

1. Теоретический материал

Над числами, записанными в любой системе счисления, можно; производить различные арифметические операции. Так, для сложения и умножения двоичных чисел необходимо использовать схему, представленную на рисунке ниже.

+	0	1
0	0	1
1	1	10

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Заметим, что при двоичном сложении $1 + 1$ возникает перенос единицы в старший разряд - точь-в-точь как в десятичной арифметике:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + \quad 11 \\ \hline 1100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ * \quad 11 \\ \hline 1001 \\ + \quad 1001 \\ \hline 11011 \end{array}$$

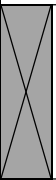

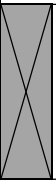

С точки зрения изучения принципов представления и обработки информации в компьютере, обсуждаемые в этом пункте системы представляют большой интерес.

Преобразования чисел из двоичной в восьмеричную и шестнадцатеричную системы и наоборот столь просты (по сравнению с операциями между этими тремя системами и привычной нам десятичной) потому, что числа 8 и 16 являются целыми степенями числа 2.

Арифметические действия с числами в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления выполняются по аналогии с двоичной и десятичной системами. Проще всего, построить и воспользоваться соответствующими таблицами.

Например, для восьмеричной системы счисления соответствующие таблицы представлены на рисунке ниже. По аналогии, можно построить таблицы сложения и умножения для любой системы счисления.

Сложение										Умножение									
+	0	1	2	3	4	5	6	7		*	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	1	2	3	4	5	6	7		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	1	2	3	4	5	6	7	10		1	0	1	2	3	4	5	6	7	
2	2	3	4	5	6	7	10	11		2	0	2	4	6	10	12	14	16	
3	3	4	5	6	7	10	11	12		3	0	3	6	11	14	17	22	25	
4	4	5	6	7	10	11	12	13		4	0	4	10	14	20	24	30	34	
5	5	6	7	10	11	12	13	14		5	0	5	12	17	24	31	36	43	
6	6	7	10	11	12	13	14	15		6	0	6	14	22	30	36	44	52	
7	7	10	11	12	13	14	15	16		7	0	7	16	25	34	43	52	61	

2. Пример	
Задача: Сложить два числа: $A_8 = +156$, $B_{10} = 662_8$	
Решение:	
 $ \begin{array}{r} 156 \\ + \quad 662 \\ \hline 1040 \end{array} $	$6+2 = 8$ (1 переносится в старший разряд) $5+6+1 = 12 = 8$ (1 переносится в старший разряд) + 4 $1+6+1 = 8$ (1 переносится в старший разряд) + 0
Ответ:	
 1040	
Задача: Вычесть два числа: $A_8 = 6354$, $B_8 = 705$.	
Решение:	
 $ \begin{array}{r} 6354 \\ - \quad 705 \\ \hline 5447 \end{array} $	$4 < 5$, занимаем 1 в предыдущем разряде: $8+4-5=12-5=7$ от 5 остается $5-1=4$, $4-0=4$ $3 < 7$, занимаем 1 в предыдущем разряде: $8+3-7=11-7=4$ далее, вычитаем и получаем: $6-1=5$
Ответ:	
 5447	


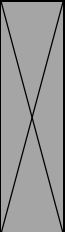

В заданиях, в которых указано сложить, вычесть или умножить числа, операции необходимо выполнять в тех системах счисления, в которых представлены соответствующие числа. Если в задании представлены 2 системы счисления, то выбирайте любую.










3. Задания. Сложение чисел в ЭВМ				
1	Задача:			
		Выполните сложение чисел в $101001_2 + 101010_2$		
	Решение:	101001		
		101010		
	Ответ:	1010011		
		1010011		
2	Задача:			
		Выполните сложение чисел $1001110_2 + 1100110_2$		
	Решение:	1001110		
		1100110		
	Ответ:	10110100		
		10110100		
3	Задача:			
		Выполните сложение числе $110110_2 + 11010011_2$		
	Решение:	110110		
		11010011		
	Ответ:	100001001		
		100001001		
4	Задача:			
		Выполните сложение числе $1231_4 + 2202_4$		
	Решение:	1231		
		2202		
	Ответ:	10033		
		10033		
5	Задача:			
		Выполните сложение числе $21232_4 + 123123_4$		
	Решение:	21232		
		123123		
	Ответ:	211021		
		211021		
6	Задача:			
		Выполните сложение чисел $16362_8 + 63521_8$		
	Решение:	16362		
		63521		
	Ответ:	102103		
		102103		
7	Задача:			
		$X = 12643_7 + 11241_5$ Найдите X_2		
	Решение:	$11241(5) = 2252(7)$	12643	$15225(7) = 1000010001001(2)$
			2252	
	Ответ:		15225	
			1000010001001(2)	

