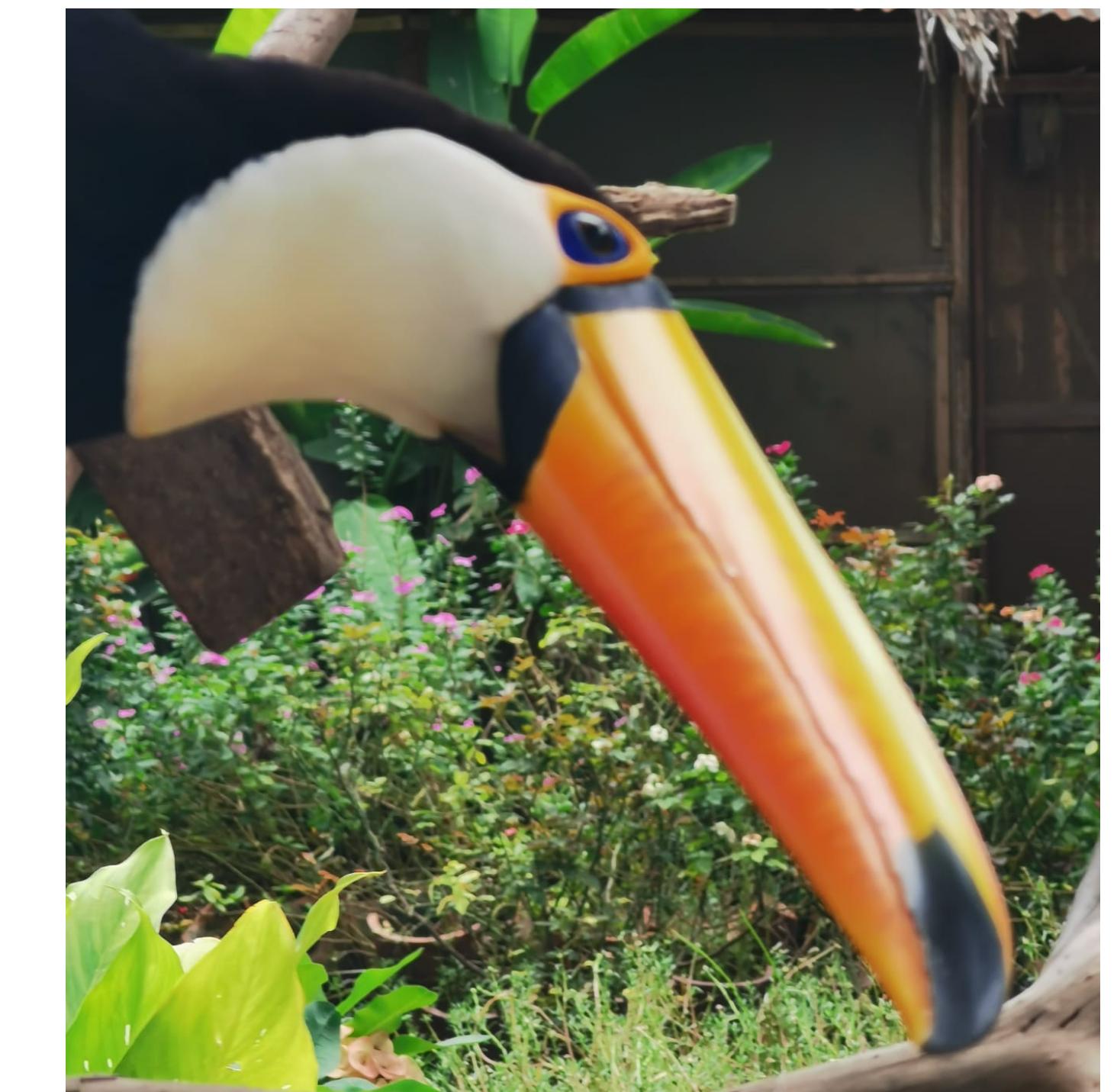
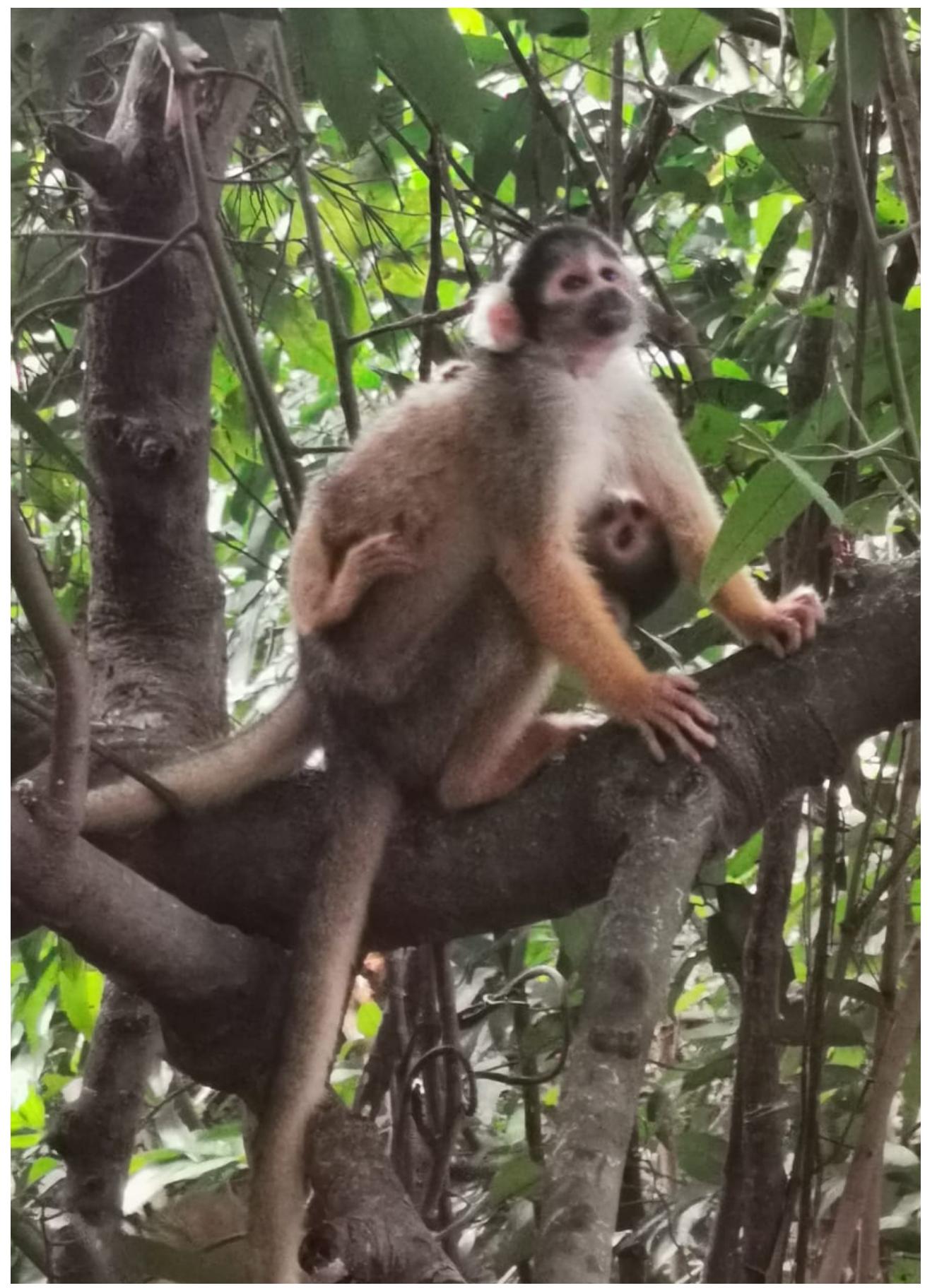
UMSS, Cochabamba, Bolivia 6 - 8 Mar 2023

Saras Windecker & David Uribe

Código de Conducta

<https://github.com/smwindecker/R-para-ecologia>





Bolivia

Qué esperan aprender en este curso?

Con qué tipos de datos trabajan?

Metas del curso

- aprender nueva terminología
- identificar modelos apropiados para sus datos
- entender supuestos de modelos comunes
- saber dónde buscar ayuda

Introducción

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)

Introducción

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)
- Análisis de varianza y regresiones lineales

Introducción

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)
- Análisis de varianza y regresiones lineales
- Supuestos y generalizaciones de los modelos lineales

Introducción

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)
- Análisis de varianza y regresiones lineales
- Supuestos y generalizaciones de los modelos lineales
- Distribuciones de datos y funciones de enlace

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)
- Análisis de varianza y regresiones lineales
- Supuestos y generalizaciones de los modelos lineales
- Distribuciones de datos y funciones de enlace
- Efectos fijos y efectos aleatorios

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)
- Análisis de varianza y regresiones lineales
- Supuestos y generalizaciones de los modelos lineales
- Distribuciones de datos y funciones de enlace
- Efectos fijos y efectos aleatorios
- Diagnosticando y evaluando modelos lineales

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)
- Análisis de varianza y regresiones lineales
- Supuestos y generalizaciones de los modelos lineales
- Distribuciones de datos y funciones de enlace
- Efectos fijos y efectos aleatorios
- Diagnosticando y evaluando modelos lineales
- Interpretación y presentación de resultados

- Como funciona R y Rstudio (uso de funciones, paquetes, ambiente)
- Análisis de varianza y regresiones lineales
- Supuestos y generalizaciones de los modelos lineales
- Distribuciones de datos y funciones de enlace
- Efectos fijos y efectos aleatorios
- Diagnosticando y evaluando modelos lineales
- Interpretación y presentación de resultados

* Análisis estadístico reproducible

I. Entendiendo los modelos

Cómo empezamos un proyecto de investigación?

Modelo conceptual

Formular la pregunta

Diseño experimental

Recolección de datos

Escribir y ajustar el modelo

Presentar resultados

Modelo conceptual

Formular la pregunta

Diseño experimental

Recolección de datos

Escribir y ajustar el modelo

Presentar resultados

Modelo conceptual

Formular la pregunta / escribir el modelo

Diseño experimental

Recolección de datos

Ajustar el modelo

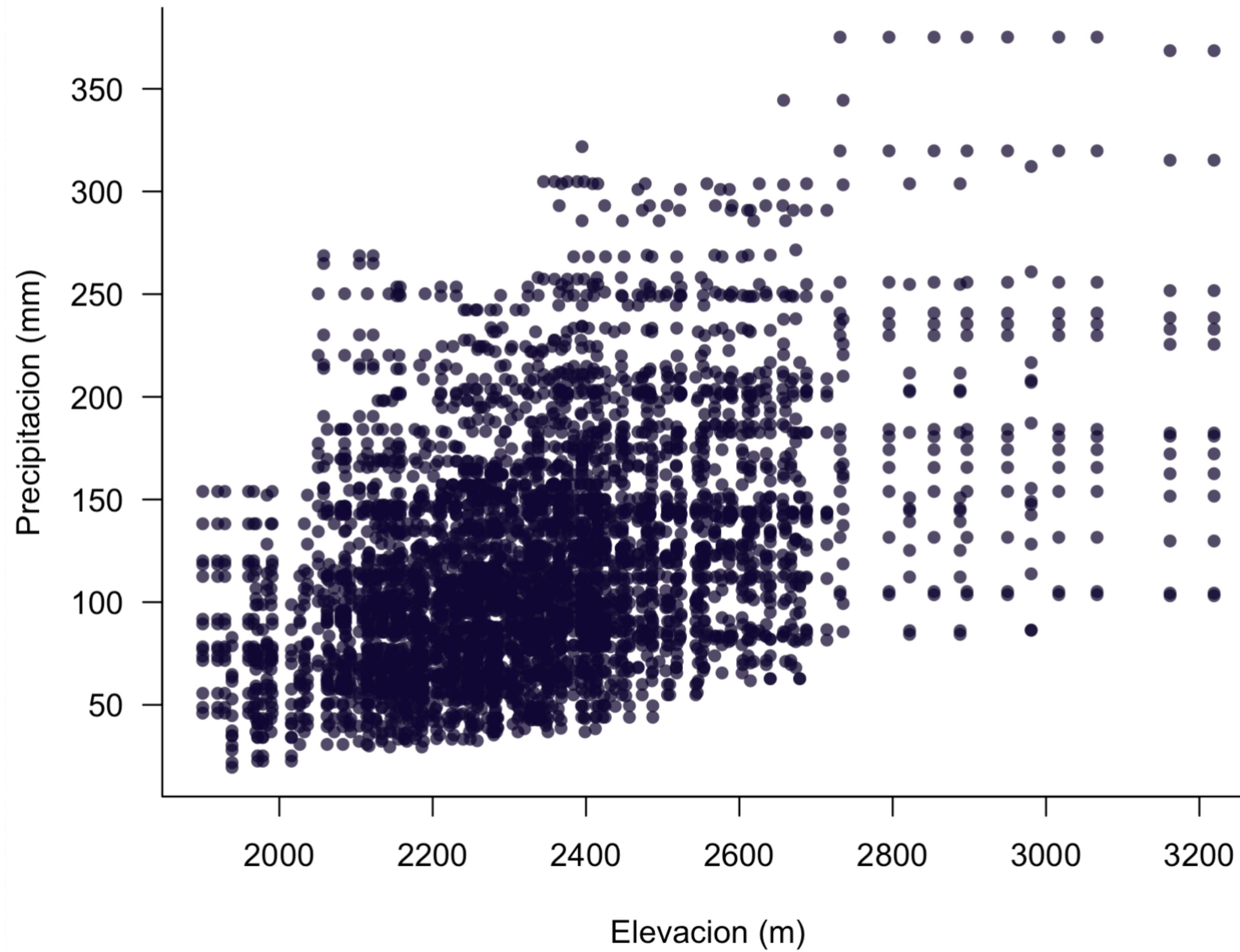
Presentar resultados

Entendiendo los modelos

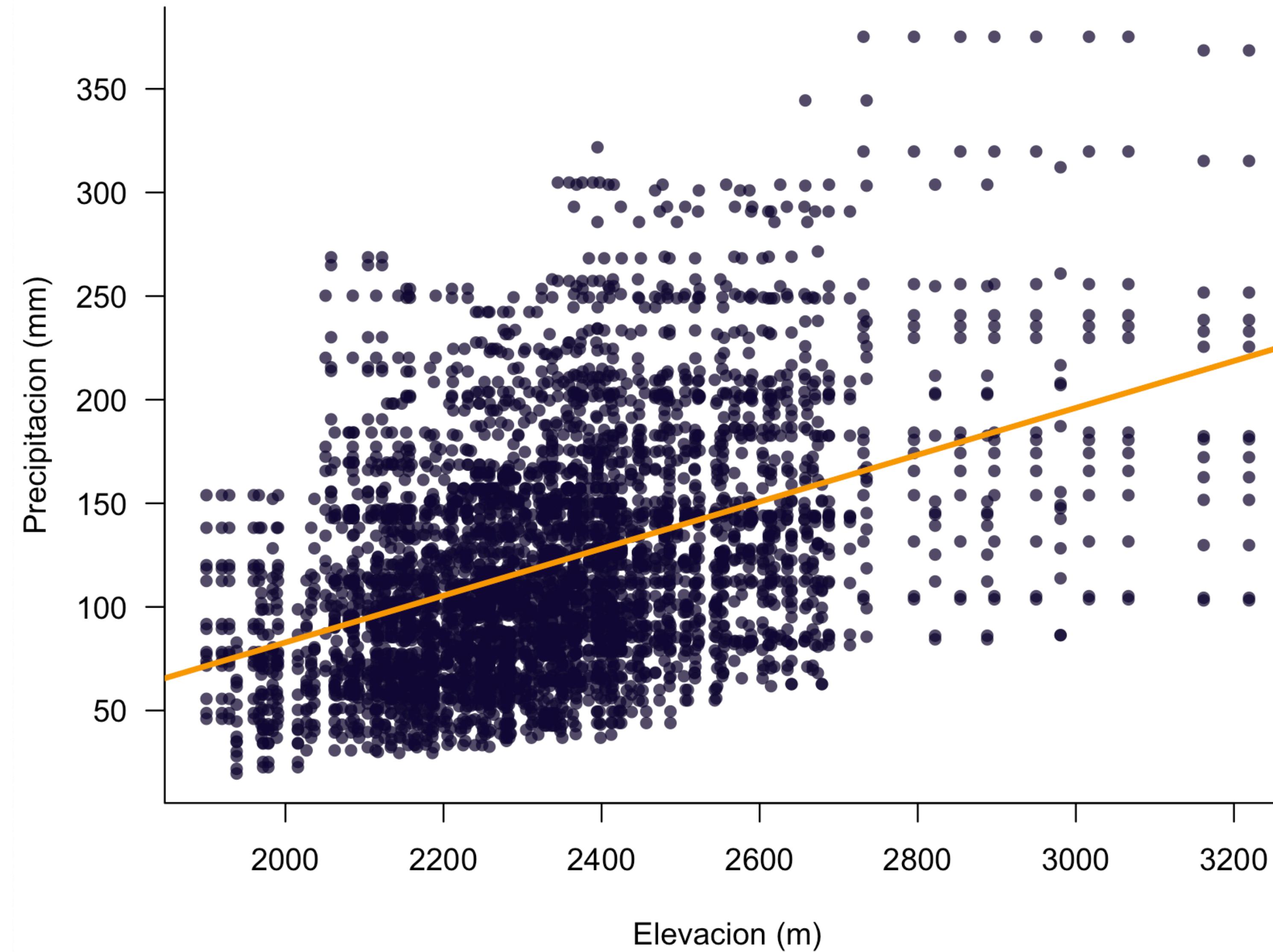
Una pregunta de investigación bien formulada debería poder representarse como modelo estadístico.

