第一章 引言——波与矢量分析

1.2 电磁场与电磁波的基本概念

1.2.1 电场强度E与电通量密度D

$$\boldsymbol{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\boldsymbol{r}_0$$

> 由点电荷Q产生的在距离$\boldsymbol{r}_0$电场强度
>
> $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$
>
> ε_0是自由空间介电常数 ε_r是介质的相对介电常数，真空下为1。

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$$

> 电通量密度的空间分布和电场线的空间分布一致，但穿过垂直于线方向的单位买诺记的线数表示该点的电通量密度大小。

1.2.2 磁通量密度B与磁场强度H

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{\varphi}_0\frac{\mu I}{2\pi\rho}$$
$$\mu=\mu_r\mu_0$$
$$\text{类似真空介电常数，可以类比}$$

> 通电导线周围的磁场
>
> $varphi$表示圆周方向单位矢量。rho观察点到导线的径向距离。μ_0是真空磁导率。
>
> tips：真空介电常数和真空磁导率定义了真空中的光速，即

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=3*10^8m/s$$

$$\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}$$

1.2.3 静电场、恒定磁场与时变场

电场只与电荷量有关。磁场只与电流有关。故两者是可以独立的。

电荷量少，运动速度快。电荷量多，运动速度慢。两者可以控制电流相等，但电荷量不同。

不随时间变化的电荷，电流产生的场称为静电场和恒定磁场。统称为静态场。

与之相对的有动态场。亦称时变场或交变场。

只要电荷量改变，电流亦会改变。电流改变，电荷量也会改变。此时电场与磁场耦合。

$(\boldsymbol{E},\boldsymbol{D})$，$(\boldsymbol{B},\boldsymbol{H})$耦合。

1.2.4 介质的电磁特性

介质的电磁特性有三个参数：介电常数ε，磁导率μ，电导率$sigma$。

有电流密度

$$\boldsymbol{J}_c=\sigma\boldsymbol{E}$$

> 欧姆定律的另一种表达形式

1.2.5 电磁波

电磁波就是电磁振荡的传播。震动次数为频率f，单位是Hz。震荡一次的时间叫振荡周期T，单位是s。

$$\frac{f=1}{T}$$
$$v=\lambda f$$
$$\frac{\lambda=v}{f}$$

电磁波速度是光速。

1.3 电磁波谱

1.3.1 电磁波谱图

电磁波可以用频率或者波长区分。

1.3.2 电磁波大气传输窗口

1.3.3 不同波段的电磁波的传播特性及其应用

1.4 波的基本特征及时谐波的复数与复矢量表示

1.4.1 波动的基本特征

1.4.2 时谐标量波及其复数表示

时谐标量波

由标量t和z表示，随时间做简谐变化。

$$A(z,t)=A_0cos(\omega t-kz+\phi_0)$$

> 表示任一位置z，任一时刻t，绳子质点在与绳垂直方向的位移。
>
> A_0 表示振幅；ω称为角频率；k为传播常数，也称空间频率；()里的称为相位；ϕ_0称为初相位。

k在空间中与ω在角度上的周期等价。即有

一个在空间尺度下，一个在角度尺度下。

$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}$$

波速：

试想波峰上的点经过时间t后经过的位移是z，要知道此时还在波峰，所以就要求相位是一个定值。故有

$$\frac{dz}{dt} = v = \frac{\omega}{k}$$

带入上式有

$$v = f\lambda = \frac{\lambda}{T}$$

> 不难理解，波长就是一个周期下的波运动的距离。所以波长除以周期就可以得到波速。

表示波动的两个主要参数：角频率，空间频率。角频率有波源的频率决定。基本是给定的值。此时波的特征就主要由空间频率，传播系数k决定。可见k决定了波的波长和波速。

复数形式

时谐标量的复数形式。之前的表达式未免显得冗长。此处简化。

首先简化为z和t的表达式

$$u(z,t) = U_0 cos(\omega t - kz + \phi_{0u}) = U_0 cos[\omega t + \phi_u(z)]$$
$$\phi_u(z) = kz - \phi_{0u}$$