8	Задача:	
		Выполните сложение чисел $151427_8 + 26147_8$ и найдите X_{24}
	Решение:	151427
		$26147 \quad 177576(8) = 4HD6(24)$
	Ответ:	177576
9	Задача:	
		Выполните сложение чисел $54A_{16} + B64_{16}$
	Решение:	
		54641
	Ответ:	
10	Задача:	
		Выполните сложение чисел $7BE78_{16} + AFC22_{16}$
	Решение:	
		778 AF
	Ответ:	
		$12BA9A$

3. Задания. Вычитание чисел в ЭВМ		
1	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $1011010_2 - 1001011_2$
	Решение:	1011010
		1001011
	Ответ:	1111
2	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $1101100_2 - 1011010_2$
	Решение:	1101100
		1011010
	Ответ:	10010
3	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $123212_4 - 113232_4$
	Решение:	123212
		113232
	Ответ:	3320
		3320

4	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $312312_4 - 231231_4$
	Решение: 312312	
		231231
		21021
	Ответ:	
		21021
5	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $20301231_4 - 2301031_4$
	Решение: 20301231	
		2301031
		12000200
	Ответ:	
		12000200
6	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $12542_8 - 10247_8$
	Решение: 12542	
		10247
		2273
	Ответ:	
		2273
7	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $173503_8 - 47746_8$
	Решение: 173503	
		47746
	Ответ: 123535	
		123535
8	Задача:	
		Выполните вычитание чисел: $CAF5D_{16} - 4B6DE_{16}$
	Решение: $CAF5D$	
		$4B6DE$
		$7F87F$
	Ответ:	
		$7F87F$

2. Пример	
Задача:	
	Умножить два числа: $A_8 = 42$, $B_8 = 3$.
Решение:	
	Открываем таблицу, и находим пересечение соответствующих значений поразрядно: 2 и 3, а также 4 и 3, после чего, конкатенируем значения: $4 * 3 = 14$, $3 * 2 = 6$, отсюда: $42 * 3 = 146$.
Ответ:	
	146

3. Задания. Умножение чисел в ЭВМ	
1	Задача:
	 Умножить $101_2 * 11_2$
	Решение: 101
	 11
	101
2	Задача:
	 Умножить $1011_2 * 11_2$
	Решение: 1011
	 11
	1011
3	Задача:
	 Умножить $12122_3 * 10_3$
	Решение: 12122
	 10
	121220
4	Задача:
	 Умножить $1243_5 * 100_2$
	Решение: $1243(5) = 11000110(2)$ 11000110
	 100
	1100011000
5	Задача:
	 1100011000

	Умножить $162_7 * 3$	162
	Решение:	3
		6
		24
	Ответ:	3
		$546(7)$
		$546(7) = 279(10)$
6	Задача:	
	$X = 4A_{16} * 11_2$ Найдите X_{20} и X_6	
	Решение: $4A(16) = 1001010(2)$	1001010
		11
		1001010
	Ответ:	1001010
		$11011110(2) = 1010(6) = B2(20)$

1. Теоретический материал

Для представления беззнаковых целых чисел наиболее удобен: битовый набор, соответствующий записи этого числа в двоичной системе счисления. Под целые числа без знака обычно отводится $k = 8, 16, 32$ или 64 разряда.

Таким образом, для получения компьютерного представления беззнакового целого числа достаточно перевести число в двоичную систему счисления и дополнить полученный результат слева нулями до стандартной разрядности.

Для представления знаковых целых чисел используются три способа:

1. прямой код;
2. обратный код;
3. дополнительный код.

Все три способа используют самый левый (старший) разряд битового набора длины k для кодирования знака числа: знак “плюс” кодируется нулем, а “минус” – единицей. Остальные $k-1$ разрядов (называемые *мантиссой* или цифровой частью) используются для представления абсолютной величины числа.

Положительные числа в **прямом, обратном и дополнительном кодах** изображаются одинаково – цифровая часть содержит двоичную запись числа, в знаковом разряде содержится 0.

Для представления отрицательного числа в **прямом коде**, в знаковый разряд помещается цифра 1, а в разряды цифровой части числа – двоичный код его абсолютной величины.

