

## 1. Теоретический материал

Над числами, записанными в любой системе счисления, можно; производить различные арифметические операции. Так, для сложения и умножения двоичных чисел необходимо использовать схему, представленную на рисунке ниже.

+	0	1
0	0	1
1	1	10

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Заметим, что при двоичном сложении  $1 + 1$  возникает перенос единицы в старший разряд - точь-в-точь как в десятичной арифметике:

$$\begin{array}{r}
 1001 \\
 + \quad 11 \\
 \hline
 1100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1001 \\
 * \quad 11 \\
 \hline
 1001 \\
 + \quad 1001 \\
 \hline
 11011
 \end{array}$$

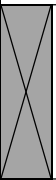

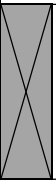

С точки зрения изучения принципов представления и обработки информации в компьютере, обсуждаемые в этом пункте системы представляют большой интерес.

Преобразования чисел из двоичной в восьмеричную и шестнадцатеричную системы и наоборот столь просты (по сравнению с операциями между этими тремя системами и привычной нам десятичной) потому, что числа 8 и 16 являются целыми степенями числа 2.

**Арифметические действия с числами в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления выполняются по аналогии с двоичной и десятичной системами.** Проще всего, построить и воспользоваться соответствующими таблицами.

Например, для восьмеричной системы счисления соответствующие таблицы представлены на рисунке ниже. По аналогии, можно построить таблицы сложения и умножения для любой системы счисления.

Сложение										Умножение									
+	0	1	2	3	4	5	6	7		*	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	1	2	3	4	5	6	7		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	1	2	3	4	5	6	7	10		1	0	1	2	3	4	5	6	7	
2	2	3	4	5	6	7	10	11		2	0	2	4	6	10	12	14	16	
3	3	4	5	6	7	10	11	12		3	0	3	6	11	14	17	22	25	
4	4	5	6	7	10	11	12	13		4	0	4	10	14	20	24	30	34	
5	5	6	7	10	11	12	13	14		5	0	5	12	17	24	31	36	43	
6	6	7	10	11	12	13	14	15		6	0	6	14	22	30	36	44	52	
7	7	10	11	12	13	14	15	16		7	0	7	16	25	34	43	52	61	

2. Пример	
<b>Задача:</b> Сложить два числа: $A_8 = +156$ , $B_{10} = 662_8$	
<b>Решение:</b>	
 $  \begin{array}{r}  156 \\  + \quad 662 \\  \hline  1040  \end{array}  $	$6+2 = 8$ (1 переносится в старший разряд) $5+6+1 = 12 = 8$ (1 переносится в старший разряд) + 4 $1+6+1 = 8$ (1 переносится в старший разряд) + 0
<b>Ответ:</b>	
 $1040$	
<b>Задача:</b> Вычесть два числа: $A_8 = 6354$ , $B_8 = 705$ .	
<b>Решение:</b>	
 $  \begin{array}{r}  6354 \\  - \quad 705 \\  \hline  5447  \end{array}  $	$4 < 5$ , занимаем 1 в предыдущем разряде: $8+4-5=12-5=7$ от 5 остается $5-1=4$ , $4-0=4$ $3 < 7$ , занимаем 1 в предыдущем разряде: $8+3-7=11-7=4$ далее, вычитаем и получаем: $6-1=5$
<b>Ответ:</b>	
 $5447$	


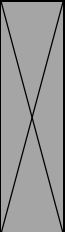

В заданиях, в которых указано сложить, вычесть или умножить числа, операции необходимо выполнять в тех системах счисления, в которых представлены соответствующие числа. Если в задании представлены 2 системы счисления, то выбирайте любую.