用复数表示的意义是可以将该函数与一个复数对应，联系起来。

$$U = U_0 e^{j\phi_u(z)}$$

那么两者如何对应?

$$u(z,t) = Re[Ue^{j\omega t}]$$

相乘使得角频率部分得已添加，取实部使得cos部分得以还原。所以上式等价。

为了简化书写，通常表示为

$$u(z,t) \leftrightarrow U = U_0 e^{j\phi_u}$$

扩展到复数域后，可以简化许多运算。

$$u(z,t) + v(z,t) = U + Z$$
$$\frac{\partial}{\partial t} u(z,t) \leftrightarrow j\omega U$$
$$\int u(z,t)dt \leftrightarrow \frac{U}{j\omega}$$

可以将对时间的微分方程简化为代数方程，在电路方面运用颇多。

注意：两个不同频率时谐标量和不存在复数形式。

两时谐标量波乘积的时间平均值

单个时谐变量的时间平均值总是等于零的。但是两个时谐变量的乘积的时间平均值并不一定为零。

$$< u(i)i(i) >= \frac{1}{2} Re[UI^*]$$

> *表示共轭，在指数形式下，就是指数变为负数。
>
> $I^* = I_0 e^{-j\omega\phi_i}$

1.4.3 时谐矢量波的复矢量表示

将时谐标量波的复数形式推广到时谐矢量波的复矢量来表示。

复矢量：首先是矢量，有三个分量。每个分量都是复数形式。x，y，z三个轴的分量。

$$\boldsymbol{E}(x,y,z)=\boldsymbol{x}_0\boldsymbol{E}_x(x,y,z)+\boldsymbol{y}_0\boldsymbol{E}_y(x,y,z)+\boldsymbol{z}_0\boldsymbol{E}_z(x,y,z)$$

时间变量t可由复数乘法添加上去。所以有

$$\boldsymbol{E}(x,y,z,t)=Re[\boldsymbol{E}(x,y,z)e^{j\omega t}]$$

同时也可以简化微分积分运算

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(x,y,z,t)\leftrightarrow j\omega\boldsymbol{E}(x,y,z)$$
$$\int\boldsymbol{E}(x,y,z,t)dt\leftrightarrow\frac{\boldsymbol{E}(x,y,z)}{j\omega}$$

两时谐矢量叉积的时间平均值的计算

$$<\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)>=\frac{1}{2}Re[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{H}^*(\boldsymbol{r})]$$

1.5 矢量分析与场论

1.5.1 标量、矢量与场

一些基本概念。

主要矢量的点积与叉积。

点积(标积)，得到标量。

$$C=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=ABcos\theta$$

叉积(失积)，得到矢量。确定方向和大小。

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\boldsymbol{n}_0ABsin\theta$$
$$D=|\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}|=ABsin\theta\ \text{大小}$$

> 方向确定，得到的向量垂直于AB构成的平面，具体向上或者向下，由右手螺旋定则决定。四指从A到B，经过夹角。所以，叉积不满足乘法交换律，方向会反向。

场

如果在空间域Ω上，没一点都存在一个确定的物理量A，就说：场域Ω上存在由场量A构成的场。

如果A是标量，就是标量场。A是矢量就是矢量场。

矢量场可以是时间坐标和空间坐标的函数。静态场，时变场。均匀场，不均匀场。

空间坐标用失径$\boldsymbol{R}$表示，即表示了方向，又表示了距离原点的距离。注意激发源用$\boldsymbol{r}'$表示。从激发源到场量用距离矢量$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'$表示。

失径$\boldsymbol{r}$的表示：

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{x}_0+y\boldsymbol{y}_0+z\boldsymbol{z}_0$$