II. Modelos lineales, parte 1

Modelos lineales



Modelos lineales

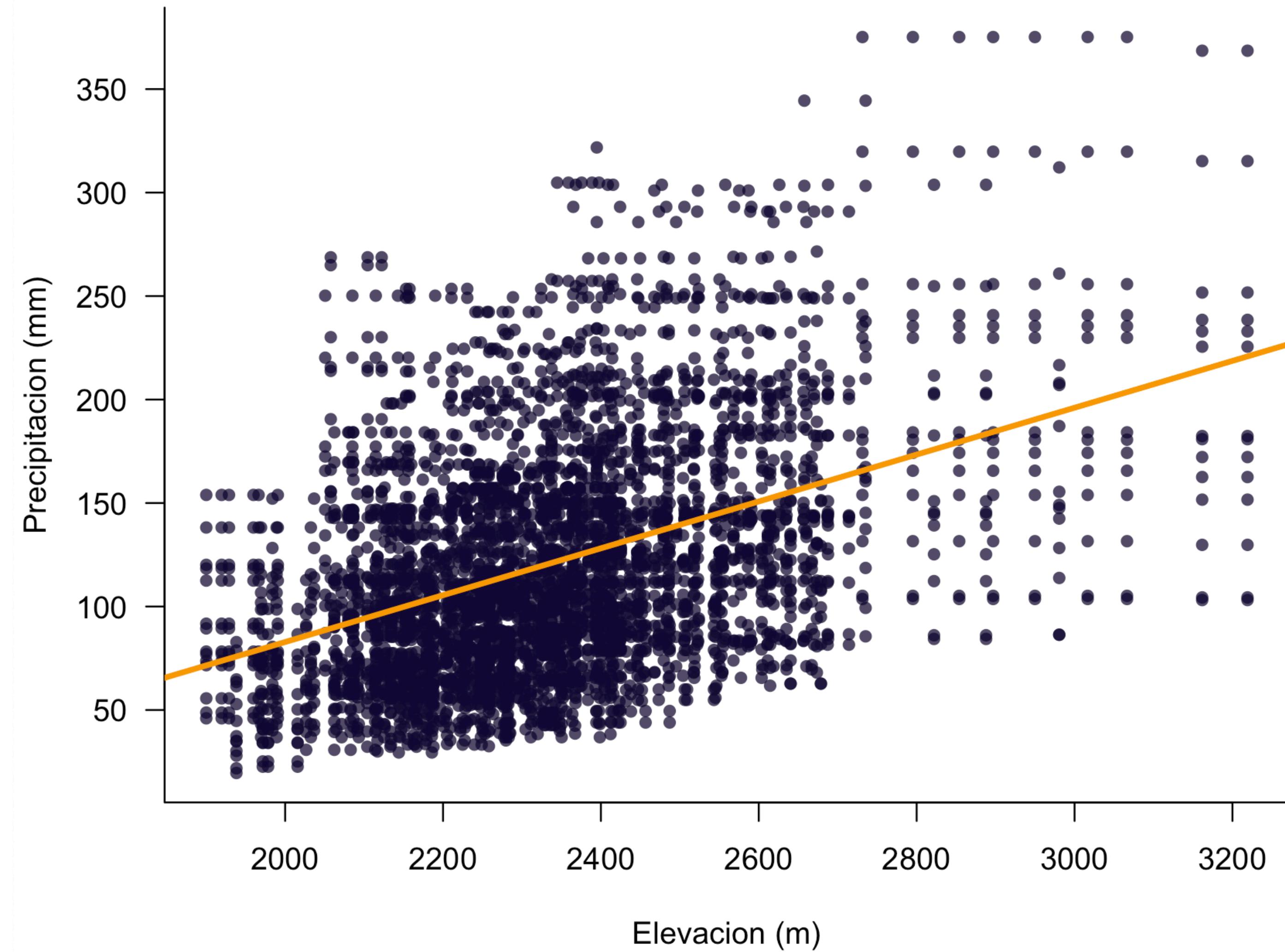


Modelos lineales

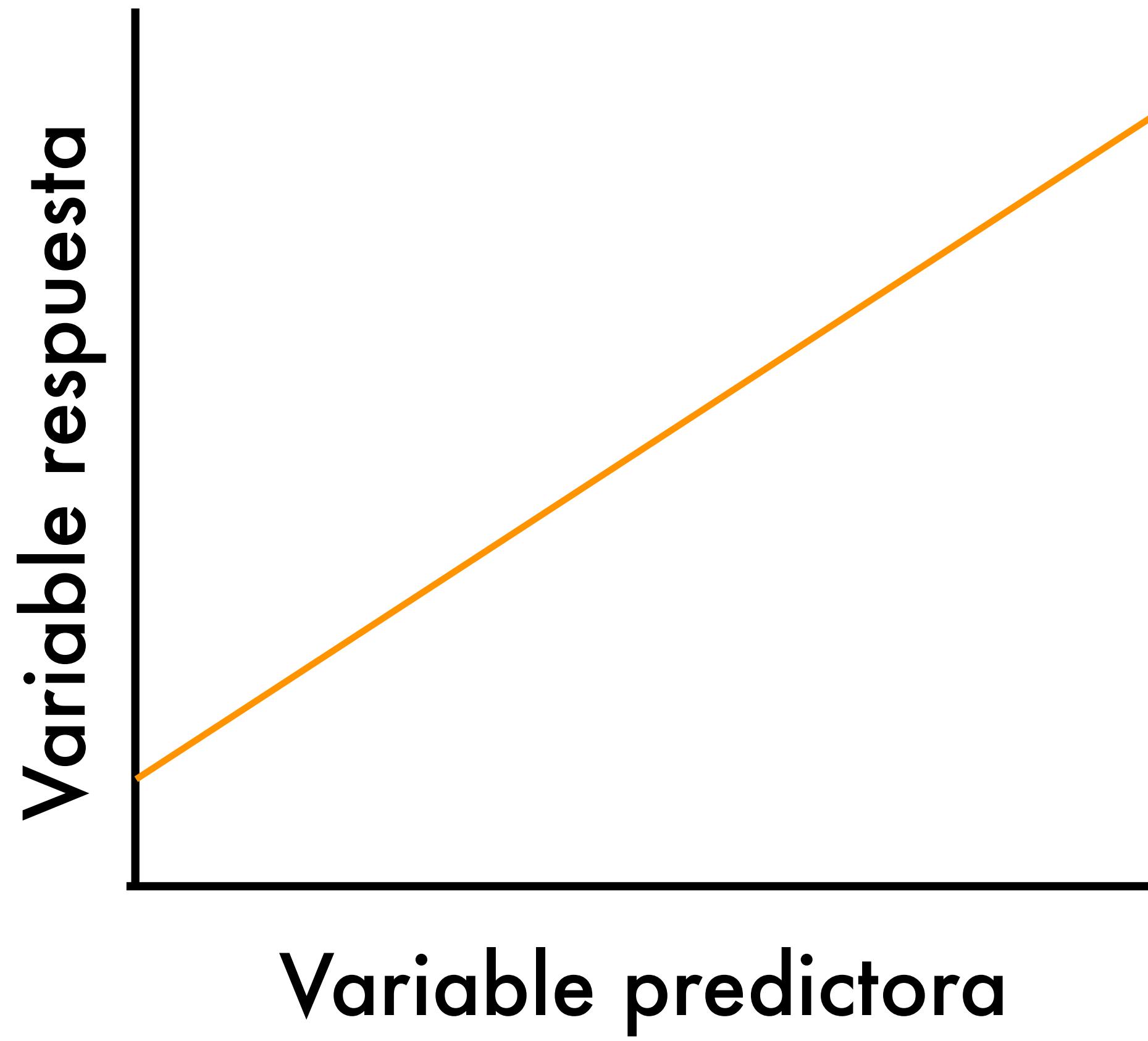
Qué caracteriza este ejemplo?

variable respuesta continua

variable predictoria continua

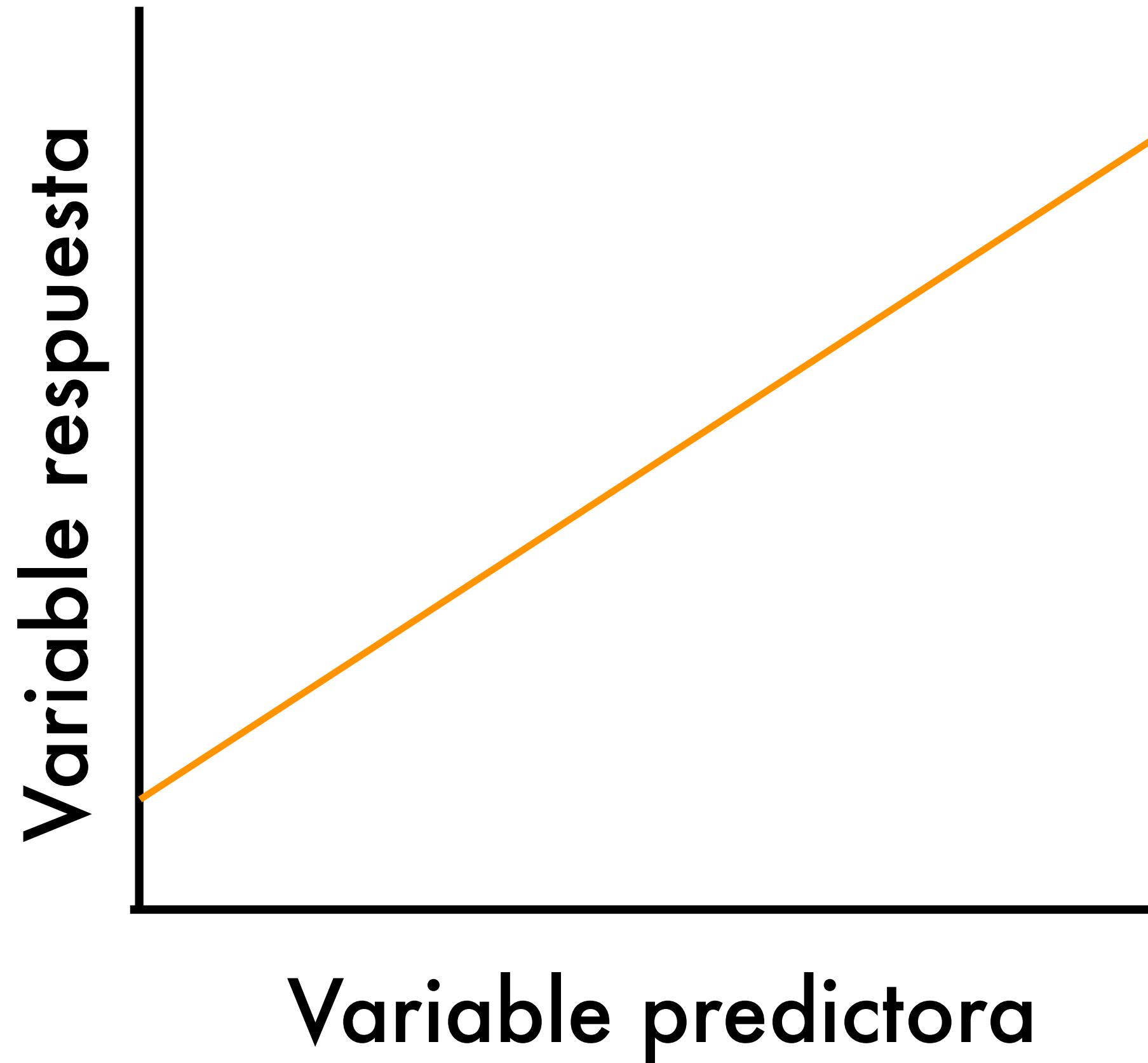


Modelos lineales



Modelos lineales

$$y = \alpha + \beta * x$$

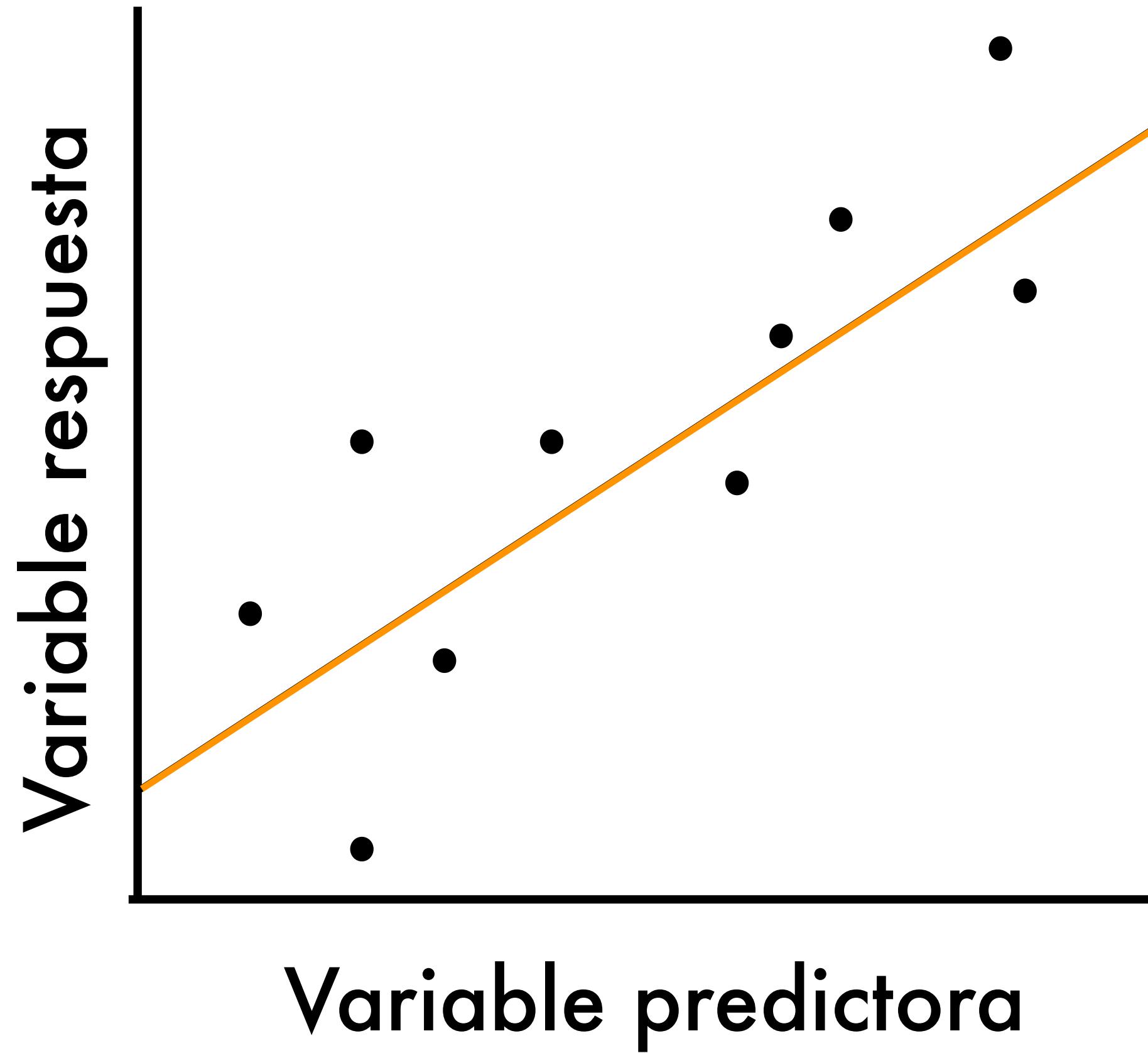


Queremos estimar los
valores mas probables de
 α y β

Modelos lineales

```
for ( i in 1:10 )
```

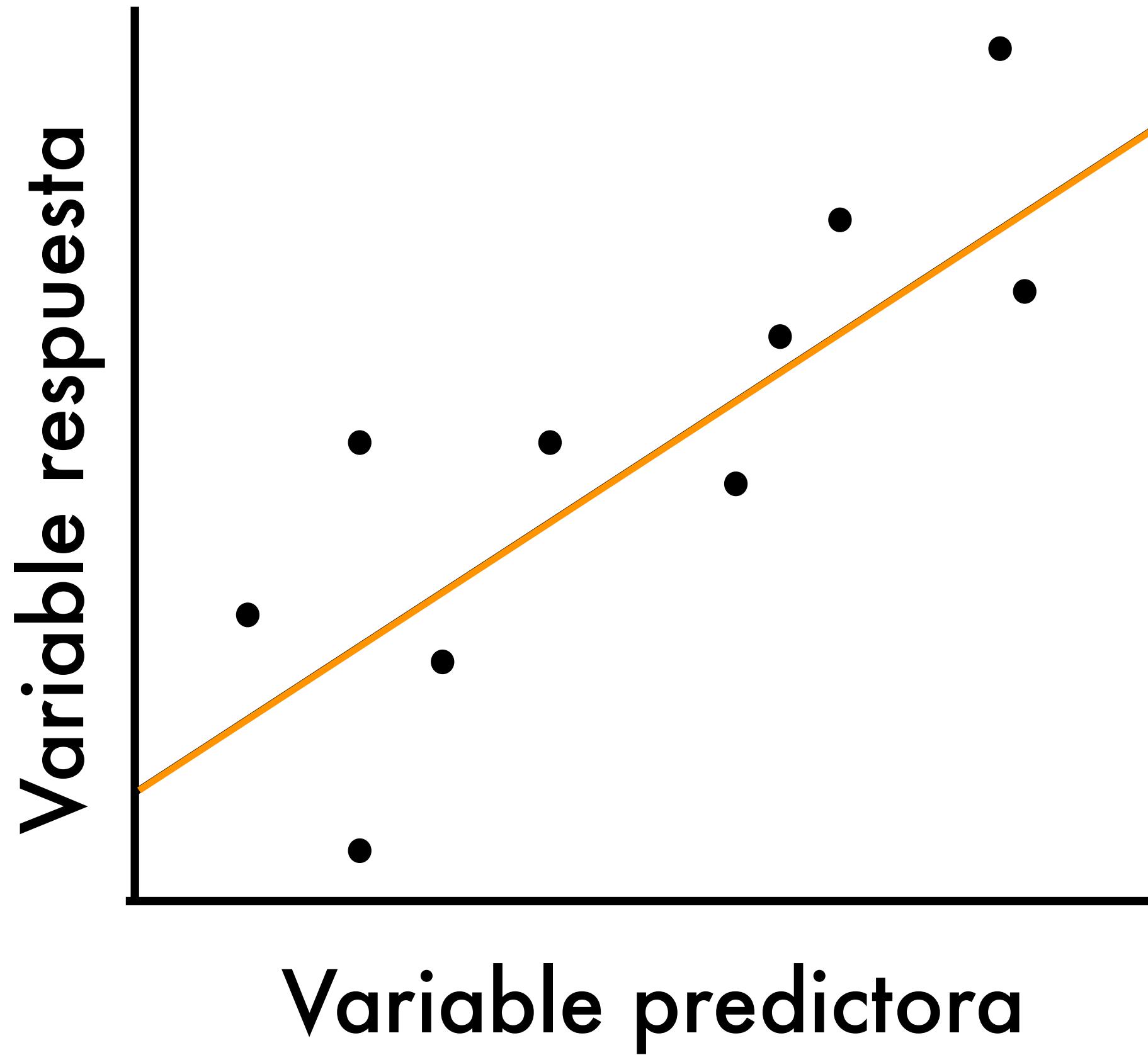
$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$



Modelos lineales

para observaciones (i in 1:10)

$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

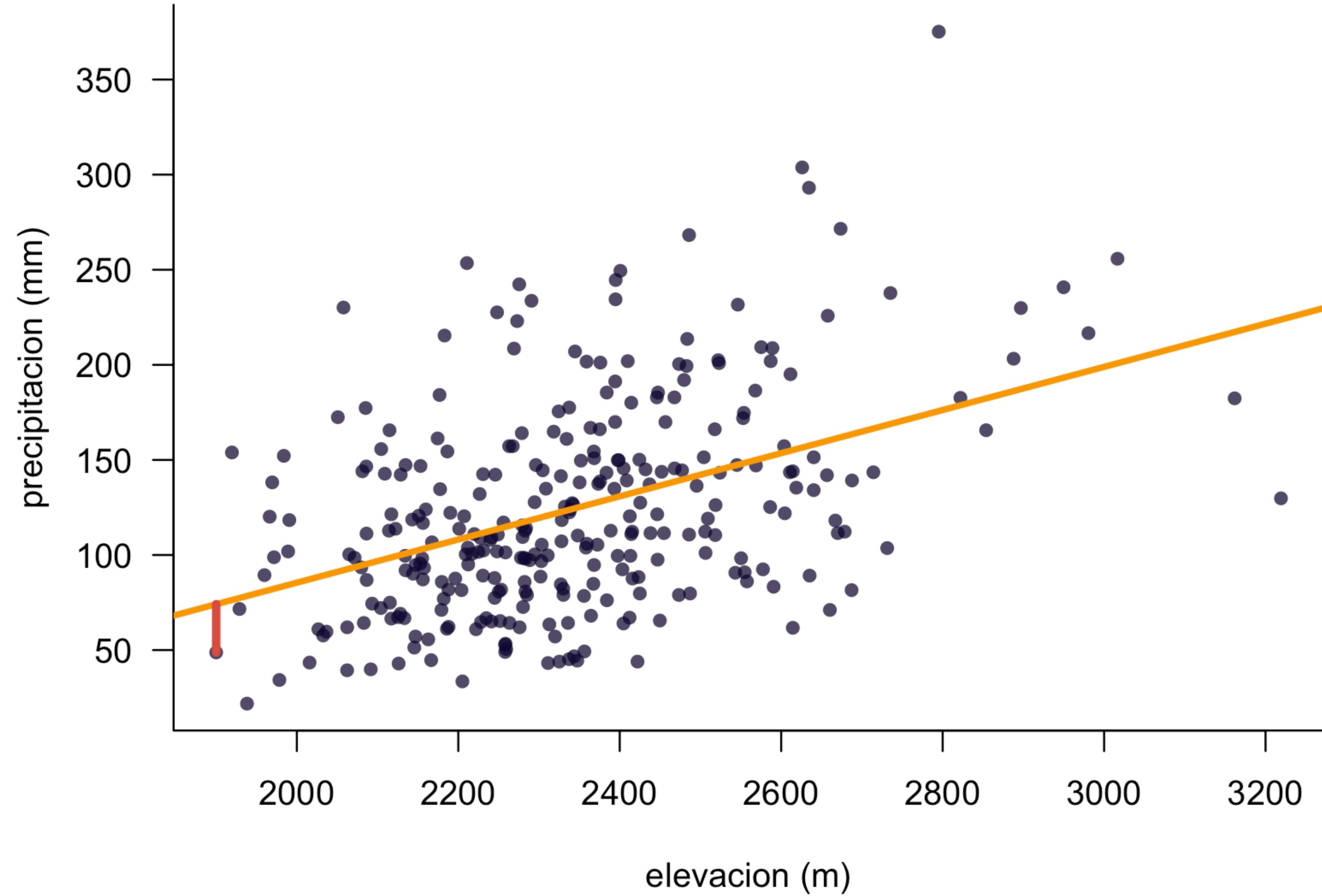


Las diferencias entre las observaciones y la linea es el error residual ϵ_i

Como podemos
entender el ϵ ?

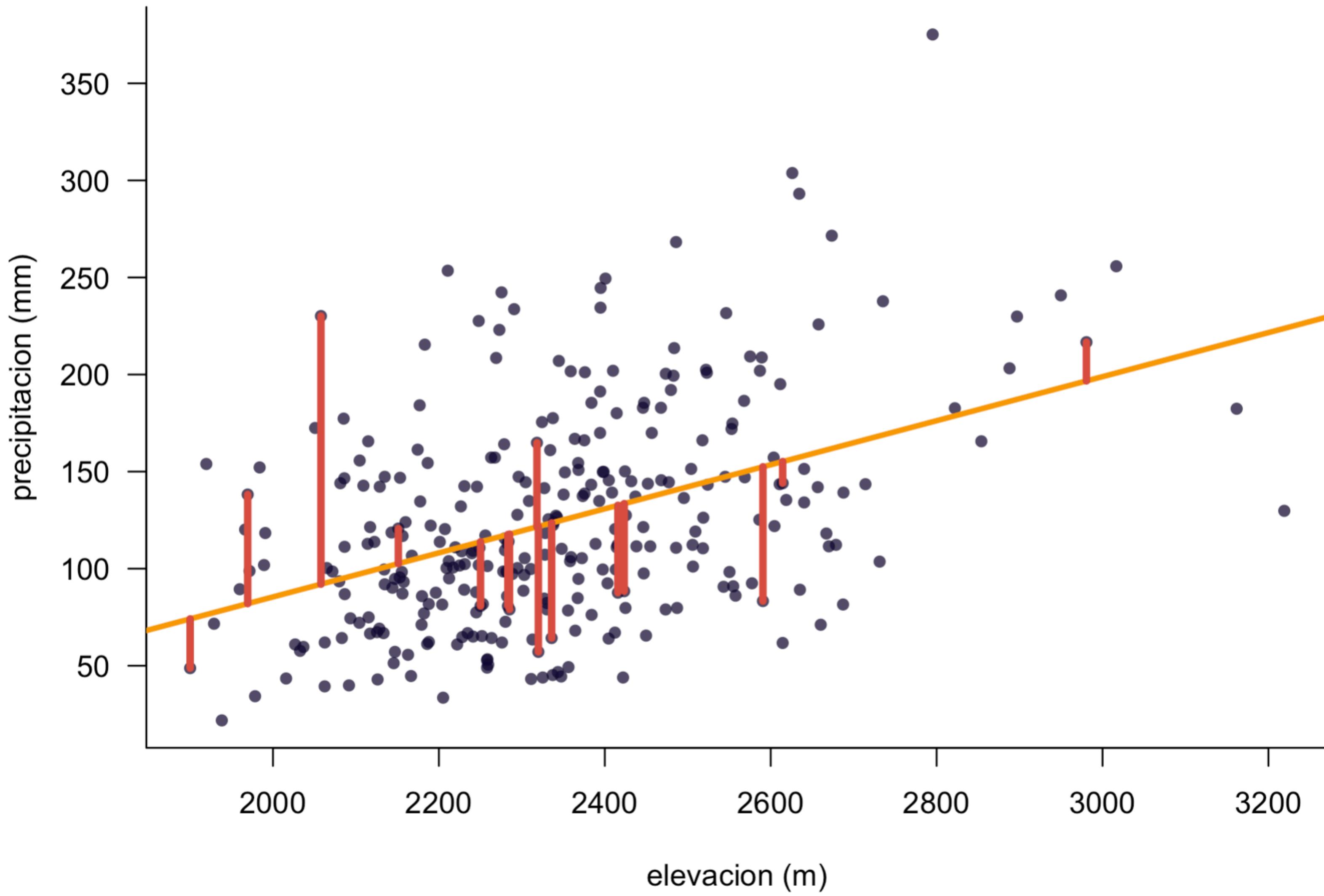
Modelos lineales

Como podemos entender el ϵ ?