3. Задания. Сложение чисел в ЭВМ			
1	Задача:		
	Выполните сложение чисел в $101001_2 + 101010_2$		
	Решение:		
		101001(2)	
	Ответ:	101010(2)	
	1010011(2)	1010011	
2	Задача:		
	Выполните сложение чисел $1001110_2 + 1100110_2$		
	Решение:		
		1001110(2)	
		1100110(2)	
Ответ:	10110100		
	10110100(2)		
3	Задача:		
	Выполните сложение числе $110110_2 + 11010011_2$		
	Решение:		
		11010011(2)	
		110110(2)	
Ответ:	100001001(2)		
	100001001(2)		
4	Задача:		
	Выполните сложение числе $1231_4 + 2202_4$		
	Решение:		
		1231(4)	
		2202(4)	
Ответ:	10033(4)		
	10033(4)		
5	Задача:		
	Выполните сложение числе $21232_4 + 123123_4$		
	Решение:		
		123123(4)	
		21232(4)	
Ответ:	211021(4)		
	211021(4)		
6	Задача:		
	Выполните сложение чисел $16362_8 + 63521_8$		
	Решение:		
		63521(8)	
		16362(8)	
Ответ:	102103(8)		
	102103(8)		
7	Задача:		
	$X = 12643_7 + 11241_5$ Найдите $X_2$		
	$11241(5) = 821(10) = 2252(7)$		
	Решение:		
		12643(7)	
Ответ:	2252(7)		
	1000010001001(2)	15225(7)	

8	<b>Задача:</b>		
		Выполните сложение чисел $151427_8 + 26147_8$ и найдите $X_{24}$	
	<b>Решение:</b>	$151427(8)$	$177576(8) =$
		$26147(8)$	$65406(10) =$
	<b>Ответ:</b>	$177576(8)$	$4HD6(24)$
9	<b>Задача:</b>		
		Выполните сложение чисел $54A_{16} + B64_{16}$	
	<b>Решение:</b>	$54A(16)$	
		$B64(16)$	
	<b>Ответ:</b>	$10AD(16)$	
10	<b>Задача:</b>		
		Выполните сложение чисел $7BE78_{16} + AFC22_{16}$	
	<b>Решение:</b>	$7BE78(16)$	
		$AFC22(16)$	
	<b>Ответ:</b>	$12BA9A(16)$	

3. Задания. Вычитание чисел в ЭВМ			
1	<b>Задача:</b>		
		Выполните вычитание чисел: $1011010_2 - 1001011_2$	
	<b>Решение:</b>	$1011010(2)$	$1001011(2)$
			$1111(2)$
	<b>Ответ:</b>	$1111(2)$	
2	<b>Задача:</b>		
		Выполните вычитание чисел: $1101100_2 - 1011010_2$	
	<b>Решение:</b>	$1101100(2)$	$1011010(2)$
			$10010(2)$
	<b>Ответ:</b>	$10010(2)$	
3	<b>Задача:</b>		
		Выполните вычитание чисел: $123212_4 - 113232_4$	
	<b>Решение:</b>	$123212(4)$	$113232(4)$
			$3320(4)$
	<b>Ответ:</b>	$3320(4)$	

4	<b>Задача:</b>		
	Выполните вычитание чисел:	312312(4)	
	312312 <sub>4</sub> - 231231 <sub>4</sub>	231231(4)	
		21021(4)	
	<b>Решение:</b>		
5	<b>Задача:</b>		
	Выполните вычитание чисел:	20301231(4)	
	20301231 <sub>4</sub> - 2301031 <sub>4</sub>	2301031(4)	
		12000200(4)	
	<b>Решение:</b>		
6	<b>Задача:</b>		
	Выполните вычитание чисел:	12542(8)	
	12542 <sub>8</sub> - 10247 <sub>8</sub>	10247(8)	
		2273(8)	
	<b>Решение:</b>		
7	<b>Задача:</b>		
	Выполните вычитание чисел:	173503(8)	
	173503 <sub>8</sub> - 47746 <sub>8</sub>	47746(8)	
		123535(8)	
	<b>Решение:</b>		
8	<b>Задача:</b>		
	Выполните вычитание чисел:	CAF5D(16)	
	CAF5D <sub>16</sub> - 4B6DE <sub>16</sub>	4B6DE(16)	
		8E87F(16)	
	<b>Решение:</b>		

2. Пример	
<b>Задача:</b>	
	Умножить два числа: $A_8 = 42$ , $B_8 = 3$ .
<b>Решение:</b>	
	Открываем таблицу, и находим пересечение соответствующих значений поразрядно: 2 и 3, а также 4 и 3, после чего, конкатенируем значения: $4 * 3 = 14$ , $3 * 2 = 6$ , отсюда: $42 * 3 = 146$ .
<b>Ответ:</b>	
	146