则矢量场量表示为

$$\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{x}_0+A_y\boldsymbol{y}_0+A_z\boldsymbol{z}_0$$

运算

假设有矢量$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{x}_0 & \boldsymbol{y}_0 & \boldsymbol{z}_0 \\ \boldsymbol{A}_x & \boldsymbol{A}_y & \boldsymbol{A}_z \\ \boldsymbol{B}_x & \boldsymbol{B}_y & \boldsymbol{B}_z \end{vmatrix}$$

除了标积和失积，还有第三种运算，并失。

$$\overline{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{B}$$

> 表示两个矢量直接相乘，和代数展开相同。
>
> 实际上的表示符号有两条横线。

并失的扩展运算

$$\begin{gathered} \text{一次标识（中间的进行标积，其余不变）} \\ \overline{\boldsymbol{A}} \cdot \overline{\boldsymbol{B}} \\ \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{x}_0 \cdot \boldsymbol{y}_0\boldsymbol{y}_0 = \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{y}_0 \\ \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{x}_0 \cdot \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{y}_0 = 0 \\ \text{二次标积（中间的先标积，剩下两边的再进行一次标积）} \\ \overline{\boldsymbol{A}} : \overline{\boldsymbol{B}} \\ \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{x}_0 : \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{x}_0 \cdot \boldsymbol{x}_0 = 1 \\ \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{x}_0 : \boldsymbol{x}_0\boldsymbol{y}_0 = \boldsymbol{x}_0 \cdot \boldsymbol{y}_0 = 0 \end{gathered}$$

> 使得麦克斯韦方程组变得简洁。

1.5.2 标量场的等值面与梯度

联想地理等高线。为观察分布情况，通常要考察数值相同的点。

矢量场的导数

$$d\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r} + d\boldsymbol{r}) - \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{r}) = \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial x}dx + \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial y}dy + \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial z}dz$$

这样表示未免复杂，为了简化，引入新的运算符号∇。

定义

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{x}_0 + \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{y}_0 + \frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{z}_0$$

> 可以发现这不仅仅是一个微分运算符号，还是一个矢量。此时就能简化导数表示。

$$\begin{gathered} d\boldsymbol{\Phi} = \nabla\boldsymbol{\Phi} \cdot d\boldsymbol{r} \\ |d\Phi| = |\nabla\Phi| \cdot |d\boldsymbol{r}| cos\theta \end{gathered}$$

直接相乘是梯度。

[方向导数和梯度]

1.5.3 矢量场的通量与散度

通量：**矢量场A正侧穿过曲面S的曲面积分。** (垂直)参考磁通量。

$$\Psi=\int_s \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{S}=\int_s A_x dS_x+A_y dS_y+A_z dS_z$$

> 很好的展现了垂直的概念，各方向分量，通过各方向的面积之和。
>
> 如果S是一个闭合曲面，并取其外侧为正侧。则表示通过一个闭合曲面的通量。
>
> 一般情况下，对于闭合曲面，通量为0。因为有多少从正侧进入，就会有多少从负侧流出，是守恒的，内部正负源的总和为0，等效为无源。若通量大于0，说明曲面内部存在流体的源。若通量小于0，则说明内部存在负的流体源。

散度：**空间某一点通量的体密度的极限。** 注意散度是一个标量。

$$div\boldsymbol{A}=\lim_{\triangle V\to 0}\frac{\oint_{\Delta S}\boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{S}}{\Delta V}$$

注意此处为点乘，标积。得到的是标量。之前梯度是向量的直接乘法。点，想到离散点，散度。

$$div\boldsymbol{A}=\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

> A_x就是x分量的系数。

1.5.4 矢量场的环量与旋度

环量：**矢量场A在有向闭合曲线上的线积分。**

$$\Gamma=\oint_l \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{l}=\oint_l (A_x dx+A_y dy+A_z dz)$$