Modelos lineales

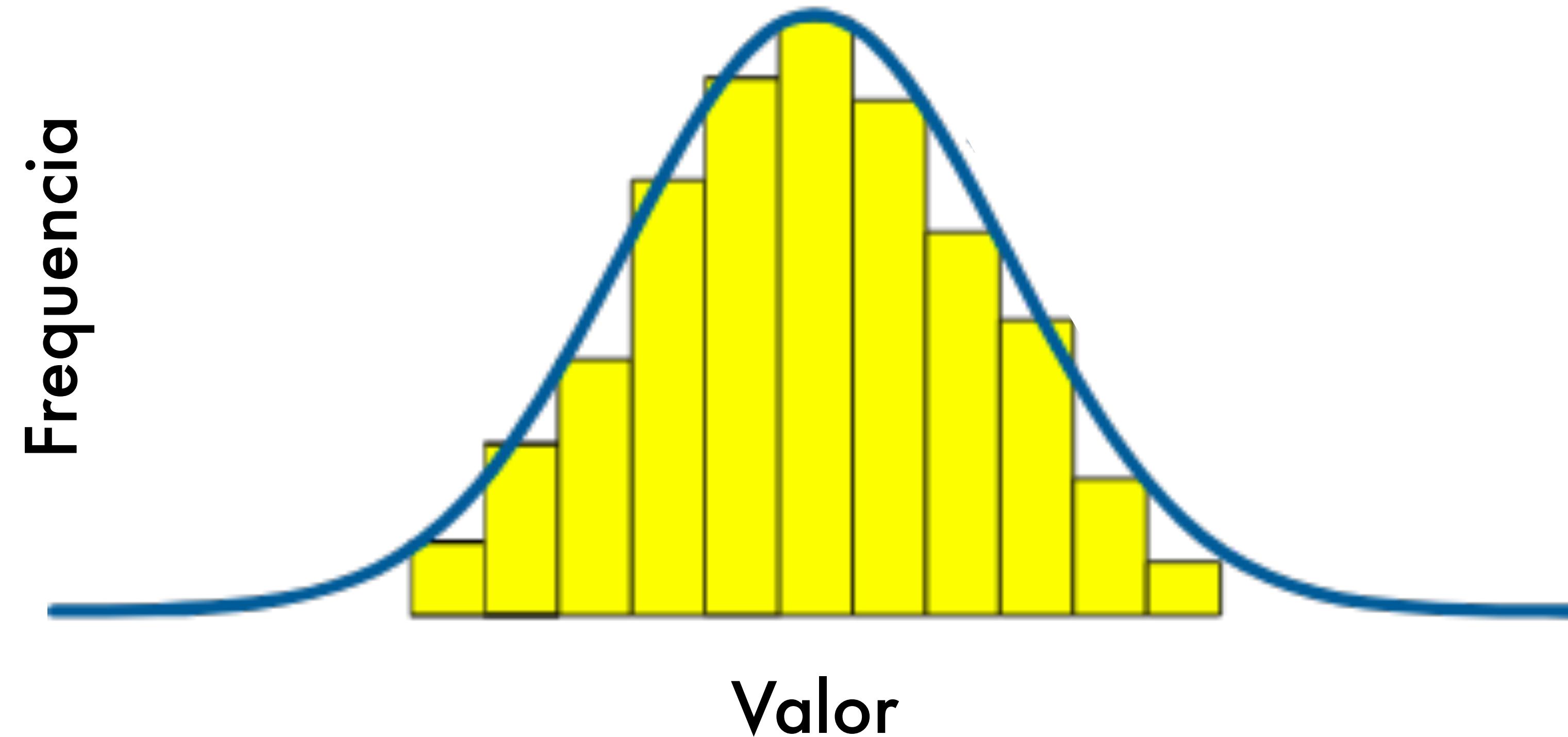
Como podemos entender el ϵ ?



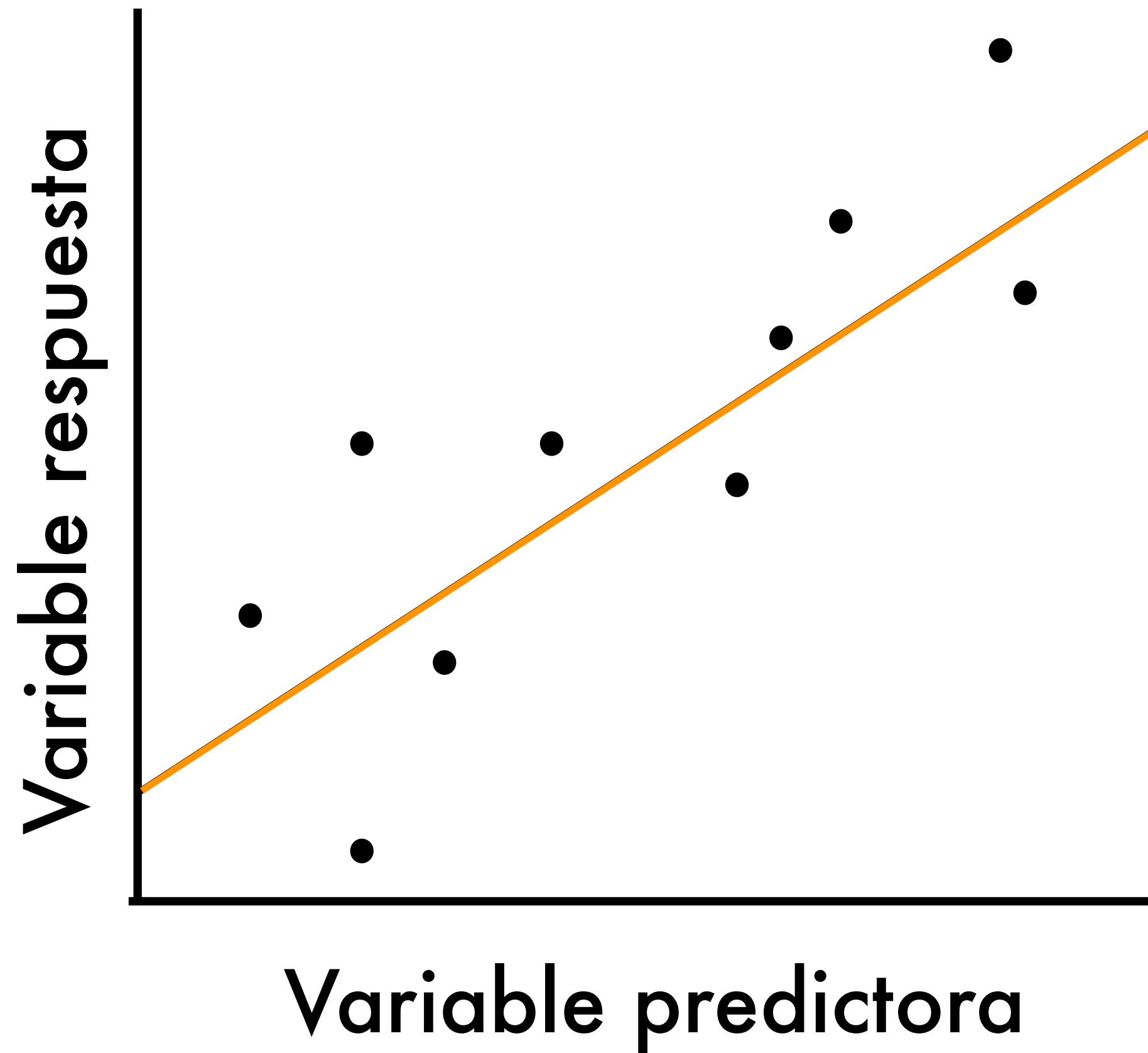
Supuesto de regresión lineal 1: Observaciones son independientes

- cada observación provee nueva información
- observaciones no-independientes dan menos información
- buen diseño de estudio puede eliminar problemas de independencia

Supuesto 2: Residuales se ajustan a una distribución normal

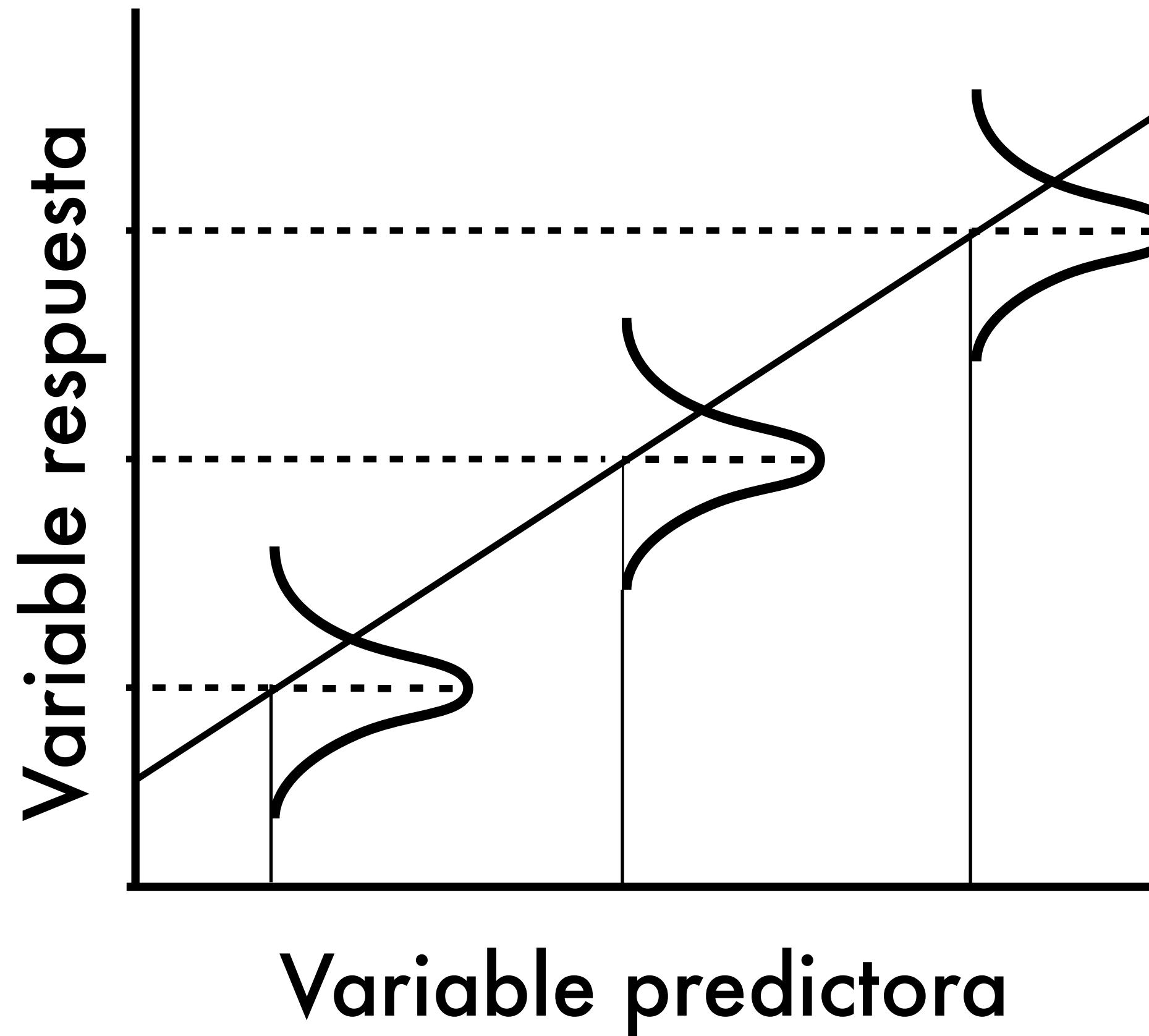


Supuesto 2: Residuales se ajustan a una distribución normal



$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

Supuesto 2: Residuales se ajustan a una distribución normal

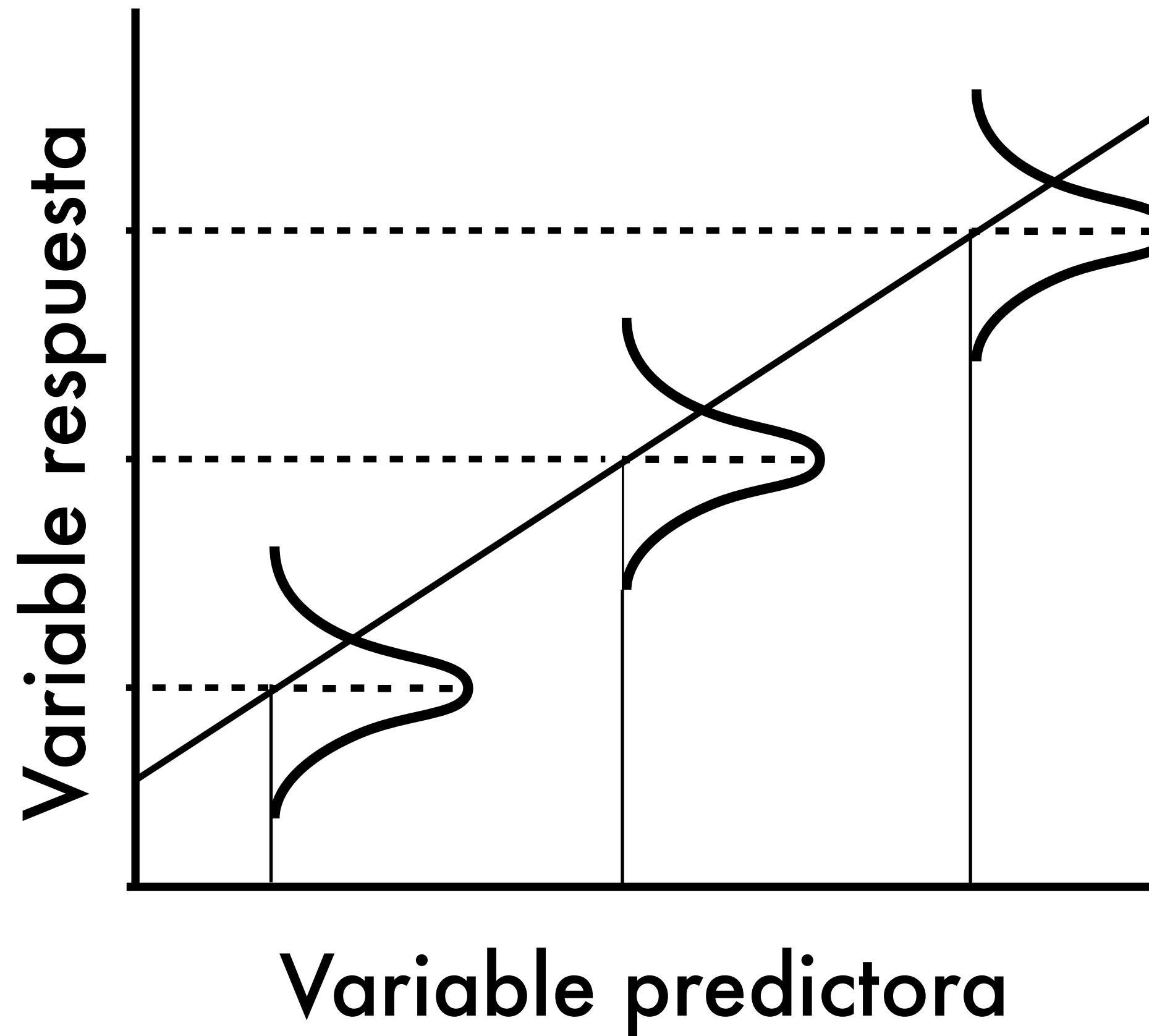


$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

La ubicación mas probable para cada valor de x , se encuentra en la recta.

Supuesto 2: Residuales se ajustan a una distribución normal

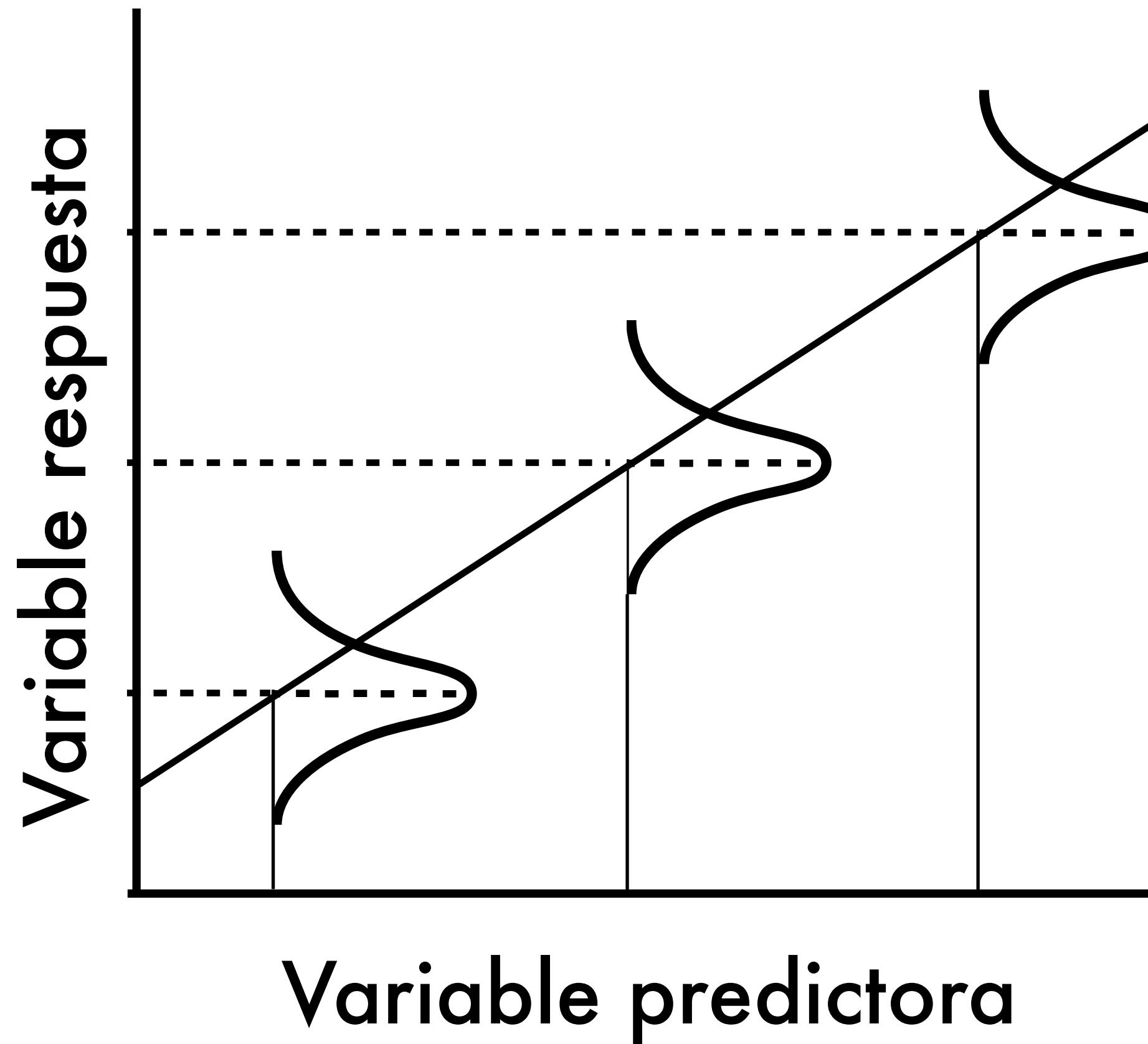


$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

conocidos

Supuesto 2: Residuales se ajustan a una distribución normal



$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

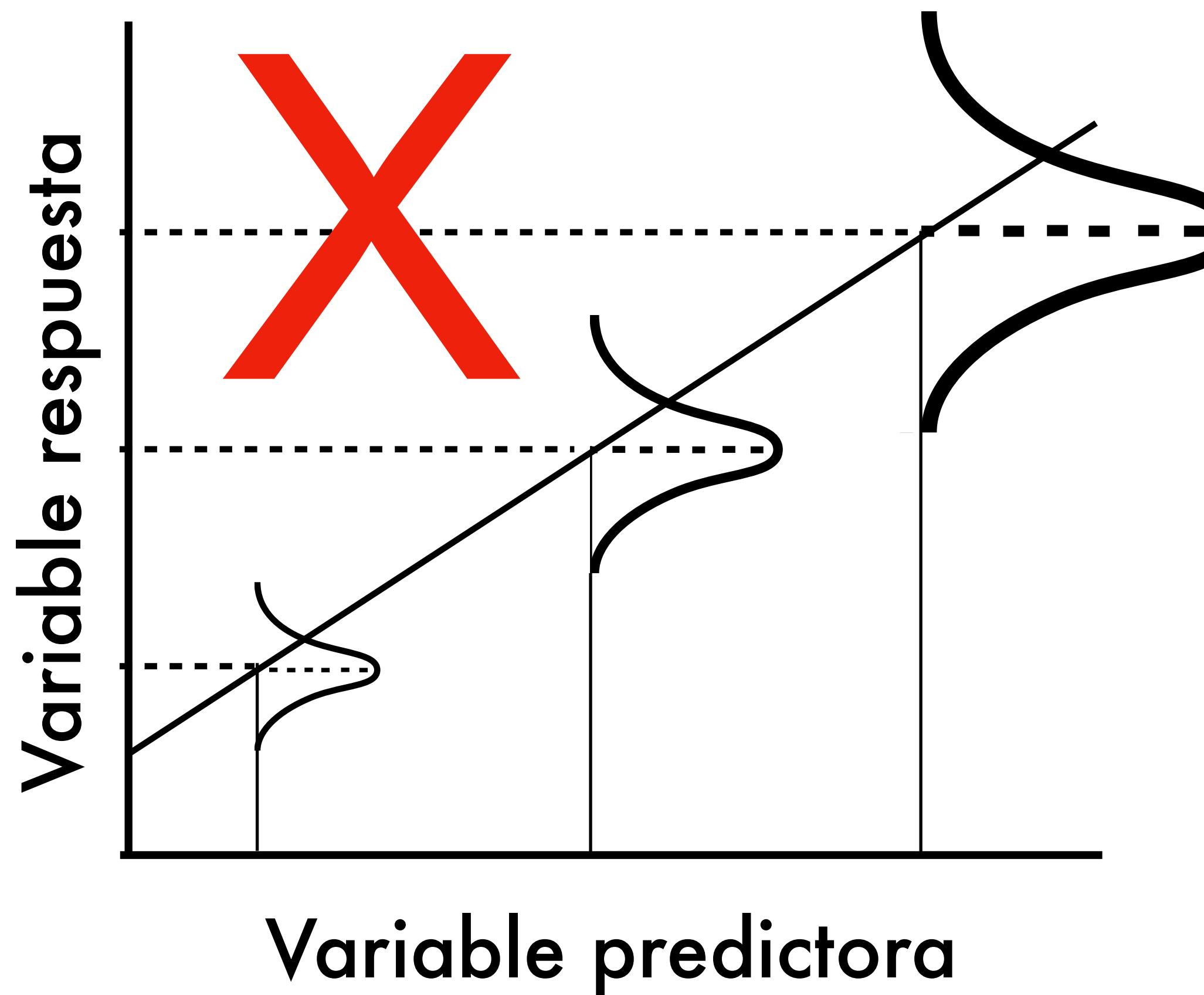
$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

conocidos
estimados

Supuesto 2: Residuales se ajustan a una distribución normal

- Siempre hay que poner a prueba el supuesto, ya sea visualmente o con una prueba de ajuste (por ej. Kolmogorov-Smirnov)
- Si el supuesto no se cumple, se puede usar transformaciones, o modelos lineales generalizados