3. Задания. Умножение чисел в ЭВМ	
1	<b>Задача:</b>
	 Умножить $101_2 * 11_2$ <span style="float: right;">101(2)</span>
	<span style="float: right;">11(2)</span>
	<b>Решение:</b> <span style="float: right;">101</span>
	 <span style="float: right;">101</span>
	<b>Ответ:</b> <span style="float: right;">1111(2)</span>
	 <span style="float: right;">1111(2)</span>
2	<b>Задача:</b>
	 Умножить $1011_2 * 11_2$ <span style="float: right;">1011(2)</span>
	<span style="float: right;">11(2)</span>
	<b>Решение:</b> <span style="float: right;">1011</span>
	 <span style="float: right;">1011</span>
	<b>Ответ:</b> <span style="float: right;">100001(2)</span>
	 <span style="float: right;">100001(2)</span>
3	<b>Задача:</b>
	 Умножить $12122_3 * 10_3$ <span style="float: right;">12122(3)</span>
	<span style="float: right;">10(3)</span>
	<b>Решение:</b> <span style="float: right;">121220(3)</span>
	
	<b>Ответ:</b>
	 <span style="float: right;">121220(3)</span>
4	<b>Задача:</b>
	 Умножить $1243_5 * 100_2$ <span style="float: right;">1243(5)</span>
	<span style="float: right;">4(5)</span>
	<b>Решение:</b> <span style="float: right;">11132(5)</span>
	
	<b>Ответ:</b>
	 <span style="float: right;">11132(5)</span>
5	<b>Задача:</b>

	Умножить $162_7 * 3$	$162(7)$
	<b>Решение:</b>	$3(7)$
		$546(7)$
	<b>Ответ:</b>	
		$546(7)$
6	<b>Задача:</b>	
	$X = 4A_{16} * 11_2$ Найдите $X_{20}$ и $X_6$	$4A(16)$
	<b>Решение:</b>	$3(16)$
		$DE(16)$
	<b>Ответ:</b>	
		$DE(16) = B2(20) = 1010(6)$

## 1. Теоретический материал

Для представления беззнаковых целых чисел наиболее удобен: битовый набор, соответствующий записи этого числа в двоичной системе счисления. Под целые числа без знака обычно отводится  $k = 8, 16, 32$  или 64 разряда.

Таким образом, для получения компьютерного представления беззнакового целого числа достаточно перевести число в двоичную систему счисления и дополнить полученный результат слева нулями до стандартной разрядности.

Для представления знаковых целых чисел используются три способа:

1. прямой код;
2. обратный код;
3. дополнительный код.

Все три способа используют самый левый (старший) разряд битового набора длины  $k$  для кодирования знака числа: знак “плюс” кодируется нулем, а “минус” – единицей. Остальные  $k-1$  разрядов (называемые *мантиссой* или цифровой частью) используются для представления абсолютной величины числа.

Положительные числа в **прямом, обратном и дополнительном кодах** изображаются одинаково – цифровая часть содержит двоичную запись числа, в знаковом разряде содержится 0.

Для представления отрицательного числа в **прямом коде**, в знаковый разряд помещается цифра 1, а в разряды цифровой части числа – двоичный код его абсолютной величины.

**Обратный код** отрицательного числа получается инвертированием всех цифр двоичного кода абсолютной величины числа, включая разряд знака: нули заменяются единицами, а единицы – нулями

**Дополнительный код** отрицательных чисел получается образованием обратного кода с последующим прибавлением единицы к его младшему разряду.

**Сложение и вычитание** беззнаковых чисел происходит по обычным для позиционных систем счисления алгоритмам.

**Сложение** в обратном коде происходит следующим образом: по-обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый.

Результат такого сложения для  $k$ -разрядных наборов имеет длину  $k+1$  (самый левый разряд результата равен единице, если был перенос при сложении старших разрядов операндов, иначе – нулю). Значение левого  $k+1$ -го разряда добавляется к младшему разряду результата. Получаем  $k$ -разрядный набор, который и будет суммой двух чисел в обратном коде.