旋度：**某一点附近的微元造成的旋转程度**

意义：旋度在空间某一点给定放i想的投影就是该方向的环量密度。当与法线一致时，就是最大环量密度。

等式右侧为环量密度。

$$(Curl\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{n}_0=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\oint_{\Delta l}\boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{l}}{\Delta\boldsymbol{S}}$$

旋度与环量密度的关系类似于方向导数和梯度的关系。

叉积，失积。得到矢量。乘号，想到旋转，旋度。

$$Curl\boldsymbol{A}=\nabla\times A=\begin{vmatrix}\boldsymbol{x}_0 & \boldsymbol{y}_0 & \boldsymbol{z}_0\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ \boldsymbol{A}_x & \boldsymbol{A}_y & \boldsymbol{A}_z\end{vmatrix}$$

1.5.5 矢量运算的几个恒等关系

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{A}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \nabla^2 \boldsymbol{A}$$
$$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) = 0 \ (\text{旋度的散度为}0)$$
$$\nabla \times (\nabla \Phi) = 0 \ (\text{梯度的旋度为}0)$$
$$\nabla \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) - \boldsymbol{A} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{B})$$
$$\nabla \cdot (\Phi \boldsymbol{A}) = \boldsymbol{A} \cdot \nabla \Phi + \Phi \nabla \cdot \boldsymbol{A}$$
$$\nabla \times (\Phi \boldsymbol{A}) = \nabla \Phi \times \boldsymbol{A} + \Phi \nabla \times \boldsymbol{A}$$

第二章 传输线基本理论与圆图

2.1 传输线等效电路模型与传输线方程及其解

2.1.1 传输线的等效电路模型

图 2－1　作为电路中二端口网络的传输线

电路可由基本的电阻R，电导G，电容C，电感L组成。

$$V = RI$$
$$I = GV$$
$$V = L\frac{dI}{dt}$$
$$I = G\frac{dV}{dt}$$

所以可以讲一段长度的传输线，等效称为一个由上述参数组成的电路。

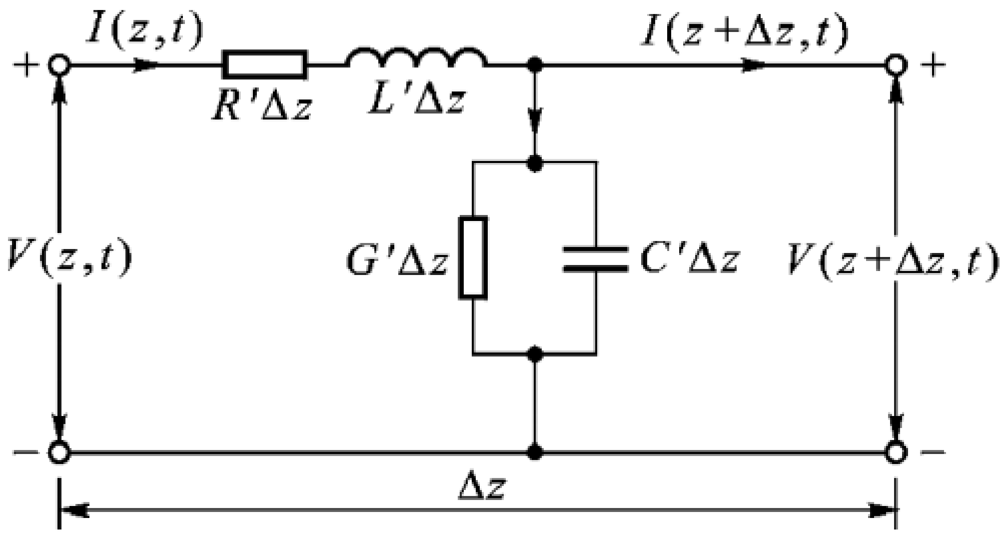

图 2-3　长度为 Δz 的一段传输线的等效电路

表 2-1　平行双导线、同轴线的等效电路参数 R'、G'、L' 和 C'