Supuesto 3: Homocedasticidad



- La varianza de los residuales debe ser constante a través de la variable predictora

Normalidad de variables predictoras

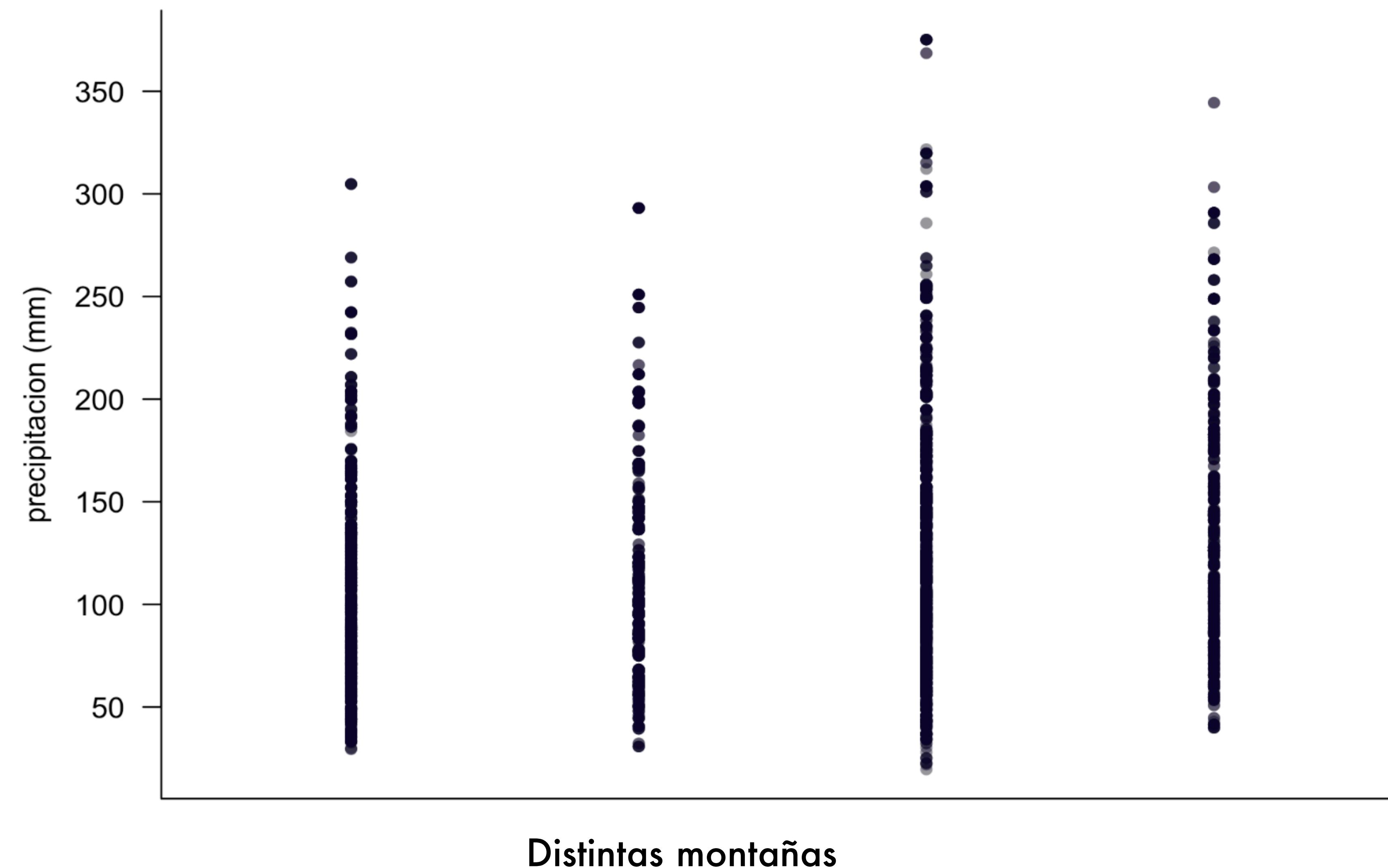
Normalidad de las variables predictoras >> usa transformaciones

Modelos lineales

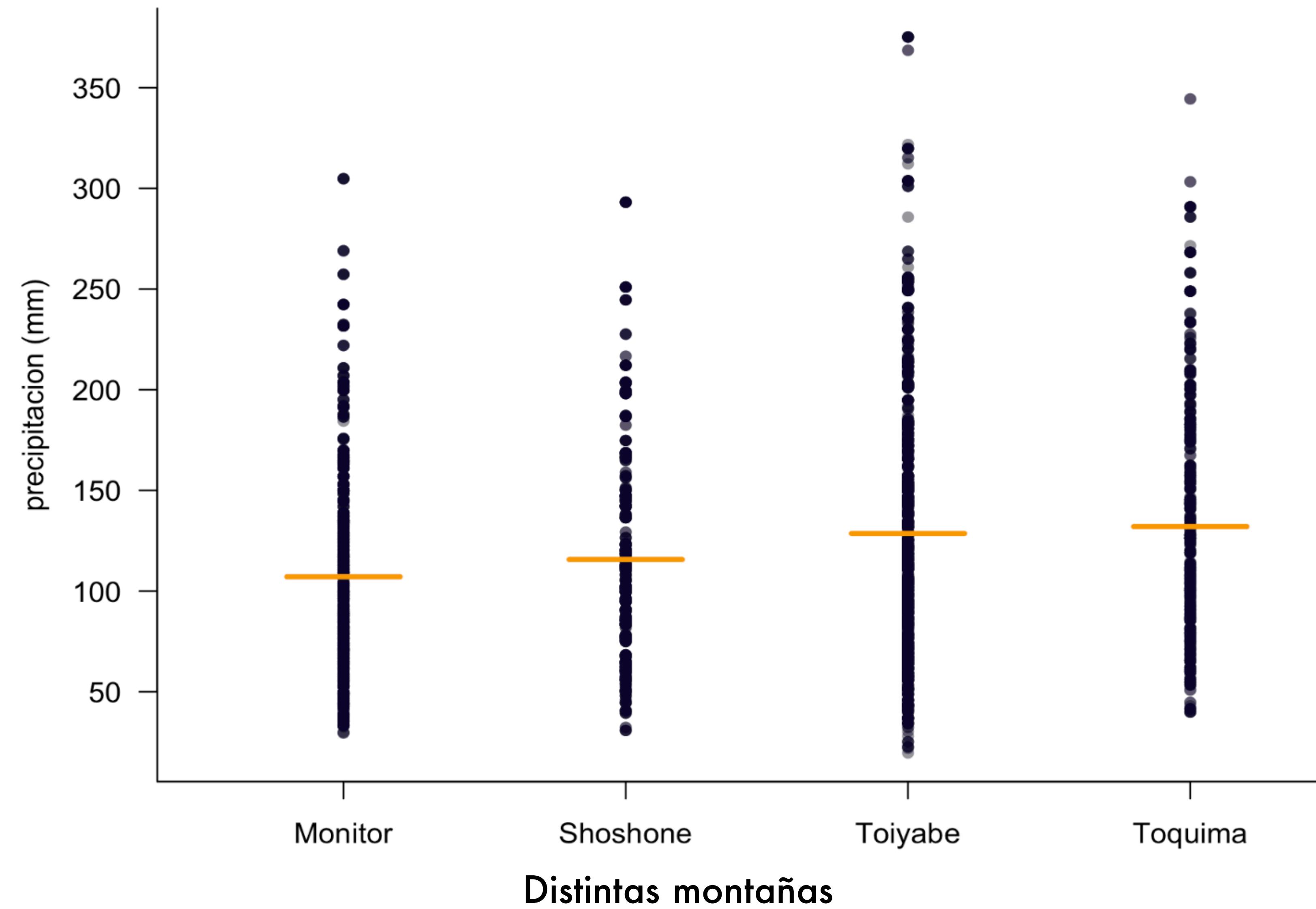
practica en R: *script-part1.R*

III. Modelos lineales, parte 2

ANOVA



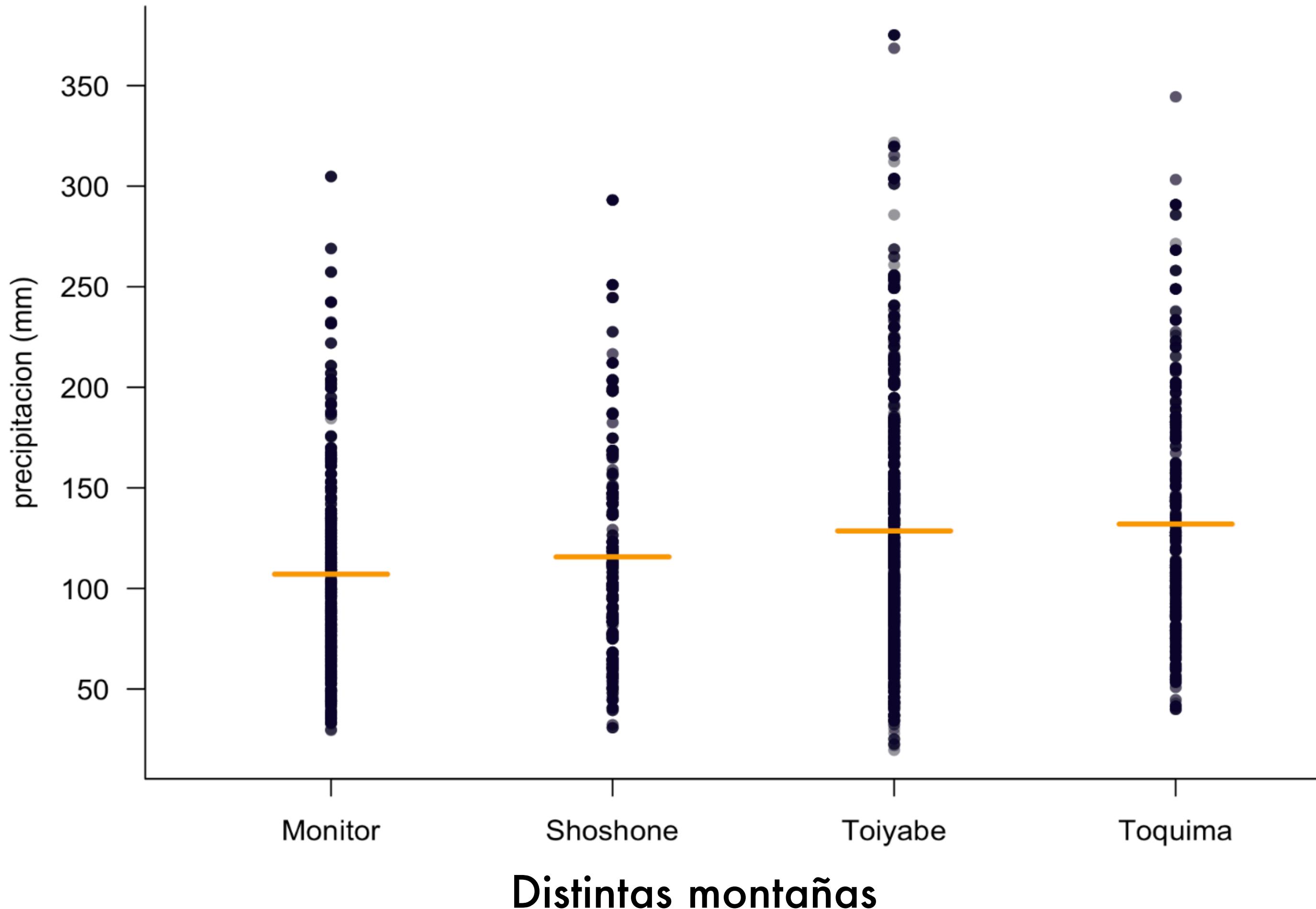
ANOVA



Qué caracteriza esta
ejemplo?

variable respuesta continua

variable predictoria
categorica



Supuestos: idénticos a los de regresiones lineales

En este caso x es una categoría, entonces se puede entender como el intercepto que cambia dado al variable.

En otras palabras, diferencias en la media entre distintas categorías

$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

t-test: un ANOVA caso especial, con solo dos niveles

Cómo modelamos una variable categórica con multiples niveles?

montaña

a

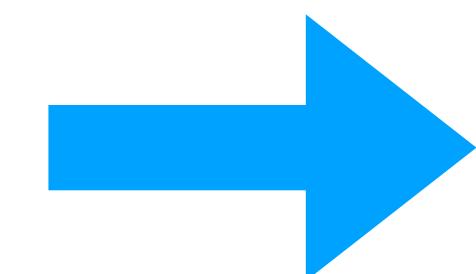
b

c

Cómo modelamos una variable categórica con multiples niveles?

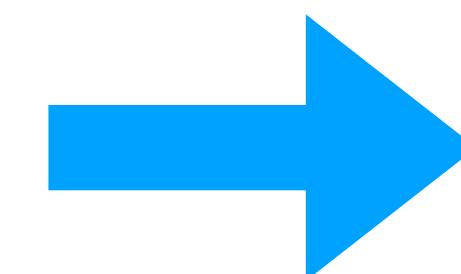
Tenemos que crear variables ficticias.

montaña	montaña-a	montaña-b	montaña-c
a	1	0	0
b	0	1	0
c	0	0	1



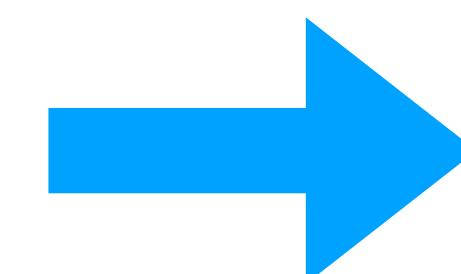
El primer nivel se convierte en la categoría por defecto.

montaña	intercepto	montaña-b	montaña-c
a	1	0	0
b	1	1	0
c	1	0	1



Las otras categorías están modeladas en comparación con la por defecto.

montaña	intercepto	montaña-b	montaña-c
a	1	0	0
b	1	1	0
c	1	0	1



Las otras categorías están modelado en comparación con el defecto.

montaña	intercepto	montaña-b	montaña-c
a	$\beta_a * 1$	$\beta_b \cancel{*} 0$	$\beta_c \cancel{*} 0$
b	1	1	0
c	1	0	1

Las otras categorías están modelado en comparación con el defecto.

montaña	intercepto	montaña-b	montaña-c
a	1	0	0
b	$\beta_a * 1$	$\beta_b * 1$	$\beta_c \cancel{*} 0$
c	1	0	1

Las otras categorías están modelado en comparación con el defecto.

montaña	intercepto	montaña-b	montaña-c
a	1	0	0
b	1	1	0
c	$\beta_a * 1 + \beta_b * 0 + \beta_c * 1$	$\beta_b * 0$	

Multiples variables predictoras

Se pueden integrar variables predictoras continuas y categóricas en el mismo modelo. Los datos visualizado usando `model.matrix()`:

```
##      (Intercept) continuous1 continuous2 discrete1 discrete2 discrete3
## [1,]           1     2285.1      78.99       0       0       0
## [2,]           1     2304.6      67.31       1       0       0
## [3,]           1     2330.1      64.27       0       0       0
## [4,]           1     2589.2     144.02       0       0       1
## [5,]           1     3016.6     235.46       0       1       0
```

Multiples variables predictoras

Se pueden integrar variables predictoras continuas y categóricas en el mismo modelo. Los datos visualizado usando `model.matrix()`:

```
##      (Intercept) continuous1 continuous2 discrete1 discrete2 discrete3
## [1,]           1     2285.1       78.99       0       0       0
## [2,]           1     2304.6       67.31       1       0       0
## [3,]           1     2330.1       64.27       0       0       0
## [4,]           1     2589.2      144.02       0       0       1
## [5,]           1     3016.6      235.46       0       1       0
```

$$y_i = \beta_0 \text{intercepto} + \beta_1 \text{cont1}_i + \beta_2 \text{cont2}_i + \beta_3 \text{cat3}_i + \epsilon_i$$

```
mod <- lm(response ~ continuous1 + continuous2 + discrete)
```

Multiples variables predictoras

Datos de observaciones para tres variables predictoras desde la 1 hasta la i :

$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$
\vdots	\vdots	\vdots
$x_{i,1}$	$x_{i,2}$	$x_{i,3}$

Multiples variables predictoras

Multiplicados por sus tres parametros correspondientes:

$$\begin{matrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{i,1} & x_{i,2} & x_{i,3} \end{matrix} \times \begin{matrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{matrix}$$

Multiples variables predictoras

Usando el truco de los parametros transpuestos:

$$\begin{matrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{i,1} & x_{i,2} & x_{i,3} \end{matrix} \times \begin{matrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{matrix} = \begin{matrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{matrix} + \begin{matrix} x_{1,1} \beta_1 & x_{1,2} \beta_1 & x_{1,3} \beta_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{i,1} \beta_1 & x_{i,2} \beta_1 & x_{i,3} \beta_1 \end{matrix} + \begin{matrix} x_{1,1} \beta_2 & x_{1,2} \beta_2 & x_{1,3} \beta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{i,1} \beta_2 & x_{i,2} \beta_2 & x_{i,3} \beta_2 \end{matrix} + \begin{matrix} x_{1,1} \beta_3 & x_{1,2} \beta_3 & x_{1,3} \beta_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{i,1} \beta_3 & x_{i,2} \beta_3 & x_{i,3} \beta_3 \end{matrix}$$

Multiples variables predictoras

Para estimar valores predichos.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \\ \hline \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline x_{i,1} & x_{i,2} & x_{i,3} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \beta_1 \\ \hline \beta_2 \\ \hline \beta_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \beta_1 \\ \hline \beta_1 \\ \hline \beta_1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \beta_2 \\ \hline \beta_2 \\ \hline \beta_2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \beta_3 \\ \hline \beta_3 \\ \hline \beta_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}$$

Multiples variables predictoras

Otra vez los supuestos son los mismos tres, mas un cuarto supuesto: las distintas variables predictoras son relativamente independientes entre sí.

Si no lo son, lo llamamos "multi-colinearidad".

Es difícil para el modelo de distinguir entre los efectos de una variable predictora y de otra. También llamado problema de distinguibilidad de los efectos. En simple, el modelo se confunde...

Multiples variables predictoras

Otra vez los supuestos son los mismos tres, mas un cuarto supuesto: las distintas variables predictoras son relativamente independientes entre sí.

Si no lo son, lo llamamos "multi-colinearidad".

Es difícil para el modelo de distinguir entre los efectos de una variable predictora y de otra. También llamado problema de distinguibilidad de los efectos. En simple, el modelo se confunde...

Debemos evitar romper este supuesto eligiendo cuidadosamente las variables, o incluso sacando variables fuertemente correlacionadas.

Multiples variables predictoras

Si nuestra pregunta de investigación requiere la comparación de los tamaños de los efectos de distintas variables predictoras [modelos explicativos], entonces es necesario pensar en la escala de los variables.

Multiples variables predictoras

Si nuestra pregunta de investigación requiere la comparación de los tamaños de los efectos de distintas variables predictoras [modelos explicativos], entonces es necesario pensar en la escala de los variables.