**Вычитание чисел в обратном и дополнительном коде  $x - y$  сводится к сложению  $x + (-y)$ .**

**Умножение чисел в обратном и дополнительном коде производится посредством многократного сложения числа**

В дополнительном коде сложение происходит так: по обычному алгоритму складываются все разряды, включая знаковый; единица переноса в  $k+1$ -й разряд отбрасывается.

## 2. Пример

### Задача:

Сложить два числа:  $A_{10} = +16$ ,  $B_{10} = -7$  в ОК (обратный код) и ДК (дополнительный код).

### Решение:

Необходимо преобразование  $A+(-B)$ , в которой второй член преобразуется с учетом знака

$$[A_2]_{\text{п}} = [A_2]_{\text{ок}} = [A_2]_{\text{дк}} = 0|10000;$$

$$[B_2]_{\text{п}} = 1|111 = 1|00111; [B_2]_{\text{ок}} = 1|11000; [B_2]_{\text{дк}} = 1|11001$$

Сложение в ОК	Сложение в ДК
$\begin{array}{r} [A_2]_{\text{ок}} = 0 10000 \\ + [B_2]_{\text{ок}} = 1 11000 \\ \hline 10 01000 \\ + \backslash \text{-----} 1 \\ \hline 0 01001 \\ C_2 = 0 01001 \\ C_{10} = +9 \end{array}$	$\begin{array}{r} [A_2]_{\text{дк}} = 0 10000 \\ + [B_2]_{\text{дк}} = 1 11001 \\ \hline 10 01001 \\ \hline 0 01001 \\ C_2 = 0 01001 \\ C_{10} = +9 \end{array}$

При сложении чисел в ОК и ДК были получены переносы в знаковый разряд и из знакового разряда. В случае ОК перенос из знакового разряда требует дополнительного прибавления единицы младшего разряда. В случае ДК этот перенос игнорируется.

### Ответ:

9



3. Задания. Обратный и дополнительный код.	
1	<b>Задача:</b>
	Найти обратный и дополнительный код у числа $35_{10}$
	<b>Решение:</b>
	<b>Ответ:</b>
	$35(10) = 0 100011(\Pi) = 1 011100(\text{ОК}) = 1 011100(\text{ДК})$
2	<b>Задача:</b>
	Найти обратный и дополнительный код у числа $-42_5$
	<b>Решение:</b>
	<b>Ответ:</b>
	$-42(5) = 1 10110(\Pi) = 1 01001(\text{ОК}) = 1 01010(\text{ДК})$
3	<b>Задача:</b>
	Найти обратный и дополнительный код у числа $-C6_{16}$
	<b>Решение:</b>
	<b>Ответ:</b>
	$-C6(16) = 1 11000110(\Pi) = 1 00111001(\text{ОК}) = 1 00111010(\text{ДК})$
4	<b>Задача:</b>
	Дано два числа: $A = 5D_{16}$ и $B = 1320_4$ Вычислить $A_{\text{обр.к.}} - B_{\text{обр.к.}}$ Ответ представить в виде дополнительного кода
	<b>Решение:</b> $5D(16) = 0 1011101(\Pi) = (\text{ОК})$ $0 1011101$
	$1320(4) = 0 1111000(\Pi) = 1 0000111(\text{ОК})$ $1 0000111$
	<b>Ответ:</b> $1 1100100 \sim 1 0011011$
	$1 1100101$
5	<b>Задача:</b>
	Даны числа $A = DG_{26}$ и $B = J7_{23}$ $J7(23) = 444(10) = 0 110111100(\Pi)$ $X = B - 3 \cdot A$ $DG(26) = 354(10) \sim 1062(10) = 1 10000100110(\Pi) =$ Найти $X_{\text{доп}}$ $1 01111011001(\text{ОК}) = 1 01111011010(\text{ДК})$
	<b>Решение:</b> $0 00110111100$
	$1 01111011001$
	$1 10110010101 \sim 1 10110010110$
	<b>Ответ:</b>
	$1 10110010110$