Обратный код отрицательного числа получается инвертированием всех цифр двоичного кода абсолютной величины числа, включая разряд знака: нули заменяются единицами, а единицы – нулями

Дополнительный код отрицательных чисел получается образованием обратного кода с последующим прибавлением единицы к его младшему разряду.

Сложение и вычитание беззнаковых чисел происходит по обычным для позиционных систем счисления алгоритмам.

Сложение в обратном коде происходит следующим образом: по-обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый.

Результат такого сложения для k -разрядных наборов имеет длину $k+1$ (самый левый разряд результата равен единице, если был перенос при сложении старших разрядов операндов, иначе – нулю). Значение левого $k+1$ -го разряда добавляется к младшему разряду результата. Получаем k -разрядный набор, который и будет суммой двух чисел в обратном коде.

Вычитание чисел в обратном и дополнительном коде $x - y$ сводится к сложению $x + (-y)$.

Умножение чисел в обратном и дополнительном коде производится посредством многократного сложения числа

В дополнительном коде сложение происходит так: по обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый; единица переноса в $k+1$ -й разряд отбрасывается.

2. Пример

Задача:

Сложить два числа: $A_{10} = +16$, $B_{10} = -7$ в ОК (обратный код) и ДК (дополнительный код).

Решение:

Необходимо преобразование $A+(-B)$, в которой второй член преобразуется с учетом знака

$$[A_2]_{\text{п}} = [A_2]_{\text{ок}} = [A_2]_{\text{дк}} = 0|10000;$$

$$[B_2]_{\text{п}} = 1|111 = 1|00111; [B_2]_{\text{ок}} = 1|11000; [B_2]_{\text{дк}} = 1|11001$$

Сложение в ОК	Сложение в ДК
$\begin{array}{r} [A_2]_{\text{ок}} = 0 10000 \\ + [B_2]_{\text{ок}} = 1 11000 \\ \hline 10 01000 \\ + \backslash \text{-----} 1 \\ \hline 0 01001 \\ C_2 = 0 01001 \\ C_{10} = +9 \end{array}$	$\begin{array}{r} [A_2]_{\text{дк}} = 0 10000 \\ + [B_2]_{\text{дк}} = 1 11001 \\ \hline 10 01001 \\ \hline 0 01001 \\ C_2 = 0 01001 \\ C_{10} = +9 \end{array}$

При сложении чисел в ОК и ДК были получены переносы в знаковый разряд и из знакового разряда. В случае ОК перенос из знакового разряда требует дополнительного прибавления единицы младшего разряда. В случае ДК этот перенос игнорируется.

Ответ:

9

3. Задания. Обратный и дополнительный код.	
1	<p>Задача:</p> <p>Найти обратный и дополнительный код у числа 35_{10}</p> <p>Решение:</p> <p>Ответ:</p> <p>0,0010011</p>
2	<p>Задача:</p> <p>Найти обратный и дополнительный код у числа -42_5</p> <p>Решение: $-42(5) = 1,0010110$</p> <p>Ответ:</p> <p>$\dots = 1,1101001 \quad \dots = 1,1101010$</p>
3	<p>Задача:</p> <p>Найти обратный и дополнительный код у числа $-C6_{16}$</p> <p>Решение: $-C6 = 1,000000011000110$</p> <p>Ответ:</p> <p>$\dots = 1,111111100111001 \quad \dots = 1,111111100111010$</p>
4	<p>Задача:</p> <p>Дано два числа: $A = 5D_{16}$ и $B = 1320_4$ Вычислить $A_{\text{обр.к.}} - B_{\text{обр.к.}}$ Ответ представить в виде дополнительного кода</p> <p>Решение: $5D = 0,1011101 \quad 1320 = 0,1111000 \quad 0,1011101$ $1,0000111$ Ответ: $1,1100100$ $1,1100101$</p>
5	<p>Задача:</p> <p>Даны числа $A = DG_{26}$ и $B = J7_{23}$ $X = B - 3 \cdot A$ Найти $X_{\text{доп}}$</p> <p>Решение: $DG(26) = 354(10) \quad J7(23) = 444(10) \quad X = 444 - 3 \cdot 354 = -618(10) = 1001101010(2)$</p> <p>Ответ:</p> <p>$1,000001001101010 \quad \dots = 1,111110110010101 \quad \dots = 1,111110110010110$</p>