Para hacerlas comparables, podemos estandarizar los valores de las variables predictoras.

```
# standardise continuous predictors  
predictors_std <- scale(predictors)
```

```
##      predictor1 predictor2 predictor3  
## [1,] -0.7065051 -0.5328227  1.00678496  
## [2,] -0.6438887 -0.6923145  0.32702139  
## [3,] -0.5620058 -0.7338261  0.25353344  
## [4,]  0.2699889  0.3551696  0.08818554  
## [5,]  1.6424108  1.6037937 -1.67552534
```

Multiples variables predictoras

Modelos con multiples variables predictoras:

1. evaluar colinealidad/elegir variables
2. normalizar variables, si es necesaria
3. estandarizar

Multiples variables predictoras

practica en R: *script-part2.R*

Interacciones

Interacciones variables predictoras

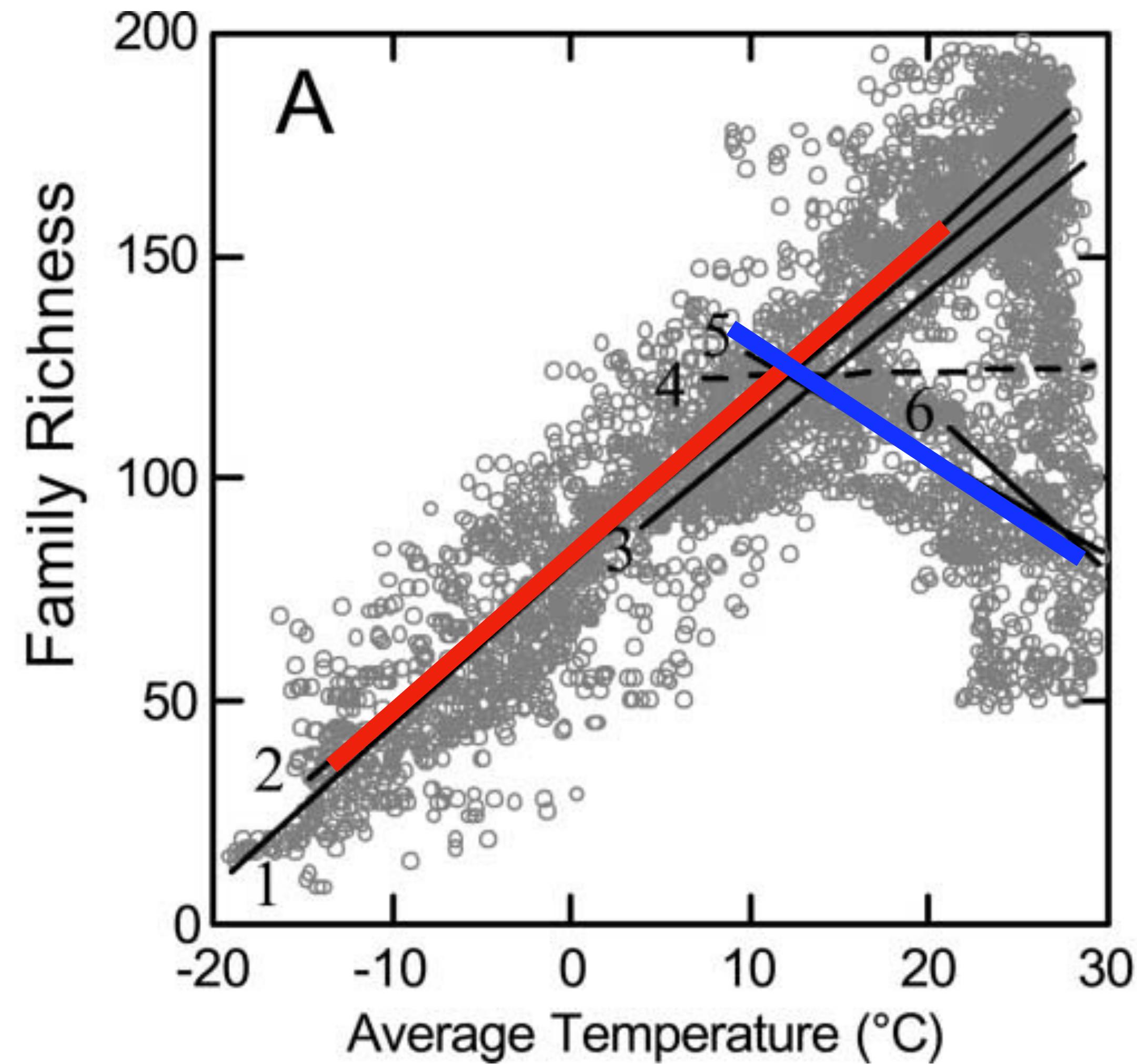
Interacciones

Interacciones variables predictoras

VOL. 161, NO. 4 THE AMERICAN NATURALIST APRIL 2003

A Globally Consistent Richness-Climate Relationship for Angiosperms

Anthony P. Francis and David J. Currie*



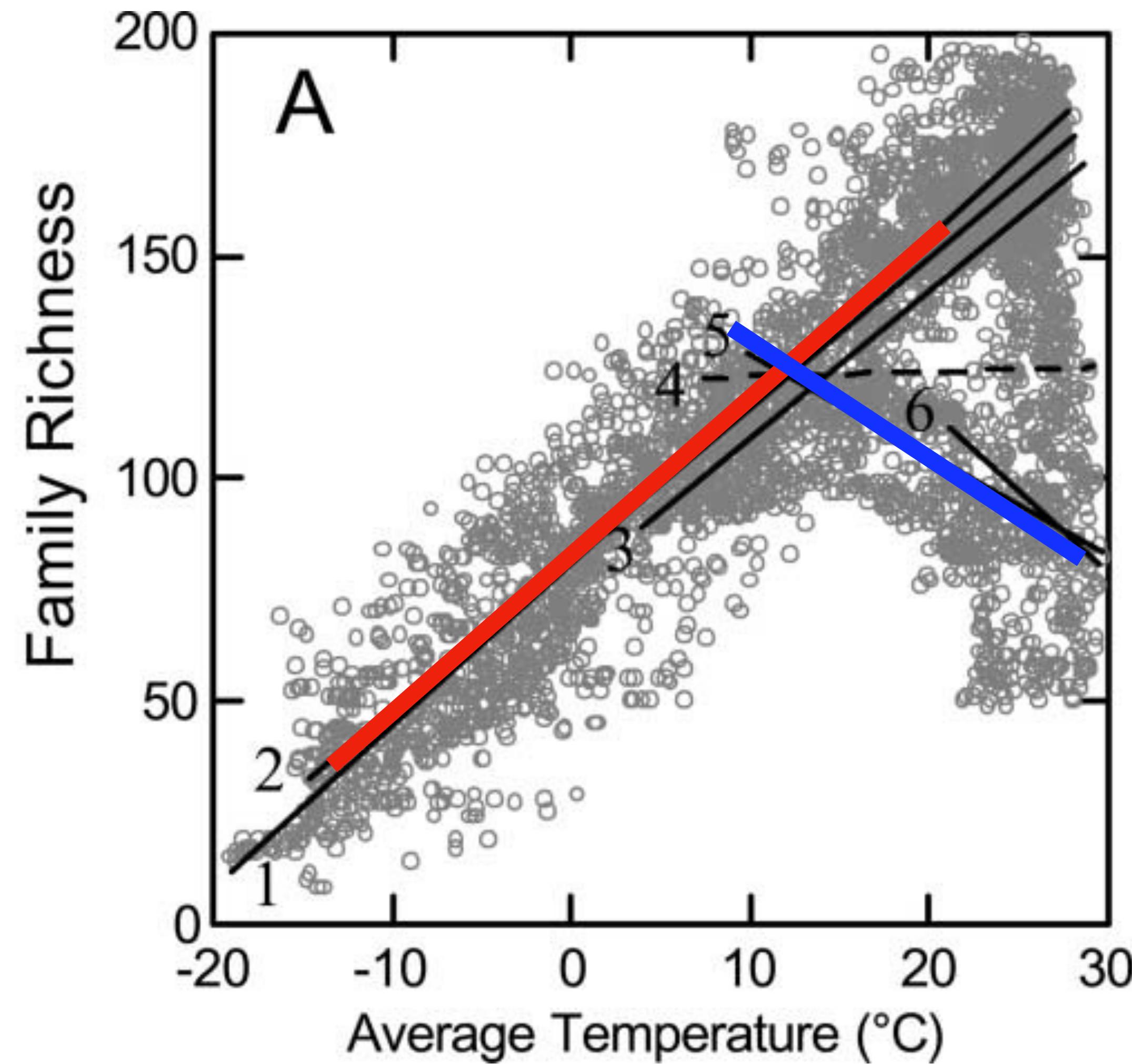
Interacciones variables predictoras

VOL. 161, NO. 4 THE AMERICAN NATURALIST APRIL 2003

A Globally Consistent Richness-Climate Relationship for Angiosperms

Anthony P. Francis and David J. Currie*

- Riqueza de especies aumenta con la temperatura, en climas húmedos



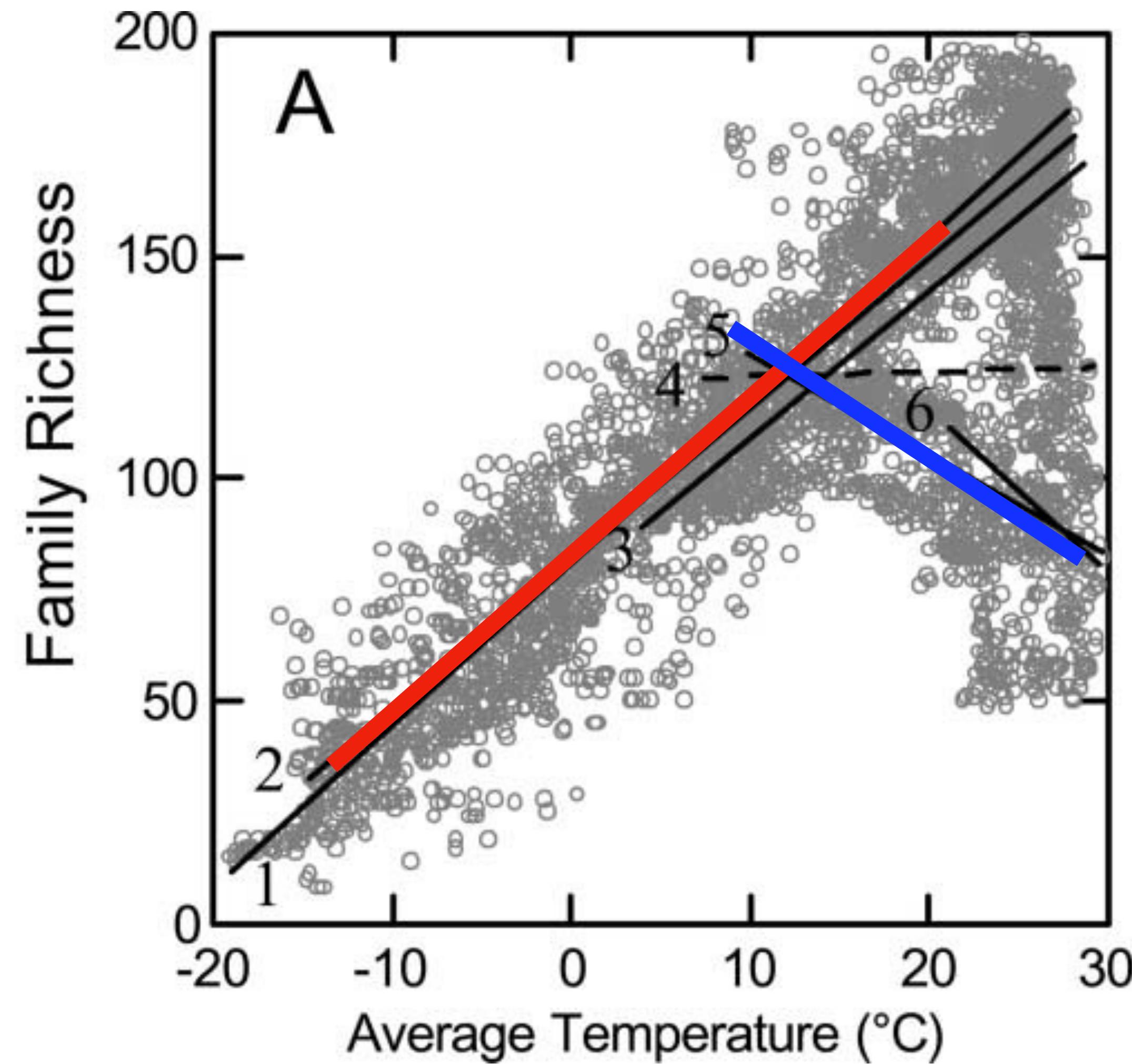
Interacciones variables predictoras

VOL. 161, NO. 4 THE AMERICAN NATURALIST APRIL 2003

A Globally Consistent Richness-Climate Relationship for Angiosperms

Anthony P. Francis and David J. Currie*

- Riqueza de especies aumenta con la temperatura, en climas húmedos
- Pero decrece con la temperatura, en climas secos



Interacciones

$$prec_i = \beta_0 \text{intercepto} + \beta_1 elev_i + \beta_2 montana_i + \beta_3 elev_i * montana_i + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

```
##  
## Call:  
## lm(formula = precipitation ~ elevation * mountain_range)  
##  
## Residuals:  
##      Min       1Q   Median       3Q      Max  
## -120.75  -35.97   -9.48    30.03   202.73  
##  
## Coefficients:  
##                               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
## (Intercept)                 -2.104e+02  3.185e+01 -6.607  4.4e-11  
## elevation                  1.364e-01  1.366e-02  9.981 < 2e-16  
## mountain_rangeShoshone     1.842e+01  4.067e+01  0.453  0.65053  
## mountain_rangeToiyabe      9.473e+01  3.346e+01  2.832  0.00465  
## mountain_rangeToquima     1.798e+01  4.192e+01  0.429  0.66795  
## elevation:mountain_rangeShoshone -3.521e-03  1.747e-02 -0.202  0.84028  
## elevation:mountain_rangeToiyabe -3.089e-02  1.435e-02 -2.152  0.03145  
## elevation:mountain_rangeToquima -2.771e-03  1.767e-02 -0.157  0.87538  
##
```

Interacciones

- Es difícil interpretar coeficientes

```
mod <- lm(precipitation ~ elevation * mountain_range)
summary(mod)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = precipitation ~ elevation * mountain_range)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max 
## -120.75  -35.97   -9.48   30.03  202.73 
##
## Coefficients:
##                               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept)                 -2.104e+02  3.185e+01 -6.607  4.4e-11  
## elevation                      1.364e-01  1.366e-02  9.981  < 2e-16  
## mountain_rangeShoshone        1.842e+01  4.067e+01  0.453  0.65053  
## mountain_rangeToiyabe         9.473e+01  3.346e+01  2.832  0.00465  
## mountain_rangeToquima        1.798e+01  4.192e+01  0.429  0.66795  
## elevation:mountain_rangeShoshone -3.521e-03  1.747e-02 -0.202  0.84028  
## elevation:mountain_rangeToiyabe -3.089e-02  1.435e-02 -2.152  0.03145  
## elevation:mountain_rangeToquima -2.771e-03  1.767e-02 -0.157  0.87538 
##
```

Interacciones

- Es difícil interpretar coeficientes
 - El efecto de cada parámetro depende del valor estimado de otros parámetros (al igual que en variables categóricas)

```

mod <- lm(precipitation ~ elevation * mountain_range)
summary(mod)

## 
## Call:
## lm(formula = precipitation ~ elevation * mountain_range)
## 
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max 
## -120.75  -35.97   -9.48   30.03  202.73 
## 
## Coefficients:
##                               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept)              -2.104e+02  3.185e+01 -6.607  4.4e-11    
## elevation                  1.364e-01  1.366e-02  9.981 < 2e-16    
## mountain_rangeShoshone    1.842e+01  4.067e+01  0.453  0.65053   
## mountain_rangeToiyabe     9.473e+01  3.346e+01  2.832  0.00465   
## mountain_rangeToquima    1.798e+01  4.192e+01  0.429  0.66795   
## elevation:mountain_rangeShoshone -3.521e-03  1.747e-02 -0.202  0.84028  
## elevation:mountain_rangeToiyabe -3.089e-02  1.435e-02 -2.152  0.03145  
## elevation:mountain_rangeToquima -2.771e-03  1.767e-02 -0.157  0.87538 
## 
```

Interacciones

- Es difícil interpretar coeficientes
- El efecto de cada parámetro depende del valor estimado de otros parámetros (al igual que en variables categóricas)
- Particularmente difícil si la interacción es entre dos variables continuas

```
mod <- lm(precipitation ~ elevation * mountain_range)
summary(mod)

##
## Call:
## lm(formula = precipitation ~ elevation * mountain_range)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max 
## -120.75  -35.97   -9.48   30.03  202.73 
##
## Coefficients:
## (Intercept)          elevation
##             -2.104e+02           1.364e-01
##             mountain_rangeShoshone
##                         1.842e+01
##             mountain_rangeToiyabe
##                         9.473e+01
##             mountain_rangeToquima
##                         1.798e+01
##             elevation:mountain_rangeShoshone
##                         -3.521e-03
##             elevation:mountain_rangeToiyabe
##                         -3.089e-02
##             elevation:mountain_rangeToquima
##                         -2.771e-03
## 
```

El manera de interpretar/ilustrar las estimaciones de un modelo depende de la pregunta.

El manera de interpretar/ilustrar las estimaciones de un modelo depende de la pregunta.

Qué tan bien se ajusta el modelo a los datos?

usa R²

Modelos lineales

El manera de interpretar/ilustrar las estimaciones de un modelo depende de la pregunta.

Qué tan bien se ajusta el modelo a los datos? usa R²

Hay apoyo estadística para una asociación? usa p-values

El manera de interpretar/ilustrar las estimaciones de un modelo depende de la pregunta.

Qué tan bien se ajusta el modelo a los datos?

usa R²

Hay apoyo estadística para una asociación?

usa p-values

Una asociación estadísticamente significativa tiene sentido?

mira los coeficientes
(tamaño y signo)

El manera de interpretar/ilustrar las estimaciones de un modelo depende de la pregunta.

Qué tan bien se ajusta el modelo a los datos?

usa R²

Hay apoyo estadística para una asociación?

usa p-values

Una asociación estadísticamente significativa tiene sentido?

mira los coeficientes
(tamaño y signo)

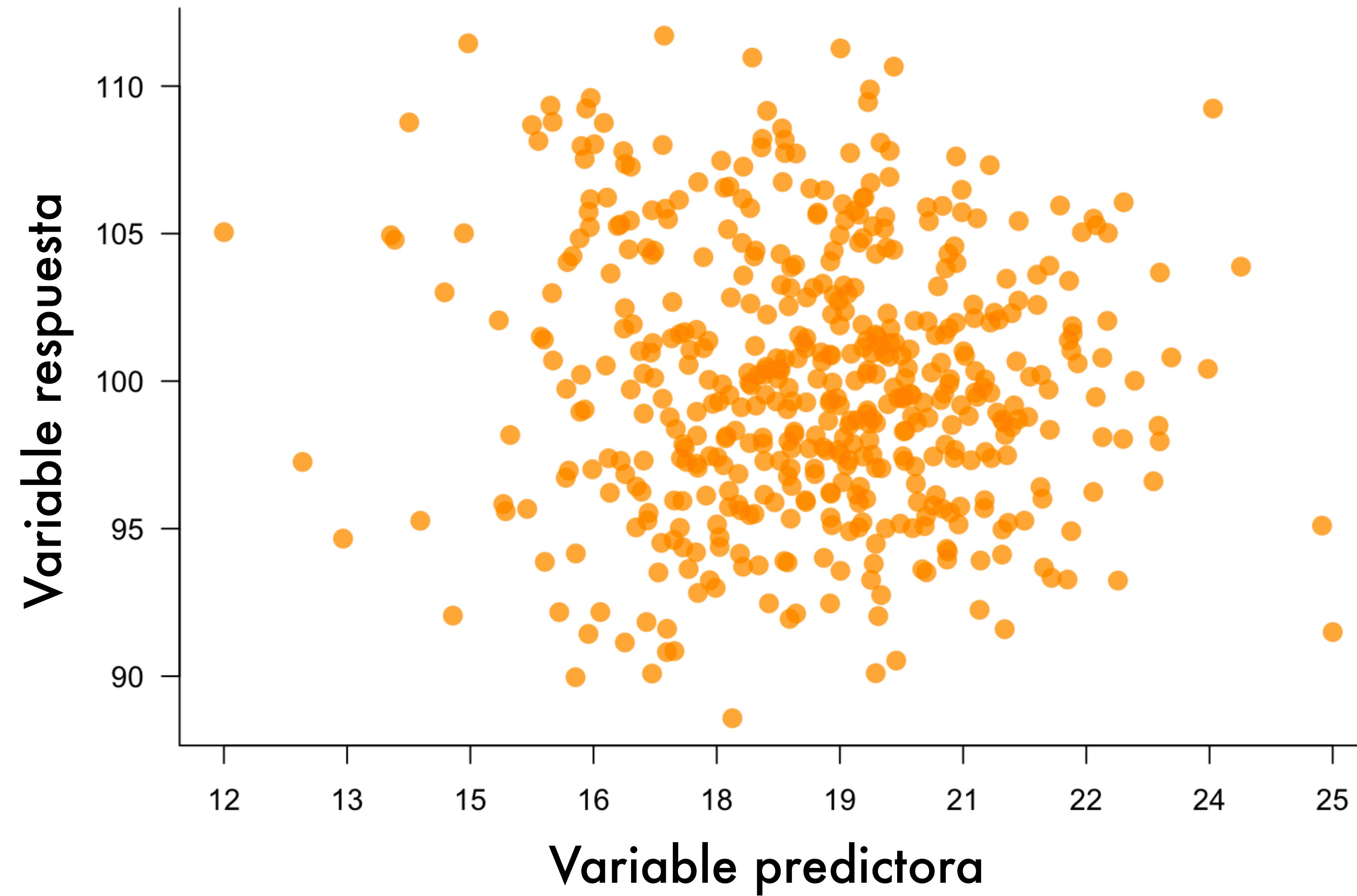
Cuál es la capacidad predictiva?