参　　数	同　轴　线	平行双导线	单　　位
R'	$\frac{R_S}{2\pi}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$	$\frac{R_S}{\pi a}$	Ω/m
L'	$\frac{\mu}{2\pi}\ln(b/a)$	$\frac{\mu}{\pi}\ln\left[(d/2a)+\sqrt{(d/2a)^2-1}\right]$	H/m
G'	$\frac{2\pi\sigma}{\ln(b/a)}$	$\frac{\pi\sigma}{\ln\left[(d/2a)+\sqrt{(d/2a)^2-1}\right]}$	S/m
C'	$\frac{2\pi\varepsilon}{\ln(b/a)}$	$\frac{\pi\varepsilon}{\ln\left[(d/2a)+\sqrt{(d/2a)^2-1}\right]}$	F/m

注：1. 对于同轴线：$2b$ 为外导体内直径，$2a$ 为内导体外径；
2. 对于平行双导线：$2a$ 为导线直径，d 为两导线中心间距；
3. μ、ε、σ 属于填充介质的量，$R_S=\sqrt{\pi f\mu_c/\sigma_c}$，$\mu_c$、$\sigma_c$ 属于导体的量。

2.1.2 传输线方程及其解

$$\frac{\partial V(z,t)}{\partial z}=-[R'I(z,t)+L'\frac{\partial I(z,t)}{\partial t}]$$
$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z}=-[G'V(z,t)+C'\frac{\partial V(z,t)}{\partial t}]$$

2.1.3 传输线的特征参数

2.2 特征量沿传输线的变换

2.2.1 特征量沿传输线的变换关系式

1. 电压、电流变换关系式

$$U(z) = U^i e^{-jkz} + U^r e^{jkz}$$
$$I(z) = \frac{1}{Z_c}(U^i e^{-jkz} - U^r e^{jkz})$$

2. 反射系数变换关系式

$$\Gamma_u(z_2) = \Gamma_u(z_1)e^{j2k(z_2 - z_1)}$$

3. 阻抗或导纳变换关系式

$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_L + jZ_c tan(kl)}{Z_c + jZ_L tan(kl)}$$

2.3 传输功率与传输效率

2.3.1 传输功率

$$P(z) = \frac{1}{2}Re[U(z) \cdot I^*(z)]$$

2.4 传输线圆图

为了简便计算。

理解对应点的意义。

电感：电压超前电流。 电压直接获得，电流慢慢增加。

电容：电压滞后电流。 电流直接获得，电压慢慢增加。

第三章 麦克斯韦方程

描述电磁波与电磁场的四个量，电场强度E(r,t)、电通量密度D(r,t)、磁场强度H(r,t)、磁感应强度B(r,t)。

3.1 积分与微分形式的麦克斯韦方程

积分形式

$$\oint_l \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\int_s \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S}$$
$$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_s (\boldsymbol{J} + \frac{\partial D}{\partial t}) \cdot d\boldsymbol{S}$$
$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \rho_V dV$$
$$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0$$

> 1. 法拉第电磁感应定律的积分形式。两边都是表示电势。
> 2. 安倍全电流定理的积分形式。磁场强度沿任一闭合回路的线积分就是穿过回路所包围面积的电流。
> 3. 积分形式高斯定理。穿过任意闭合曲面的电通量等于该闭合曲面包围的总电荷。rho是体积V内的电荷量密度。

> 4. 磁场线永远构成闭合回路。对于任何封闭曲面，进去的磁通量等于出来的磁通量，即 净磁通量为零。

微分形式

$$
\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}
$$
$$
\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}
$$
$$
\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_V
$$
$$
\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0
$$

