

Seriler-Özet

15 Nisan 2021 Perşembe 12:17

$$a_n \rightarrow \text{dizi} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \text{seri} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \text{terimlerini topladığımız dizi} \rightarrow \text{seri}$$

$$\checkmark \text{ * Geometrik Seri : } \sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + ar + ar^2 + \dots \quad |r| < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = \frac{a}{1-r} \text{ (yakınsak)}$$

$$|r| \geq 1 \Rightarrow \text{ıraksak.}$$

$$\checkmark \text{ * Geometrik Olmayan Teleskopik Seri : } s_1, s_2, \dots, s_n \text{ sadeleşen terimler içerir.}$$

$$\text{ * Harmonik Seri : } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \text{ serisi} \rightarrow \text{IRAKSAKTIR.}$$

$$\text{ * İraksaklık için n.terim testi : } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0 \text{ veya yoksa} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ ıraksaktır.}$$

$$\text{ * Integral Testi : } \begin{array}{l} a_n : \text{sürekli, pozitif, azalan} \\ a_n \rightarrow f(x) \end{array} \Rightarrow \int_1^{\infty} f(x) dx \begin{cases} \text{yakınsak} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ yakınsak} \\ \text{ıraksak} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ ıraksak} \end{cases}$$

* sonlu sayıda terim sikenti olmaz.

$$\text{ * p-serisi : } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \rightarrow \begin{array}{l} \text{ıraksak (} p \leq 1 \text{)} \\ \text{yakınsak (} p > 1 \text{)} \end{array}$$

$$\text{ * Karşılaştırma Testi : } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right) \begin{array}{l} a_n < b_n \text{ ve } \sum b_n \text{ yakınsak} \Rightarrow \sum a_n \text{ yakınsak} \\ a_n > b_n \text{ ve } \sum b_n \text{ ıraksak} \Rightarrow \sum a_n \text{ ıraksak} \end{array}$$

* sonlu sayıda terim sikenti olmaz.

$$\text{ * Limit Karşılaştırma Testi : } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right) \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c \begin{cases} c > 0 \Rightarrow \sum a_n, \sum b_n \text{ ile aynı durumda} \\ c = 0, \sum b_n \text{ yak.} \Rightarrow \sum a_n \text{ yakınsaktır.} \\ c = \infty, \sum b_n \text{ ırak.} \Rightarrow \sum a_n \text{ ıraksaktır.} \end{cases} \end{array}$$

$$\text{ * Alternan Seri Testi : } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n \quad \left. \begin{array}{l} u_n \rightarrow \text{pozitif, azalan} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n \text{ alternan serisi yakınsaktır.}$$

$$\text{ * Alternan Harmonik Seri : } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n} \text{ yakınsaktır.} \rightarrow \text{koşullu yakınsak. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \text{ıraksak}$$

$$\text{ * Mutlak Yakınsaklık : } \sum |a_n| \text{ yakınsak} \Rightarrow \sum a_n \text{ yakınsaktır.}$$

$$\text{ * Koşullu Yakınsaklık : } \sum a_n \text{ yakınsak ama } \sum |a_n| \text{ ıraksak.}$$

$$\text{ yakınsak } \leftarrow \text{ * Alternan p-serisi : } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^p} \quad \left\{ \begin{array}{l} p > 1 \Rightarrow \text{mutlak yakınsak.} \\ 0 < p \leq 1 \Rightarrow \text{koşullu yakınsak.} \end{array} \right.$$

$$\text{ * Oran Testi : } \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = L \quad \left\{ \begin{array}{l} L < 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ yakınsak} \\ L > 1 \text{ veya } L = \infty \Rightarrow \sum a_n \text{ ıraksak} \\ L = 1 \Rightarrow \text{test çalışmaz} \end{array} \right.$$

$$\text{ * Kök Testi : } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} = L \quad \left\{ \begin{array}{l} L < 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ yakınsak} \\ L > 1 \text{ veya } L = \infty \Rightarrow \sum a_n \text{ ıraksak} \\ L = 1 \Rightarrow \text{test çalışmaz.} \end{array} \right.$$