predecir a datos externos

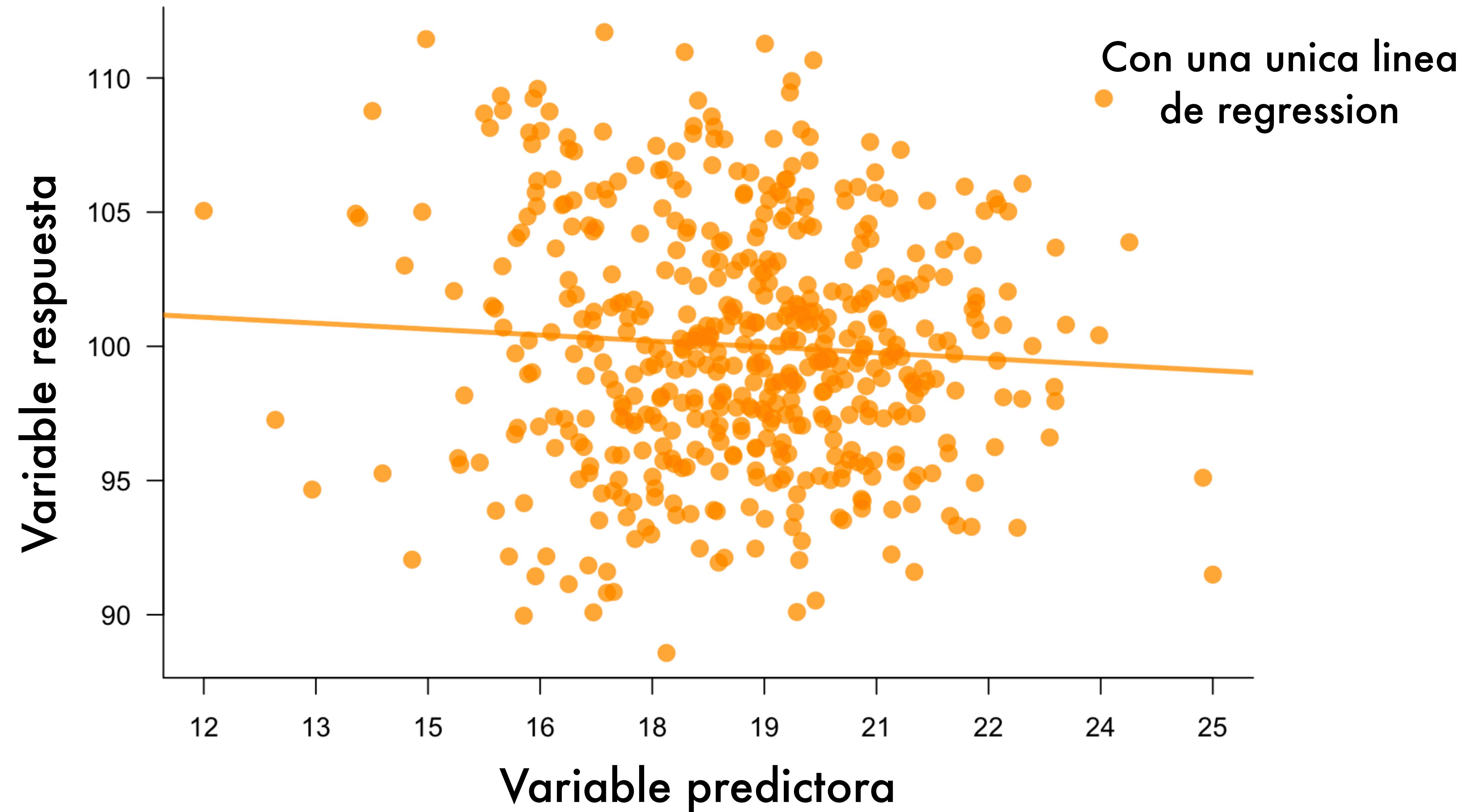
practica en R: *script-part2.R*

IV. Modelos mixtos

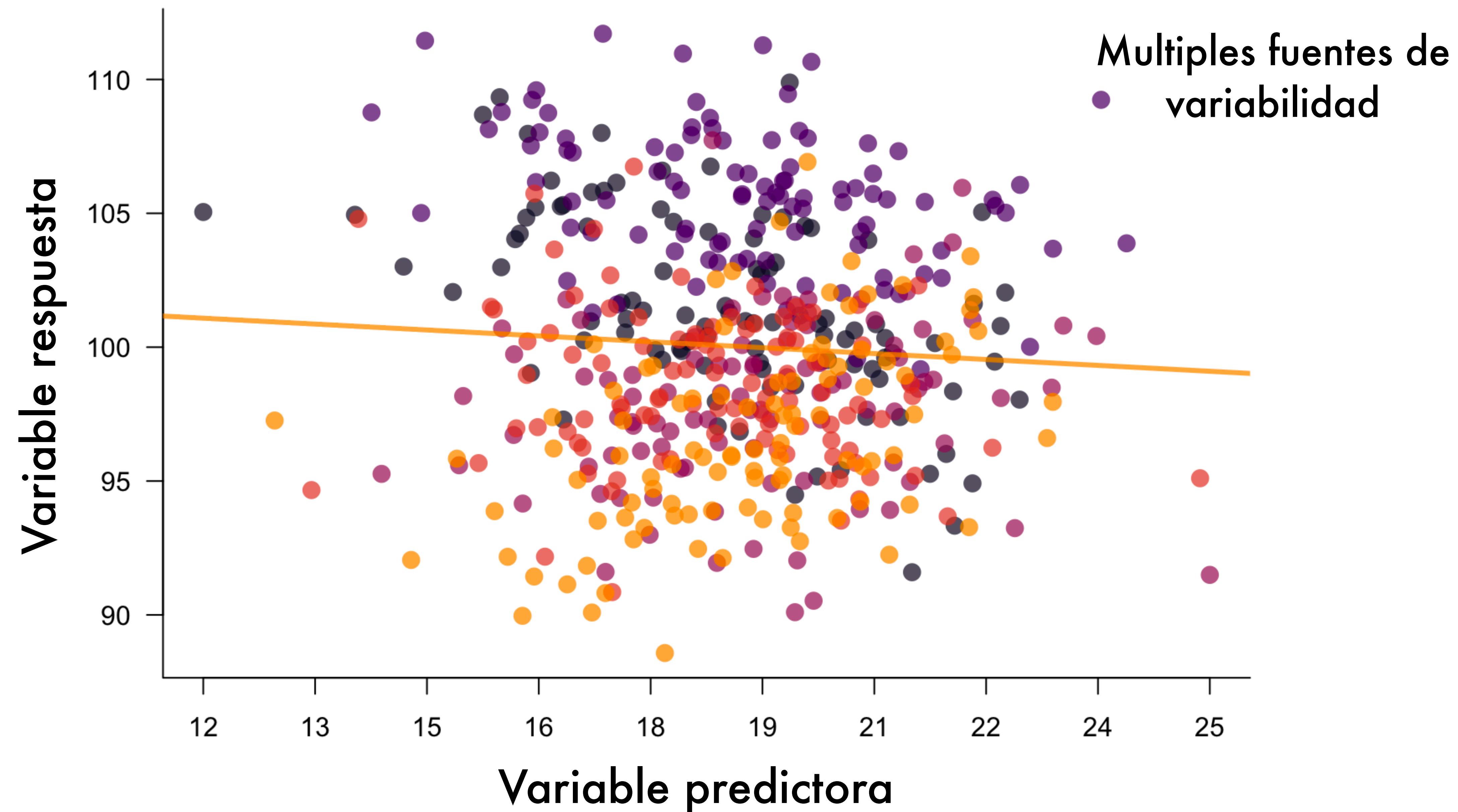
Modelos mixtos



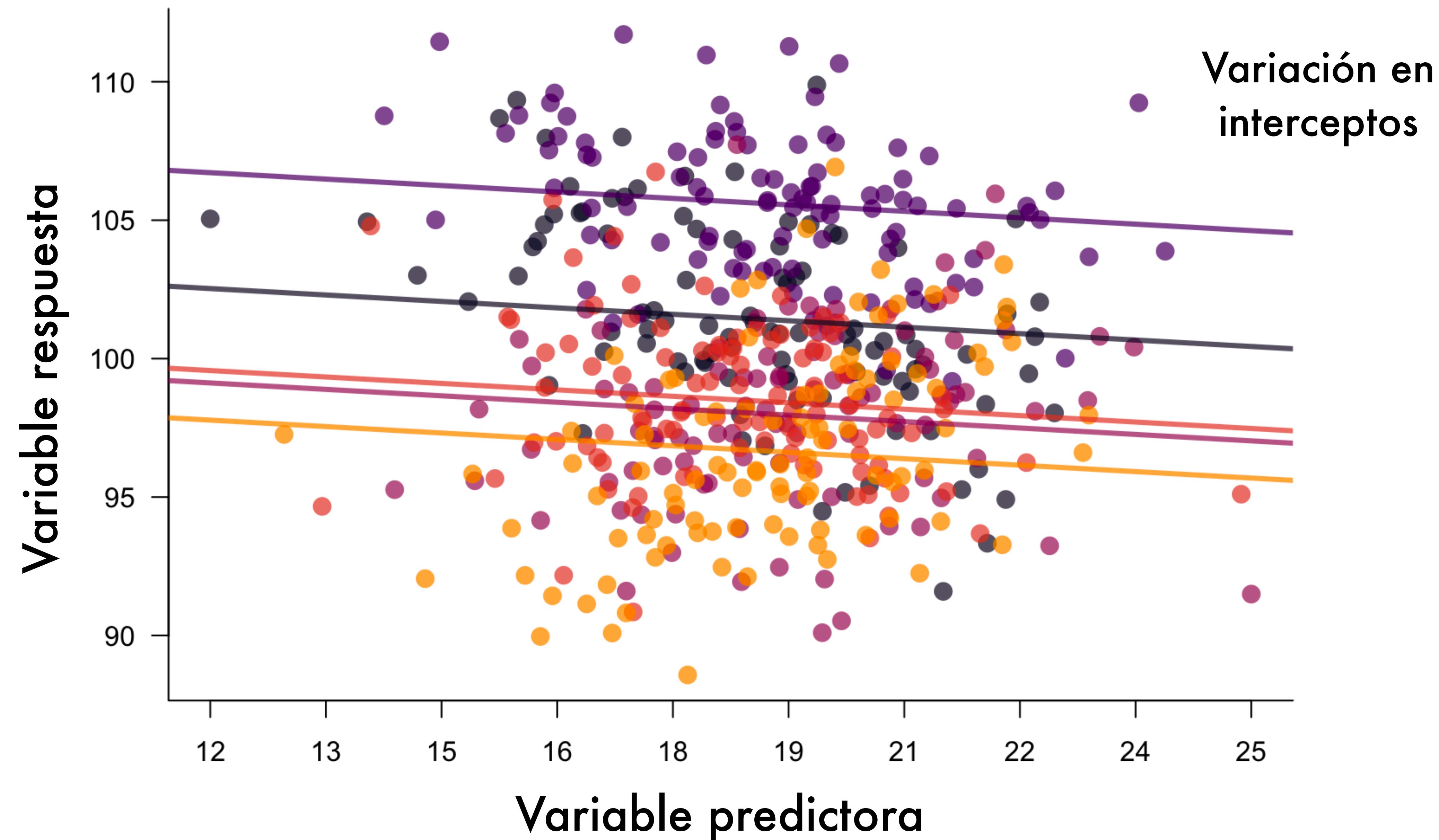
Modelos mixtos



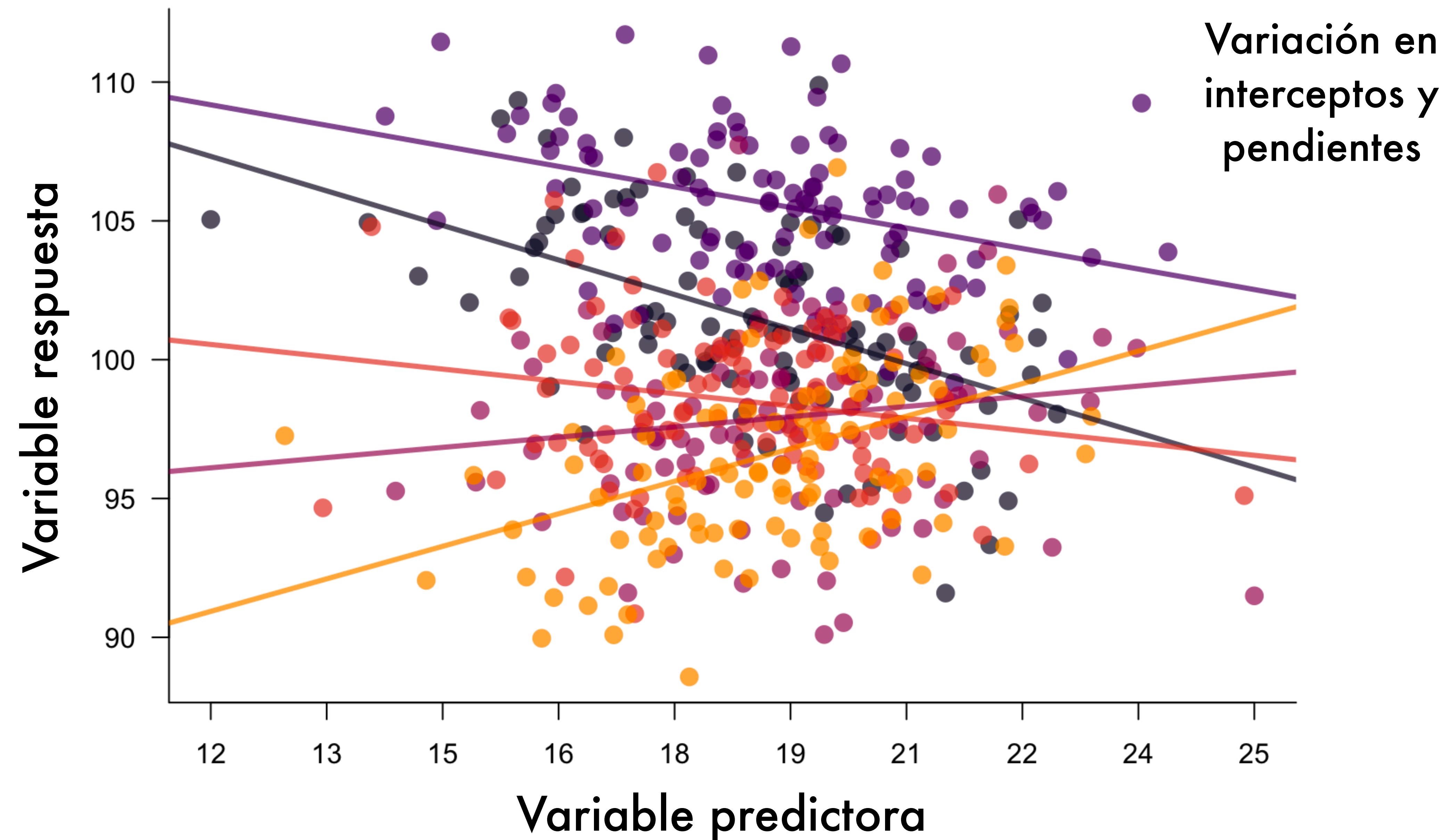
Modelos mixtos



Modelos mixtos

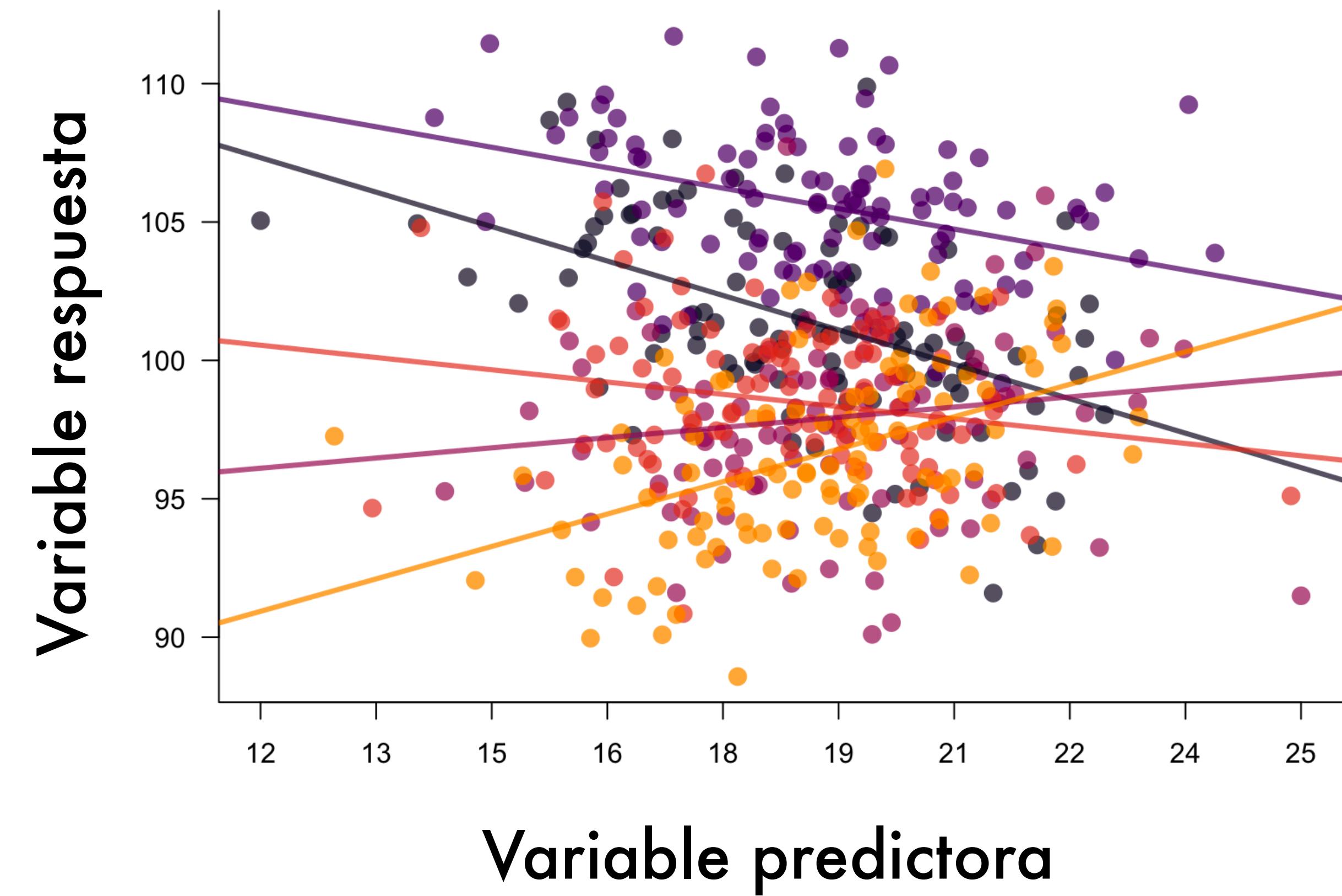


Modelos mixtos



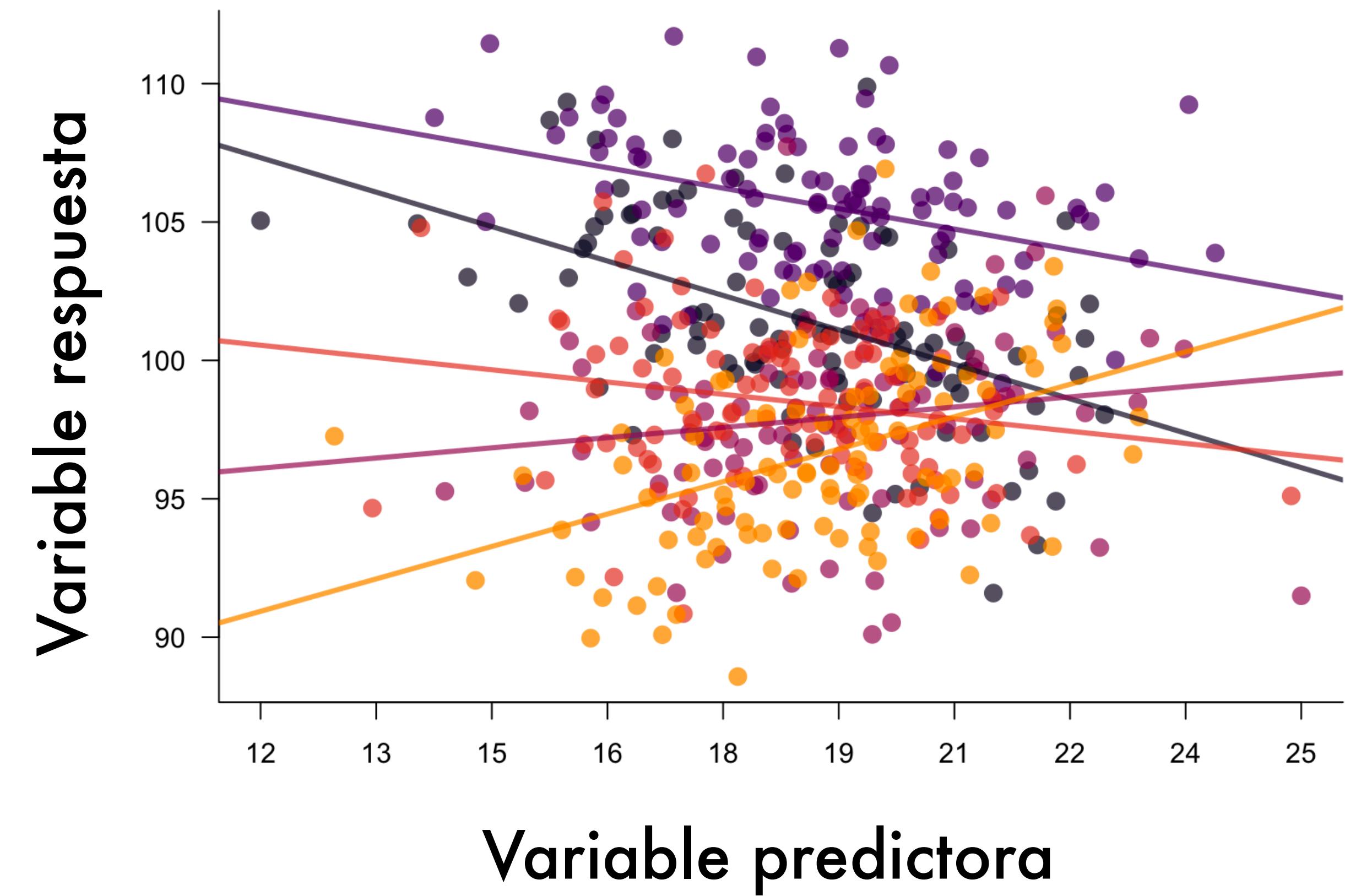
Modelos mixtos

- Como vimos con variables categóricas, grupos pueden variar en su relación con la variable respuesta.