> 微分形式是积分形式当积分区域缩小到一个点的极限。 问题分析一般从微分形式出发。

3.2 时谐场的麦克斯韦方程组

表 3－1　麦克斯韦方程

	微 分 形 式	积 分 形 式	时谐场的复矢量形式
法拉第定理	$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$	$\oint_l \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega\boldsymbol{B}$
安培定理	$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$	$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \mathrm{j}\omega\boldsymbol{D}$
高斯定理	$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_v$	$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \rho_v \mathrm{d}V$	$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_v$
磁通连续性原理	$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$	$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$	$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$

> 复矢量下，时域的微分，就是复域下乘上 $j\omega$。

3.3 电流连续原理

物理意义：流出体积元的电流等于体积元内电荷随时间的减少率。 (电荷减少才有电流流出嘛)$I = q/t$.

$$
\nabla \cdot \boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho_V}{\partial t}
$$
$$
\nabla \cdot \boldsymbol{J}(x, y, z) = -j\omega\rho_V(x, y, z)
$$

时 谐 场

3.4 物质的本构关系

反映物质的宏观性质的模型。

$$
\boldsymbol{D} = \mu \boldsymbol{E}
$$
$$
\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}
$$

3.6 坡印廷定理

物理意义：电磁场能量守恒。

定义一个矢量

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$$

代表电磁场能流密度，表示一个与垂直通过单位面积的功率相关的矢量。

$$\begin{aligned}\oint_S \boldsymbol{S}(t)\cdot d\boldsymbol{S}=\int_V[\nabla\cdot\boldsymbol{S}(t)]dV= \\ -\frac{\partial}{\partial t}\int_V[\frac{\mu}{2}\boldsymbol{H}(t)\cdot\boldsymbol{H}(t)]dV \\ -\frac{\partial}{\partial t}\int_V[\frac{\varepsilon}{2}\boldsymbol{E}(t)\cdot\boldsymbol{E}(t)]dV \\ -\int_V[\boldsymbol{J}(t)\cdot\boldsymbol{E}(t)]dV\end{aligned}$$

> 第一部分表示磁场能的时间减少率，第二部分是电场能的时间减少率，第三部分是体积内转换为热能的电能耗散率。 等式右边表示，流出的功率。等式左边是外法向量的流出的功率，也表示流出的功率。

坡印廷定理表明，在电磁场中的任意闭合面上，坡印廷矢量的外法向分量的闭面积分，等于闭合面所包围的体积中所储存的电场能和磁场能的时间减少率减去容积中转化为热能的电能耗散率。

第四章 平面波

4.3 极化

电磁波的极化描述电磁波运动的空间性质。

在平面电磁波的基础上。

假设

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{x}_0E_{xm}e^{-j(kz-\psi_a)}+\boldsymbol{y}_0E_{ym}e^{-j(kz-\psi_b)}$$

根据时谐矢量的复矢量定义，得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_x&=Re[E_{xm}e^{-j(kz-\psi_a)}e^{j\omega t}]=E_{xm}cos(\omega t-kz+\varphi_a)\\ \boldsymbol{E}_y&=Re[E_{ym}e^{-j(kz-\psi_b)}e^{j\omega t}]=E_{ym}cos(\omega t-kz+\varphi_b)\end{aligned}$$

- 线极化

$$\varphi=\varphi_b-\varphi_a=0or\pi$$

得到线性方程

$$E_y=\pm\frac{E_{ym}}{E_{xm}}E_y$$

> 电场量末端点在E_x-E_y平面，是一条直线。$\varphi=0$取正，反之取负。

- 圆极化

$$\varphi=\varphi_b-\varphi_a=|\frac{\pi}{2}|$$

$$A=\frac{E_{ym}}{E_{xm}}=1$$

> 会得到一个圆极化波。

> 如果面对电磁波传播开去的方向观察时，电场矢量是顺时针方向旋转的，这种波称为右旋圆极化波。如果电场矢量是反时针方向旋转的，则称为左旋圆极化波。
>
> 正左手负右手。 大拇指向着z轴，四指弯曲方向就是旋转方向。

- 椭圆极化

除了上述两种特殊情况外，剩下的都是椭圆极化波。