Modelos mixtos

- Como vimos con variables categóricas, grupos pueden variar en su relación con la variable respuesta.
- Con variables predictoras categóricas, los grupos varian en su relación con la variable respuesta (distintas pendientes para cada grupo, es decir, efectos interactivos) en una manera que *nos interesa (relación directa con nuestra pregunta)* y que sean independientes.



Modelos mixtos

Recuerda: modelando un variable categorica

montaña	intercepto	montaña-b	montaña-c
a	1	0	0
b	1	1	0
c	$\beta_a * 1 + \beta_b * 0 + \beta_c * 1$	$\beta_b * 0$	

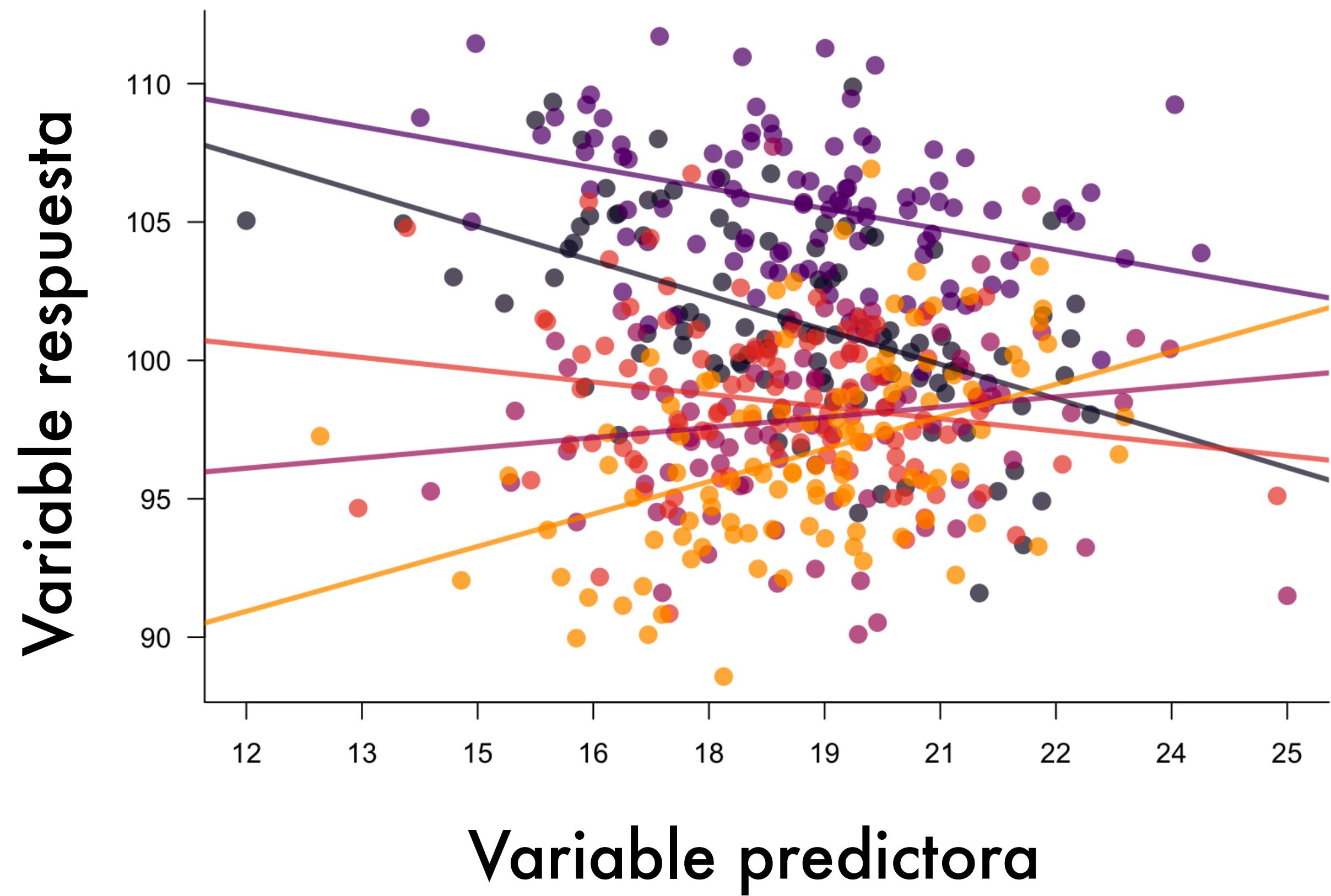
Recuerda: modelando un variable categorica

montaña	intercepto	montaña-b	montaña-c
a	1	0	0
b	1	1	0
c	$\beta_a * 1$	$\beta_b * 0$	$\beta_c * 1$

$\beta_a, \beta_b, \beta_c$ **son independientes**

Modelos mixtos

- Cuando hay variación entre grupos o categorías que **NO** son de interés para nuestra hipótesis pero que sabemos existe, podemos reportarla en el modelo a través de efectos aleatorios.
- No reportarla puede ser problemático porque puede introducir ruido al modelo o romper el supuesto de independencia.



Modelos mixtos



Modelos mixtos



Modelos mixtos

- Normalmente no interpretamos los efectos aleatorios. Si quieres interpretarlos, puede que sea mejor usarlo como efecto fijo.
- Recomendamos **decidir sus efectos aleatorios a priori porque dependen del diseño experimental y no de la hipótesis.**
- Aunque normalmente no interpretamos los valores de los efectos aleatorios, puede ser útil examinar la cantidad de variabilidad explicada por el modelo considerando o no los efectos aleatorios.

Modelo conceptual

Formar la pregunta / escribir el modelo

Diseño experimental

Colección de datos

Armar el modelo

Creer resultados

Modelo conceptual

Formar la pregunta

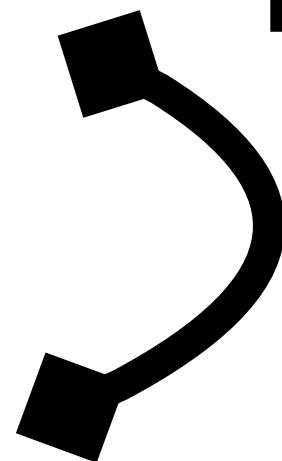
Diseño experimental

Colección de datos

Armar el modelo

Creer resultados

Escribir el modelo



Modelos mixtos

En R usando paquete *lme4*

Modelos mixtos

En R usando paquete *lme4*

$$y_i = \alpha + \beta * x_i$$

```
# Cargar paquete lme4
library(lme4)

# Ajustar modelo con intercepto unico y un predictor
mod_lm <- lm(response ~ predictor)
```

Modelos mixtos

En R usando paquete *lme4*

$$y_i = \alpha_{j[i]} + \beta * x_i$$

```
# Cargar paquete lme4
library(lme4)

# Ajustar modelo con intercepto unico y un predictor
mod_lm <- lm(response ~ predictor) == lm(response ~ 1 + predictor)

# Ajustar modelo con interceptos aleatorios
mod_int <- lmer(response ~ predictor + (1 | block))
```

Modelos mixtos

En R usando paquete *lme4*

$$y_i = \alpha_{j[i]} + \beta_{j[i]} * x_i$$

```
# Cargar paquete lme4
library(lme4)

# Ajustar modelo con intercepto unico y un predictor
mod_lm <- lm(response ~ predictor) == lm(response ~ 1 + predictor)

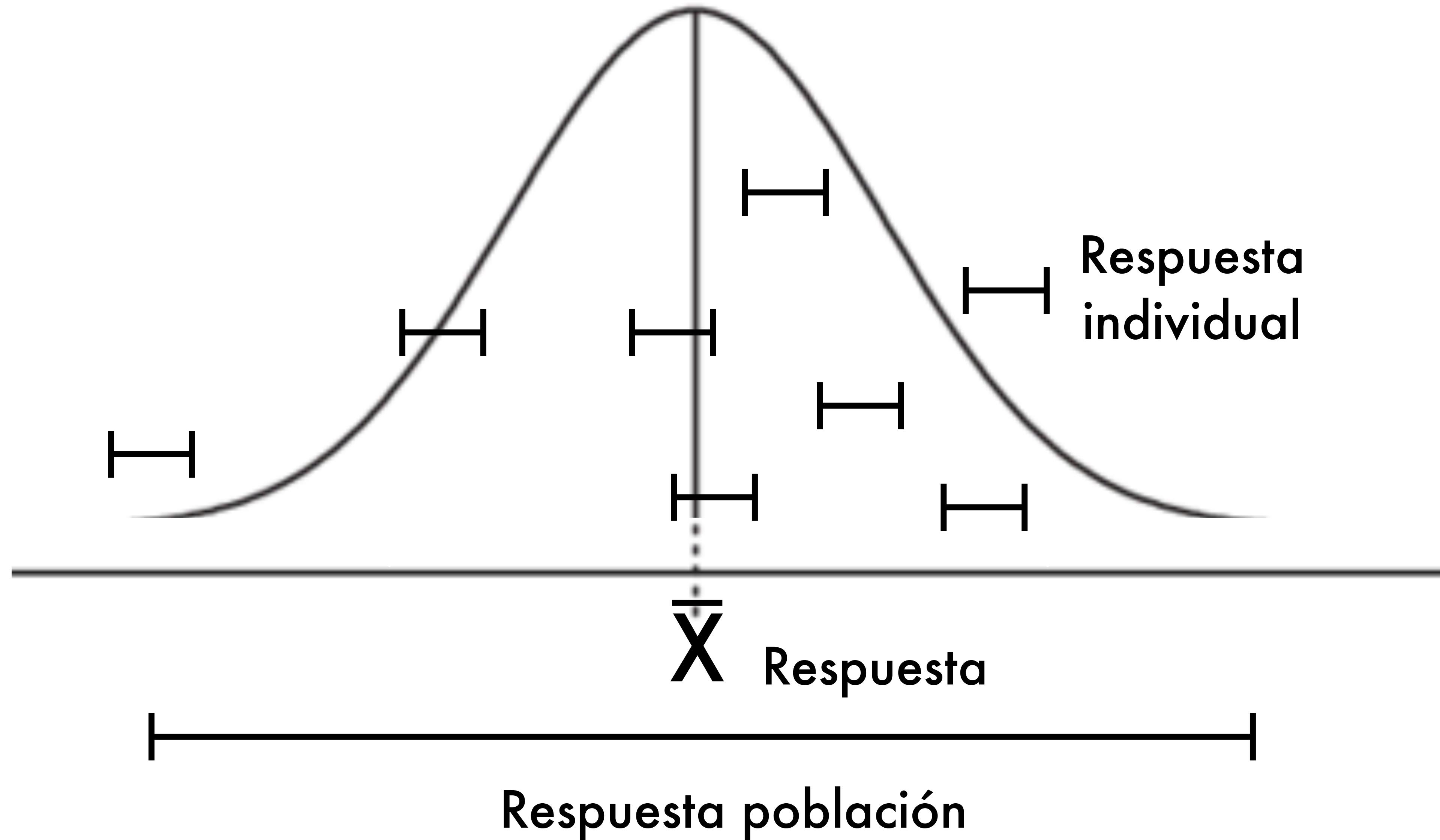
# Ajustar modelo con interceptos aleatorios
mod_int <- lmer(response ~ predictor + (1 | block))

# Ajustar modelo con interceptos y pendientes aleatorios
mod_slope <- lmer(response ~ predictor + (1 + predictor | block))
== lmer(response ~ predictor + (predictor | block))
```

Modelos mixtos

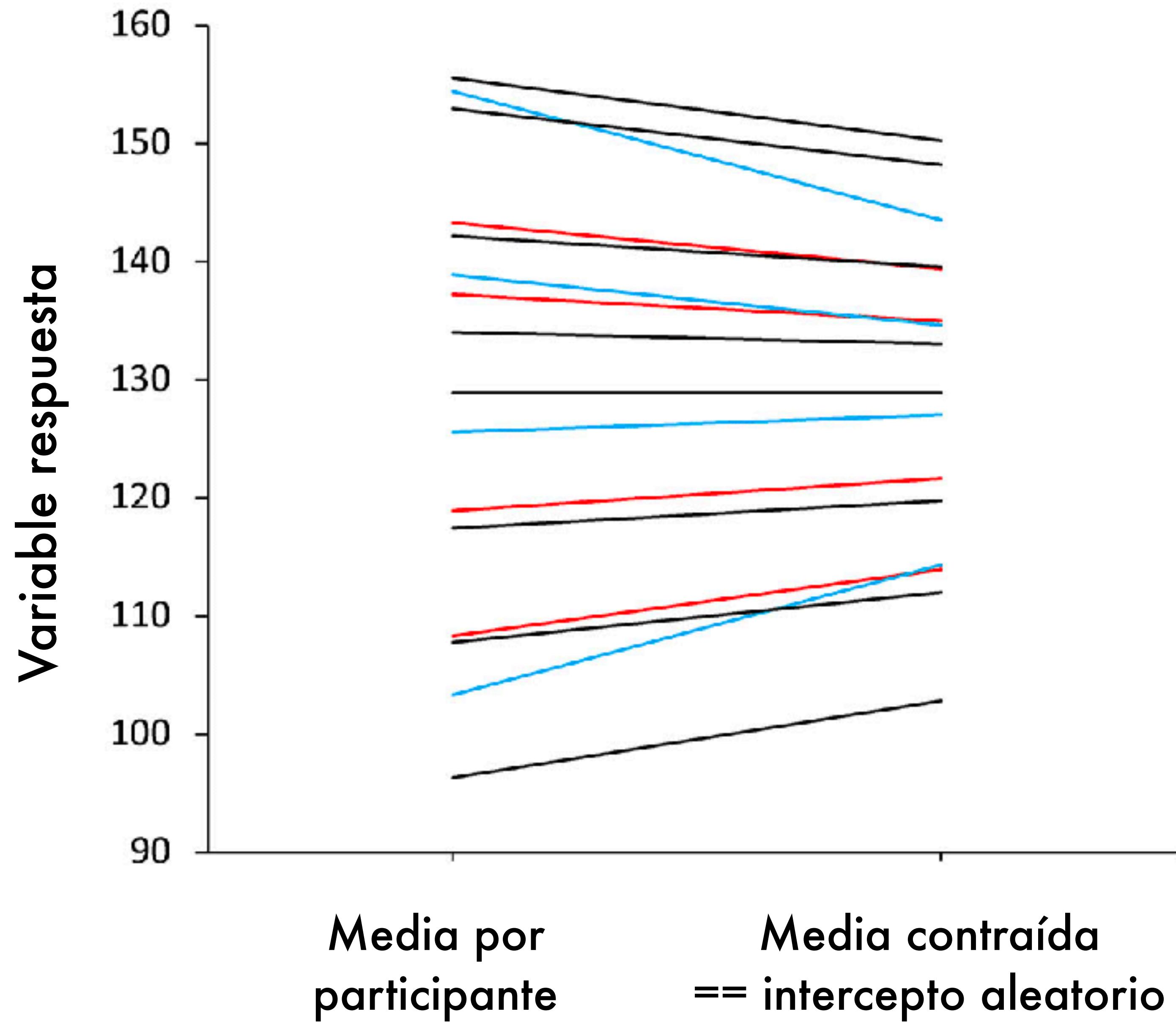
practica en R: *script-part3.R*

Modelos mixtos



Modelos mixtos

Contracción del intercepto aleatorio para cada nivel, hacia la media del grupo



V. Modelos lineales generalizados

Modelo lineal:

$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

Modelo lineal:

$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

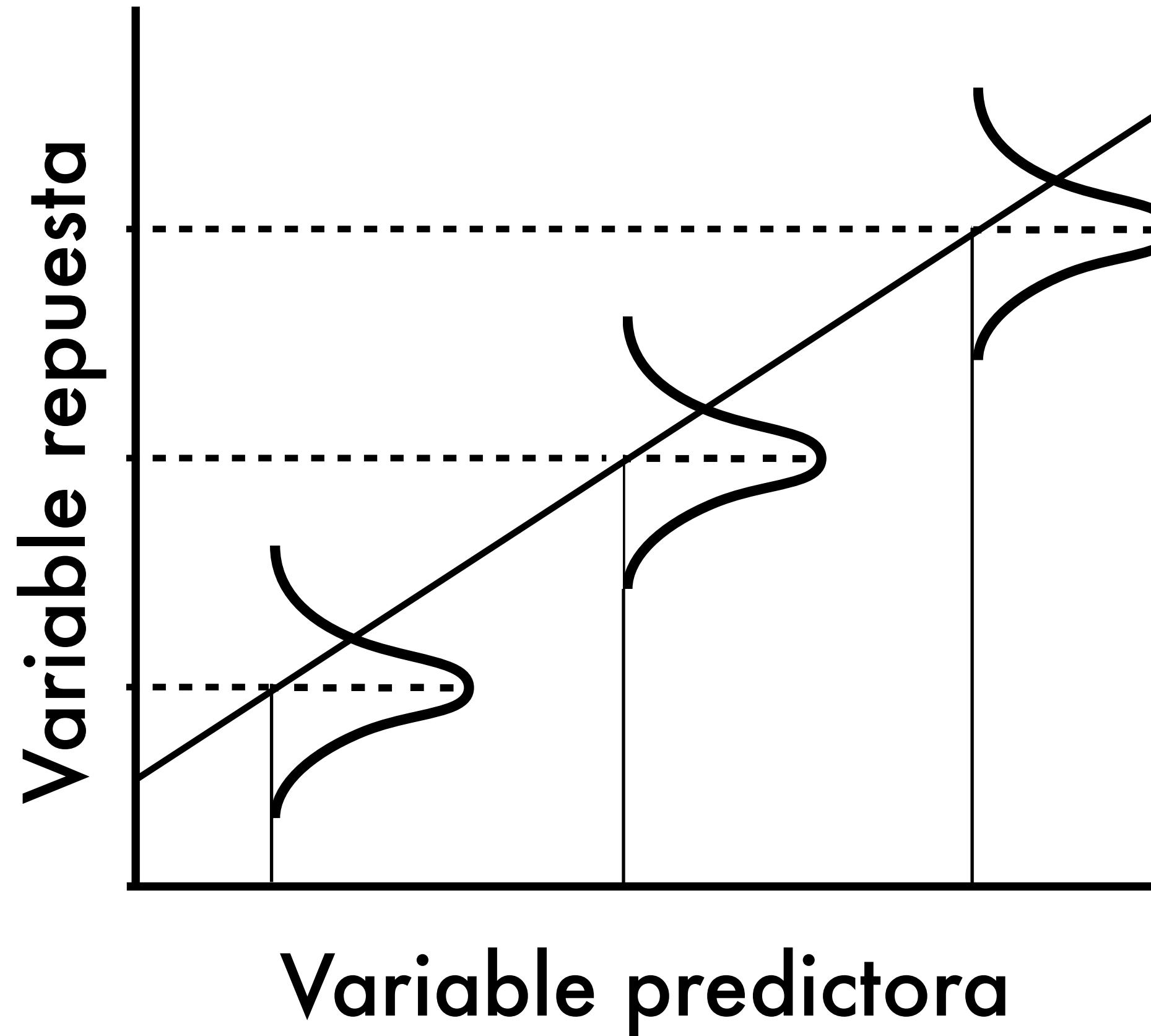
El matemática también
puede ser escrito así:

$$y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$$

$$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$$

Recuerden supuesto 2 de modelos lineales:

Residuales se ajustan a una distribución normal



$$y_i = \alpha + \beta * x_i + \epsilon_i$$

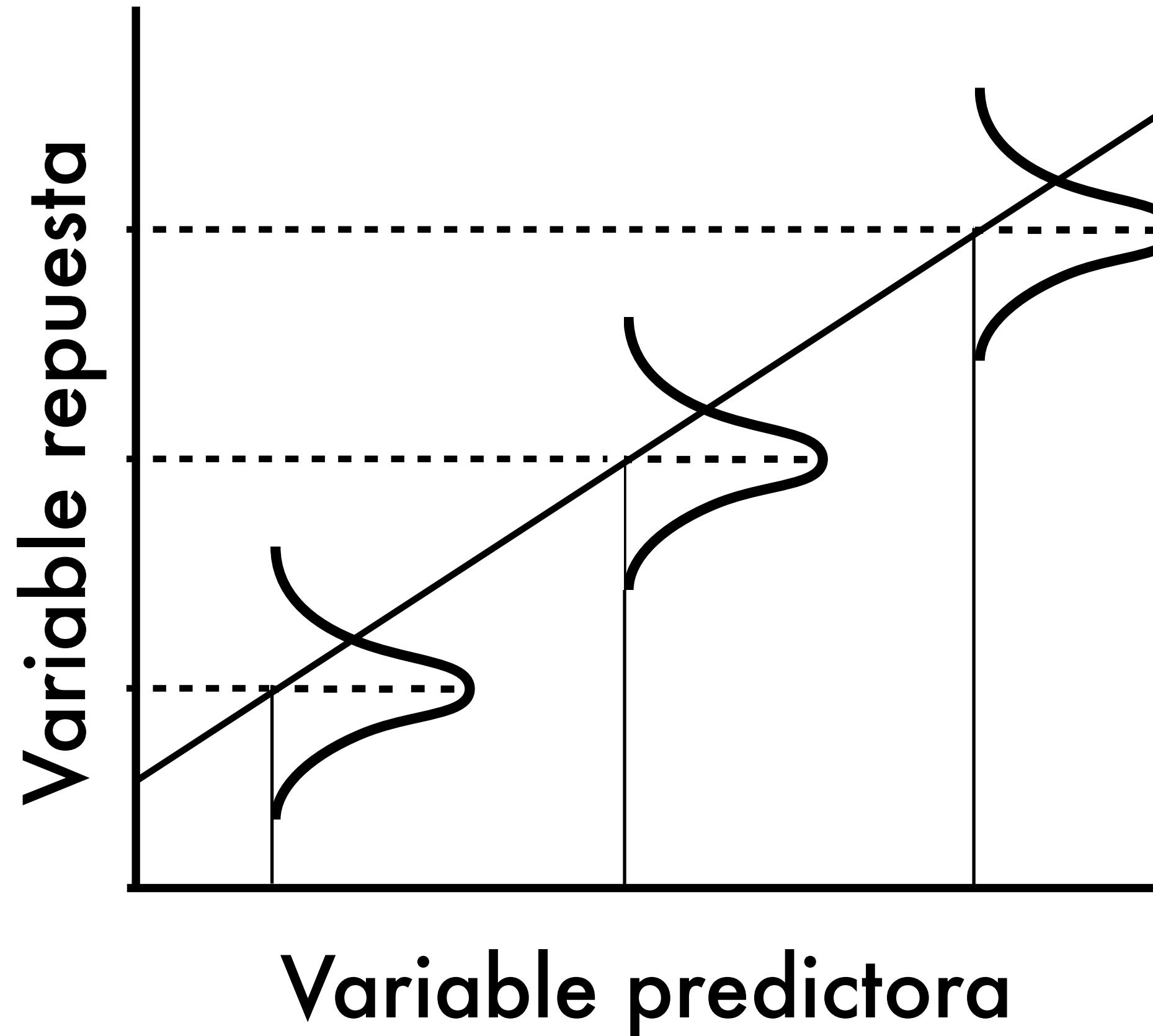
$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

$$y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$$

$$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$$

Recuerden supuesto 2 de modelos lineales:

Residuales se ajustan a una distribución normal

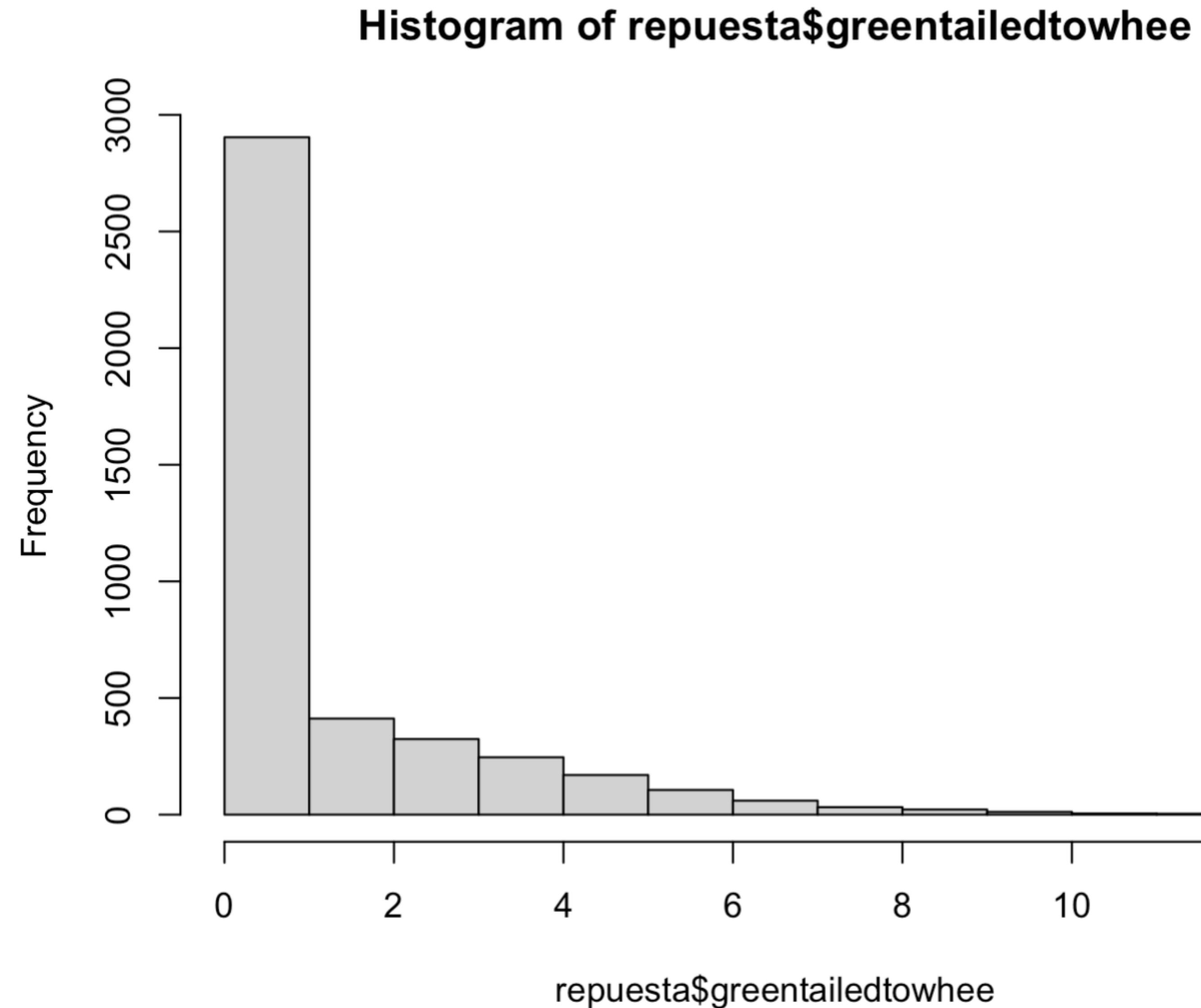


Pero no siempre tenemos
variables respuestas
continuos y distribuido en
manera normal!

Modelos lineales generalizados

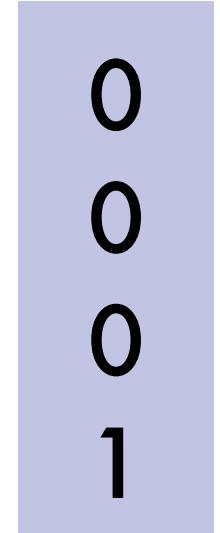
Por ejemplo:

1. **Conteos** no pueden ser negativo, o non-integer



Por ejemplo:

1. **Conteos no pueden ser negativo, o non-integer**
2. **Presencia/ausencia** solo tienen dos valores (0 o 1)



0
0
0
1

Modelos lineales generalizados

Podemos transformar la variable respuesta... e.g. `log()`

pero es menos poderoso comparado con las otras herramientas disponibles.

Podemos transformar la variable respuesta... e.g. log()

pero es menos poderoso comparado con las otras herramientas disponibles.

y también puede darte una solución incorrecta.

Methods in Ecology and Evolution



British Ecological Society

Methods in Ecology and Evolution 2010, 1, 118–122

doi: 10.1111/j.2041-210X.2010.00021.x

Do not log-transform count data

Robert B. O'Hara^{1*} and D. Johan Kotze²

¹Biodiversity and Climate Research Centre, Senckenberganlage 25, D-60325 Frankfurt am Main, Germany and

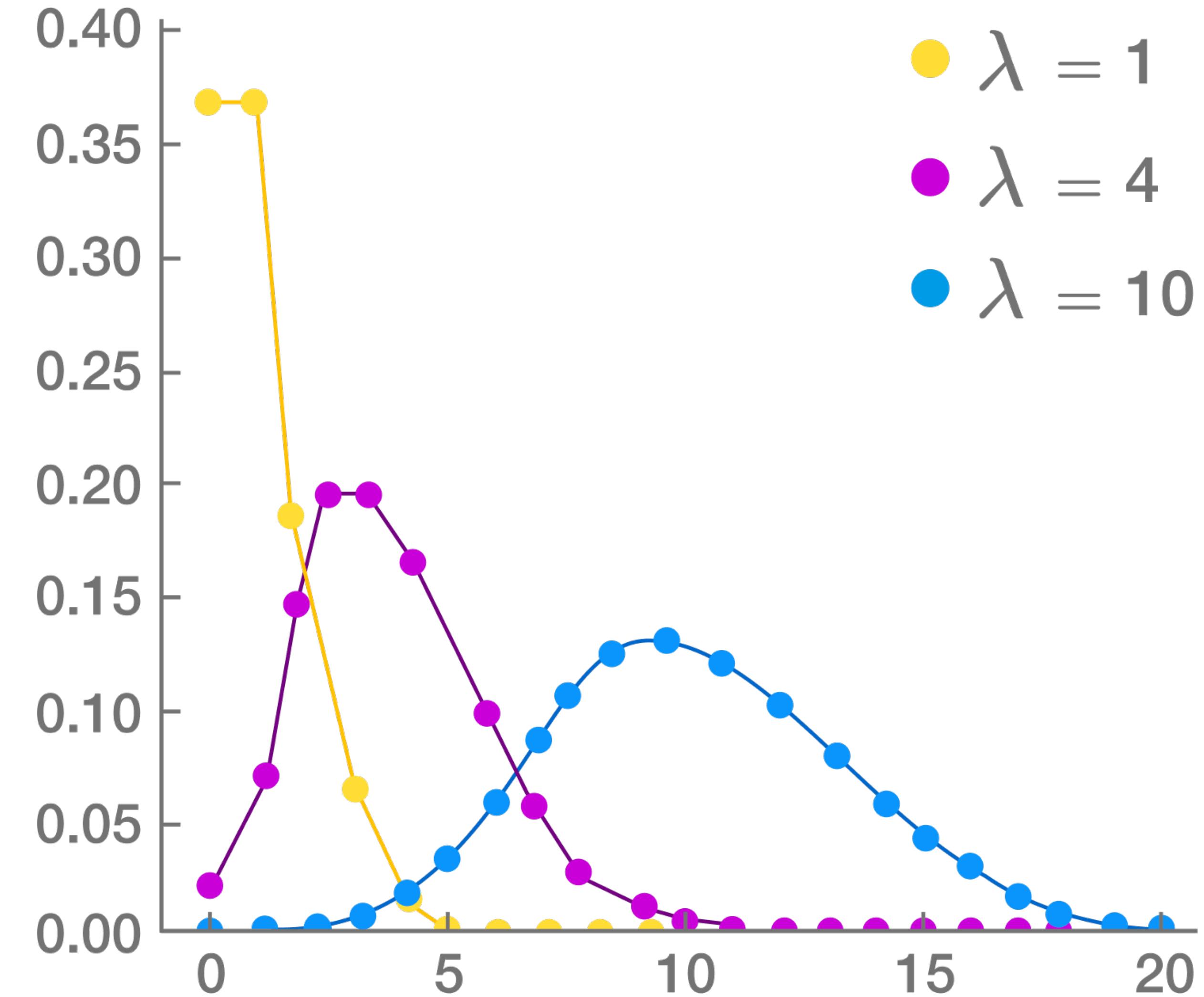
²Department of Environmental Sciences, PO Box 65, University of Helsinki, Helsinki FI-00014, Finland

Conteos

Distribución Poisson

con parametro λ_i

que significa el valor
esperado (i.e. el mas
probable)



Presencia/ausencia

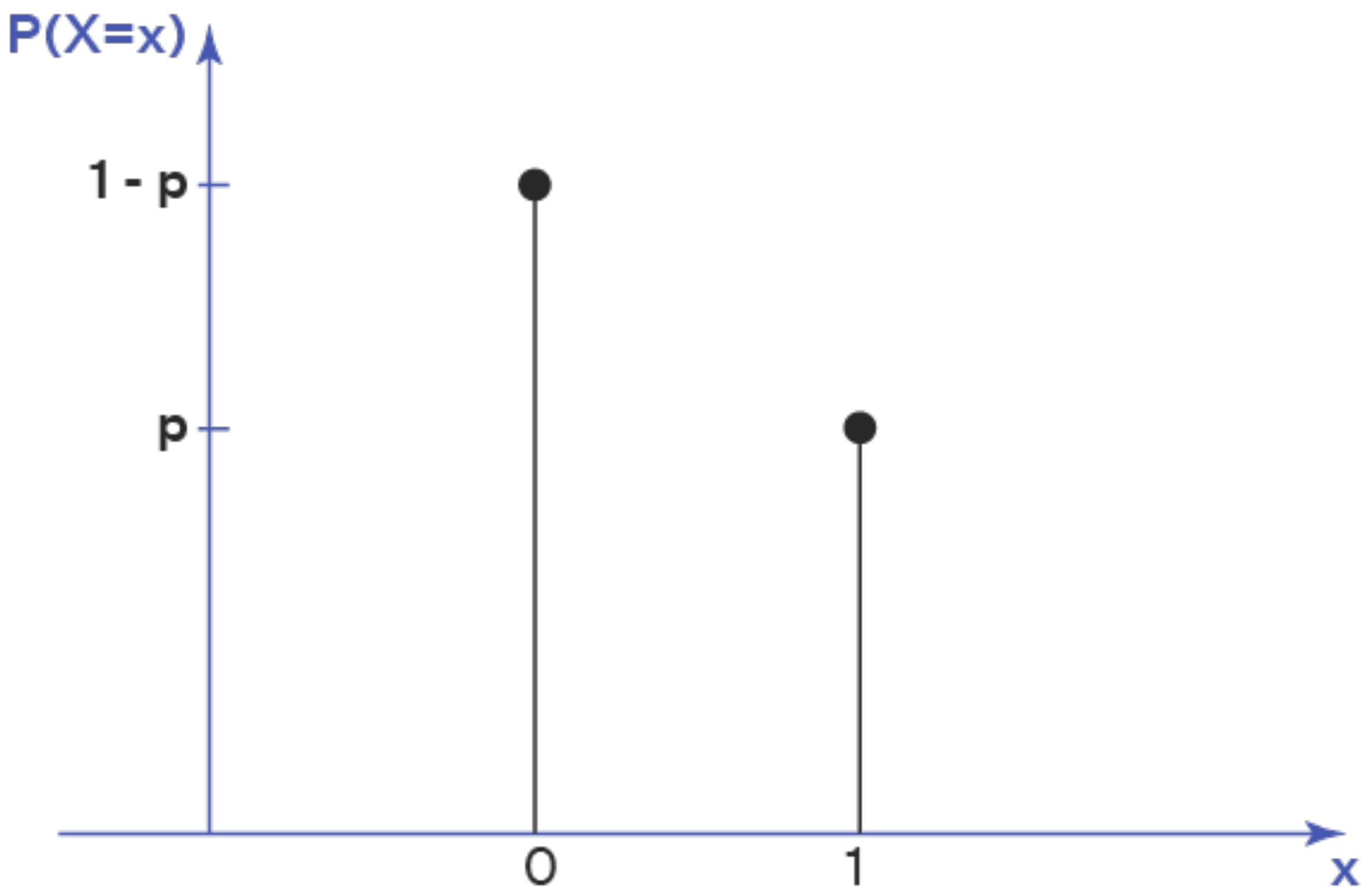
Distribución Bernoulli

con parametro p_i

que significa el valor esperado (i.e. el mas probable)

Bernoulli Distribution Graph

$X \sim \text{Bernoulli}(p)$



Presencia/ausencia

Distribución Bernoulli

con parametro p_i

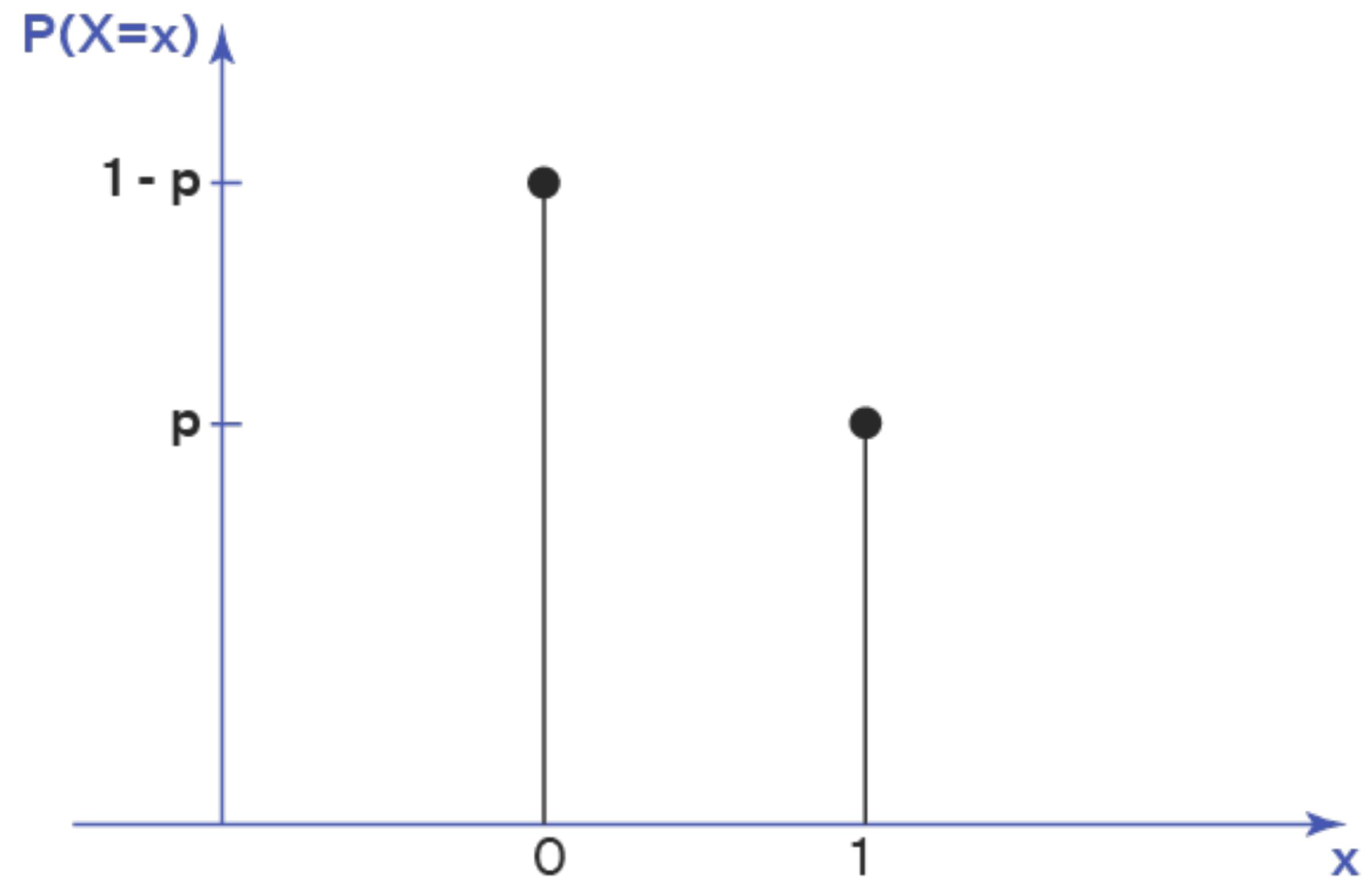
Distribución Binomial
es un caso especial
cuando hay un intento.



shutterstock.com · 1317073241

Bernoulli Distribution Graph

$X \sim \text{Bernoulli}(p)$



Modelos lineales generalizados

Normal

Distribución $y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$

Componente
lineal $\mu_i = \alpha + \beta * x_i$

Modelos lineales generalizados

	Normal	Poisson
Distribución	$y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$	$y_i \sim Poisson(\lambda_i)$
Componente lineal	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$

Modelos lineales generalizados

	Normal	Poisson
Distribución	$y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$	$y_i \sim Poisson(\lambda_i)$
Función de enlace	$\mu_i = \mu_i$	$\lambda_i = e^{\mu_i}$
Componente lineal	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$

para asegurar que lambda sea positivo

Modelos lineales generalizados

	Normal	Poisson	Bernoulli/Binomial
Distribución	$y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$	$y_i \sim Poisson(\lambda_i)$	$y_i \sim Bernoulli(p_i)$
Función de enlace	$\mu_i = \mu_i$	$\lambda_i = e^{\mu_i}$	
Componente lineal	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$

para asegurar que lambda sea positivo

Modelos lineales generalizados

	Normal	Poisson	Bernoulli/Binomial
Distribución	$y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$	$y_i \sim Poisson(\lambda_i)$	$y_i \sim Bernoulli(p_i)$
Función de enlace	$\mu_i = \mu_i$	$\lambda_i = e^{\mu_i}$	$p_i = \frac{1}{1 + e^{-\mu_i}}$
Componente lineal	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$	$\mu_i = \alpha + \beta * x_i$

para asegurar que lambda sea positivo

para asegurar que p_i sea entre 0 y 1

Modelos lineales generalizados

Funciones de
enlace

$$\mu_i = \mu_i$$

Poisson

$$\lambda_i = e^{\mu_i}$$

Bernoulli/Binomial

$$p_i = \frac{1}{1 + e^{-\mu_i}}$$

Modelos lineales generalizados

Funciones de enlace

$$\mu_i = \mu_i$$

Poisson

$$\lambda_i = e^{\mu_i}$$

=

$$\log(\lambda_i) = \mu_i$$

Bernoulli/Binomial

$$p_i = \frac{1}{1 + e^{-\mu_i}}$$

=

$$\text{logit}(p_i) = \mu_i$$

Modelos lineales generalizados

Mas
distribuciones

`glm(formula, family=familytype(link=linkfunction), data=)`

Funcione de enlace defecta

Family	Default Link Function
"normal"	binomial (link = "logit")
	gaussian (link = "identity")
	Gamma (link = "inverse")
	inverse.gaussian (link = "1/mu^2")
	poisson (link = "log")
	quasi (link = "identity", variance = "constant")
	quasibinomial (link = "logit")
	quasipoisson (link = "log")

El manera de interpretar/ilustrar las estimaciones de tu GLM depende de la pregunta.

Prueba de ratio de probabilidad

Cuanto mejor es un modelo comparado con otro?

Criterio de información

Qué tan bueno sea el modelo explicando los datos, considerando sobre-ajuste?

Validación cruzada

Qué tan bueno sea el modelo a predecir nuevos datos?

Modelos lineales generalizados

No podemos comparar modelos ajustado a datos diferentes, o modelos usando diferentes distribuciones.

Podemos solamente comparar diferentes combinaciones de parámetros, porque es lo mismo que imaginar estas variables predictoras puesto a 0.

Modelos lineales generalizados

Practica en R: *script-part4.R*



Muchas gracias!!

